



SOLUÇÕES DA FICHA DE EXERCÍCIOS 1

1. (a) $f^{-1}: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}; \quad CD_{f^{-1}} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$x \mapsto \frac{1}{x} - 1;$$
(b) $f^{-1}:]2, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}; \quad CD_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

$$x \mapsto -1 + \ln(x - 2)$$
(c) $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad CD_{f^{-1}} =]-\infty, 2[$

$$x \mapsto 2 - 3^x$$
(d) $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad CD_{f^{-1}} = \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^3 - 1$$
2. (a) —; (b) $f^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), D_{f^{-1}} = \mathbb{R};$ (c) $g|_{\mathbb{R}_0^+}, CD_{g|_{\mathbb{R}_0^+}} = CD_g = [1, +\infty[.$
3. (a) $\frac{\sqrt{3}}{2};$ (b) $\frac{\pi}{2};$ (c) $-\frac{1}{2};$ (d) $\frac{\sqrt{3}}{2};$ (e) $\frac{5}{12};$ (f) $-\frac{7}{25};$ (g) $\frac{1}{2};$ (h) $\frac{\pi}{4};$ (i) 0.
4. (a) $\mathcal{D}_{f^{-1}} = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} = [-\pi, 0]; \quad f^{-1}(y) = \arcsen(2y) - \frac{\pi}{2};$
(b) $\mathcal{D}_{f^{-1}} = [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} = [0, 2]; \quad f^{-1}(y) = 1 - \sen\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{3y}{2}\right);$
(c) $\mathcal{D}_{f^{-1}} = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} =]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[; \quad f^{-1}(y) = 2 - \frac{\pi}{\arctg y};$
(d) $\mathcal{D}_{f^{-1}} = [-\frac{\pi}{2}, \pi]; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} = [-4, -3]; \quad f^{-1}(y) = \cos^2\left(\frac{y + \frac{\pi}{2}}{3}\right) - 4;$
(e) $\mathcal{D}_{f^{-1}} =]-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} = \mathbb{R}; \quad f^{-1}(y) = 2\text{tg}\left(\frac{\pi - y}{3}\right) + 1;$
(f) $\mathcal{D}_{f^{-1}} =]0, \pi[; \quad \mathcal{CD}_{f^{-1}} =]-1, +\infty[; \quad f^{-1}(y) = e^{\cotg y} - 1.$
5. $(f^{-1})'(-3) = \frac{1}{54}.$
6. $(f^{-1})'(2) = 1.$
7. (a) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}};$ (b) $-1.$
8. (a) $f'(x) = \frac{4}{3\sqrt[3]{2x-1}}, D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\};$ (b) $f'(x) = 2xe^{x^2}(1+x^2), D_{f'} = \mathbb{R};$
(c) $f'(x) = \frac{-2\sen(\log_2(x^2))}{x \ln 2}, D_{f'} = \mathbb{R} \setminus \{0\};$ (d) $f'(x) = \frac{1-x^2(2\ln x+1)}{x}, D_{f'} = \mathbb{R}^+;$
(e) $f'(x) = 2x \arctg x + 1, D_{f'} = \mathbb{R};$ (f) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}, D_{f'} =]0, 1[;$
9. (a) $\frac{-12x^2 \cos(4x^3)}{1 + \sen^2(4x^3)};$ (b) $\frac{-2}{x\sqrt{x^4-1}} = \frac{-2\sqrt{x^4-1}}{x^5-x^2};$ (c) $\frac{e^x}{\sqrt{2e^x-e^{2x}}};$ (d) $\frac{1}{x(2+\ln^2 x + \ln(x^2))}.$
10. —
11. —
12. —
13. f tem um zero em $]0, 1[$, um em $]1, 2[$ e outro em $] -1, 0[.$
14. —
15. Verdadeira.

16. (a) Sugestão: Considere a função $f(x) = \arcsen x - x$ e prove que é positiva no intervalo considerado analisando o comportamento da primeira derivada; (b) —; (c) —.
17. A função f é crescente em $] - \infty, 0]$, decrescente em $[0, +\infty[$ e tem máximo $f(0) = 1$ em $x = 0$.
18. $x = 0$ é um minimizante local; $h(0) = 5$.
19. —
20. —
21. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sen x}{x + \sen x} = 1$.
22. (a) $1/9$; (b) não existe; (c) $2/3$; (d) $-1/2$; (e) -1 ; (f) 0 ; (g) 1 ; (h) 0 ; (i) 1 ; (j) e^4 ; (k) $\ln 3$; (l) 1 ; (m) e ; (n) e^{-2} ; (o) 0 .
23. (a) É contínua em \mathbb{R} ;
 (b) f não é diferenciável em $x = 0$;
 (c) $b = \frac{1}{e}$.
 (d) máximo global: 0 ; mínimo global: -5π
24. (a) f é contínua em $[0, e]$; (b) $+\infty$;
 (c) 0 é mínimo absoluto e 1 é máximo absoluto;
 (d) $CD_f = [0, 1]$.
25. (a) f é contínua em $x = 0$.
 (b) f não é diferenciável em $x = 0$.
 (c) f tem mínimo global em $x = 0$.
 (d) —
 (e) —
 (f) $g^{-1} : [0, \pi/2[\rightarrow \mathbb{R} \quad g^{-1}(x) = -\sqrt{\operatorname{tg} x}, CD_{f^{-1}} = \mathbb{R}_0^-$.
26. —
27. (a) $D_f = [0, 2]$.
 (b) —
 (c) Para justificar a existência de máximo e mínimo globais usar o Teorema de Weierstrass. Observar que $f'(x) < 0$, para todo $x \in]0, 2[$, $f(0) = \frac{\pi}{2}$ e $f(2) = \frac{-\pi}{2}$. Então o mínimo global é $\frac{-\pi}{2}$ e o máximo global é $\frac{\pi}{2}$.
 (d) $CD_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
28. —
29. —
30. (a) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$;
 (b) —
31. 1
32. f é estritamente decrescente em $] - \infty, 0[$ e em $]0, +\infty[$. A função f não tem extremos locais.
33. (a) —; (b) 10^3 ; (c) $10^{0.75} - 1$, que é aproximadamente 4.62; (d) 9.
34. (a) N é estritamente decrescente em \mathbb{R}_0^+ ;
 (b) $t = 0$ é maximizante absoluto e o máximo absoluto correspondente é $N(0) = a$;
 (c) $CD_N =]0, a]$;
 (d) 5×10^9 anos.