Aula 01

Professor ★★★★★

- António José Neves (jorgeneves@ua.pt)   OT: 2ª feira 18h-19h (11.1.2)

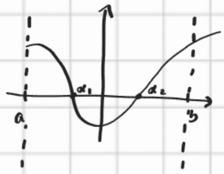
- Teams, para dúvidas

- 1 teste: 29/03/2023

Folhas da semana têm exercícios que saem no teste

— // —

Exemplo



Implementação do Teorema de Bolzano

2 permissas
- H1. f é contínua em $[a,b] \in \mathbb{R}$
- H2. $f(a)\cdot f(b) < 0$

C. $\exists \alpha \in]a,b[: f(\alpha) = 0$

$(H_1 \wedge H_2) \Rightarrow C \equiv \varphi$

conjunção; Implicação; "tudo" = φ

C é consequência lógica de H_1 e H_2

- Existe uma interpretação para a qual φ é verdadeiro:

$H_1 \longrightarrow 1$; $H_2 \longrightarrow 1$; $C \longrightarrow 1$

$0 \equiv \perp$ (Falso)
$1 \equiv \top$ (Verdadeiro)

Tabela de Verdade

H_1	H_2	C	$H_1 \wedge H_2$	$(H_1 \wedge H_2) \longrightarrow C$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Prova o Teorema, quando H_1 e H_2 são verdadeiros, então conclui-se C.

Implicação

$p \longrightarrow q$

"se está sol, vou à praia"

está sol; vou à praia

p	q	$p \longrightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Ex:.

"$x < y$"
"$x = 6$" Não é proposição ⟶ Dependem dos valores de cada variável $\Rightarrow$ Logo não têm apenas um valor lógico ?

Tautologia: "verdadeira em todos os interpretações"

Eg:. $(\underset{1}{a} \wedge \underset{1}{b}) \rightarrow \underset{1}{b} \equiv \varphi$ é uma tautologia $(a \wedge b) \rightarrow a$, também é!

a	b	$a \wedge b$	$(a \wedge b) \rightarrow b$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1

$(a \vee b) \rightarrow b \equiv \varphi$ não é uma tautologia

a	b	$a \vee b$	$(a \vee b) \rightarrow b$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Consistente $\Rightarrow$ alguma dos interpretações é verdadeira $[(a \vee b) \rightarrow b]$

Contradição: (ou inconsistencia)

$(p \wedge q) \rightarrow \neg q$

$\underbrace{\underbrace{1 \quad 1}}_{1} \rightarrow 0 \equiv 0$

$\underbrace{(1 \wedge 0)}_{0} \rightarrow 1 \equiv 1$

logo, não é contradição

é sempre falso (contradição) ⟶ $p \wedge (\neg p) \equiv \emptyset$

Proposição ⟶ tem sempre um de dois valores (1 ou 0)

- atómica
- composta

Operadores lógicos

$\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\neg$

"e" "ou" "equivalente" "não"

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

ou inclusivo

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

"chove ou está sol"

Cuidado com a linguagem corrente!

ou exclusivo "$\dot{\vee}$"

p	q	$p \dot{\vee} q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

"chove ou está sol, mas não ambos"

$(p \dot{\vee} q) \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

Implicação: interpretação

- $p \rightarrow q$
  - Antecedente (p): · Premissa · Hipotese
  - Consequente (q): · Tese · Conclusão
- se p então q
- p é uma condição suficiente para que q
- q é uma condição necessária para que p
- p só se q
- q caso se verifique p

!

Importante

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q}$$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Lei da contraposição: $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$