

PD com Bitmask: And Reachability

Laboratório de Programação Competitiva - 2020

Pedro Henrique Paiola

And Reachability (CodeForces 1169E)

- Considere um vetor de inteiros a_1, a_2, \dots, a_n
- Dado um par (x,y) em q $x < y$, determinar se existe uma sequência de índices p , tal que $x = p_1 < p_2 < \dots < p_k = y$ e $a[p_i] \& a[p_{i+1}] > 0$ para todo $1 \leq i < k$.

1	3	0	2	1
---	---	---	---	---

- Exemplo: $p = [1 \ 2 \ 4]$

$$1 \ \& \ 3 = 1 > 0$$

$$3 \ \& \ 2 = 2 > 0$$

And Reachability (CodeForces 1169E)

- Primeiro, vamos computar para cada bit k , a sequência de elementos alcançáveis através daquele bit.
 - Se dois elementos $a[i]$ e $a[j]$, $j > i$, possuem o bit k ligado, então j é alcançável por i .

1	3	0	2	1
01	11	00	10	01

Bit 0: 1, 2, 5

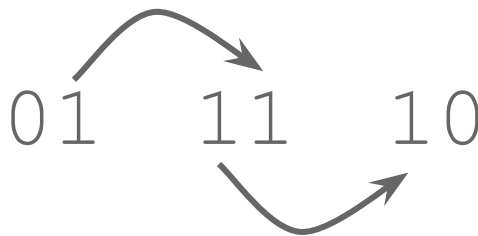
Bit 1: 2, 4

And Reachability (CodeForces 1169E)

$$prox[i][k] = \begin{cases} \min\{j | j > i \wedge k \in a_j\} & \text{se } k \in a_i \wedge \exists j \\ i & \text{se } k \in a_i \\ MAX & \text{caso contrário} \end{cases}$$

And Reachability (CodeForces 1169E)

- Agora para saber se um número é alcançável por outro, precisamos considerar os alcances “indiretos”.
- Por exemplo, na sequência $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ temos que o 2 é alcançável pelo 1, mas não diretamente. O 3 é alcançável pelo 1 pelo bit 0 e o 2 é alcançável pelo 3 pelo bit 1.



And Reachability (CodeForces 1169E)

- Então, para cada posição i e bit k , computaremos o menor x tal que $a[x]$ contém o bit k e é alcançável por i .
- Veja que agora não precisamos que $a[i]$ tenha o bit k ligado, pois estamos considerando que $a[x]$ pode ser alcançado indiretamente.

And Reachability (CodeForces 1169E)

$$dp[i][k] = \begin{cases} \min\{prox[i][j] | k \in a_{prox[i][j]}, \\ dp[prox[i][j]][k], \forall j \in a_i\} \\ MAX \end{cases}$$

caso não encontre posição alcançável

And Reachability (CodeForces 1169E)

- Por fim, para cada consulta (x,y) , verificamos para cada bit k setado em y se $dp[x][k] \leq y$.
- Se $dp[x][k] \leq y$, então a partir de x conseguimos alcançar algum elemento anterior a y (ou o próprio y) que possui o bit k ligado. A partir deste elemento, podemos alcançar y diretamente, que também possui o bit k ligado.