

Teste final de Sistemas Multimédia

15 de janeiro de 2024

14h00m – 16h00m

Cada pergunta vale 2.0 valores. Valem as 10 melhores respostas.
Justifique todas as suas respostas.

2.0 **1:** Considere o sinal $x(t) = \sin(2\pi t) + 4 \cos(8\pi t)$.

- Qual é a frequência fundamental de $x(t)$?
- Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.
- Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 **2:** Considere o sinal periódico de período 2, dado, no intervalo $[-1, 1]$, por

$$x(t) = \begin{cases} 2, & |t| < \frac{1}{2}, \\ 0, & \frac{1}{2} \leq |t| \leq 1. \end{cases}$$

- Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.
- Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 **3:** Considere outra vez o sinal $x(t) = \sin(2\pi t) + 4 \cos(8\pi t)$.

- Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?
- Se o sinal for amostrado a 4 Hz, com que outro sinal, com componentes com frequências até 2 Hz, é que se confunde?

2.0 **4:** O sinal $x(t)$ tem uma transformada de Fourier dada por

$$X(j2\pi f) = \begin{cases} |f|, & \text{se } |f| < 10, \\ 0, & \text{se } |f| \geq 10. \end{cases}$$

- Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?
- Esboce a transformada de Fourier deste sinal quando amostrado a 16 Hz.

2.0 **5:** Um sinal periódico $x(t)$ com uma frequência fundamental de 10 Hz foi amostrado 10 vezes num período, obtendo-se o sinal $x_a(n) = x(\frac{n}{100})$. Os valores $X_a(m)$ da transformada discreta de Fourier de $x_a(n)$ são

$$X_a(0) = 1, \quad X_a(\pm 1) = 3 \mp 4j, \quad X_a(\pm 2) = \pm 2j, \quad X_a(\pm 3) = 1 \pm j, \quad X_a(\pm 4) = 2 \mp 2j, \quad X_a(5) = j.$$

- Desenhe o gráfico de $|X_a(m)|$, calibrando o eixo dos x's em Hz.
- As amostras $x_a(n)$ são números reais, ou existe pelo menos uma que tem parte imaginária não nula?

2.0 **6:** Explique o que é o *aliasing* e descreva uma situação da vida real onde ele aparece.

2.0 **7:** O sinal $x(t) = \sin(2\pi t) + 4 \cos(8\pi t)$ vai ser quantizado (quantização uniforme) com 10 bits.

- Dê uma estimativa da amplitude do sinal, isto é, de $\max|x(t)|$.
- Apresente fórmulas para o passo de quantização, sinal quantizado e sinal reconstruído.
- Na quantização uniforme, cada bit a mais corresponde a uma redução da relação sinal/ruído de cerca de 6 dB. Explique porquê.

2.0 **8:** O algoritmo de Lloyd-Max permite encontrar os níveis de decisão óptimos para um quantizador não uniforme de n níveis. Explique como funciona esse algoritmo.

- 2.0 ☒ 9: Um determinado sistema linear responde ao sinal

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0, \\ 2, & \text{para } n = 1, \\ 0, & \text{para todos os outros valores de } n, \end{cases}$$

com o sinal

$$y(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0, \\ 2, & \text{para } n = 1, \\ -1, & \text{para } n = 2, \\ -2, & \text{para } n = 3, \\ 0, & \text{para todos os outros valores de } n. \end{cases}$$

- a) Qual é a função de transferência deste sistema?
b) Esboce o gráfico do valor absoluto da resposta em frequência deste sistema.

- 2.0 ☒ 10: Numa string as letras A, B, C, D, E e F aparecem o seguinte número de vezes:

$$n(A) = 700, \quad n(B) = 100, \quad n(C) = 300, \quad n(D) = 100, \quad n(E) = 200, \quad n(F) = 200.$$

- a) Calcule a entropia do alfabeto composto por estas letras.
b) Faça um código de Huffman para este caso e indique 1) o número médio de bits por símbolo e 2) quantos bits são necessários para codificar a string toda.
c) Se houver um erro de um bit na receção, é possível recuperar alguma informação daí para diante?

- 2.0 ☒ 11: Explique resumidamente como funciona um codificador aritmético. Se houver um erro de um bit na receção, é possível recuperar alguma informação daí para diante?

- 2.0 ☒ 12: Explique resumidamente como funciona a técnica de compressão LZW (Lempel-Ziv-Welch). Basta explicar a compressão.

Formulário: Série clássica de Fourier:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{j2\pi \frac{m}{T} t}, \quad c_m = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi \frac{m}{T} t} dt$$

Transformada de Fourier ($\omega = 2\pi f$)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Transformada discreta de Fourier:

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j2\pi \frac{mn}{N}}, \quad X(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi \frac{mn}{N}}$$

Logaritmos:

x	$\approx \log_2 x$
3	1.585
7	2.807