Frequência angular: $\omega = 2\pi f \Leftrightarrow \underbrace{\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}}_{\text{Harmónico simples}}$

Período: $T = x_{MAX2} - x_{MAX1} \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

Frequência: $f = \frac{1}{T}$

Energia mecanica: $E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v_x^2 + \underbrace{\frac{1}{2} K x^2}_{\text{Harmónico simples}}$

Amplitude: $A = \frac{x_{MAX} - x_{MIN}}{2}$

Fase ϕ: $\phi = 2\pi \underbrace{\left(1 - \frac{t_{m1}}{T}\right)}_{\text{Quanto tempo passou para voltar a um máximo}}$

tempo do primeiro máximo

Força: $F_x = m a_x \Leftrightarrow F_x = -\frac{dE_p}{dx}$

Amortecimento fraco $(b < 2m\omega_0)$: $\left(F_x^{\text{resistência}} = -b v_x\right)$

8

$\boxed{\text{Para } b < 2m\omega_0}$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

↳ Frequência da oscilação sem amortecimento

↳ $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{K}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$

Amortecimento forte: Tão forte que o corpo vai diretamente para a posição de equilíbrio, sem oscilar

$\boxed{\text{Para } b > 2m\omega_0}$

Amortecimento crítico: Decai o mais rapidamente possível!

$\boxed{\text{Para } b = 2m\omega_0}$

Amplitude no regime estacionário: $A(w_f) = \dfrac{F_0/m}{\sqrt{(w_f^2 - w_0^2)^2 + \left(\frac{b\, w_f}{m}\right)^2}}$.

Ressonância: (oscilador Harmónico Forçado e com amortecimento fraco)

$\boxed{w_f \simeq w_0}$!!

Teorema de Poincaré

Teorema de Poincaré - Bendixon:

Teorema de Poincaré - Bendixon:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f(x,y) \\ \dfrac{dy}{dt} = g(x,y) \end{cases}$$

Sistema autónomo bidirecional

$\Downarrow$ Teorema de Poincaré-Bendixon

Não se pode observar caos

Teorema de Poincaré - Bendixon:

$$\boxed{\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x,y) \\ \frac{dv}{dt} = g(x,y) \end{cases}}$$

→ Não dependem de t

• O caos não pode ser observado em sistemas autônomos bidimensionais

Ex:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -Kx + \alpha \frac{dx}{dt} - \beta \left(\frac{dx}{dt}\right)^3$$

$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x = f(x, v_x) \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{K}{m} x + \alpha v_x - \beta (v_x)^3 = g(x, v_x) \end{cases} \Longrightarrow$$

Sistema autônomo bidimensional

Teorema de Poincaré - Bendixon

Não pode apresentar caos

Ex:

$$\boxed{\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y-x) \\ \frac{dy}{dt} = rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases}}$$

sistema tridimensional (Não se aplica o Teorema)

→ Equações de Lorenz

—//—

Ex:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a_x(t, x, v_x)$$

$$(-) \boxed{\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dv_x}{dt} = a_x(t, v, v_x) \end{cases}} \longrightarrow$$

Não autônoma (depende de t)