Folha 2

1

13 filhos
2 progenitores

a)

i. 15 pessoas, 12 meses $\Big\}$ Como $12 < 15$, pelo princípio da gaiola dos pombos podemos garantir que pelo menos $\lfloor \frac{15}{12} \rfloor + 1 = 2$ pessoas nasceram no mesmo mês.

ii. 15 pessoas, 7 dias da semana $\Big\}$ Como $7 \times 2 < 15$, pelo princípio da gaiola dos pombos podemos garantir que pelo menos 3 pessoas nasceram no mesmo dia da semana.

b)

$2 \times 13 + 1 = 27$ amigos, pois como $27 > 13 \times 2$, logo pelo princípio da gaiola dos pombos podemos garantir que pelo menos 3 convidados são amigos do mesmo filho

2

$|A| = 5$

Para qualquer número inteiro positivo, o resto da divisão por 4 é: $\underbrace{0 \text{ ou } 1 \text{ ou } 2 \text{ ou } 3}_{\text{4 hipóteses}}$

Então se nós escolhermos 5 quaisquer números inteiros positivos e como $5 > 4$, podemos garantir pelo PGP que existem pelo menos 2 números cujo resto da divisão por 4 é igual

3

$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $|X| = 8$

Sabendo que: $\underline{1} + 8 = \underline{2} + 7 = \underline{3} + 6 = \underline{4} + 5 = 9$
$\underline{5} + 4 = \underline{6} + 3 = \underline{7} + 2 = \underline{8} + 1 = 9$

↳ Não repetidos!

Logo:

Ao escolher um dos 8 números teríamos de "excluir" (não adicionar) o número cuja sua soma é 9. Assim nós apenas conseguiríamos escolher 4 números nessas condições. Escolhendo o quinto número teríamos de escolher um dos números "excluídos". Logo é impossível escolher 5 números cuja soma de dois não seja par.

4

funcionava com: $]0,1]$ e $[0,1[$

(amplitude menor que 0.1)

Em $]0,1[$, existem 10 subintervalos:

$$\{\overbrace{]0,0.1[}^{I_0}, [0.1,0.2[, [0.2,0.3[, [0.3,0.4[, [0.4,0.5[, [0.5,0.6[, [0.6,0.7[, [0.7,0.8[, [0.8,0.9[, \underbrace{[0.9,1[}_{I_9}\}$$

Aberto ou fechado não importa o lugar

$$\left.\begin{array}{l} f: A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}\} \to B, \ |A| > |B| \\ \text{Existem } a_i, a_j \in I_k, \ k = 0, 1, \dots, 9 \\ a_i \neq a_j \\ \qquad |a_i - a_j| < 0.1 \end{array}\right\} \text{T. de Dirichlet}$$

5

20 pessoas: $p_1, p_2, \dots, p_{20}$

$P_i \xleftrightarrow{\text{amigo}} P_j$

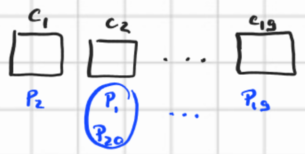
$P_k \to \overset{c_1}{0}, \overset{c_2}{1}, \dots, \overset{c_{19}}{18}$ amigos

ou

$\to 1, 2, \dots, 19$ amigos

??

ou

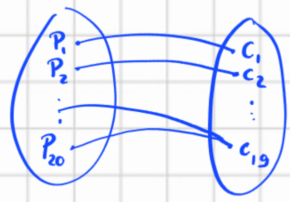


$\{p_1, p_2, \dots, p_{20}\}$

20 objetos para 19 caixas

$f: P \to C$

$|P| = 20 \quad |C| = 19$



ou

$$f: A \to B, \ \underbrace{|A|}_{n} > \underbrace{|B|}_{m}$$

$$\left\lfloor \frac{n}{m} + 1 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{20}{19} \right\rfloor + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$\left\lfloor \frac{n}{m} \right\rfloor + 2 = 1 + \underbrace{k}_{2}, \quad |A| > \underbrace{2}_{k}|B|$$

$\boxed{6}$

a) $p_1, p_2, \dots, p_n$

$$\underbrace{p_1 + p_2 + \dots + p_n - n + 1}_{\text{obj.}}$$

em $\underline{n}$ caixas

$$\overset{1}{\square}\ \overset{2}{\square}\ \cdots\ \overset{n}{\square}$$

Se assim não fosse: cada caixa teria no máximo $p_i - 1$ objetos, então existe $i \in \{1,2,3,\dots,n\}$, t.q. a caixa i contém P_i obj. pelo menos

$$\underbrace{(p_1-1)+(p_2-1)+(p_3-1)+\dots+(p_n-1)}_{p_1+p_2+\dots+p_n-n}$$

b) $p_1 = p_2 = \dots = p_n = r \in \mathbb{N}$

obj: $\underbrace{r + r + r + \dots + r}_{rn} - n + 1 = rn - n + 1 = n(\underbrace{r-1) + 1}_{r-1+1=r}$

$$\overset{c_1}{\square}\ \overset{c_2}{\square}\ \cdots\ \overset{c_n}{\square}$$

então existe uma caixa que contém até pelo menos r obj.

$\boxed{10}$

$\nmid 1000$

$\nmid 4$ ou $\nmid 6$ ou $\nmid 9$

$X = \{n \in \{1,2,\dots,1000\}\}$

$|X| = 1000$

$A_i = \{n \in \{1,2,\dots,1000\} : n$ é divisível por $i\}$

$i = 4, 6, 9$

$|\overline{A_4} \cap \overline{A_6} \cap \overline{A_9}| = |X| (A_4 \cup A_6 \cup A_9) = ?$

$= 1000 - |A_4 \cup A_6 \cup A_9|$

$= 1000 - |A_4| - |A_6| - |A_9|$
$+ |A_4 \cap A_6| + |A_4 \cap A_9| + |A_6 \cap A_9|$
$- |A_4 \cap A_6 \cap A_9|$

$$= 1000 - \left\lfloor \frac{1000}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{6} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{9} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{\underbrace{12}_{\text{mmc}(4,6)}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{\underbrace{36}_{\text{mmc}(4,9)}} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{\underbrace{18}_{\text{mmc}(6,9)}} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{\underbrace{36}_{\text{mmc}(4,6,9)}} \right\rfloor \overset{\text{calculadora!}}{=} 611$$

todos os numeros X divisiveis por 4

$\boxed{12}$

A_1 50 Mat

A_2 140 Ecn

24

A_3 60 Muh.
- 20 Mat
- 45 Ecn
- 16 Ambos

$$|\overline{A_3} \cap \overline{A_1} \cap \overline{A_2}| = 200 - \underbrace{|A_3 \cup A_2 \cup A_1|}_{\text{P. Incl-Exclusiva}}$$