Teste final de Sistemas Multimédia

12 de janeiro de 2023 **10h00m – 12h00m**

Cada pergunta vale 2.0 valores. Valem as 10 melhores respostas.
Justifique todas as suas respostas.

2.0 **1:** Considere o sinal $x(t) = 3\sin(8\pi t) - 2\cos(10\pi t)$.

a) Qual é a frequência fundamental de $x(t)$?

b) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.

c) Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 **2:** Considere o sinal periódico de período 1, dado, no intervalo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, por $x(t) = 1 - 2|t|$.

a) Expanda $x(t)$ em série clássica de Fourier.

b) Faça o gráfico de $|c_m|$ em função da frequência (em Hz).

2.0 **3:** Considere outra vez o sinal $x(t) = 3\sin(8\pi t) - 2\cos(10\pi t)$.

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Se o sinal for amostrado a 3 Hz, com que outros sinais é que se confunde?

2.0 **4:** O sinal $x(t)$ tem uma transformada de Fourier dada por

$$X(\mathrm{j}2\pi f) = \begin{cases} 5 - |f|, & \text{se } |f| < 5, \\ 0, & \text{se } |f| \geq 5. \end{cases}$$

a) Qual é a frequência de amostragem mínima deste sinal?

b) Esboce a transformada de Fourier deste sinal quando amostrado a 8 Hz.

2.0 **5:** Um sinal periódico $x(t)$ com uma frequência fundamantal de 5 Hz foi amostrado 6 vezes num período, obtendo-se o sinal $x_a(n) = x(\frac{n}{30})$. Os valores $X_a(m)$ da transformada discreta de Fourier de $x_a(n)$ são

$$X_a(0) = 3, \quad X_a(1) = 3 - 4\mathrm{j}, \quad X_a(2) = -\mathrm{j}, \quad X_a(3) = -1, \quad X_a(4) = \mathrm{j}, \quad X_a(5) = 3 + 4\mathrm{j}.$$

a) Desenhe o gráfico de $|X_a(m)|$, calibrando o eixo dos x's em Hz.

b) As amostras $x_a(n)$ são números reais, ou existe pelo menos uma que tem parte imaginária não nula?

2.0 **6:** Explique o que é o *aliasing*.

2.0 **7:** O sinal $x(t) = 3\sin(8\pi t) - 2\cos(10\pi t)$ vai ser quantizado com 20 bits.

a) Dê uma estimativa da amplitude do sinal, isto é, de $\max|x(t)|$.

b) Apresente fórmulas para o passo de quantização, sinal quantizado e sinal reconstruído.

c) Qual é o erro absoluto e qual é o erro quadrático médio?

2.0 **8:** O sinal de saída de um dado sistema é dado por $y(n) = 2x(n) - 3x(n-1) - 2x(n-2)$.

a) Qual é a resposta $y(n)$ deste sistema ao sinal de entrada $x(n) = 1$ para $n = 0$ e $x(n) = 0$ para $n \neq 0$?

b) Esboce o gráfico do valor absoluto da resposta em frequência deste sistema.

2.0 $\boxed{\textbf{9:}}$ Considere que os símbolos A, B, C, D e E de um alfabeto têm as probabilidades

$$p(A) = 0.1, \quad p(B) = 0.2, \quad p(C) = 0.3, \quad p(D) = 0.1, \quad p(E) = 0.3.$$

a) Calcule a entropia deste alfabeto.

b) Faça um código de Huffman para este caso e indique o respetivo número médio de bits.

c) Codifique a sequência $ADEAB$ com o código de Huffman que fez.

d) Descodifique a sequência 000110100101110 com o código de Huffman que fez.

2.0 $\boxed{\textbf{10:}}$ Considere que os símbolos X, Y e Z de um outro alfabeto têm as probabilidades

$$p(X) = 0.2, \quad p(Y) = 0.5, \quad p(Z) = 0.3.$$

a) Codifique a sequência $XYXZ$ usando um codificador aritmético.

b) Descodifique 0.07.

2.0 $\boxed{\textbf{11:}}$ Explique em que consiste a técnica de compressão RLE (Run-Length Encoding).

2.0 $\boxed{\textbf{12:}}$ Usando a técnica de compressão LZW (Lempel-Ziv-Welch) comprima a sequência (só existem três símbolos, A, B e C):

$$AAABABCCCA.$$

Formulário: Série clássica de Fourier:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{j2\pi \frac{mt}{T}}, \qquad c_m = \frac{1}{T}\int_0^T x(t) e^{-j2\pi\frac{mt}{T}}\, dt$$

Transformada de Fourier ($\omega = 2\pi f$)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

Transformada discreta de Fourier:

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} X(m) e^{j2\pi\frac{mn}{N}}, \qquad X(m) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi\frac{mn}{N}}$$

Logaritmos:

p	$-\log_2 p$
0.1	3.322
0.3	1.737