Folha Semana 1

$\boxed{1}$

A: "A é culpado"
B: "B é culpado"
C: "C é culpado"

<u>Pelo enunciado</u>: $\neg A \to (B \vee C)$, $\neg A \to \neg C$, $B \to A$ têm valor 1.

a)

- A diz-se consequência (semântica ou lógica) das fórmulas $\underbrace{\neg A \to (B \vee C)}_{\varphi_1}$, $\underbrace{\neg A \to \neg C}_{\varphi_2}$, $\underbrace{B \to A}_{\varphi_3}$ quando, para toda a interpretação I, se φ_1, φ_2 e φ_3 têm o valor 1 em I, então A tem o valor 1 em I.

<u>Neste caso</u>: $\neg A \to (B \vee C),\ \neg A \to \neg C,\ B \to A \models A$

A	B	C	$\neg A$	$\neg C$	$B \vee C$	$\neg A \to (B \vee C)$	$\neg A \to \neg C$	$B \to A$	A
0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1	1

↳ logo como para toda a interpretação I, se $\neg A \to (B \vee C)$, $\neg A \to \neg C$, $B \to A$ têm o valor 1 em I, A tem o valor 1 em I conclui-se que A (A é culpado)

b)

$$\neg A \to (B \vee C),\ \neg A \to \neg C,\ B \to A \models A$$

FNC: $C_1 \equiv \neg A \to (B \vee C) \overset{\text{Dupla negação}}{\equiv} \neg(\neg A) \vee (B \vee C) \equiv A \vee B \vee C$

$C_2 \equiv \neg A \to \neg C \overset{\text{Dupla negação}}{\equiv} \neg(\neg A) \vee (\neg C) \equiv A \vee (\neg C)$

$C_3 \equiv B \to A \equiv \neg B \vee A$

$C_4 \equiv \neg A$

Para provar que A é culpado basta provar que $\mathcal{C} = \{A \vee B \vee C, A \vee (\neg C), \neg B \vee A, \neg A\}$ é inconsistente. (método de resolução)

$C_4: \cancel{\neg A}$
$C_3: \neg B \vee \cancel{A}$
$C_5: \neg B$ Res(C_4, C_3)

$C_4: \cancel{\neg A}$
$C_2: \cancel{A} \vee (\neg C)$
$C_6: \neg C$ Res(C_4, C_2)

$C_6: \cancel{\neg C}$
$C_1: A \vee B \vee \cancel{C}$
$C_7: A \vee B$ Res(C_6, C_1)

$C_7: A \vee \cancel{B}$
$C_5: \cancel{\neg B}$
$C_8: A$ Res(C_7, C_5)

$c_8 : A$

$c_4 : \neg A$

$c_9 : \perp$ $Res(c_8, c_4)$

↳ logo $\mathcal{C}$ é inconsistente, conclui-se assim que verifica-se $\neg A \to (B \vee C), \neg A \to \neg C, B \to A \models A$.

Assim, como $\neg A \to (B \vee C), \neg A \to \neg C, B \to A$ têm vlor 1 pelo enunciado então A é o culpado

$\boxed{2}$

A : "António está na sala de chat"

B : "Berta " " "

C : "Carlos " " "

D : "Dalila " " "

E : "Ema " " "

Pelo enunciado, os seguintes proposições têm vlor 1:

$A \vee B, (C \vee D) \wedge (\neg C \vee (\neg D)), E \to C, (D \wedge A) \vee (\neg D \wedge (\neg A)), B \to (E \wedge A)$

a)

Para verificar que a Ema não está a conversar tem de se verificar:

$A \vee B, (C \vee D) \wedge (\neg C \vee (\neg D)), E \to C, (D \wedge A) \vee (\neg D \wedge (\neg A)), B \to (E \wedge A) \models \neg E$

FNC:

$c_1 \equiv A \vee B$

$c_2 \equiv C \vee D$

$c_3 \equiv \neg C \vee (\neg D)$

$c_4 \equiv E \to C \equiv \neg E \vee C$

$c_5 \equiv D \vee (\neg A)$

$c_6 \equiv A \vee (\neg D)$

$c_7 \equiv \neg B \vee E$

$c_8 \equiv \neg B \vee A$

$c_9 \equiv E$

$\varphi_5 \equiv (D \wedge A) \vee (\neg D \wedge (\neg A))$

$\overset{\text{Distributiva}}{\equiv} (D \vee (\neg D)) \wedge (D \vee (\neg A)) \wedge (A \vee (\neg D)) \wedge (A \vee (\neg A))$

$\equiv \underbrace{(D \vee (\neg A))}_{c_5} \wedge \underbrace{(A \vee (\neg D))}_{c_6}$

$\varphi_6 \equiv B \to (E \wedge A)$

$\equiv \neg B \vee (E \wedge A)$

$\overset{\text{Distributiva}}{\equiv} \underbrace{(\neg B \vee E)}_{c_7} \wedge \underbrace{(\neg B \vee A)}_{c_8}$

Para provar que Ema não está a conversar basta provar que $\mathcal{C} = \{A \vee B, C \vee D, \neg C \vee (\neg D), \neg E \vee C, D \vee (\neg A), A \vee (\neg D), \neg B \vee E, \neg B \vee A, E\}$ é inconsistente.

