Integrais Impróprios

1ª Espécie: O intervalo I não é limitado mas f é limitada em qualquer subintervalo fechado em I

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx \qquad \int_{-\infty}^{0} x^3\,dx \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} e^x\,dx$$

2ª Espécie: A função f não é limitada ou não está definida em alguns pontos de I, sendo I limitado

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2}\,dx \;;\; \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x - 1}\,dx \;;\; \int_0^3 \frac{1}{x(x-3)}\,dx \;;\; \int_{-2}^{3} \frac{1}{x^2}\,dx$$

3ª Espécie: O intervalo I não é limitado e f não é limitada ou não está definida em alguns pontos de I

Mistura dos 2 primeiros

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx \;;\; \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x(x-3)} \;;\; \int_{-\infty}^{1} \ln(1-x)\,dx$$

Integrais de Dirichlet:

(1ª Espécie)

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha}\,dx = \begin{cases} \frac{1}{\alpha-1}, & \text{se } \alpha \geq 1 \Rightarrow \text{Converge} \\ +\infty, & \text{se } \alpha < 1 \Rightarrow \text{Diverge} \end{cases}$$

$$\int_0^{+\infty} e^{\beta x}\,dx = \begin{cases} -\frac{1}{\beta}, & \text{se } \beta < 0 \Rightarrow \text{Converge} \\ +\infty, & \text{se } \beta \geq 0 \Rightarrow \text{Diverge} \end{cases}$$

(2ª Espécie)

$$\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha}\,dx = \begin{cases} \text{DIV.}, & \text{se } x > 1 \\ \frac{1}{1-\alpha}, & \text{se } \alpha \in]0,1[\end{cases}$$

Séries & Integrais de Dirichlet

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha} \text{ é } \begin{cases} \text{conv.} & \text{se } \alpha > 1 \\ \text{div} & \text{se } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} \text{ é } \begin{cases} \text{conv.} & \text{se } \alpha > 1 \\ \text{div.} & \text{se } \alpha \leq 1 \end{cases}$$

Séries Geométricas

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ é } \begin{cases} \text{conv.} & \text{se } r \in]-1,1[\\ \text{div.} & \text{se } r \notin]-1,1[\end{cases}$$

$$r = \frac{a_{n+1}}{a_n}, \forall n \in \mathbb{N}$$