

Resolução dos Exercícios

Exercícios C, D, E e G

Exercício C - a-Good String

Objetivo -> Contar quantas modificações precisam ser feitas para transformar a string dada em uma a-Good String.

(É garantido que o tamanho da string é uma potência de 2)

O que é uma a-Good String ?

aaaabbcd

aaaacdbb

bbcdaaaa

cdbbaaaa

Exercício C - a-Good String

Como fazer essas strings?

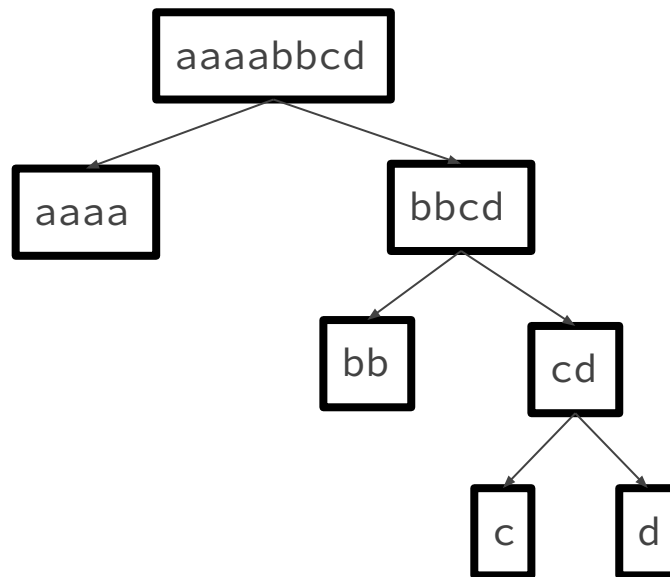
O problema fica mais fácil se eu dividir a string ao meio ?

Ex: aaaabbcd -> aaaa bbcd

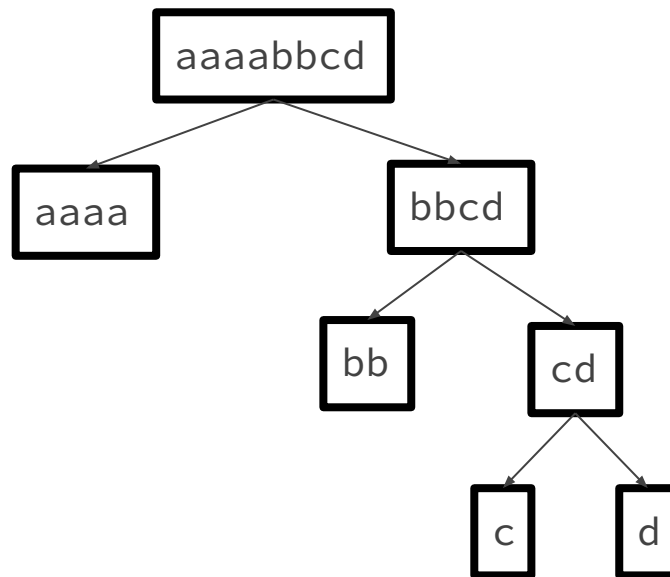
A string bbcd seria uma b-Good_String

Isto é, podemos dividir a string bbcd ao meio também :)

Exercício C - a-Good String



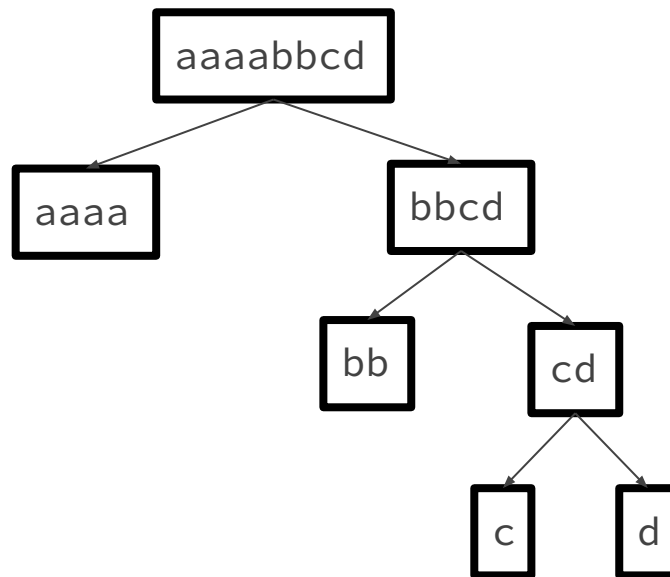
Exercício C - a-Good String



Sempre que dividirmos a string ao meio, temos uma good string da próxima letra em uma das metades :)

Exercício C - a-Good String

— — —



Ideia: Comparar a string do exercício com a string gerada pelo meu algoritmo

Exercício C - a-Good String

— — —

```
11 merge(string &s, char a, ll ini, ll fim){
    if(ini == fim){
        if(s[ini] != a) return 1;
        else return 0;
    }
    ll meio = (ini + fim)/2;
    ll res = 1e17;
    ll changes = 0;

    for(int i = ini; i <= meio; i++){
        if(s[i] != a) changes++;
    }

    changes += merge(s, a+1, meio+1, fim);
    res = min(res, changes);
    changes = 0;
```

```
for(int i = meio+1; i <= fim; i++){
    if(s[i] != a) changes++;
}
changes += merge(s, a+1, ini, meio);
res = min(res, changes);

return res;
```

```
}
```

Exercício C - a-Good String

```
ll merge(string &s, char a, ll ini, ll fim){
    if(ini == fim){
        if(s[ini] != a) return 1;
        else return 0;
    }
    ll meio = (ini + fim)/2;
    ll res = 1e17;
    ll changes = 0;

    for(int i = ini; i <= meio; i++){
        if(s[i] != a) changes++;
    }

    changes += merge(s, a+1, meio+1, fim);
    res = min(res, changes);
    changes = 0;
```



```
for(int i = meio+1; i <= fim; i++){
    (s[i] != a) changes++;
}

s += merge(s, a+1, ini, meio);
nin(res, changes);

res;
```


Exercício D - Expedition

- Um grupo de vaquinhas têm um caminhãozinho com o tanque furado, e este perde um litro de gasolina a cada metro de distância que ele anda.
- O objetivo é chegar até o ponto final para consertar o caminhão, abastecendo o mínimo número de vezes possíveis.
- São dadas a distância de todos os postos para a última cidade e quantidade de combustível que cada poço possui.

Exercício D - Expedition

- O objetivo é abastecer o mínimo de vezes possível, ou seja colocar combustível só quando precisar e do maior posto possível até o momento.
- Quando o combustível acabar precisamos olhar de todos os postos que já passamos, aquele que tem a maior quantidade de combustível para colocar.

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 80

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> []

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 70

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> []

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 60

10 gasolina



50 gasolina



30 gasolina



Priority-Queue -> [10]

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 50

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [10]

Exercício D - Expedition

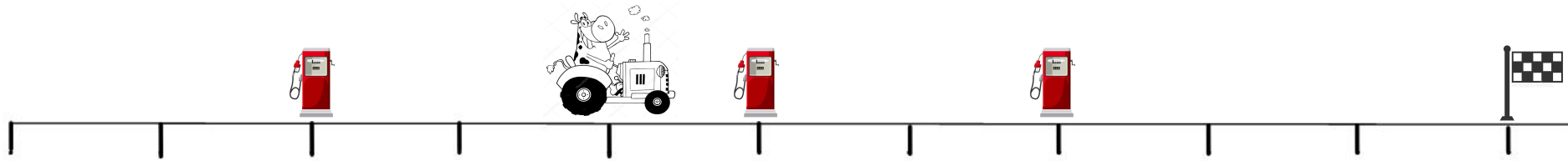
— — —

Combustível -> 40

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [10]

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 30

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [50, 10]

Exercício D - Expedition

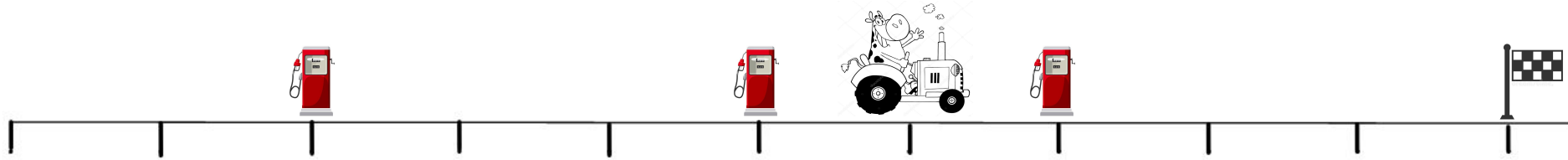
— — —

Combustível \rightarrow 20

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue \rightarrow [50, 10]

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 10

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [50, 30, 10]

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível $\rightarrow 0$

Se a gasolina acabar, vamos abastecer no posto que tinha mais gasolina que já passamos

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue $\rightarrow [50, 30, 10]$

Exercício D - Expedition

— — —

Combustível -> 50

Se a gasolina acabar, vamos abastecer no posto que tinha mais gasolina que já passamos

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [30, 10]

Exercício D - Expedition

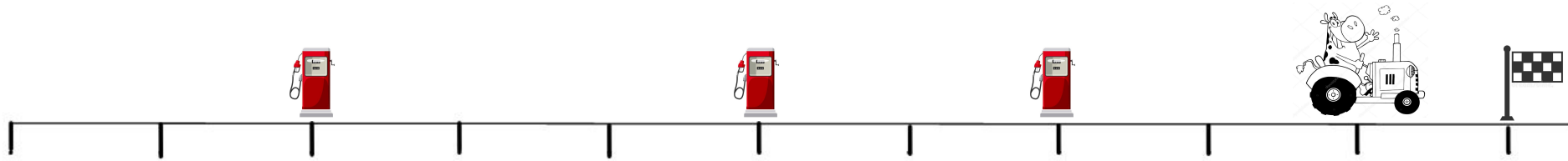
— — —

Combustível -> 40

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [30, 10]

Exercício D - Expedition

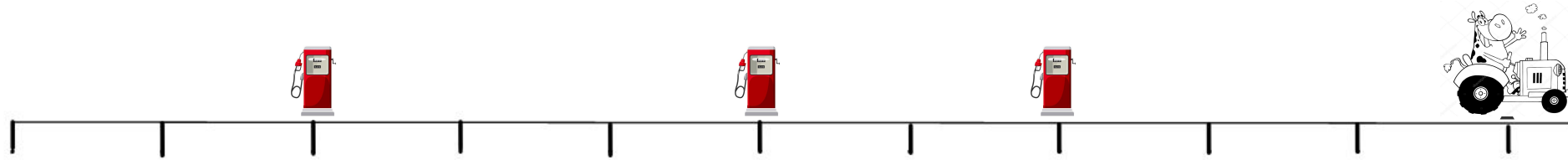
— — —

Combustível \rightarrow 30

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue \rightarrow [30, 10]

Exercício D - Expedition

— — —

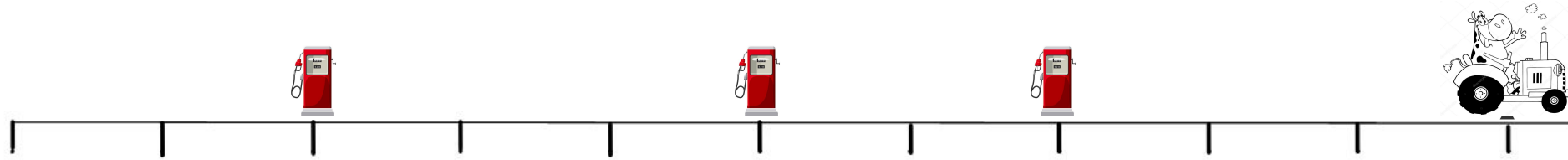
Combustível -> 30

Resposta = 1

10 gasolina

50 gasolina

30 gasolina



Priority-Queue -> [30, 10]

Exercício D - Expedition

```
int main(){
    fast_io;
    ll t;
    cin >> t;
    while(t--){
        ll n, L, P; cin >> n;
        ll pos, fuel;
        vector<pair<ll,ll>> v;
        for(int i = 0; i < n; i++){
            cin >> pos >> fuel;
            v.push_back({pos, fuel});
        }
        priority_queue<ll> p;
        cin >> L >> P;
        for(int i = 0; i < n; i++){
            v[i].first = L - v[i].first;
        }
        sort(v.begin(), v.end());
```

```
ll cont = 0;
bool flag = true;
for(int i = 0; i < n; i++){
    if(v[i].first <= P){
        p.push(v[i].second);
    }
    else{
        while(!p.empty() && P < v[i].first){
            P += p.top();
            p.pop();
            cont++;
        }
        if(P < v[i].first){
            flag = false;
            break;
        }
        p.push(v[i].second);
    }
    if(P >= L) break;
}
while(P < L && !p.empty()){
    P += p.top();
    p.pop();
    cont++;
}
if(P < L || !flag) cout << "-1\n";
else cout << cont << "\n";
}
```


Exercício D - Expedition

```
int main(){
    fast_io;
    ll t;
    cin >> t;
    while(t--){
        ll n, L, P; cin >> n;
        ll pos, fuel;
        vector<pair<ll,ll>> v;
        for(int i = 0; i < n; i++){
            cin >> pos >> fuel;
            v.push_back({pos, fuel});
        }
        priority_queue<ll> p;
        cin >> L >> P;
        for(int i = 0; i < n; i++){
            v[i].first = L - v[i].first;
        }
        sort(v.begin(), v.end());
```



```
ll cont = 0;
bool flag = true;
for(int i = 0; i < n; i++){
    if(v[i].first <= P){
        p.push(v[i].second);
    }
    else{
        while(!p.empty() && P < v[i].first){
            P += p.top();
            p.pop();
            cont++;
        }
        if(P < v[i].first){
            flag = false;
            break;
        }
        p.push(v[i].second);
    }
    if(P >= L) break;
}
while(P < L && !p.empty()){
    P += p.top();
    p.pop();
    cont++;
}
if(P < L || !flag) cout << "-1\n";
else cout << cont << "\n";
}
```

Exercício E - Collection Coins

- É dado uma quantidade de moedas n , tal que $n \geq 0$ e $n \leq 10^4$
- O número de casos de testes pode ir até 100

Portanto, precisamos pensar em algo que funcione em tempo linear para esse exercício

- O rei pode pegar qualquer soma em valor do banco.
- O banco sempre irá pagar o valor pela maior moeda disponível enquanto, este for maior que ela.

