

Teste final de Sistemas Multimédia

12 de janeiro de 2023

10h00m – 12h00m

Cada pergunta vale 2.0 valores. Valem as 10 melhores respostas.

Justifique todas as suas respostas.

2.0 [1:] Considere o sinal $x(t) = 3 \sin(8\pi t) - 2 \cos(10\pi t)$.

a) Qual é a frequência fundamental de $x(t)$? $\rightarrow \text{gcd}(4, 5) = 1$

b) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier. $\rightarrow 3 \left(\frac{e^{8\pi j t} - e^{-8\pi j t}}{2j} \right) - 2 \left(\frac{e^{10\pi j t} + e^{-10\pi j t}}{2} \right) = \frac{3}{2j} e^{8\pi j t} - \frac{3}{2j} e^{-8\pi j t} - e^{10\pi j t} - e^{-10\pi j t}$

c) Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 [2:] Considere o sinal periódico de período 1, dado, no intervalo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ por $x(t) = 1 - 2|t|$.

a) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.

b) Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 [3:] Considere outra vez o sinal $x(t) = 3 \sin(8\pi t) - 2 \cos(10\pi t)$.

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Se o sinal for amostrado a 3 Hz, com que outros sinais é que se confunde?

2.0 [4:] O sinal $x(t)$ tem uma transformada de Fourier dada por

$$X(j2\pi f) = \begin{cases} 5 - |f|, & \text{se } |f| < 5, \\ 0, & \text{se } |f| \geq 5. \end{cases}$$

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Esboce a transformada de Fourier deste sinal quando amostrado a 8 Hz.

2.0 [5:] Um sinal periódico $x(t)$ com uma frequência fundamental de 5 Hz foi amostrado 6 vezes num período, obtendo-se o sinal $x_a(n) = x(\frac{n}{30})$. Os valores $X_a(m)$ da transformada discreta de Fourier de $x_a(n)$ são

$$X_a(0) = 3, \quad X_a(1) = 3 - 4j, \quad X_a(2) = -j, \quad X_a(3) = -1, \quad X_a(4) = j, \quad X_a(5) = 3 + 4j.$$

a) Desenhe o gráfico de $|X_a(m)|$, calibrando o eixo dos x's em Hz.

b) As amostras $x_a(n)$ são números reais, ou existe pelo menos uma que tem parte imaginária não nula?

2.0 [6:] Explique o que é o aliasing.

2.0 [7:] O sinal $x(t) = 3 \sin(8\pi t) - 2 \cos(10\pi t)$ vai ser quantizado com 20 bits.

a) Dê uma estimativa da amplitude do sinal, isto é, de $\max|x(t)|$.

b) Apresente fórmulas para o passo de quantização, sinal quantizado e sinal reconstruído.

c) Qual é o erro absoluto e qual é o erro quadrático médio?

2.0 [8:] O sinal de saída de um dado sistema é dado por $y(n) = 2x(n) - 3x(n-1) - 2x(n-2)$.

a) Qual é a resposta $y(n)$ deste sistema ao sinal de entrada $x(n) = 1$ para $n = 0$ e $x(n) = 0$ para $n \neq 0$?

b) Esboce o gráfico do valor absoluto da resposta em frequência deste sistema.

2.0 **9:** Considere que os símbolos A , B , C , D e E de um alfabeto têm as probabilidades

$$p(A) = 0.1, \quad p(B) = 0.2, \quad p(C) = 0.3, \quad p(D) = 0.1, \quad p(E) = 0.3.$$

- Calcule a entropia deste alfabeto.
- Faça um código de Huffman para este caso e indique o respetivo número médio de bits.
- Codifique a sequência **ADEAB** com o código de Huffman que fez.
- Descodifique a sequência **000110100101110** com o código de Huffman que fez.

2.0 **10:** Considere que os símbolos X , Y e Z de um outro alfabeto têm as probabilidades

$$p(X) = 0.2, \quad p(Y) = 0.5, \quad p(Z) = 0.3.$$

- Codifique a sequência **XYXZ** usando um codificador aritmético.
- Descodifique **0.07**.

Vai perguntar como fazer esta compressão, não vai sair assim

2.0 **11:** Explique em que consiste a técnica de compressão RLE (Run-Length Encoding).

2.0 **12:** Usando a técnica de compressão LZW (Lempel-Ziv-Welch) comprima a sequência (só existem três símbolos, A , B e C):

AAABABCCCA.

Formulário: Série clássica de Fourier:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{j2\pi \frac{mt}{T}}, \quad c_m = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi \frac{mt}{T}} dt$$

Transformada de Fourier ($\omega = 2\pi f$)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Transformada discreta de Fourier:

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j2\pi \frac{mn}{N}}, \quad X(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{mn}{N}}$$

Logaritmos:

p	$-\log_2 p$
0.1	3.322
0.3	1.737

