Universidade de Aveiro

Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática

Compiladores

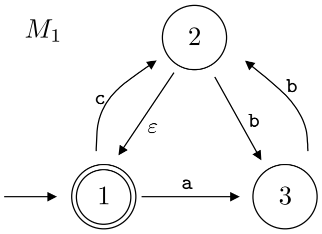
Exame teórico 1 modelo

NºMec: **Nome:**

---

1. Sobre o alfabeto $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, considere a linguagem L_1, definida pelo autómato finito M_1, a linguagem L_2, definida pela gramática regular G_2 (cujo símbolo inicial é S_2), e a linguagem L_3.

M_1



$$S_2 \to a\,X$$
$$X \to b \mid b\,c\,b\,X \mid b\,S_2$$

$$L_3 = \{ab(c)^m(bb)^n \;:\; m > 0 \wedge n \geq 0\}$$

(a) Das seguintes afirmações, assinale as verdadeiras.

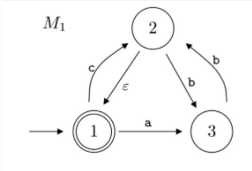
- [x] $ab \in L_1$
- [ ] $cabb \in L_1$
- [x] $abab \in L_1$
- [x] $abcbb \in L_1$

(b) Considerando que $L(e)$ representa a linguagem descrita pela expressão regular e, das seguintes afirmações, assinale as verdadeiras.

- [ ] $L_3 \subseteq L(abcc^*bb^*)$
- [x] $L_3 \subseteq L(abcc^*(bb)^*)$
- [x] $L_3 \subseteq L(abc^*(bb)^*)$
- [x] $L_3 \subseteq L(abc(c|bb)^*)$

(c) Das seguintes gramáticas, assinale aquela(s) que simultaneamente seja(m) regular(es) e represente(m) a linguagem L_3.

- [ ] $S \to a\,b\,C\,B$; $C \to c \mid c\,C$; $B \to \varepsilon \mid b\,b\,B$
- [ ] $S \to a\,b\,c\,C$; $C \to c\,B \mid c\,C$; $B \to \varepsilon \mid b\,b\,B$
- [x] $S \to a\,b\,c\,C$; $C \to B \mid c\,C$; $B \to \varepsilon \mid b\,b\,B$
- [ ] $S \to a\,b\,C$; $C \to B \mid c\,C$; $B \to \varepsilon \mid b\,b\,B$



(d) Determine um autómatos finito determinista equivalente a M_1.

Área de resposta

Seja M esse AFD. $M = (A, Q, q_0, \delta_0, F)$ e $M_1 = (A, Q_1, q_1, \delta_1, F_1)$

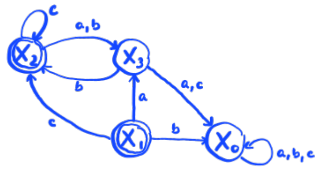
Estados alcançáveis !

$$\begin{cases} X_0 = \{\} \text{ (estado de morte)} \\ X_1 = \{1\} \\ X_2 = \{1,2\} \\ X_3 = \{3\} \end{cases}$$

$\delta_0 : Q \times A \longrightarrow Q$

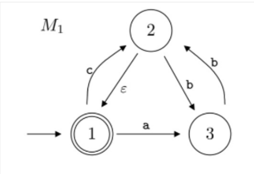
	a	b	c
X_0	X_0	X_0	X_0
X_1	X_3	X_0	X_2
X_2	X_3	X_3	X_2
X_3	X_0	X_2	X_0

Assim, graficamente:



Assim, $Q = \{X_0, X_1, X_2, X_3\}$, $F = \{X_1, X_2\}$, $q_0 = X_1$

(e) Obtenha um **autómato finito**, determinista ou não determinista, mas **não generalizado**, que reconheça a linguagem $L_5 = L_1 \cdot L_2$. Apresente os passos intermédios e/ou o raciocínio adequados para justificar a sua resposta.