Exercício E - Collection Coins

— — —

Ex:

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

Valor que o rei quer -> 82

O banco irá usar duas moedas de 40 e duas de 2

$40 + 40 + 1 + 1 = 82$

Exercício E - Collection Coins

— — —

- Queremos maximizar o número de coins diferentes que é usada para fazer uma soma qualquer.

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

Exercício E - Collection Coins

— — —

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1

Moedas utilizadas -> {1}

Exercício E - Collection Coins

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6

Moedas utilizadas -> {1, 5}

A soma 6 é maior que 7 ?

Não, então podemos usar a moeda 1 e 5.

Exercício E - Collection Coins

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6 13

Moedas utilizadas -> {1, 5}

A soma 13 é maior que 8 ?

Sim, se usarmos a moeda 7 a soma 13 irá ser feita pelo banco com apenas duas moedas: $5 + 8 = 13$

Exercício E - Collection Coins

— — —

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6 14

A soma 14 é maior que 15?

Não, então usamos a moeda 8

Moedas utilizadas -> {1, 5, 8}

Exercício E - Collection Coins

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6 14 29

Moedas utilizadas -> {1, 5, 8}

A soma 29 é maior que 18?

Sim, então não usamos a moeda 15, pois a soma 29 pode ser gerada com 3 tipos de moedas.

$$18 + 8 + 1 + 1 + 1 = 29$$

Exercício E - Collection Coins

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6 14 32

A soma 32 é maior que 18?

Não, então podemos usar a moeda 18 na nossa soma.

Moedas utilizadas -> {1, 5, 8, 18}

Exercício E - Collection Coins

Moedas -> 1 5 7 8 15 18 40

1 6 14 32 72

Moedas utilizadas -> {1, 5, 8, 18, 40}

A última moeda sempre pode ser usada, porque não tem nenhuma moeda de valor maior que ela.

Resposta -> 5 moedas diferentes

Exercício E - Collection Coins

```
while(t--){
    ll n; cin >> n;
    vector<ll> v(n);
    for(int i = 0; i < n; i++){
        cin >> v[i];
    }
    cout << "Case #" << cas++ << ": ";

    if(n == 0){
        cout << "0\n";
        continue;
    }
    sort(v.begin(), v.end());
```

```
    ll cont = 0, val = 0;
    for(int i = 0; i < n-1; i++){
        if(val + v[i] < v[i+1]){
            val += v[i];
            cont++;
        }
    }

    cout << cont + 1 << "\n";
}
```

Exercício E - Collection Coins

```
while(t--){
    ll n; cin >> n;
    vector<ll> v(n);
    for(int i = 0; i < n; i++){
        cin >> v[i];
    }
    cout << "Case #" << cas++

    if(n == 0){
        cout << "0\n";
        continue;
    }
    sort(v.begin(), v.end());
```



```
ll cont = 0, val = 0;
    for(int i = 0; i < n-1; i++){
        if(val + v[i] < v[i+1]){
            val += v[i];
            cont++;
        }

        cout << cont + 1 << "\n";
    }
```

Exercício G - Code for 1

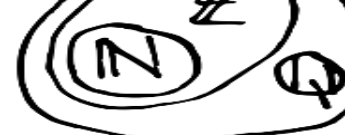
- Jon Snow e Sam, após uma árdua batalha contra os white-walkers, retornam para o castelo negro;
- Quando chegam, Sam decide viajar para a Cidadela, com o intuito de se tornar um maester;
- Para testar sua aptidão, eles recebem um problema, que deve ser resolvido para atingirem seu objetivo.

Exercício G - Code for 1

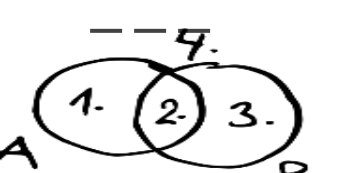
- Inicialmente, temos uma lista composta por **um único elemento** de **valor N**;
- Enquanto a lista não for composta apenas por **0's** e **1's**, eles escolhem um elemento da lista;
- **Inserimos** na lista, à **direita** e à **esquerda** do elemento escolhido, os resultados de sua **divisão por 2** e **substituímos o elemento** pelo **resto de sua divisão por 2**.

Exercício G - Code for 1

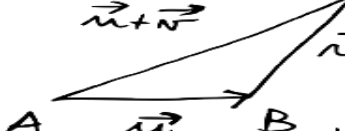
- Para dificultar a tarefa e torná-la um verdadeiro desafio capaz de decidir a dignidade de Sam em se tornar maester, uma última etapa é adicionada;
- Após montada a lista, dado um **intervalo** **[L : R]**, sendo **L** seu **limite inferior** e **R** o **limite superior**, os maesters querem saber a quantidade de **1's** contidos dentro dele.



$$z^n = |z|^n (\cos \varphi + j \sin \varphi)$$



$$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

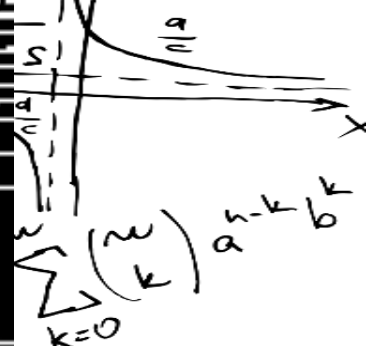
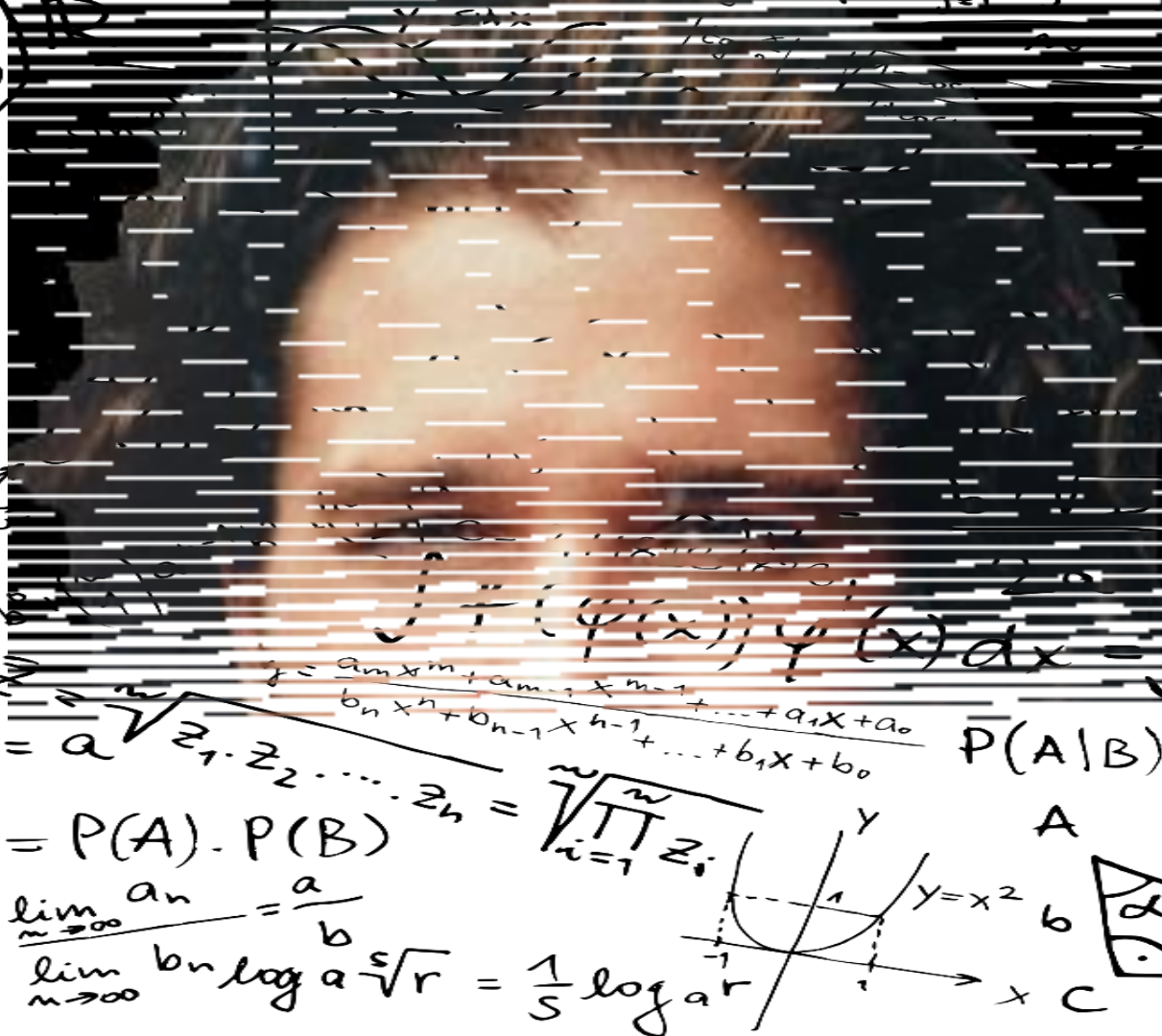


$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

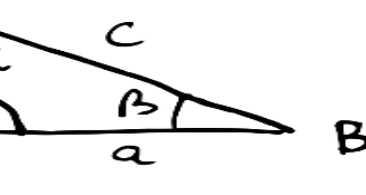
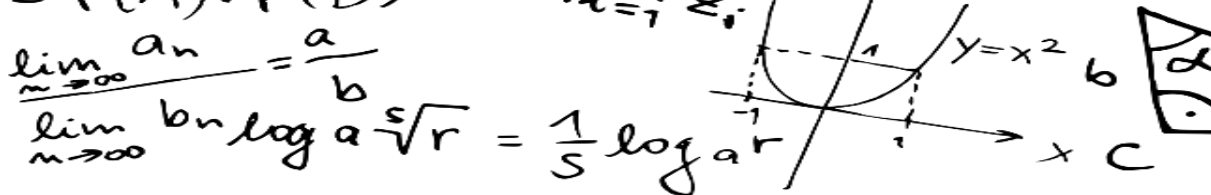
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{a}{b}$$



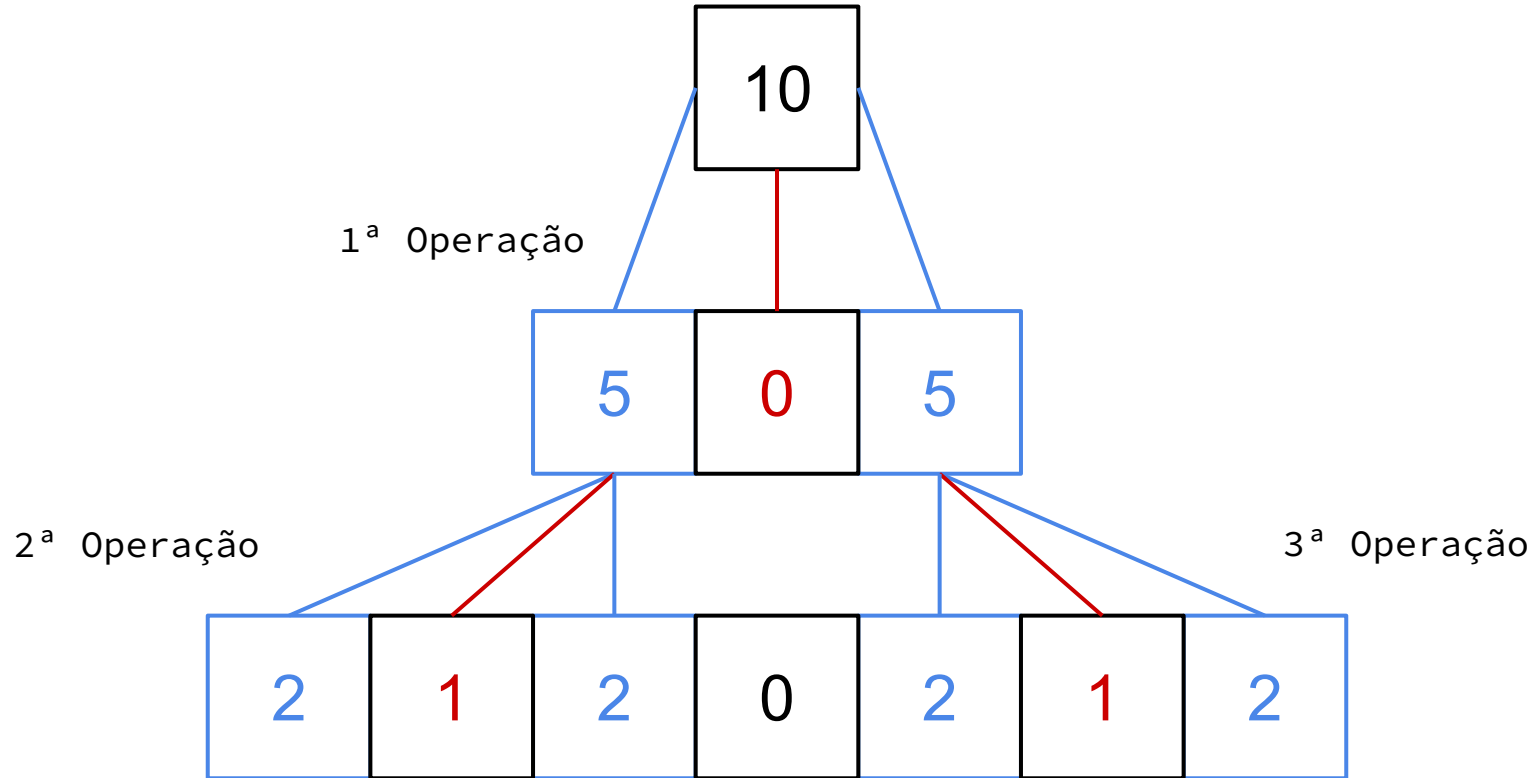
A B		
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

$$\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx = \int f(u) du$$

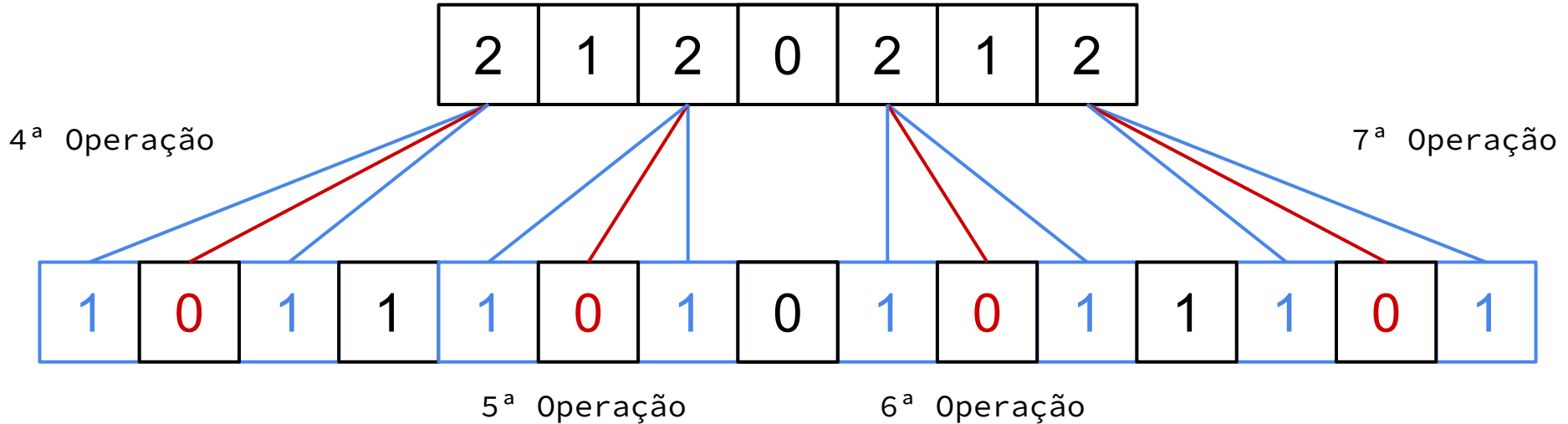
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Exercício G - Code for 1



