Ficha 1

$\boxed{1}$

a)

$$y = \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow x+1 = \frac{1}{y} \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} - 1$$

Logo, $f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 1$

$CDf^{-1} = Df = \{x \in \mathbb{R} : x+1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\begin{aligned} f^{-1} : \mathbb{R}\setminus\{0\} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f^{-1}(x) = \frac{1}{x} - 1 \end{aligned}$$

b)

$$y = 2 + e^{x+1} \Leftrightarrow e^{x+1} = y - 2 \Leftrightarrow \ln(e^{x+1}) = \ln(y-2)$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \ln(y-2) \Leftrightarrow x = \ln\underbrace{(y-2)}_{y-2>0 \to y>2} - 1$$

$CDf^{-1} = Df = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f^{-1} : \,]2,+\infty[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f^{-1}(x) = \ln(x-2) - 1 \end{aligned}$$, onde $CDf^{-1} = \mathbb{R}$

c)

$$y = \log_3(2-x) \Leftrightarrow 3^y = \cancel{3}^{\cancel{\log_3}(2-x)} \Leftrightarrow x = 2 - 3^y$$

$CDf^{-1} = Df = \{x \in \mathbb{R} : 2 - x > 0\} =]-\infty, 2[$

$Df^{-1} = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f^{-1} : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f^{-1}(x) = 2 - 3^x \end{aligned}$$, onde $CDf^{-1} =]-\infty, 2[$

d)

$$y = \sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow y = (x+1)^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow y^3 = x+1 \Leftrightarrow x = y^3 - 1$$

$CDf^{-1} = Df = \mathbb{R}$! em $\sqrt[3]{x+1}$ → $x+1$ pode ser menor que zero

$Df^{-1} = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f^{-1} : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto f^{-1}(x) = x^3 - 1 \end{aligned}$$, onde $CDf^{-1} = \mathbb{R}$

$\boxed{2}$

a)

i)

$$(\operatorname{senh}(x))' = \frac{(e^x - e^{-x})' \times \cancel{2} - 0}{2 \times \cancel{2}} = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh(x)$$

ii)

$$(\cosh(x))' = \frac{(e^x + e^{-x})' \times \cancel{2} - 0}{\cancel{2} \times 2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh(x)$$

b)

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

f é invertível sse f é bijetiva (injetiva e sobrejetiva)

- <u>Injetiva</u>:

$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{e^{x_1} - e^{-x_1}}{\cancel{2}} = \frac{e^{x_2} - e^{-x_2}}{\cancel{2}}$$

$$\Leftrightarrow e^{x_1} - (e^{x_1})^{-1} = e^{x_2} - (e^{x_2})^{-1} \Leftrightarrow e^{x_1} = e^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

Logo, f é injetiva, pois $\forall x_1, x_2 \in D_f$, se $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

- <u>Sobrejetiva</u>:

$$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \Leftrightarrow 2y = e^x - e^{-x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2y = e^x - e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow e^x - \frac{1}{e^x} - 2y = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - 1 - 2ye^x = 0$$

Seja $z = e^x$:

$$z^2 - 2yz - 1 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4}}{2} \Leftrightarrow z = \frac{\cancel{2}y \pm \cancel{2}\sqrt{y^2+1}}{\cancel{2}}$$

Logo:

$$e^x = y \pm \sqrt{y^2+1} \Leftrightarrow e^x = \underbrace{\left(y - \sqrt{y^2+1}\right)}_{<0,\text{ logo é impossível}} \vee e^x = y + \sqrt{y^2+1}$$

$$\Leftrightarrow e^x = y + \sqrt{y^2+1}$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(\underbrace{y + \sqrt{y^2+1}}_{Y \in \mathbb{R}})$$

$$f^{-1}: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto f^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$$

c)

3

a)

$$\operatorname{sen}\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$$

Não era necessário estas contas, mas valeu pela forma ☺

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$$
$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} x = \pm\sqrt{1-\cos^2 x}$$
$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}(\arccos(x)) = \pm\sqrt{1-\cos(\arccos(x))^2}$$
$$\Leftrightarrow \operatorname{sen}(\underbrace{\arccos(x)}_{\in[0,\pi]}) = \sqrt{1-x^2}$$

Como $\operatorname{sen}(\arccos x) \geq 0, \forall x \in [0,\pi]$

Logo, $\operatorname{sen}\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(...)

