

1

$$A \subseteq \{0, \dots, 99\} \text{ com } |A| = 12$$

$$(x - y) \bmod 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \bmod 11 - y \bmod 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x \bmod 11 = \underbrace{y \bmod 11}_{11 < 12} \Rightarrow \checkmark$$

???? ???

2



Pode decompor-se esse triângulo em 16 triângulos ^{equiláteros} de lado 1, logo temos de colocar 17 pontos em 16 retângulos de lado 1. Como $16 < 17$ logo pelo princípio da gaiola dos pombos existe pelo menos 1 retângulo que tem dois pontos.



→ Como em dentro de um retângulo equilátero de lado 1 a distância máxima de dois pontos dentro do triângulo é 1, logo existem dois pontos a uma distância inferior ou igual a 1

3

$$a) \{a, b, c, d, e, f\} = B, |B| = 6$$

$$\overline{6} \times \overline{6} \times \overline{6} \times \overline{6} = 6^4$$

$$b) 5^4$$

$$c) 6^4 - 5^4$$

↑
Todos

↑
Não contém <<e>>

$$d) P_T = P_0 + P_1 + P_2$$

↑
Contém 1 <<e>>

↑
Contém pelo menos 2 <<e>>

$$P_2 = P_T - P_0 - P_1$$

$$P_1: \begin{array}{ccccccc} e & - & | & - & e & - & | & - & e & - & | & - & e & | \\ & & \vdots & & & & \vdots & & & & \vdots & & & \vdots \\ & & 5^3 & + & 5^3 & + & 5^3 & + & 5^3 & & & & & \end{array}$$

$$\text{Logo: } P_2 = 6^4 - 5^4 - 5^3 \times 4$$