Exercício G - Code for 1



Exercício G - Code for 1

- Ao final do processo, podemos perceber que a quantidade de elementos em nossa lista é equivalente a $2^{\lceil \log_2(N) \rceil} - 1$, com $\log_2(N)$ arredondado para cima;
- Ainda, indexando nosso vetor, percebemos que, dado um intervalo, podemos saber a posição do elemento central nele.

	2		5		2		10		2		5		2	
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: 7

2		5			2		10		2		5		2	
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

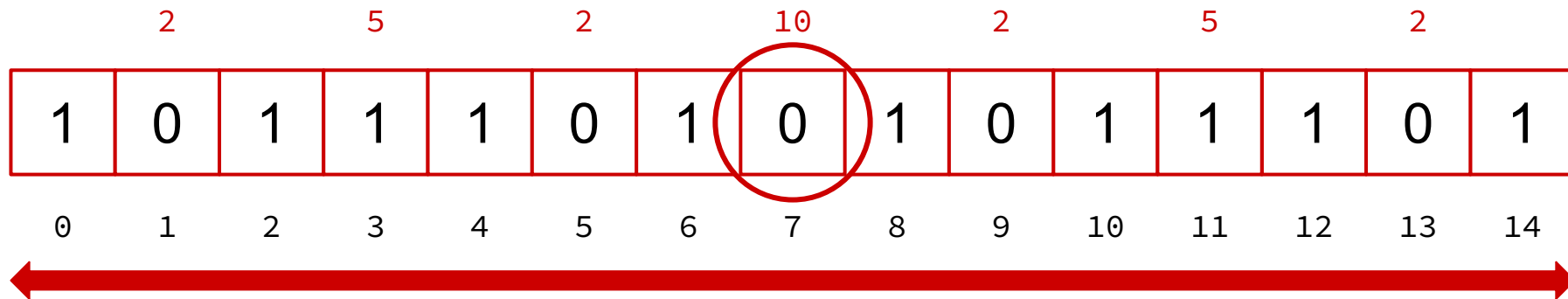
Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: 7

2		5			2		10		2		5		2	
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: 7



- Elemento central do intervalo [0 : 14]
 - $(0 + 14) / 2 = 7$

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **10**

2

5

2

10

2

5

2

1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

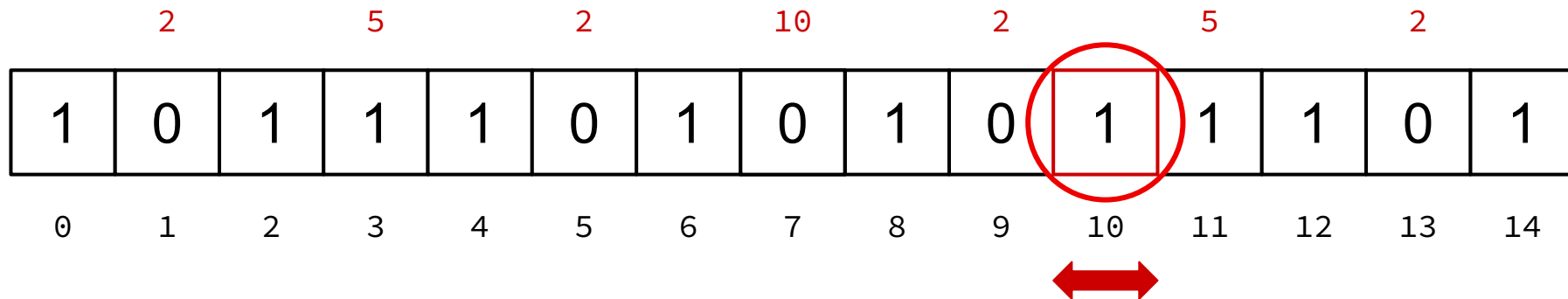
Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **10**

2		5			2		10		2		5		2	
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **10**



- Elemento central do intervalo [10 : 10]
 - $(10 + 10) / 2 = 10$

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **3**

2		5			2		10		2		5		2	
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

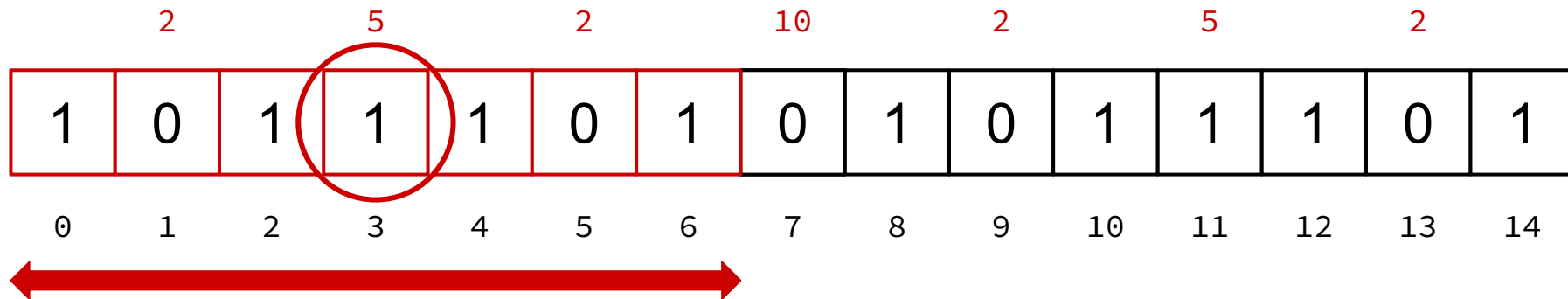
Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **3**

2		5		2		10		2		5		2		
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Exercício G - Code for 1

- Elemento na posição: **3**



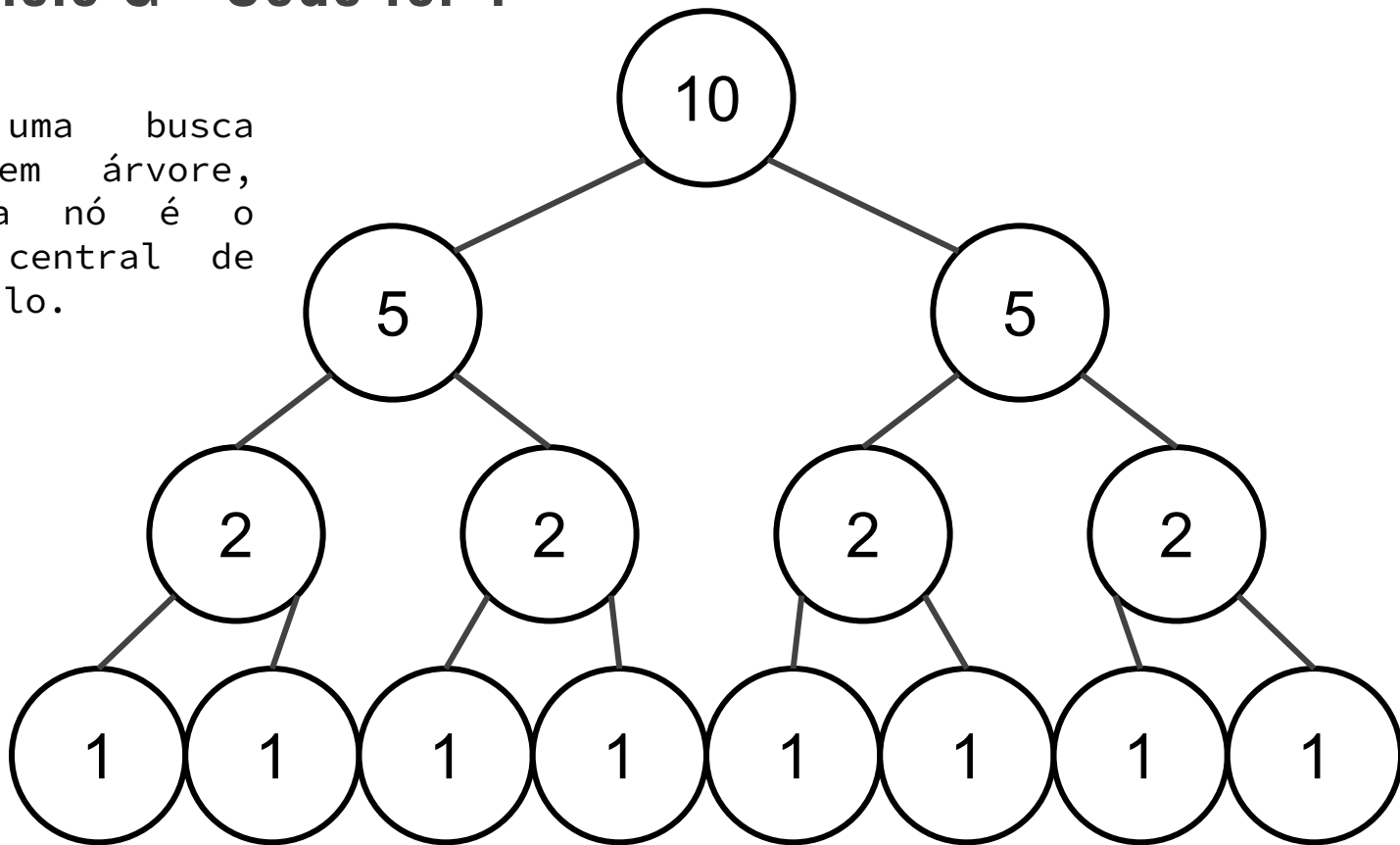
- Elemento central do intervalo [0 : 6]
 - $(0 + 6) / 2 = 3$

Exercício G - Code for 1

- O algoritmo para definir o elemento na posição X se assemelha a uma busca binária, segmentando nosso vetor em vetores menores e acessando o elemento central;
- No entanto, como podemos montar nosso vetor para aplicar essa busca? Também, como podemos recuperar o número de 1's em determinado intervalo sem precisar

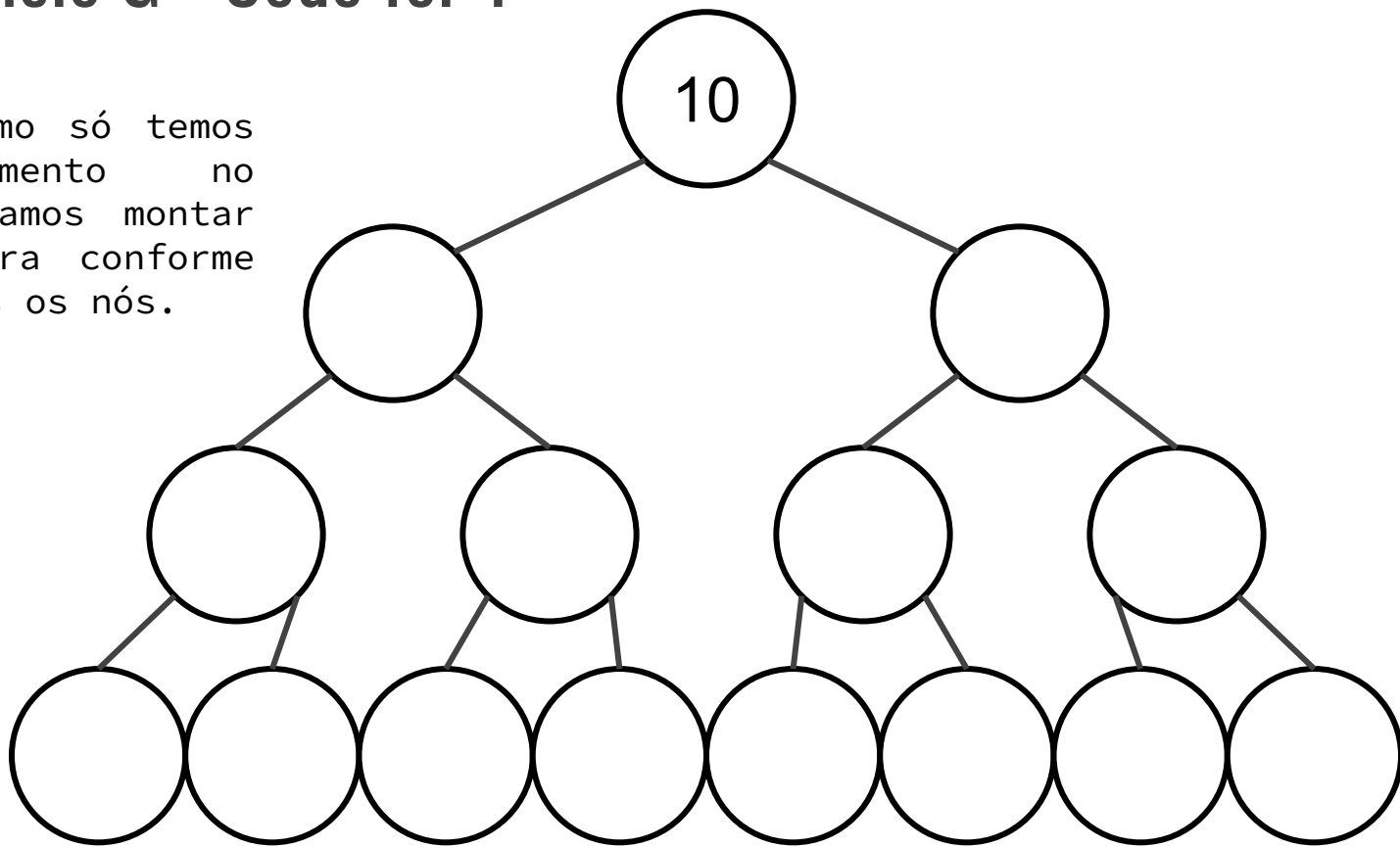
Exercício G - Code for 1

Simular uma busca
binária em árvore,
onde cada nó é o
elemento central de
um intervalo.