5

$$f(x) = 5x^7 + 6x^3 + x + 9$$

$f(-1) = -3$ e f é invertível $\Rightarrow (f^{-1})'(-3) = \dfrac{1}{f'(-1)}$

$$f'(x) = 7\times 5\times x^6 + 6\times 3x + 1$$
$$= 35x^6 + 18x + 1$$
$$f'(1) = 35 + 18 + 1 = 54$$

Logo, $(f^{-1})'(3) = \frac{1}{54}$

(...)

8

a)

$$\left(\sqrt[3]{(2x-1)^2}\right)' = (2x-1)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\times(2x-1)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{2x-1}}$$

b)

$$(x^2e^{x^2})' = 2xe^{x^2} + x^2\times 2x\times e^{x^2}$$
$$= e^{x^2}(2x + x^2\times 2x)$$
$$= 2xe^{x^2}(1+x^2)$$

c)

$$(\cos(\log_2(x^2)))' = \frac{-2x}{x^2\times\ln(2)}\sin(\log_2(x^2)) = \frac{-2\sin(\log_2(x^2))}{x\ln(2)}$$

d) $$\left((1-x^2)\ln(x)\right)' = -2x\ln x + \frac{(1-x^2)}{x}$$

e) $$\left((1+x^2)\,\text{arctg}\,x\right)' = 2x\,\text{arctg}\,x + \frac{\cancel{(1+x^2)}}{\cancel{1+x^2}} \times 1 = 2x\,\text{arctg}\,x + 1$$

f) $$\left[\text{arcsen}\left(x^{\frac{1}{2}}\right)\right]' = \frac{\frac{1}{2} \times x^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$$

$\boxed{10}$

a) • Como f é uma função por ramos em que ambos os ramos estão definidos por funções contínuas, estudamos apenas a continuidade para $x=0$.

• $f(0) = 2$
• $\lim_{x \to 0^-} f(x) = -(0^-)+1 = 1 \neq f(0)$, logo f não é contínua em $\mathbb{R}$

f é contínua em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

b)
• $\underline{x \in [-1,0[}$:

Como $f(x) = -x+1, \xRightarrow{x\in[-1,0[} f'(x) = -1 < 0$, logo f é estritamente decrescente em $x \in [-1,0[$

e como o intervalo é aberto em $x=0$, não existe um mínimo em $[-1,0[$ sendo o $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$

• $\underline{x \in [0,1]}$:

Como $f(x) = x+2, x \in [0,1] \Rightarrow f(x) = 1 > 0$, logo f é estritamente crescente em $x \in [0,1]$

logo o mínimo em $x \in [0,1]$ está definido para $x=0$

Como $f(0) = 2 < \lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$, então o intervalo $[-1,1]$ não tem mínimo global em $[-1,1]$, pois não existe mínimo em $[-1,0[$.

c) Não! Pois a função f não é contínua em $[-1,1]$ (não é contínua em $x=0$)

$\boxed{11}$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2-4x+3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16-4\times 3}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]1,3[$, logo f é estritamente decrescente em $]1,3[$

$f(1) = \cancel{1} - 6 + 9 - \cancel{1} = 3$

$f(3) = \cancel{27} - 6 \times 9 + \cancel{27} - 1 = -1$

Logo como $f(1) \cdot f(3) < 0$, pelo Teorema de Bolzano $\exists c \in]1,3[: f(c) = 0$

- Como f é estritamente decrescente em $x \in]1,3[$ concluímos que existe exatamente um c tal que $f(c)=0$ c.q.m.

12

$\boxed{a>0}$

$f(x)=x^3+ax+b=0$

$f'(x)=3x^2+a>0, \forall x \in \mathbb{R}$, logo f é estritamente crescente $\forall x \in \mathbb{R}$

Assim, não pode haver mais que uma raiz real!