$S_2 \to a\,X$
$X \to b \mid b\,c\,b\,X \mid b\,S_2$

Área de resposta

Assumindo, que L_1 e L_2 são representados por $M_1 = (A, Q_1, q_1, \delta_1, F_1)$ e $M_2 = (A, Q_2, q_2, \delta_2, F_2)$ respetivamente.

O AFND M_5 que representa $L_5 = L_1 \cdot L_2$ será: $M_5 = (A, Q_1 \cup Q_2, q_1, \delta_1 \cup \delta_2 \cup (F_1 \times \{\varepsilon\} \times \{q_2\}), F_2)$

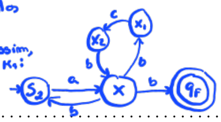
Determinar M_2:

$S_2 \to aX$
$X \to b \mid bcbX \mid bS_2$

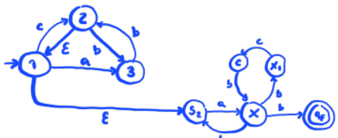
⇓ reduzindo para elementos primitivos...

$S_2 \to aX$
$X \to b \mid bX_1 \mid bS_2$
$X_1 \to cX_2$
$X_2 \to bX$

$\Rightarrow$ Assim, M_2:



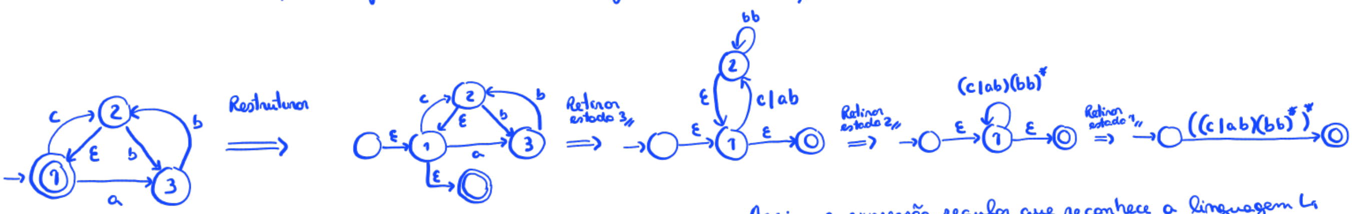
Assim, M_5 graficamente:



(f) Obtenha uma **expressão regular** que reconheça a linguagem L_1. Apresente os passos intermédios e/ou o raciocínio adequados para justificar a sua resposta.

Área de resposta

Tendo M_1 irei transformá-lo em um AFG reduzido: $\rightarrow\bigcirc \xrightarrow{e} \circledcirc$, onde e é a ER pedida.



Assim, a expressão regular que reconhece a linguagem L_1 é $((c|ab)(bb)^*)^*$

(g) Mostre que $L_3 \subset L_1$. (Note que se trata do subconjunto em sentido estrito ($\subset$) e não em sentido lato ($\subseteq$).) Apresente os passos intermédios e/ou o raciocínio adequados para justificar a sua resposta.

Área de resposta

$\boxed{\text{Se } \forall x \in L_3 : x \in L_1 \text{ e } \exists x \in L_1 : x \notin L_3 \text{ então } L_3 \subset L_1}$

• $\forall x \in L_3 : x \in L_1 \iff 1 \xrightarrow{ab(c)^m(bb)^n} 1$, $m > 0 \wedge n \geq 0$
← Em M_1, que representa L_1!