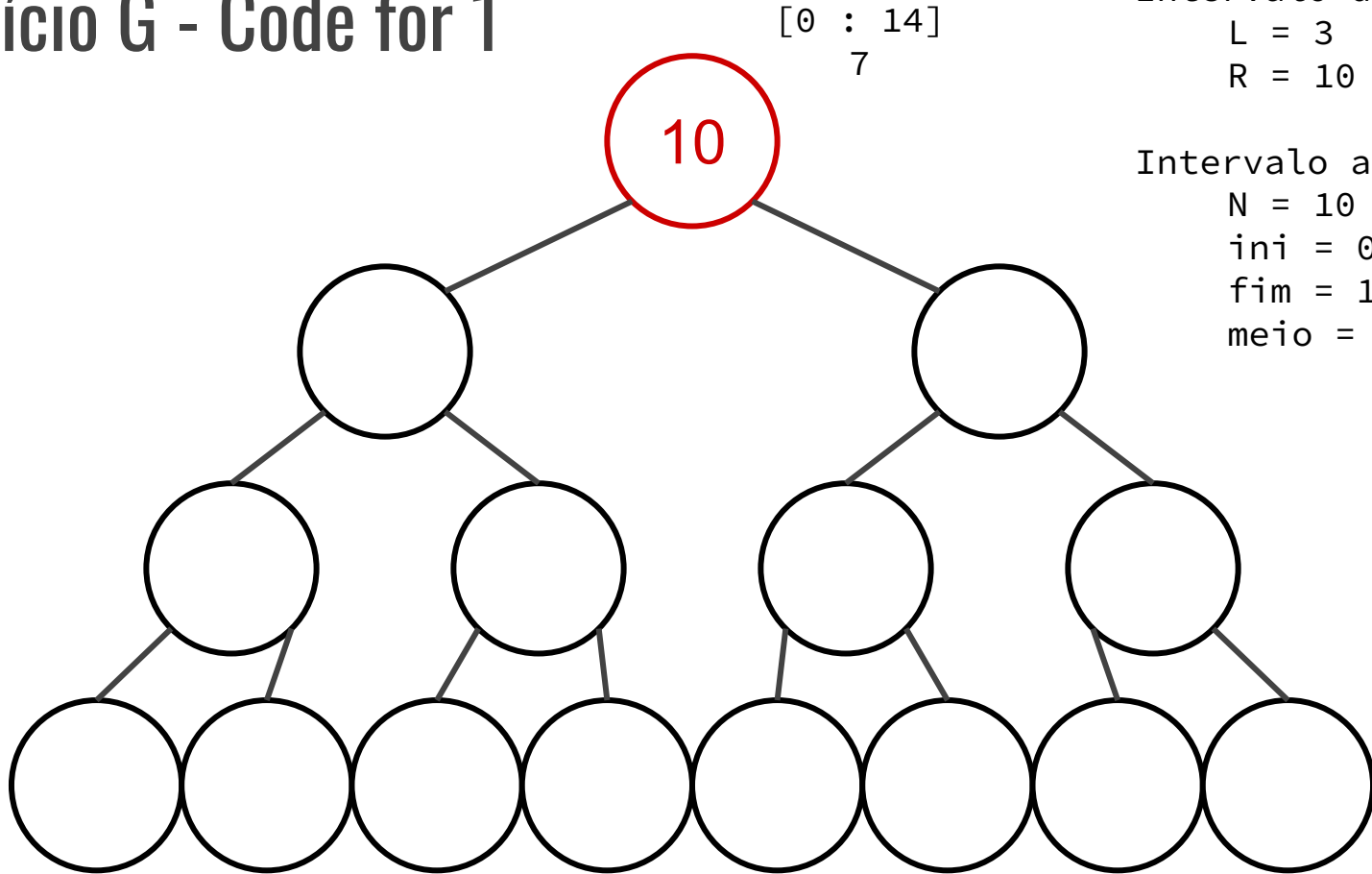


Exercício G - Code for 1

Porém, como só temos um elemento no começo, vamos montar a estrutura conforme acessarmos os nós.



Exercício G - Code for 1



Resp = 0

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 10

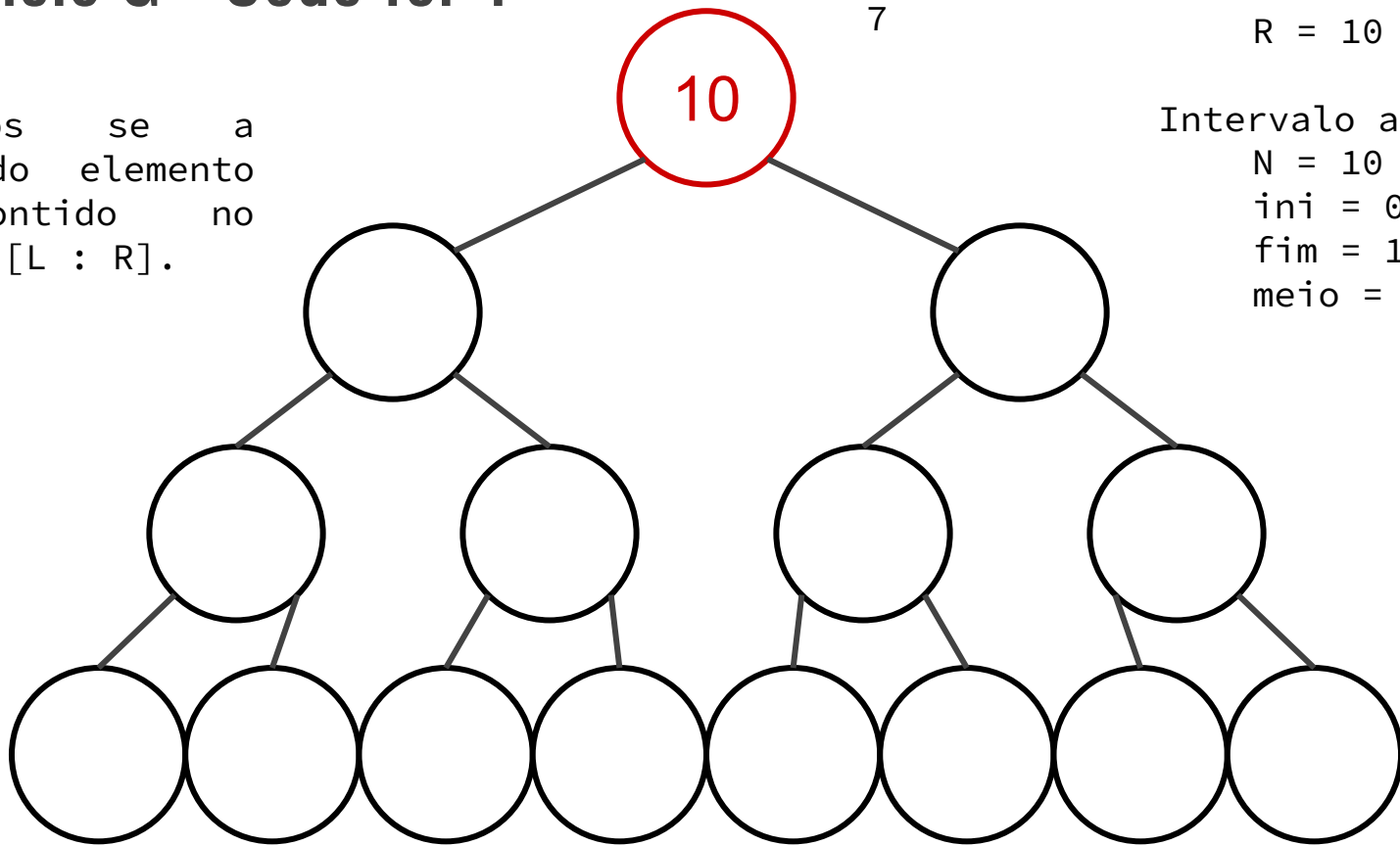
ini = 0

fim = 14

meio = 7

Exercício G - Code for 1

Verificamos se a
posição do elemento
está contido no
intervalo $[L : R]$.



Resp = 0

Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 10$

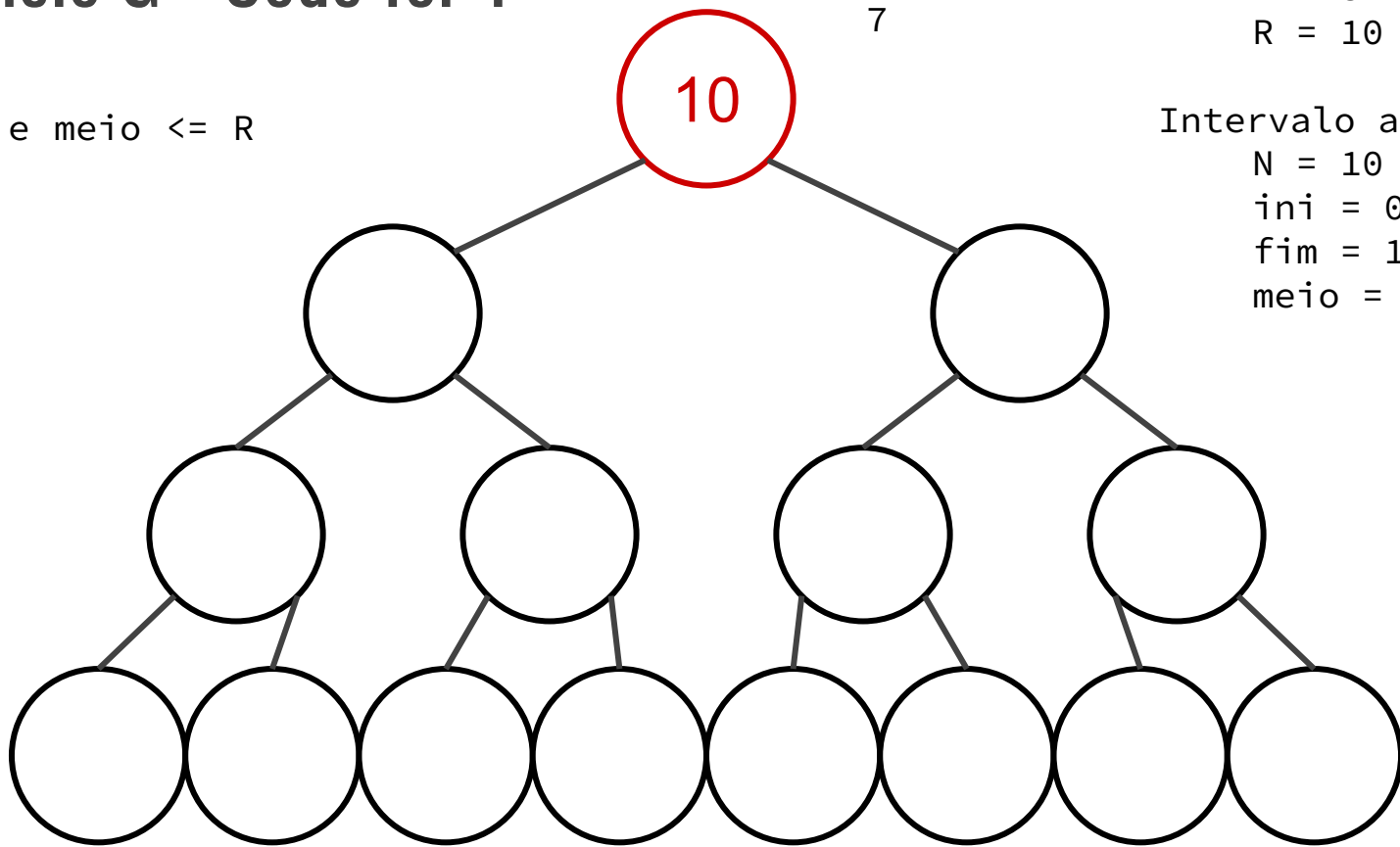
$ini = 0$

$fim = 14$

$meio = 7$

Exercício G - Code for 1

meio \geq L e meio \leq R
?