17

$f(x)=e^{-x^2}$ $\quad D_f=\mathbb{R}$

$f'(x)=-2x \times \underbrace{e^{x}}_{>0}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$

$f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x<0$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow x>0$

	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	$f(0)$ M	$\searrow$	

A função f:
- é estritamente crescente em $x \in]-\infty,0]$
- é estritamente decrescente em $x \in [0,+\infty[$
- admite um Máximo absoluto em $x=0$
- não admite mínimos

$f(0)=e^0=1$

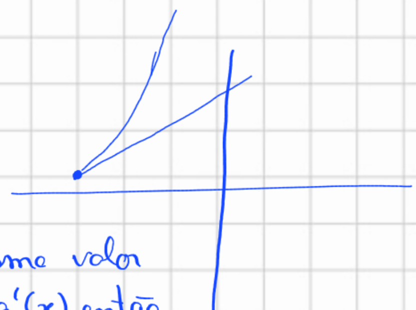
Logo, 1 é um máximo global e 0 é um maximizante global de f

19

a)

- f e g são diferenciáveis em $\mathbb{R}$
- $f'(x)>g'(x), \forall x \in \mathbb{R}$
- $f(a)=g(a)$

$\boxed{x>a}$



Como $f(a)=g(a)$ e $f'(a)>g'(x)$ significa que as funções começam do mesmo valor para $x<a$ mas como $f'(a)>g'(x)$ então f cresce mais rápidamente que g, logo $f(x)>g(x)$, $\forall x \in]a,+\infty[$

$\boxed{x<a}$

- Igual, mas como as funções intersetam-se em a e $f'(a)>g'(x)$ então $f(x)<g(x)$ para compensar o facto de f crescer mais rápido...

20

Como f admite terceira derivada em $x \in [a,b]$, então $g(x) = f''(x)$ é diferenciável em $]a,b[$

$$f(a) = f(b) = f'(a) = f'(b) = 0$$

Pelo teorema de Lagrange:

$$\exists c \in]a,b[: g'(x) = \frac{f''(b) - f''(a)}{b - a} = \frac{[f'(b)]' - [f'(a)]'}{b - a}$$

$$= \frac{0 - 0}{b - a} = 0$$

E como $g(x) = f''(x)$, logo $\boxed{\exists c \in]a,b[: f'''(c) = 0}$

21

função alternada a dividir por $+\infty$ dá igual a 0

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x - \operatorname{sen} x}{x + \operatorname{sen} x} \right) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1 - \frac{\operatorname{sen} x}{x}}{1 + \frac{\operatorname{sen} x}{x}} \right) = \frac{1}{1} = 1$$

22

a) $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{3}\right)}{x^2}$, indeterminação $\frac{0}{0}$

Utilizando a Regra de Cauchy:

R.C. $$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}^2\left(\frac{x}{3}\right)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{2} \times \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right) \times \cos\left(\frac{x}{3}\right) \times \frac{1}{3}}{\cancel{2} x} = \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right) \times \cos\left(\frac{x}{3}\right)}{3x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\overset{1}{\cancel{\cos\left(\frac{x}{3}\right)}} \times \frac{1}{3} \right) \times \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)}{x} \quad \frac{0}{0}$$

RC $$= \frac{1}{3} \times \lim_{x \to 0} \left(\cos\left(\frac{x}{3}\right) \times \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = 1/9$$

b)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+1} - x}{x} = \frac{1 - 0}{0} = \infty \text{, não existe ?}$$

c)

$\lim_{x \to 0} \frac{2 \arcsin(x)}{3x}$, indeterminação $\left(\frac{0}{0}\right)$

R.C. $$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{2}{\sqrt{1 - x^2}}}{3} = \frac{2}{3 \times \sqrt{1 - 0}} = \frac{2}{3}$$

(...)

c)

$$\lim_{x \to 0^+} x^{\frac{1}{x}} = (0^+)^{+\infty} = 0$$

$\boxed{23}$

a)

f é uma função definida por ramos e cada ramo é contínuo.
Logo apenas estudamos para $x = 0$

$$f(0) = \text{sen}(0) + 5 \times 0 = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x \ln(x)) = \lim_{x \to 0^+} \left(\frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}} \right), \text{ Indeterminação } \frac{\infty}{\infty}$$

$$\text{RC} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} \frac{x}{-1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \text{sen}(0) + 5 \times 0 = 0$$

