Folha C

1

p: Sou responsável
q: Posso a MD
r: Vou de férias para as Bermudas

a) $q \to r$

b) $p \to r$

c) $q \to p$

d) $q \to p$

e) $q \to (p \to r)$

Posso a MD, então (Vou de férias caso seja responsável)

2 FNC

a) $p \vee (q \wedge (\neg p))$

distrib.

$\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee (\neg p))$

$\equiv (p \vee q) \wedge 1$

$\equiv p \vee q$ FNC (também é FND)

1 cláusula

b) $\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$

De Morgan

$\equiv \underbrace{\underbrace{p}_{L_1} \vee \underbrace{q}_{L_2}}_{\text{1 cláusula}}$ FNC

c) $(p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q))$

??? → Distributiva inversa

$\equiv p \wedge \underbrace{(q \vee (\neg q))}_{1}$

$\equiv \underbrace{p}$ FNC

1 cláusula

d)

comutatividade $((q \wedge \neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

Trocamos a ordem

distrib.

$\equiv ((\underbrace{q \wedge r}_{\varphi} \wedge \neg p) \vee \neg p) \wedge ((q \wedge \neg p \wedge r) \vee \neg q)$

absorção

$\equiv \neg p \wedge ((q \wedge \neg p \wedge r) \vee \neg q)$

distrib.

$\equiv \neg p \wedge (\underbrace{(q \vee \neg q)}_{1} \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg q))$

$\equiv \neg p \wedge (\neg p \vee \neg q) \wedge (r \vee \neg q)$

Já está na FNC

absorção

$\equiv \underbrace{\neg p} \wedge \underbrace{(r \vee \neg q)}$

· 2 cláusulas

3

a)

Ⓐ $\boxed{p, p \to q \models \underset{\psi}{q}}$

FNC : $\varphi_1 \equiv \underbrace{p}_{c_1}$

FNC : $\varphi_2 \equiv p \to q \equiv \underbrace{\neg p \vee q}_{c_2}$

Para justificar Ⓐ basta provar que $\mathcal{C} = \{\underbrace{p}_{c_1}, \underbrace{\neg p \vee q}_{c_2}, \underbrace{\neg q}_{c_3}\}$ ($\neg\psi$) é inconsistente.

$c_2: \neg\cancel{p} \vee q$
$c_1: \cancel{p}$
$c_4: q \quad Res(c_2, c_1)$

$c_4: q$
$c_3: \neg q$
$\perp \quad Res(c_4, c_3)$

logo é inconsistente $\Rightarrow$ Ⓐ é verdade
c.q.m.

b)

Ⓐ $\boxed{p \vee q, p \to r, q \to r \models r}$ $\to \neg c_4$

FNC : $c_1 \equiv p \vee q$
$c_2 \equiv p \to r \equiv \neg p \vee r$
$c_3 \equiv q \to r \equiv \neg q \vee r$
$c_4 = \neg r$

Para provar Ⓐ basta provar que $\mathcal{C} = \{\underbrace{p \vee q}_{c_1}, \underbrace{\neg p \vee r}_{c_2}, \underbrace{\neg q \vee r}_{c_3}, \underbrace{\neg r}_{c_4}\}$ é inconsistente.

$c_2: \neg p \vee \cancel{r}$
$c_4: \neg \cancel{r}$
$c_5: \neg p \quad Res(c_2, c_4)$

$c_5: \neg \cancel{p}$
$c_1: \cancel{p} \vee r$
$c_6: r \quad Res(c_5, c_1)$

$c_6: r$
$c_4: \neg r$
$\perp \quad Res(c_6, c_4)$

Logo $\mathcal{C}$ é inconsistente!

Assim, Ⓐ é verdade!

$\boxed{4}$

a) c: "chove"
g: "levo guarda-chuva"

$$c \leftrightarrow g \, , \, \neg g \models \overset{\varphi}{\neg c}$$

FNC: $\varphi_1 \equiv c \leftrightarrow g \equiv (c \to g) \wedge (g \to c) \equiv \overbrace{(\neg c \vee g)}^{c_1} \wedge \overbrace{(\neg g \vee c)}^{c_2}$

$\mathcal{C} = \{ \underbrace{\neg c \vee g}_{c_1}, \underbrace{\neg g \vee c}_{c_2}, \underbrace{\neg g}_{c_3}, \underbrace{c}_{c_4} \}$ inconsistente:

$c_1 : \neg c \vee \cancel{g}$
$c_3 : \neg \cancel{g}$
$c_5 : \neg c \quad Res(c_1, c_3)$

$c_5 : \neg c$
$c_4 : c$
$\perp \quad Res(c_5, c_4)$
↳ logo é inconsistente

b)

$$g \to c \, , \, \neg g \models \neg c$$

FNC: $c_1 \equiv g \to c \equiv \neg g \vee c$
$c_2 \equiv \neg g$
$c_3 \equiv c$

$\mathcal{C} = \{ \underbrace{\neg g \vee c}_{c_1}, \underbrace{\neg g}_{c_2}, \underbrace{c}_{c_3} \}$ não é inconsistente pois não há resolventes.
Falta provar?

Logo a dedução é falsa.

c)
c : "mordomo cometeu o crime"
n : "estar nervoso quando interrogado"

$$c \to n \, , \, n \models c$$

FNC: $c_1 \equiv c \to n \equiv \neg c \vee n$
$c_2 \equiv n$

$\mathcal{C} = \{ \neg c \vee n, n, \neg c \}$ não é inconsistente pois não há resolventes.
Falta provar?

Logo a afirmação é falsa.

d)

$$r \to q \, , \, r \vee (\neg p) \models (\neg q \to \neg p)$$

FNC: $c_1 \equiv r \to q \equiv \neg r \vee q$
$c_2 \equiv r \vee (\neg p)$
$\varphi_3 \equiv \neg(\neg q \to \neg p) \equiv \neg(q \vee (\neg p)) \equiv \underbrace{\neg q}_{c_3} \wedge \underbrace{p}_{c_4}$

$\mathcal{C} = \{\neg r \vee q,\ r \vee (\neg p),\ \neg q,\ p\}$ é inconsistente:

$c_1:\ \neg r \vee \cancel{q}$
$c_3:\ \cancel{\neg q}$
$c_5:\ \neg r \quad Res(c_1, c_3)$

$c_5:\ \cancel{\neg r}$
$c_2:\ \cancel{r} \wedge (\neg p)$
$c_6:\ \neg p \ Res(c_5, c_2)$

$c_6:\ \neg p$
$c_4:\ p$
$\perp\ Res(c_6, c_4)$

↳ logo é inconsistente!

⇓

A afirmação é verdadeira!

e)

$\neg(p \vee q) \models \neg p$

FNC: $f_1 \equiv \neg(p \vee q) \equiv \underbrace{\neg p}_{c_1} \wedge \underbrace{(\neg q)}_{c_2}$

$c_3 \equiv p$

$\mathcal{C} = \{\neg p,\ \neg q,\ p\}$ é inconsistente:

$c_1:\ \neg p$
$c_2:\ p$
$\perp\ Res(c_1, c_2)$

↳ logo é inconsistente!

⇓

A afirmação é verdadeira!