Teste de recurso de Sistemas Multimédia

30 de janeiro de 2024 — 10h00m – 12h00m

Cada pergunta vale 2.0 valores. Valem as 10 melhores respostas.
Justifique todas as suas respostas.

2.0 $\boxed{1:}$ Considere o sinal $x(t) = 3\sin(8\pi t) - \cos(12\pi t)$.

a) Qual é a frequência fundamental de $x(t)$?

b) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.

c) Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 $\boxed{2:}$ Seja α um número real que satisfaz $0 < \alpha < 1$. Considere o sinal periódico, de período 2, dado, no intervalo $[-1, 1]$, por

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \alpha, \\ 0, & \alpha \leq |t| \leq 1. \end{cases}$$

a) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.

b) Faça um esboço rudimentar do gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz) para $\alpha = \frac{1}{4}$.

2.0 $\boxed{3:}$ Considere o sinal $x(t) = 3\sin(4\pi t) + 2\cos(8t)$.

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Se o sinal for amostrado a 3 Hz, com que outro sinal, com componentes com frequências até $\frac{3}{2}$ Hz, é que se confunde?

2.0 $\boxed{4:}$ O sinal $x(t)$ tem uma transformada de Fourier dada por

$$X(\mathrm{j}2\pi f) = \begin{cases} \sin(\pi|f|), & \text{se } |f| < 1, \\ 0; & \text{se } |f| \geq 1. \end{cases}$$

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Esboce a transformada de Fourier deste sinal quando amostrado a 3 Hz.

c) É possível voltar a recuperar o sinal original? (Não se esqueça de justificar a resposta.)

2.0 $\boxed{5:}$ Um sinal periódico $x(t)$ com uma frequência fundamantal de 10 Hz foi amostrado 10 vezes num período, obtendo-se o sinal $x_a(n) = x\left(\frac{n}{100}\right)$. Os valores $X_a(m)$ da transformada discreta de Fourier de $x_a(n)$ são

$$X_a(0) = 1, \quad X_a(\pm 1) = 3 \mp 4\mathrm{j}, \quad X_a(\pm 2) = \pm 2\mathrm{j}, \quad X_a(\pm 3) = 1 \pm \mathrm{j}, \quad X_a(\pm 4) = 2 \mp 2\mathrm{j}, \quad X_a(5) = 1.$$

a) Desenhe o gráfico de $\left|X_a(m)\right|$, calibrando o eixo dos x's em Hz.

b) As amostras $x_a(n)$ são números reais, ou existe pelo menos uma que tem parte imaginária não nula?

2.0 $\boxed{6:}$ Explique o que é o *aliasing* e descreva uma situação da vida real onde ele aparece.

2.0 $\boxed{7:}$ O sinal $x(t) = 3\sin(4\pi t) + 2\cos(8t)$ vai ser quantizado (quantização uniforme) com 10 bits.

a) Calcule a amplitude do sinal, isto é, calcule $\max_{t\in\mathbb{R}}\left|x(t)\right|$.

b) Apresente fórmulas para o passo de quantização, sinal quantizado e sinal reconstruído.

c) Na quantização uniforme, cada bit a mais corresponde a uma redução da relação sinal/ruído de cerca de 6 dB. Explique porquê.

2.0 $\boxed{8:}$ O algoritmo de Lloyd-Max permite encontrar os níveis de decisão óptimos para um quantizador não uniforme de n níveis. Explique como funciona esse algoritmo.

2.0 **9:** Um determinado sistema linear responde ao sinal

$$x(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0, \\ 3, & \text{para } n = 2, \\ 0, & \text{para todos os outros valores de } n, \end{cases}$$

com o sinal

$$y(n) = \begin{cases} 1, & \text{para } n = 0, \\ 1, & \text{para } n = 1, \\ -3, & \text{para } n = 2, \\ -3, & \text{para } n = 3, \\ 0, & \text{para todos os outros valores de } n. \end{cases}$$

a) Qual é a função de transferência deste sistema?

b) Esboce o gráfico do valor absoluto da resposta em frequência deste sistema.

2.0 **10:** Numa *string* as letras A, B, C, D, E e F aparecem o seguinte número de vezes:

$$n(A) = 300, \quad n(B) = 200, \quad n(C) = 600, \quad n(D) = 200, \quad n(E) = 100, \quad n(F) = 200.$$

a) Calcule a entropia do alfabeto composto por estas letras. (Nota. Talvez não seja má ideia arranjar uma fórmula para lidar com probabilidades com o mesmo denominador...)

b) Faça um código de Huffman para este caso e indique 1) o número médio de bits por símbolo e 2) quantos bits são necessários para codificar a string toda.

c) Se houver um erro de um bit na receção, é possível recuperar alguma informação daí para diante?

2.0 **11:** Explique resumidamente como funciona um codificador aritmético. Se houver um erro de um bit na receção, é possível recuperar alguma informação daí para diante?

2.0 **12:** Explique resumidamente como funciona a técnica de compressão LZW (Lempel-Ziv-Welch). Basta explicar a compressão.

Formulário: Série clássica de Fourier:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{j2\pi \frac{mt}{T}}, \qquad c_m = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-j2\pi\frac{mt}{T}}\,dt$$

Transformada de Fourier ($\omega = 2\pi f$)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t}\,dt$$

Transformada discreta de Fourier:

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j2\pi\frac{mn}{N}}, \qquad X(m) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi\frac{mn}{N}}$$

Logaritmos:

x	$\approx \log_2 x$
3	1.585