Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

Resolução - Questão 3 do segundo teste (Questão 5 no exame final)

---

a) Usando o critério de raíz (critério de Cauchy) obtemos

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-1)^n n^3}{\sqrt{3^n}} \right|^{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(\sqrt[n]{n})^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Como $\frac{1}{\sqrt{3}} < 1$, a série converge absolutamente.

b) Comparação por limite com a série harmónica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, que é divergente. Temos

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{ne^{1/n}+\sin n}{4n^2-n-2}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2\left(e^{1/n} + \frac{\sin n}{n}\right)}{n^2\left(4 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)} = \frac{1}{4}.$$

Como o limite é finito e diferente de zero a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ne^{1/n} + \sin n}{4n^2 - n - 2}$$

tem o mesmo comportamento que a série harmónica. Portanto, a série é divergente.