$c_4 : \cancel{\neg E} \vee C$ / $c_9 : \cancel{E}$ → $c_{10} : C$ $Res(c_4, c_9)$

$c_{10} : \cancel{C}$ / $c_3 : \cancel{\neg C} \vee (\neg D)$ → $c_{11} : \neg D$ $Res(c_{10}, c_3)$

$c_{11} : \cancel{\neg D}$ / $c_5 : \cancel{D} \vee (\neg A)$ → $c_{12} : \neg A$ $Res(c_{11}, c_5)$

$c_{12} : \cancel{\neg A}$ / $c_8 : \neg B \vee \cancel{A}$ → $c_{13} : \neg B$ $Res(c_{12}, c_8)$

$c_{13} : \cancel{\neg B}$ / $c_1 : A \vee \cancel{B}$ → $c_{14} : A$ $Res(c_{13}, c_1)$

$c_{14} : \cancel{A}$ / $c_5 : D \vee (\cancel{\neg A})$ → $c_{15} : D$ $Res(c_{14}, c_5)$

$c_{15} : \cancel{D}$ / $c_3 : \neg C \vee (\cancel{\neg D})$ → $c_{16} : \neg C$ $Res(c_{15}, c_3)$

$c_{16} : \cancel{\neg C}$ / $c_4 : \neg E \vee \cancel{C}$ → $c_{17} : \neg E$ $Res(c_{16}, c_4)$

$c_{17} : \neg E$ / $c_9 : E$ → $\perp$ $Res(c_{17}, c_9)$

↳ Logo $\mathcal{C}$ é inconsistente !

Assim, conclui-se que a Ema não está a conversar!

Usar lógica, fazer tabela de verdade
ou $\boxed{1}$ a)
ou aula03 por <u>Prova</u>

b) Sim, <u>pela lógica</u>:

<u>Pelo enunciado</u>:

$$(A \vee B) \wedge \big((C \vee D) \wedge (\neg C \vee (\neg D))\big) \wedge (E \to C) \wedge \big((D \wedge A) \vee (\neg D \wedge (\neg A))\big) \wedge \big(B \to \underbrace{(E \wedge A)}_{0}\big) \equiv 1$$

(Sabemos pela alínea anterior que $E \equiv 0$)

$$\equiv \underbrace{(A \vee B)}_{\substack{A \vee \perp \equiv A \\ A \equiv 1}} \wedge \big((C \vee D) \wedge (\neg C \vee (\neg D))\big) \wedge \underbrace{\big(\underbrace{(D \wedge A)}_{D} \vee \underbrace{(\neg D \wedge (\neg A))}_{\substack{\neg D \wedge \perp \\ \perp}}\big)}_{D \equiv 1} \wedge \underbrace{B \to \perp}_{B \equiv 0}$$

$$\equiv \underbrace{\big(\underbrace{(C \vee D)}_{C \vee T} \wedge \underbrace{(\neg C \vee (\neg D))}_{\substack{\neg C \vee \perp \\ \neg C}}\big)}_{\neg C \equiv 1,\ \text{logo } C \equiv 0}$$

$$\equiv T \equiv 1$$

Logo, sabemos que António e Dalila estão a conversar e Berta, Carlos e Ema não estão a conversar

---

<u>Outra forma</u>: pela tabela de verdade e definição de "consequência lógica"

E	D	C	B	A	$A \vee B$ (c_1)	$C \vee D$	$\neg C \vee (\neg D)$	$(C \vee D) \wedge (\neg C \vee (\neg D))$ (c_2)	$E \to C$ (c_3)	$D \wedge A$	$\neg D \wedge (\neg A)$	$(D \wedge A) \vee (\neg D \wedge (\neg A))$ (c_4)	$B \to (E \wedge A)$ (c_5)
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0

Como sabemos que a Ema não está a conversar podemos ignorar os casos para que $E \equiv 1$

Logo, como para as interpretações que c_1, c_2, c_3, c_4 e c_5 têm valor 1: $A \equiv D \equiv 1$ e $B \equiv C \equiv E \equiv 0$, conclui-se por consequência semântica que António e Dalila estão a conversar e Berta, Carlos e Ema não estão a conversar