Aula 03

Método de Resolução
(Regras de Resolução)

$\underbrace{\varphi_1}, \underbrace{\varphi_2}, \underbrace{\ldots}, \underbrace{\varphi_n}_{\text{cláusulas}} \models \psi$ se e só se $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \neg\psi \vdash \underbrace{\perp}_{\text{cláusula vazia (Falso)}}$

Prova

Igual a:

$\mathcal{C} = \{\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n, \neg\psi\}$ é inconsistente

↳ Nunca, para todas as interpretações, todas as cláusulas são verdadeiras!

Exemplo:

Provar: $\boxed{p \vee q,\ p \to r,\ q \to r \models r}$

① Método de Resolução

FNC:
$c_1 \equiv p \vee q$
$c_2 \equiv \neg p \vee r$
$c_3 \equiv \neg q \vee r$
$c_4 \equiv \neg r$

$\mathcal{C} = \{p \vee p, \neg p \vee r, \neg q \vee r, \neg r\}$

Resolução:

$c_1 : p \vee q$
$c_2 : \neg p \vee r$
$c_5 : q \vee r$ — $Res(c_1, c_2)$
$c_3 : \neg q \vee r$
$c_6 : r$ — $Res(c_5, c_3)$
$c_4 : \neg r$
$\perp$ — $Res(c_6, c_4)$

↳ Logo, pode se concluir que $\mathcal{C}$ é inconsistente.
Assim:

$\boxed{(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r) \models r}$ é verdadeiro!

② Por definição de consequência lógica

p	q	r	p∨q	p→r	q→r
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

→ Para todas as interpretações para o qual $(p \vee p) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r) \equiv 1$ o $r \equiv 1$

③ Prova

Supomos que p é verdade.

$p, p \to r \models r$

Supomos que q é verdade

$q, q \to r \models r$

Supomos que p é falso

$p \vee q \equiv \neg p \to q \equiv \neg q \to p$

$\neg p, \neg p \to q \models q$
$q, q \to r \models r$

Supomos que q é falso

$\neg q, \neg q \to p \models p$
$p, p \to r \models r$

- Como deduzimos sempre r, em todos os entrados logo está provado!

Lógica de primeira ordem

Sintaxe

Variáveis ligadas

R

Prop. $P_1 \equiv (\forall m (\exists n \; n > m))$
$\equiv$ F em D_1
$\equiv$ V em $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

Muda consoante o domínio que estamos a estudar

Prop. $P_2 \equiv (\exists n (\forall m \; n > m))$
$\equiv$ F em D_1
$\equiv$ F em $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

Formula Fechada (não existem variáveis livres)

Interpretação

Neste domínio

$D_1 = \{1, 2, 3\}$

Domínio ou Universo do discurso

$m = 1$, $n = 2$ ✓
$m = 2$, $n = 3$ ✓
$m = 3$, $n = 3$ ✗

$n = 3$: $m = 1$ ✓, $m = 2$ ✓, $m = 3$ ✗

- Para P_1 e P_2 deveríamos criar predicados onde $P(n, m)$: "n é maior que m"