

Criptografia III

Criptografia

António Santos

ISTEC

Tópicos

1 Estrutura tradicional de cifra de bloco

Cifras de fluxo e cifras de bloco

Motivação para a estrutura de cifra de feistel

Cifra de Feistel

2 Data Encryption Standard (DES)

Sub-chaves DES

Decifrando o DES

Implementação de um exemplo do DES

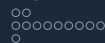
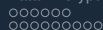
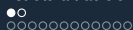
3 AES

Aritmética de corpo finito

Estrutura do AES

Exemplo de AES

4 A força das chaves



Cifras de fluxo

Uma cifra de fluxo é aquela que encripta um fluxo de dados digital um bit ou um byte de cada vez. Alguns exemplos de cifras de fluxo clássicas são as autochaveadas Vigenère e Vernam. No caso ideal, uma versão onetime pad da cifra Vernam seria utilizada, na qual o fluxo de chaves (k_i) tem o tamanho do fluxo de bits do texto claro (p_i).

Cifras de bloco

Uma cifra de bloco é aquela em que um bloco de texto claro é tratado como um todo e usado para produzir um de texto cifrado com o mesmo tamanho. Normalmente, um tamanho de bloco de 64 ou 128 bits é utilizado. Assim como a cifra de fluxo, os dois utilizadores compartilham uma chave de encriptação simétrica. Uma cifra de bloco pode ser usada para conseguir o mesmo efeito de uma cifra de fluxo.

Motivação para a estrutura de cifra de feistel

cifra de bloco com um bloco de texto claro de $n = 2$ bits

mapeamento reversível

| Texto claro | Texto cifrado |
|-------------|---------------|
| 00 | 11 |
| 01 | 10 |
| 10 | 00 |
| 11 | 01 |

mapeamento irreversível

| Texto claro | Texto cifrado |
|-------------|---------------|
| 00 | 11 |
| 01 | 10 |
| 10 | 01 |
| 11 | 01 |

Motivação para a estrutura de cifra de feistel

Cifra de substituição

| Texto claro | Texto cifrado |
|-------------|---------------|
| 0000 | 1110 |
| 0001 | 0100 |
| 0010 | 1101 |
| 0011 | 0001 |
| 0100 | 0010 |
| 0101 | 1111 |
| 0110 | 1011 |
| 0111 | 1000 |
| 1000 | 0011 |
| 1001 | 1010 |
| 1010 | 0110 |
| 1011 | 1100 |
| 1100 | 0101 |

| Texto claro | Texto cifrado |
|-------------|---------------|
| 0000 | 1110 |
| 0001 | 0011 |
| 0010 | 0011 |
| 0011 | 1000 |
| 0100 | 0001 |
| 0101 | 1100 |
| 0110 | 1010 |
| 0111 | 1111 |
| 1000 | 0111 |
| 1001 | 1101 |
| 1010 | 1001 |
| 1011 | 0110 |
| 1100 | 1011 |

No caso de $n = 4$

$$y_1 = k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + k_{13}x_3 + k_{14}x_4$$

$$y_2 = k_{21}x_1 + k_{22}x_2 + k_{23}x_3 + k_{24}x_4$$

$$y_3 = k_{31}x_1 + k_{32}x_2 + k_{33}x_3 + k_{34}x_4$$

$$y_4 = k_{41}x_1 + k_{42}x_2 + k_{43}x_3 + k_{44}x_4$$

Definição

A Cifra de Feistel aproxima a cifra de bloco ideal utilizando o conceito de uma cifra de produto, que é a execução de duas ou mais cifras simples em sequência, de tal forma que o resultado ou produto final seja criptograficamente mais forte do que qualquer uma das cifras componentes. A essência da técnica é desenvolver uma cifra de bloco com um tamanho de chave de k bits e de bloco de n bits, permitindo um total de 2^k transformações possíveis, em vez de $2^n!$ transformações disponíveis com a cifra de bloco ideal.

Cifra de Feistel

Cifra que alterna substituições e permutações

- Substituição: cada elemento de texto claro ou grupo de elementos é substituído exclusivamente por um elemento ou grupo de elementos de texto cifrado correspondente.
- Permutação: uma sequência de elementos de texto claro é substituída por uma permutação dessa sequência.

Difusão e confusão

- Difusão: a estrutura estatística do texto claro é dissipada em estatísticas de longa duração do texto cifrado.
- Confusão: procura-se estabelecer o relacionamento entre as estatísticas do texto cifrado e o valor da chave de encriptação o mais complexo possível, novamente para frustrar tentativas de descobrir a chave.

Difusão e confusão

- Tamanho de bloco: tamanhos de bloco maiores significam maior segurança, mas velocidade de encriptação/decriptação reduzida para determinado algoritmo.
- Tamanho de chave: tamanho de chave maior significa maior segurança, mas pode diminuir a velocidade de encriptação/decriptação.

Difusão e confusão

- Número de rotações: a essência da cifra de Feistel é que uma única rotação oferece segurança inadequada, mas várias proporcionam maior segurança. Um tamanho típico é de 16 rotações.
- Algoritmo de geração de subchave: maior complexidade nesse algoritmo deverá levar a maior dificuldade de criptoanálise.
- Função F: novamente, maior complexidade geralmente significa maior resistência à criptoanálise.