Resp = 0

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 10

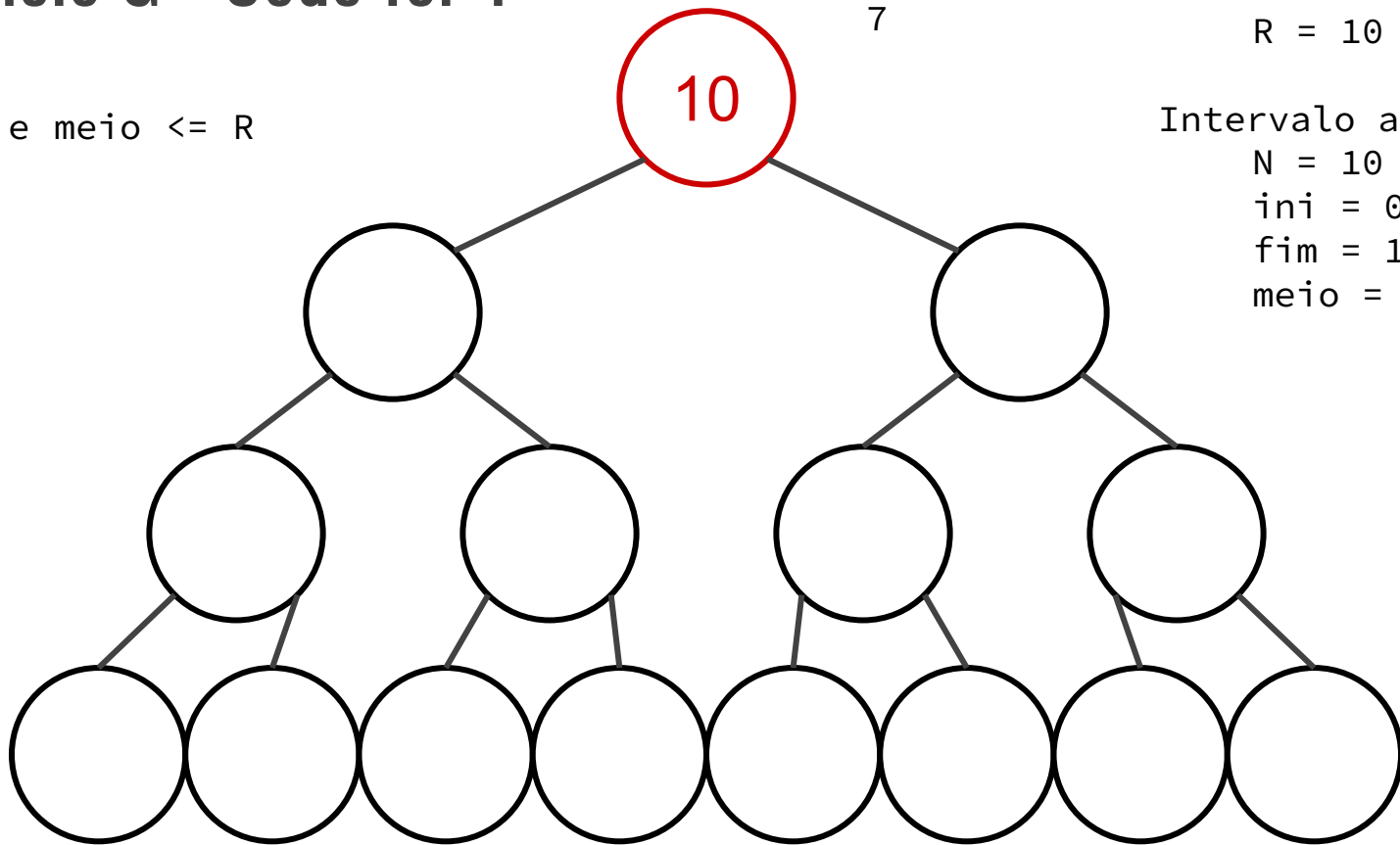
ini = 0

fim = 14

meio = 7

Exercício G - Code for 1

meio \geq L e meio \leq R
? **SIM!**



Resp = 0

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 10

ini = 0

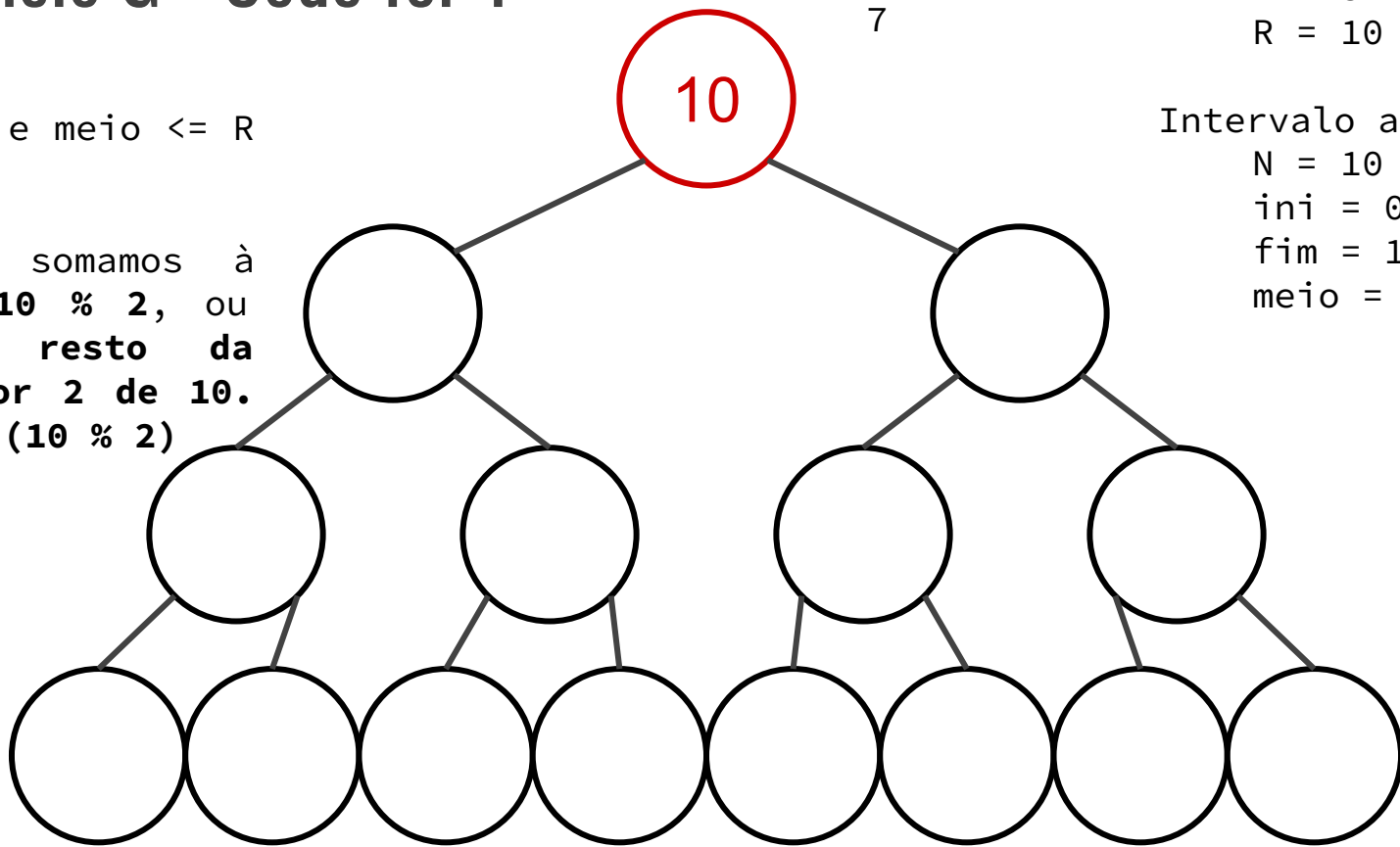
fim = 14

meio = 7

Exercício G - Code for 1

meio \geq L e meio \leq R
? **SIM!**

Portanto, somamos à
resposta **10 % 2**, ou
seja, o **resto da
divisão por 2 de 10**.
Resp += 0 (10 % 2)



Resp = 0

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

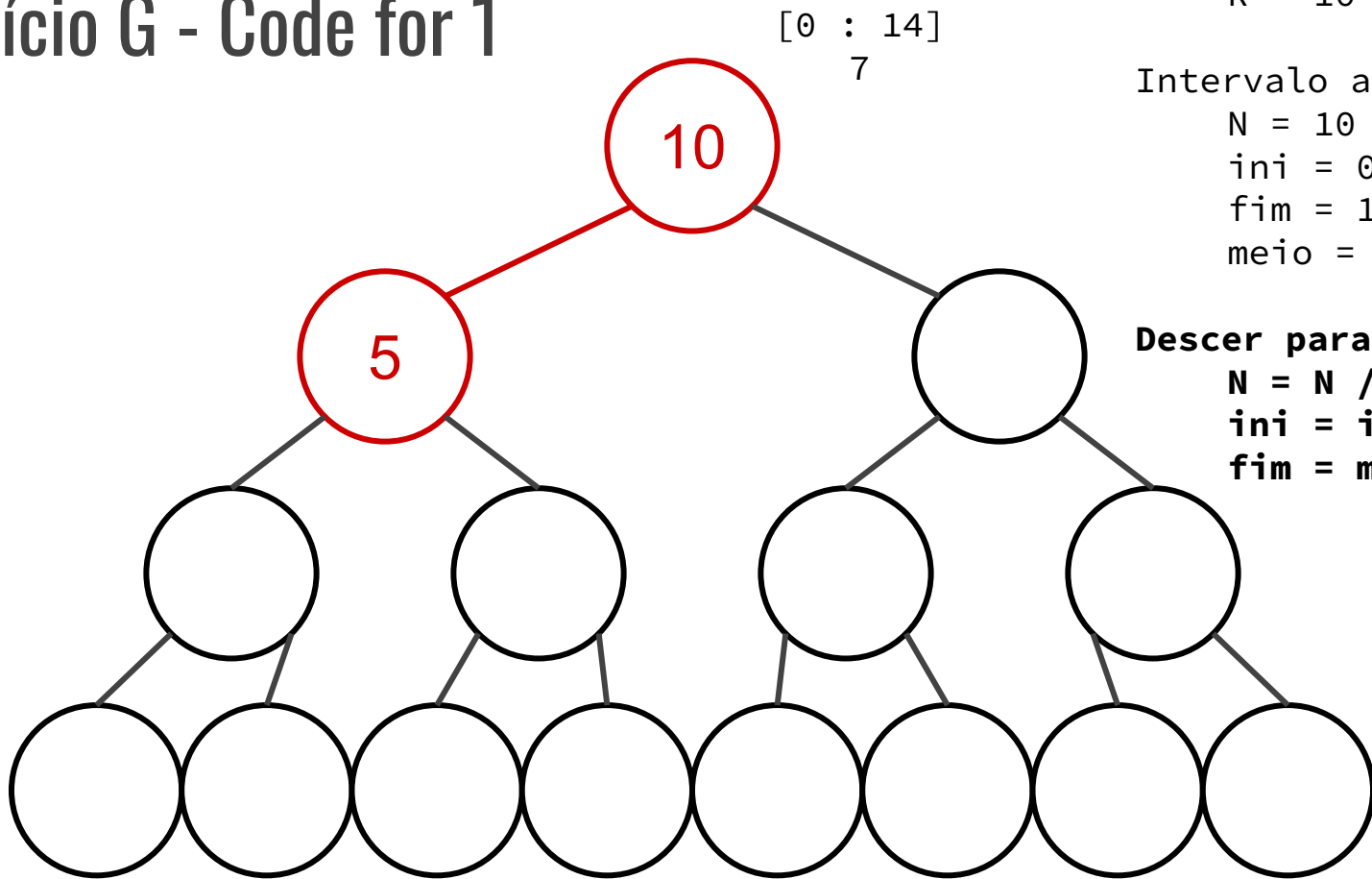
N = 10

ini = 0

fim = 14

meio = 7

Exercício G - Code for 1



Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 10$

$ini = 0$

$fim = 14$

$meio = 7$

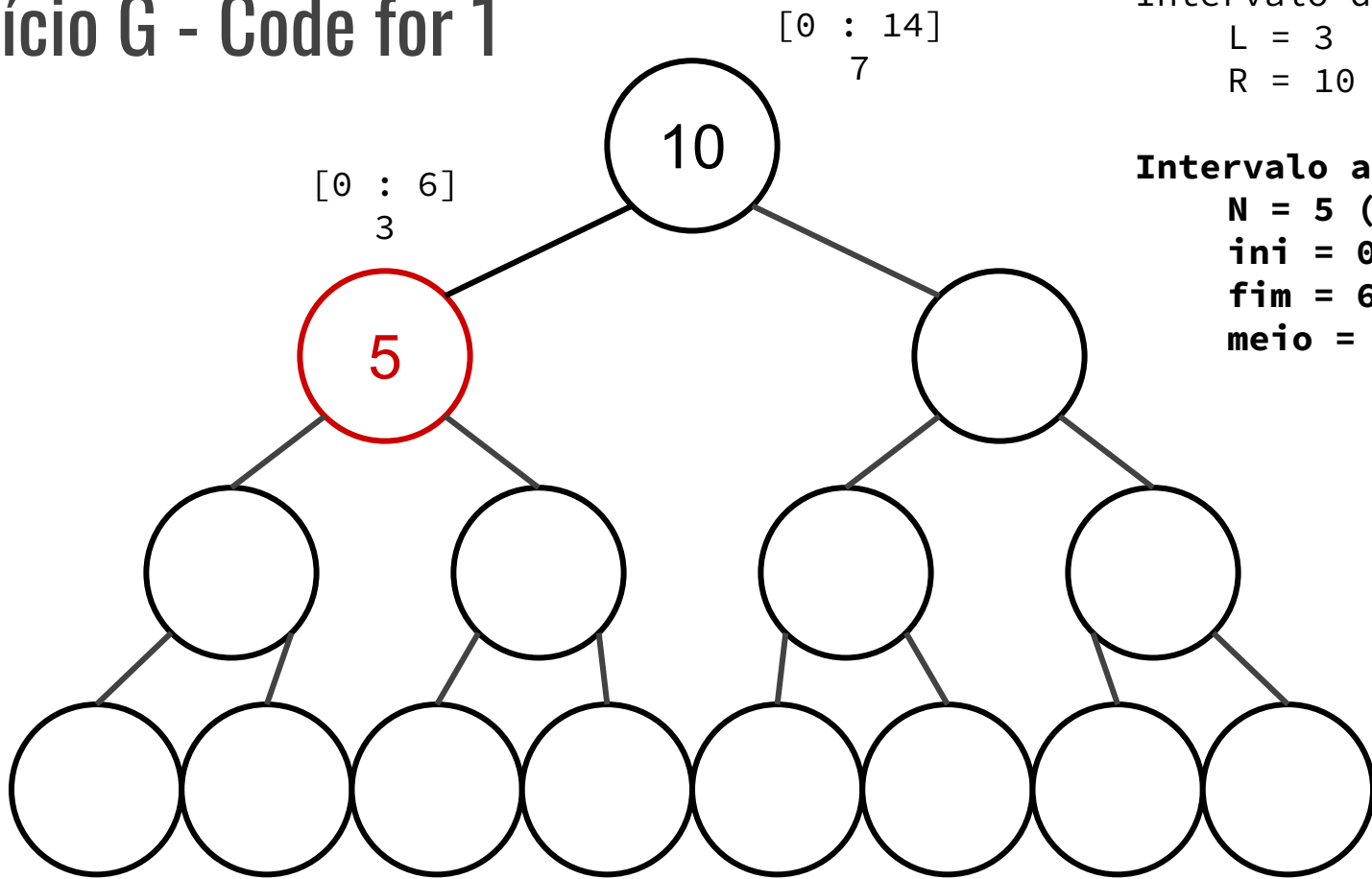
Descer para esquerda:

$N = N / 2$

$ini = ini$

$fim = meio - 1$

Exercício G - Code for 1



Resp = 0

Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 5 (10 / 2)$

$ini = 0$

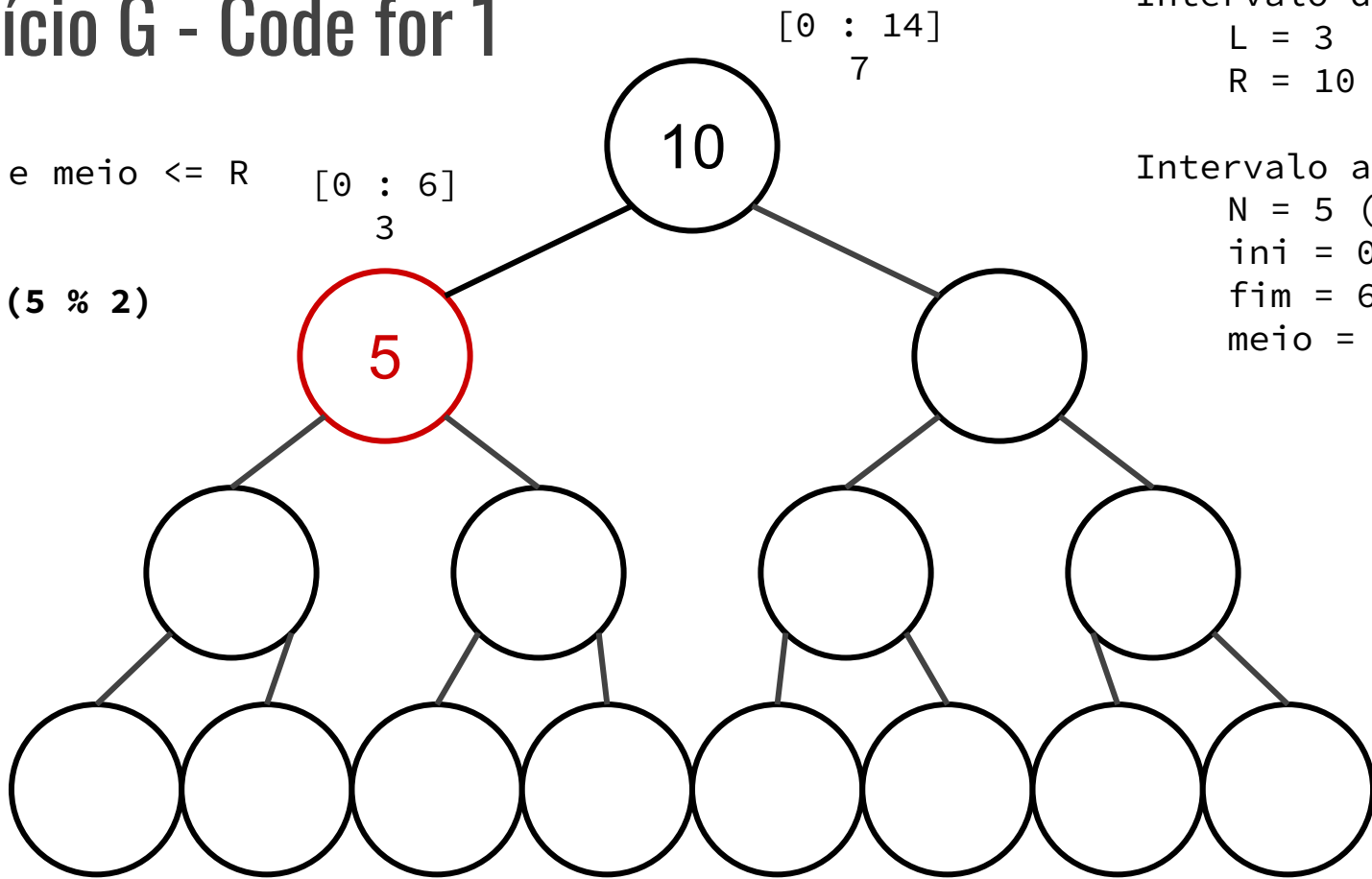
$fim = 6 (7 - 1)$

$meio = 3$

Exercício G - Code for 1

meio \geq L e meio \leq R
? **SIM!**

Resp += 1 (5 % 2)



Resp = 1

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

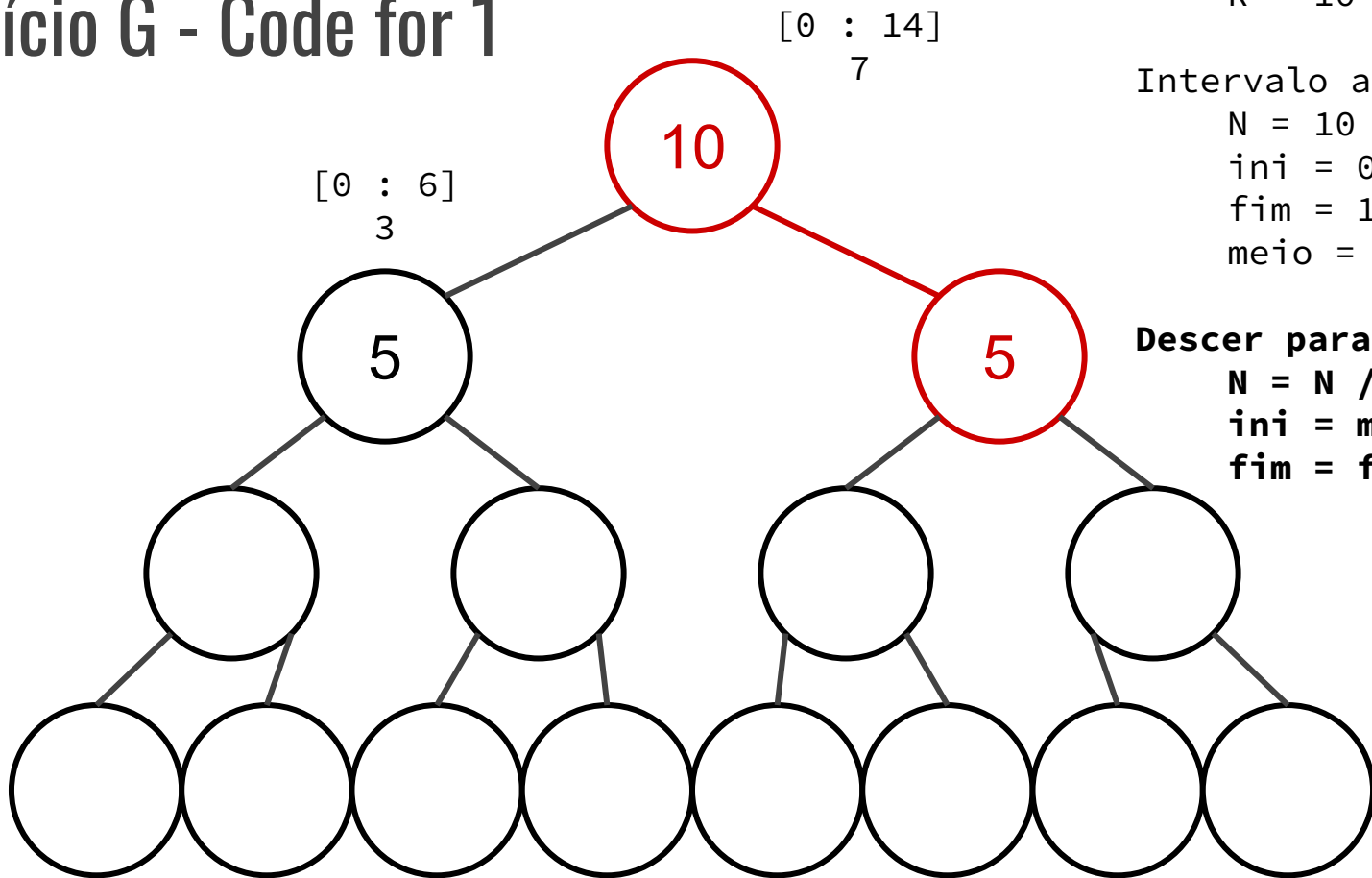
N = 5 (10 / 2)

ini = 0

fim = 6 (7 - 1)

meio = 3

Exercício G - Code for 1



Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 10$

$ini = 0$

$fim = 14$

$meio = 7$

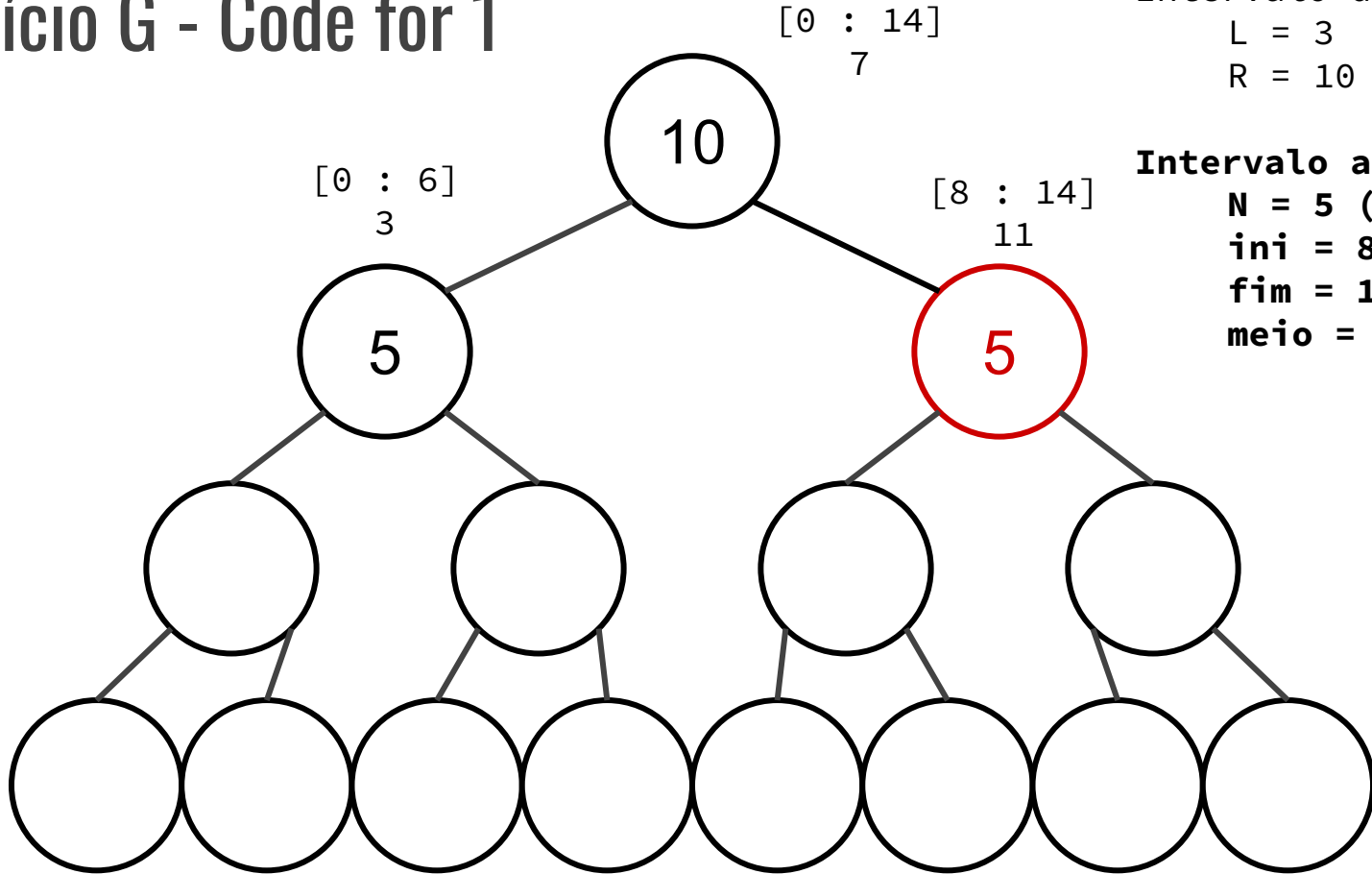
Descer para direita:

$N = N / 2$

$ini = meio + 1$

$fim = fim$

Exercício G - Code for 1



Resp = 2

Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 5 \ (10 / 2)$

$ini = 8 \ (7 + 1)$

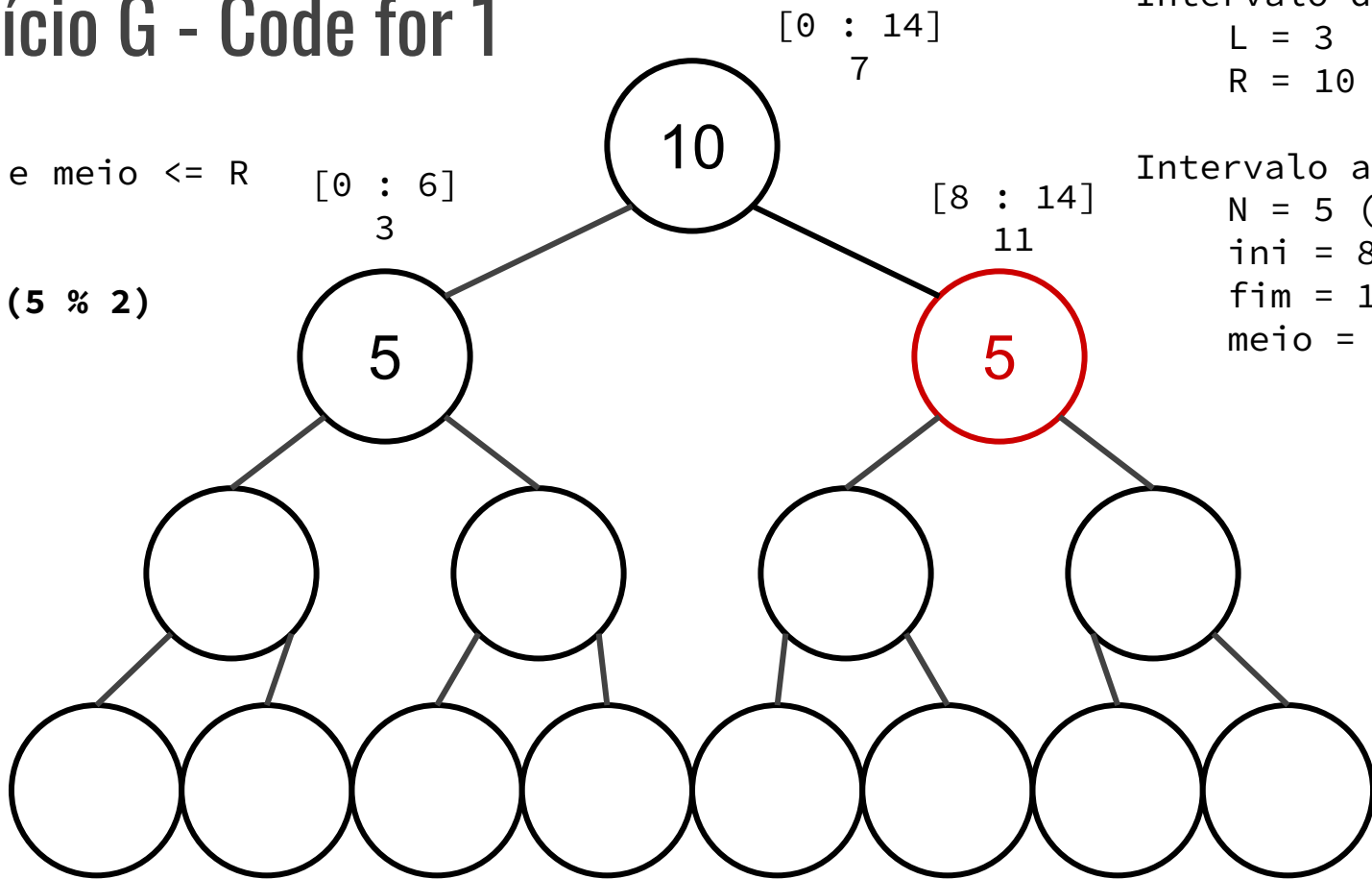
$fim = 14$

$meio = 11$

Exercício G - Code for 1

meio \geq L e meio \leq R
? **NÃO!**

Resp += 1 (5 % 2)



Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 5 (10 / 2)

ini = 8 (7 + 1)

fim = 14

meio = 11

Exercício G - Code for 1

Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

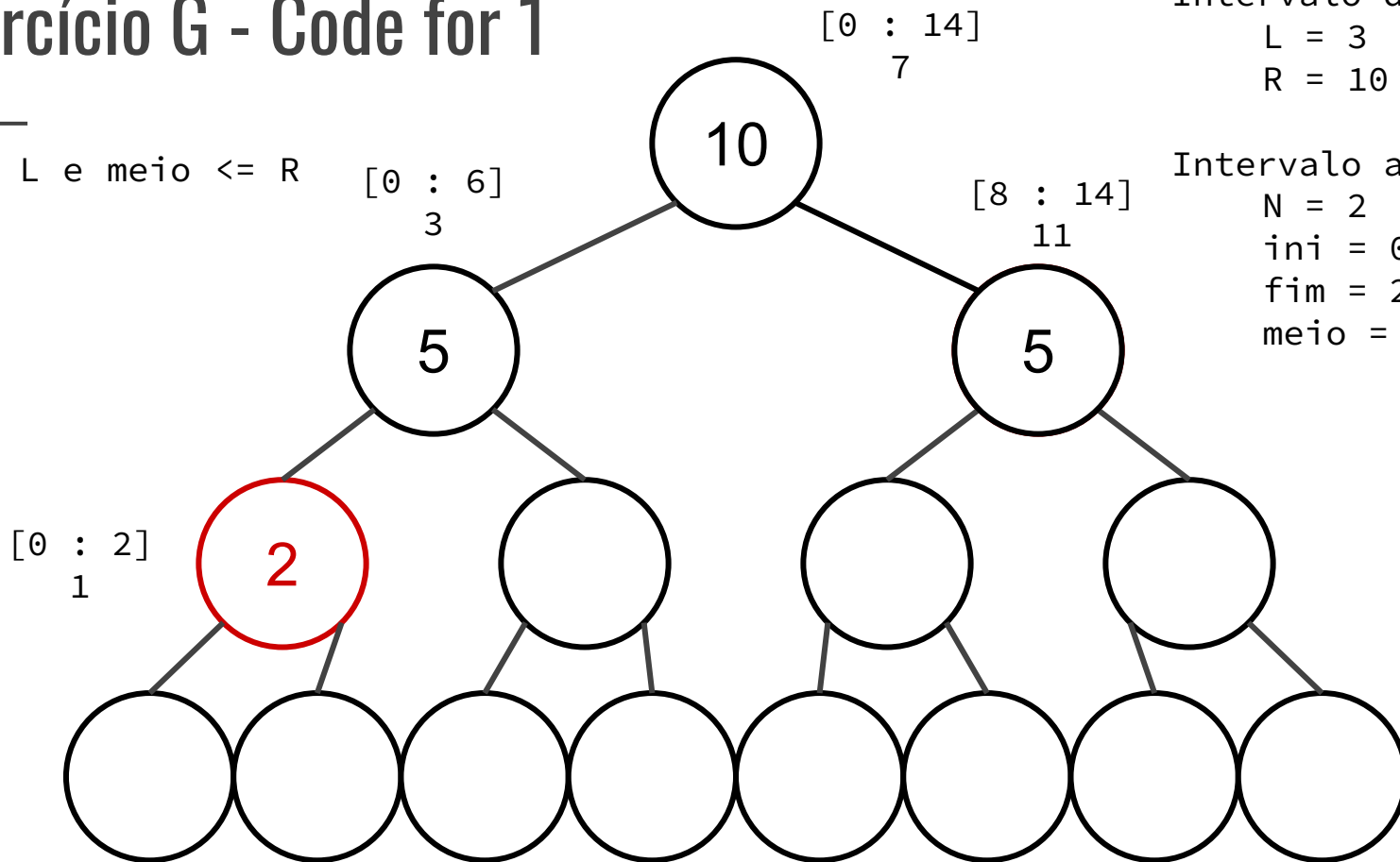
N = 2

ini = 0

fim = 2

meio = 1

meio >= L e meio <= R
?



Exercício G - Code for 1

Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

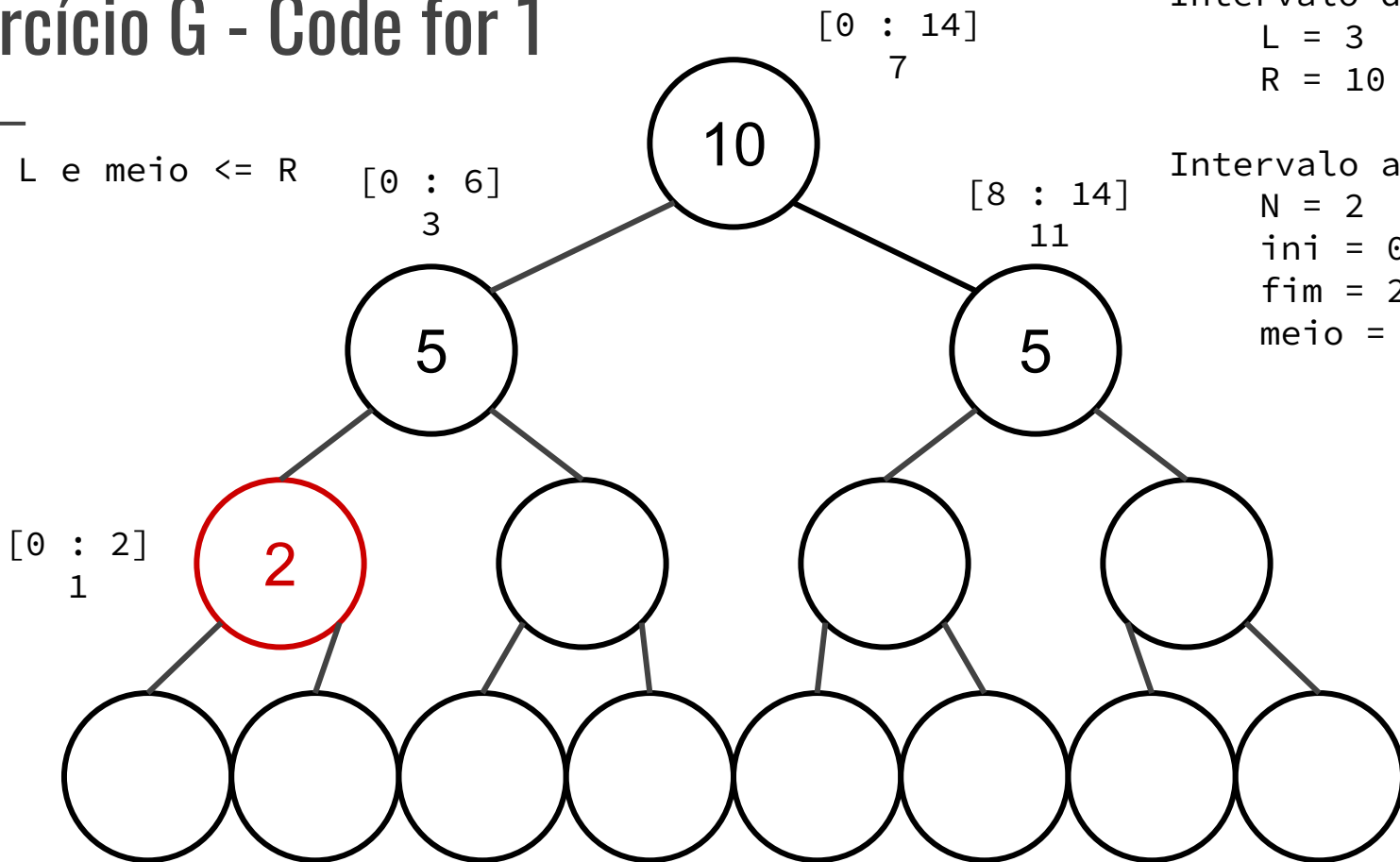
N = 2

ini = 0

fim = 2

meio = 1

meio \geq L e meio \leq R
? NÃO...