Assim, basta mostrar que:
$$\underbrace{1 \xrightarrow{ab} 2}_{①} \underbrace{\xrightarrow{(c)^m} 2}_{②} \underbrace{\xrightarrow{(bb)^n} 1}_{③}$$

① é verdade pois existe o caminho: $1 \xrightarrow{a} 3 \xrightarrow{b} 2$

② é verdade pois: $(c)^1 = c$

$\boxed{2 \xrightarrow{c} 2 \equiv 2 \xrightarrow{\varepsilon} 1 \xrightarrow{c} 2}$ e $\underbrace{2 \xrightarrow{(c)^m} 2}_{\text{Assumindo a hipótese}} \Rightarrow 2 \xrightarrow{(c)^{m+1}} 2 \equiv 2 \xrightarrow{\varepsilon c (c)^m} 2$
Caso inicial verdadeiro ($m = 1$)
$\equiv \underbrace{2 \xrightarrow{\varepsilon} 1 \xrightarrow{c} 2}_{\text{Existe o caminho}} \underbrace{\xrightarrow{(c)^m} 2}_{\text{Verdadeiro por hipótese}}$

Ou seja, por indução matemática:
$2 \xrightarrow{(c)^m} 2$, $m > 0$

③ é verdadeiro pois: $(bb)^0 = \varepsilon$

$\boxed{2 \xrightarrow{\varepsilon} 1}$ e $\underbrace{2 \xrightarrow{(bb)^n} 1}_{\text{Assumindo a hipótese}} \Rightarrow 2 \xrightarrow{(bb)^{n+1}} 1$
Caso inicial verdadeiro ($n = 0$)
$\equiv 2 \xrightarrow{bb(bb)^n} 1$
$\equiv 2 \xrightarrow{b} 3 \xrightarrow{b} 2 \xrightarrow{(bb)^n} 1$

• $\exists x \in L_1 : x \notin L_3$, é verdade por por exemplo: ($u_0 = \varepsilon$)

Em L_1: $1 \xrightarrow{\varepsilon} 1$, ou seja $\varepsilon \in L_1$

E em $L_3 = \{ab(c)^m(bb)^n, \; m > 0 \wedge n \geq 0\}$ a menor palavra representada é (para $m = 1$ e $n = 0$): $\boxed{u_1 = abc}$, onde $|u_0| < |u_1|$

Ou seja, $\varepsilon \notin L_3 \Rightarrow \exists x \in L_1 : x \notin L_3$

Ou seja, por indução matemática:
$2 \xrightarrow{(bb)^n} 1$, $n \geq 0$

Assim, sendo ①, ②, ③ verdadeiro $\Rightarrow \forall x \in L_3 : x \in L_1$
e como $\exists x \in L_1 : x \notin L_3 \Rightarrow \boxed{L_3 \subset L_1}$

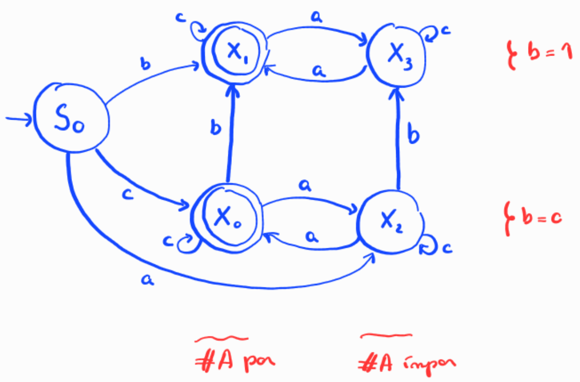
c.q.m. □

2. Sobre o alfabeto $A = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, considere a linguagem

$$R = \{\, \omega \in A^* \;:\; |\omega| \geq 1 \;\wedge\; \#(\mathtt{a}, \omega) \text{ é par } \wedge\; \#(\mathtt{b}, \omega) < 2 \,\}.$$

onde $|\omega|$ representa o número de letras da palavra ω e $\#(\mathtt{x}, \omega)$ é uma função que devolve o número de ocorrências da letra $\mathtt{x}$ em ω.

(.) Projete um autómato finito, determinista ou não determinista, mas não generalizado, que reconheça a linguagem R.



Nota:

✓ X_0 - # a é par e # b = 0

✓ X_1 - # a é par e # b = 1

X_2 - # a é impar e # b = 0

X_3 - # a é impar e # b = 1