Logo, a função é contínua em $\mathbb{R}$

b)

$$f'(x) = \cos(x) + 5, \; x < 0$$

Logo, $f'(0^-) = 6$

$$f'(x) = \ln(x) + 1, \; x > 0$$

Logo, $f'(0^+) = -\infty$

Assim, como $f'(0^-) \neq f(0^+)$, então f não é diferenciável para $x = 0$

c)

- f é contínua em $x \in [0, 1]$
- f é diferenciável em $x \in]0, 1[$

Logo, o Teorema de Rolle é aplicável.

$$f(0) = 0 \quad \text{e} \quad f(1) = 1 \times \ln(1) = 0$$

Pelo teorema de Rolle:

$$f(0) = f(1) = 0 \Rightarrow \exists\, b \in]0, 1[: f'(b) = 0$$

$$f'(x) = \ln(x) + 1, \; x \in]0, 1[$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = -1 \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{1}{e}}$$

d)

Como f é contínua em $x \in [-\pi, 1]$ pelo Teorema de Weirstross a função f admite um máximo e um mínimo global nesse intervalo

- $x \in [-\pi, 0[$

$$f'(x) = \cos(x) + 5 > 0 \,, \forall x \in [-\pi, 0[$$
$$f'(x) \neq 0 \,, \forall x \in [-\pi, 0[$$

- $x \in]0, 1]$

$$f'(x) = \ln(x) + 1 > 0, \forall x \in]0,1]$$
$$f'(x) \neq 0 \,, \forall x \in]0, 1]$$

x	$-\pi$		0		1
f'	$f'(-\pi)$	$+$	S.S.	$+$	$f'(1)$
f	$f(-\pi)$ m	$\nearrow$	$f(0)$ M	$\nearrow$	$f(1)$ M

- A função f:
  - est. crescente em $[-\pi, 0[\cup]0, 1]$
  - tem um mínimo global em $x = -\pi$ que é $f(-\pi) = -5\pi$
  - tem dois máximos globais em $x = 0$ e $x = 1$ que é $f(0) = f(1) = 0$

$f(0) = 0$
$f(1) = 0$
$f(-\pi) = -5\pi$

26

$$e^{x-1} - x = 0$$

Seja $f(x) = e^{x-1} - x$

Temos de provar que $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ → solução única

$$f'(x) = e^{x-1} - 1$$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$, tem apenas um zero a derivada

Como f é diferenciável em $\mathbb{R}$, pelo teorema de Rolle conclui-se que entre dois zeros da função existe um zero da derivada.

Logo, como a derivada de f não tem nenhum zero para além do $x = 1$ conclui-se que não podem existir dois zeros da função pois teria de existir um zero da derivada compreendido entre os zeros de f.

27

a)

$$D_f = \{ x \in \mathbb{R} : 1 - x \in D_{\arcsin} \wedge 2x - x^2 \geq 0 \}$$
$$= \{ x \in \mathbb{R} : 1 - x \in [-1,1] \wedge x(2-x) \geq 0 \}$$
$$= \{ x \in \mathbb{R} : x \in [0,2] \wedge x \geq 0 \wedge x \leq 2 \}$$
$$= [0,2]$$

b)

· Contínua em $[0,2]$, logo pelo T. Weierstrass tem um mínimo global e um máximo global em $[0,2]$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-(1-x)^2}} + \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}}$$

$$= \cancel{\frac{-1}{\sqrt{2x-x^2}}} + \frac{\cancel{1}-x}{\sqrt{2x-x^2}}$$

$$= -\frac{x}{\sqrt{2x-x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \wedge 2x - x^2 > 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \wedge x \in]0,2[$$
$$\Leftrightarrow x = \emptyset$$

$\sqrt{2x-x^2} > 0, \forall x \in]0,2[$

$f'(x) < 0, \forall x \in]0,2[$

	0		2
f'	S.S.	$-$	S.S.
f	$f(0)$ M	$\searrow$	$f(2)$ m

A função f:

- é estritamente crescente em $x \in [0,2]$
- admite um mínimo global, $f(2) = -\frac{\pi}{2}$, em $x = 2$
- admite um máximo global, $f(0) = \frac{\pi}{2}$, em $x = 0$

$$CD_f = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

28

a) $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ regular em $[a,b]$ e $f'(x) = 0, \forall x \in]a,b[$

<u>Pelo Teorema de Lagrange</u>:

$$\exists c \in]a,b[: f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Como $c \in]a,b[\Rightarrow f'(c) = 0$

$$\Rightarrow \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = 0$$

$$\Rightarrow f(a) = f(b)$$

E como, para todo o subintervalo pertencente a $]a,b[$ se verificam os mesmos condições (intervalos regulares também), conclui-se que

$$f(x) = f(a), \forall x \in [a,b], f(a) \in \mathbb{R}$$

b)

$$f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x) \ , \ \text{regular em } x \in [-1,1]$$
$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

Logo, pelo provado na alínea anterior:

$$f(x) = f(1), \forall x \in [-1,1]$$

Logo, $f(x) = \frac{\pi}{2} + 0 = \frac{\pi}{2}, \forall x \in [-1,1]$

$\boxed{29}$

Como h' está definida para $x \in \mathbb{R}$, conclui-se que h é uma função contínua e diferenciável em $\mathbb{R}$, logo podemos aplicar o Teorema de Lagrange:

Seja $x \in \mathbb{R}^+$

$$\exists c \in]0,x[: h'(c) = \frac{h(b) - \cancel{h(0)}^{0}}{b-0} = \frac{h(x)}{x}$$

$$h'(c) = \frac{h(x)}{x}$$

$$\Leftrightarrow \cos(c) \cdot e^{\text{sen}^2 c} = \frac{h(x)}{x}$$

$$\Leftrightarrow h(x) = x \cdot e^{\text{sen}^2 c} \cdot \cos(c), x, c \in \mathbb{R}^+ \text{ onde } x > c$$

$$x \cdot e^{\text{sen}^2 c} \cdot \underbrace{\cos c}_{\in[-1,1]} \leq x \underbrace{e^{\text{sen}^2 c}}_{\in[0,1]} \leq x e$$

Logo, $h(x) \leq e \cdot x, \forall x \in \mathbb{R}^+$

$\boxed{31}$

$$\lim_{x \to 0^+} (1 + \arcsin(x^2))^{\frac{1}{x}}$$

$$[\underbrace{1 + \arcsin(x^2)}_{>0}]^{\frac{1}{x}} = e^{\ln[1+\arcsin(x^2)]^{\frac{1}{x}}}$$
$$= e^{\frac{1}{x}\ln(1+\arcsin(x^2))}$$
$$= e^{\frac{\ln(1+\arcsin(x^2))}{x}}$$

$$= e^{\lim_{x\to 0^+}\left[\frac{\ln(1+\arcsin(x^2))}{x}\right]} \to \text{Indeterminação } \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$[\ln(1+\arcsin(x^2))]' = \frac{\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}}{1+\arcsin(x^2)}$$

$$x' = 1$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{2x}{(1+\operatorname{arcsen}(x^2))\sqrt{1-x^4}}\right)} = e^{\frac{0^+}{1+0\times\sqrt{1-0}}} = e^{\frac{0^+}{1}} = e^0 = 1$$

$\boxed{32}$

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}} + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$$

$$f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} + \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}} = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} - \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}(x^2+1)} = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} - \frac{1}{(x^2+1)}, \quad x \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$$

$$f'(x) \neq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} - \frac{1}{x^2+1} > 0 \Leftrightarrow \underbrace{-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}}_{<0} > \underbrace{\frac{1}{x^2+1}}_{>0}$$

Condição impossível

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$$

	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f'		$-$	S.S.	$-$	S.S.	$-$	S.S.	$-$	
f		$\searrow$	$f(-1)$	$\searrow$	S.S.	$\searrow$	$f(1)$	$\searrow$	

- A função f é est. decrescente em $]-\infty, 0[$ e em $]0, +\infty[$
- Não admite extremos locais