Exercício G - Code for 1

Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

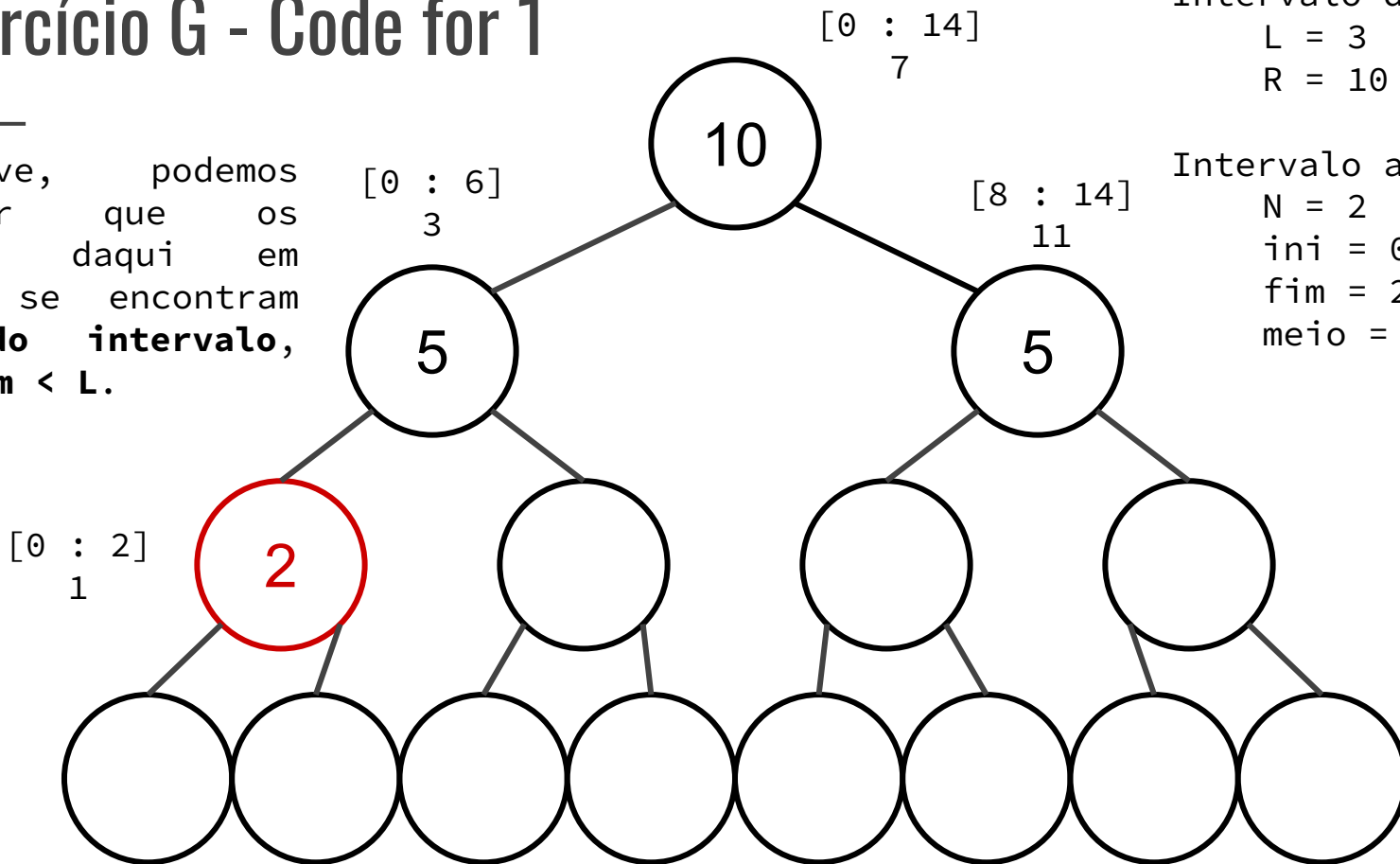
N = 2

ini = 0

fim = 2

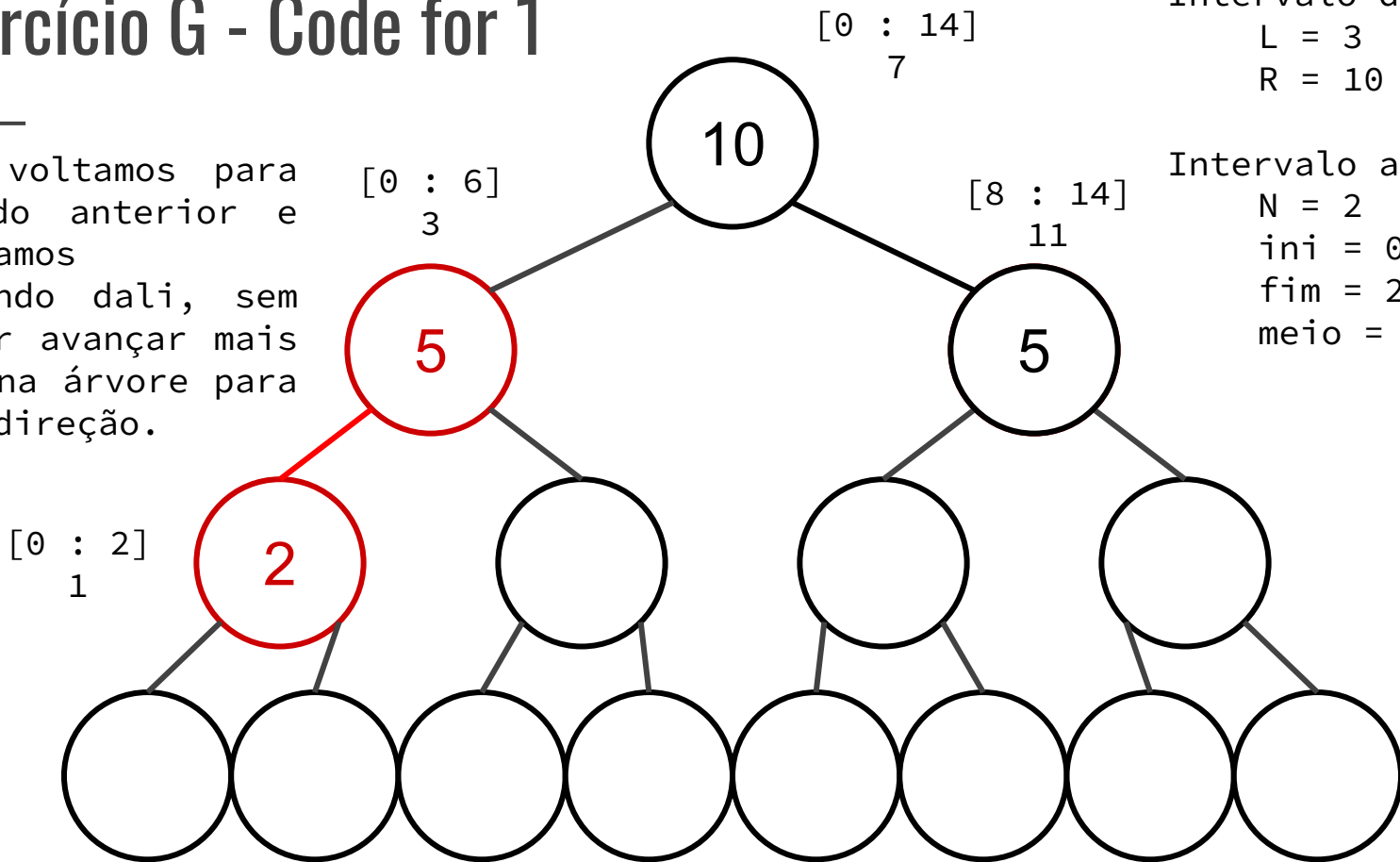
meio = 1

Inclusive, podemos
perceber que os
valores daqui em
diante se encontram
fora do intervalo,
pois **fim < L.**



Exercício G - Code for 1

Assim, voltamos para o estado anterior e continuamos explorando dali, sem precisar avançar mais abaixo na árvore para aquela direção.



Resp = 2

Intervalo dado:

$L = 3$

$R = 10$

Intervalo atual:

$N = 2$

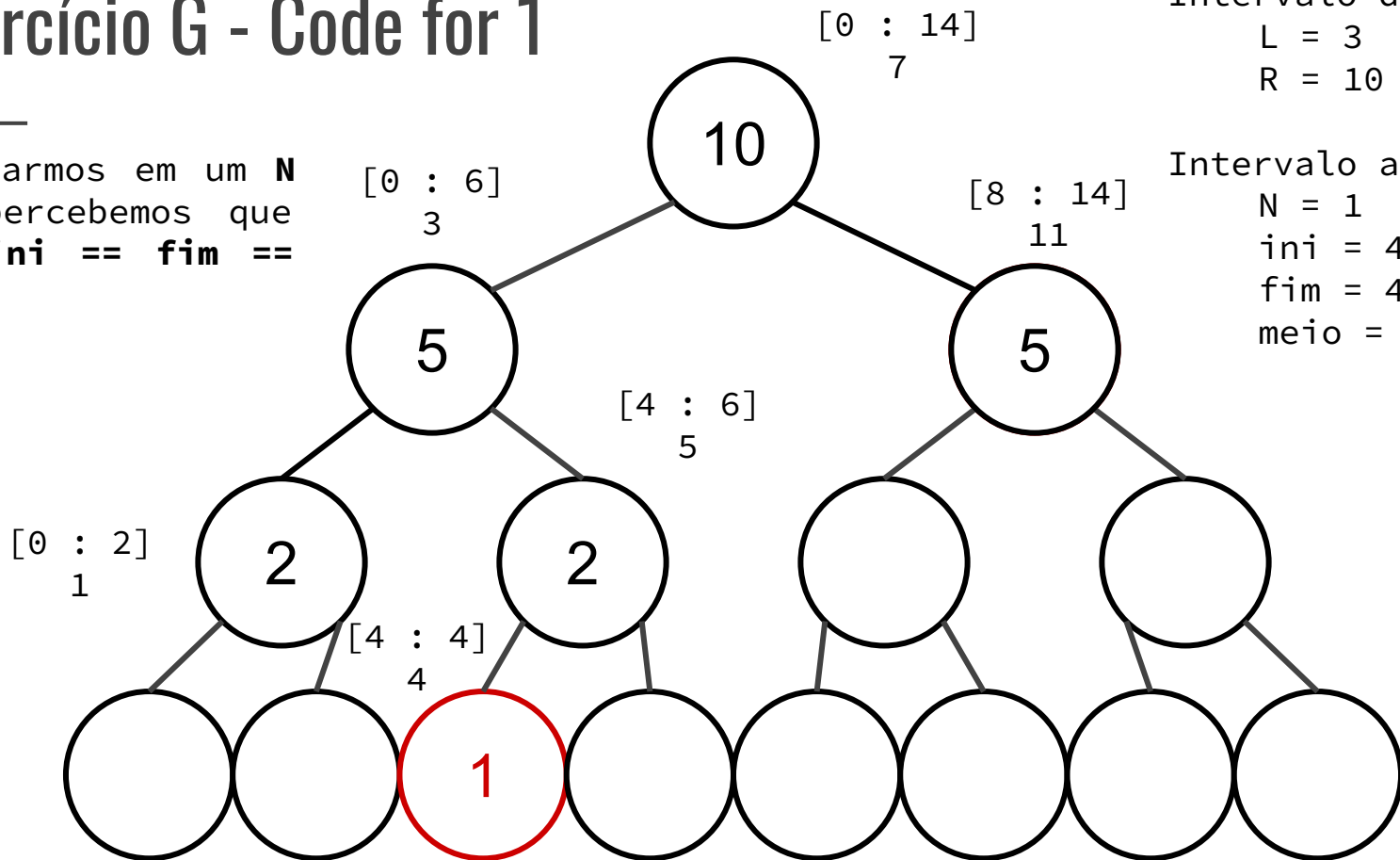
$ini = 0$

$fim = 2$

$meio = 1$

Exercício G - Code for 1

Se chegarmos em um **N**
= **1**, percebemos que
nosso **ini == fim ==**
meio.



Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 1

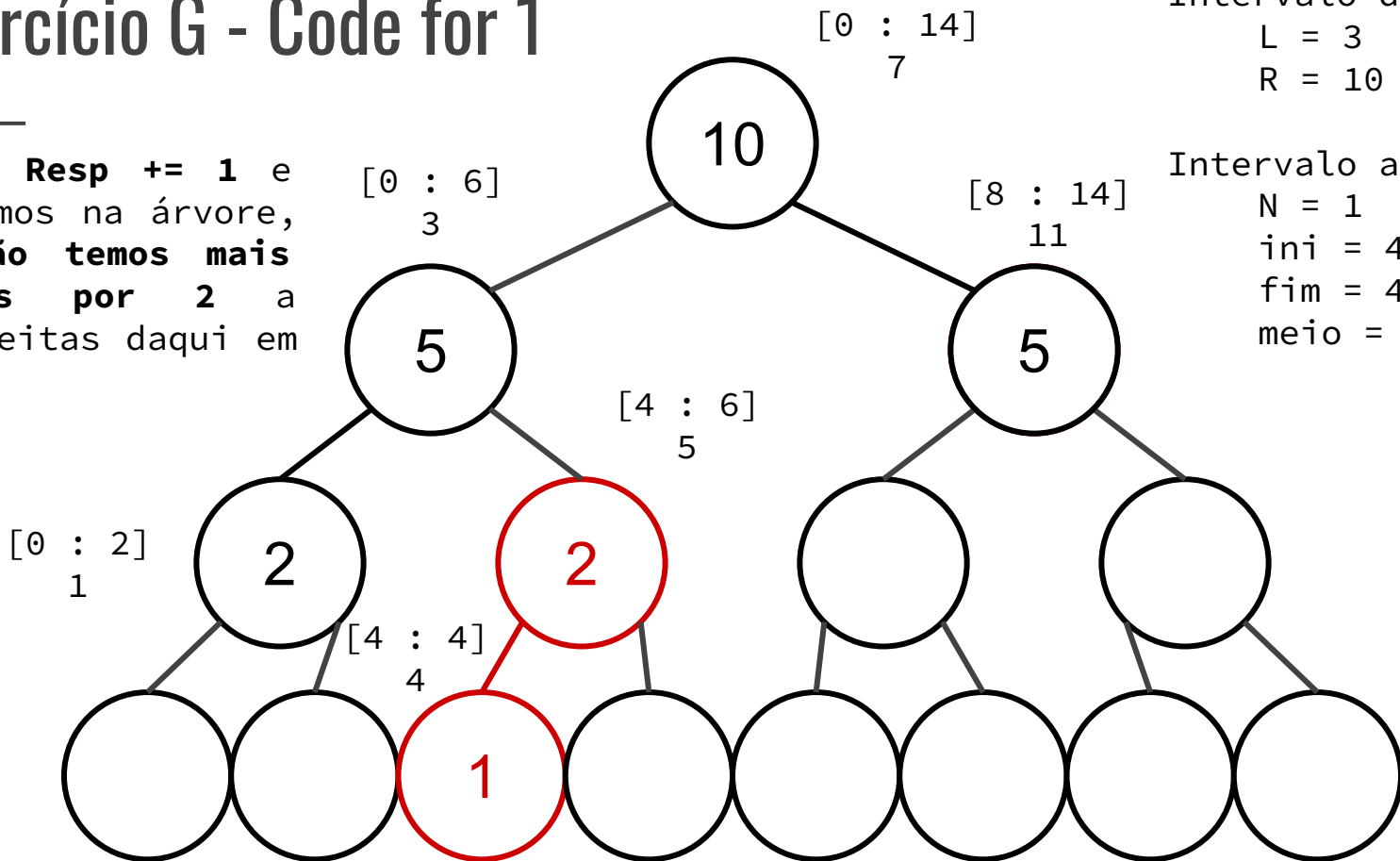
ini = 4

fim = 4

meio = 4

Exercício G - Code for 1

Somamos **Resp += 1** e retornamos na árvore, pois **não temos mais divisões por 2** a serem feitas daqui em diante.



Resp = 2

Intervalo dado:

L = 3

R = 10

Intervalo atual:

N = 1

ini = 4

fim = 4

meio = 4

Exercício G - Code for 1

— — —

```
int main() {
    ll n;
    cin >> n >> l >> r;
    ll i = 1;
    ll cont = 0;
    while(i <= n) {
        i*=2;
        cont++;
    }
    ll fim = (1LL << cont) - 1LL;
    ll ini = 1LL;
    cout << func((fim+1)/2, ini, fim, n) <<
    "\n";

    return 0;
}
```

Exercício G - Code for 1

```
int main() {
    ll n;
    cin >> n >> l >> r;
    ll i = 1;
    ll cont = 0;
    while(i <= n) {
        i*=2;
        cont++;
    }
    ll fim = (1LL << cont) - 1LL;
    ll ini = 1LL;
    cout << func((fim+1)/2, ini, fim, n) <<
    "\n";

    return 0;
}
```

```
ll func(ll pos, ll ini, ll fim, ll val) {
    if(ini > r || fim < l || val == 0) return
    0;

    if(val == 1) {
        if(pos < l || pos > r) return 0;
        return 1;
    }

    ll pos1 = (pos+ini-1LL)/2LL;
    ll pos2 = (fim+pos+1LL)/2LL;

    ll soma = 0;
    if(val&1 && pos >= l && pos <= r) soma++;
    soma += func(pos1, ini, pos-1LL, val/2LL)
+ func(pos2, pos+1LL, fim, val/2LL);
    return soma;
}
```

Exercício G - Code for 1

```
int main() {
    ll n;
    cin >> n >> l >> r;
    ll i = 1;
    ll cont = 0;
    while(i <= n) {
        i*=2;
        cont++;
    }
    ll fim = (1LL << cont) - 1LL;
    ll ini = 1LL;
    cout << func((fim+1)/2, ini, fim, n) <<
    "\n";

    return 0;
}
```



```
ll func(ll pos, ll ini, ll fim, ll val) {
    if(ini > r || fim < l || val == 0) return
    0;

    if(val == 1) {
        if(pos < l || pos > r) return 0;
        return 1;
    }

    ll pos1 = (pos+ini-1LL)/2LL;
    ll pos2 = (fim+pos+1LL)/2LL;

    ll soma = 0;
    if(val&1 && pos >= l && pos <= r) soma++;
    soma += func(pos1, ini, pos-1LL, val/2LL)
+ func(pos2, pos+1LL, fim, val/2LL);
    return soma;
}
```