Difusão e confusão

Existem duas considerações no projeto da cifra de Feistel:

- Encriptação e decrptação rápidas em software: em muitos casos, a encriptação é embutida nas aplicações ou funções utilitárias, de tal forma que impede uma implementação em hardware. A velocidade de execução do algoritmo torna-se uma preocupação.
- Facilidade de análise: embora quiséssemos tornar nosso algoritmo o mais difícil possível de criptoanalisar, existe um grande benefício em colocá-lo como fácil de ser analisado. Se o algoritmo puder ser explicado de forma concisa e clara, é mais fácil analisá-lo em busca de vulnerabilidades criptoanalíticas e, portanto, desenvolver um nível mais alto de garantia quanto à sua força.

Algoritmo De Decriptação de Feistel

O processo de decriptação com uma cifra de Feistel é basicamente o mesmo de encriptação. A regra é a seguinte: use o texto cifrado como entrada para o algoritmo, mas as subchaves K_i em ordem reversa. Ou seja, usa-se K_n na primeira rotação, K_{n-1} na segunda, e assim por diante, até K_1 ser usada na última rotação.

Algoritmo De Decriptação de Feistel

Seja $DE7F03A6$. Então, $LE_{14} = DE7F$ e $RE_{14} = 03A6$. Além disso, admita que o valor de K_{15} seja $12DE52$. Após a rotação 15, temos $LE_{15} = 03A6$ e $RE_{15} = F(03A6, 12DE52) \oplus DE7F$.

Decriptação de Feistel

Vamos supor que $LD_1 = RE_{15}$ e $RD_1 = LE_{15}$, então $LD_2 = RE_{14}$ e $RD_2 = LE_{14}$. Assim, começamos com $LD_1 = F(03A6, 12DE52) \oplus DE7F$ e $RD_1 = 03A6$, daqui resulta $LD_2 = 03A6 = RE_{14}$ e $RD_2 = F(03A6, 12DE52) \oplus [F(03A6, 12DE52) \oplus DE7F] = DE7F = LE_{14}$.

Definição

O DES é um algoritmo de criptografia baseado em blocos. Um bloco de tamanho fixo de bit é obtido e transformado por uma série de operações básicas em outro bloco criptografado do mesmo tamanho. No caso do DES, o tamanho do bloco é de 64 bits. A chave também possui 64 bits, mas 8 desses bits são usados para verificar a paridade, tornando o comprimento efetivo da chave em 56 bits.

Metodologia

O DES é composto por 16 fases ou rotações idênticas. No início e no final é realizada uma permutação. Essas permutações não são significativas ao nível da criptografia, pois foram incluídas para facilitar o upload e download dos blocos no hardware dos anos 70.

Metodologia

- 1 Expansão: pega-se metade do bloco de 64 bits (32 bits) que expandido para 48 bits mediante expansão da permutação duplicando alguns dos bits.
- 2 Mistura: o resultado é combinado com uma subchave usando uma operação XOR. Dezesesseis subchaves (uma para cada rotação) são derivadas da chave inicial, gerando subchaves.
- 3 Substituição: após a mistura, o bloco é dividido em oito pedaços de 6 bits que são passados para as caixas de substituição.
- 4 Permutação: finalmente, os 32 bits de saída das S-caixas são reordenados de acordo com uma permutação fixa.

Sub-chaves DES

Matriz PC1

$$\begin{bmatrix} 57 & 49 & 41 & 33 & 25 & 17 & 09 & 01 & 58 & 50 & 42 & 34 & 26 & 18 \\ 10 & 02 & 59 & 51 & 43 & 35 & 27 & 19 & 11 & 03 & 60 & 52 & 44 & 36 \\ 63 & 55 & 47 & 39 & 31 & 23 & 15 & 07 & 62 & 54 & 46 & 38 & 30 & 22 \\ 14 & 06 & 61 & 53 & 45 & 37 & 29 & 21 & 13 & 05 & 28 & 20 & 12 & 04 \end{bmatrix}$$

Aplicação da matriz

Se tivéssemos uma chave "M" igual a:

$M =$

00010011001101000101011101111001100110111011110011011111111100

Após passa-la pela matriz de permutação e compressão acima
teríamos a seguinte sub chave $PC1(M)$ de 56 bits.

$PC1(M) =$

11110000110011001010101011110101010101100110011110001111

Rotação

$$C_0 = 1111000011001100101010101111$$

$$D_0 = 0101010101100110011110001111$$

C_1 e D_1 que é a rotação de 1 bit a esquerda de C_0 e D_0 .

$$C_1 = 1110000110011001010101011111$$

$$D_1 = 1010101011001100111100011110$$

...

concatenação de C_n com D_n

$$C_1 D_1 =$$

11100001100110010101010111111010101011001100111100011110

$$C_2 D_2 =$$

110000110011001010101011111110101010110011001111000111101

$$C_3 D_3 =$$

00001100110010101010111111110101011001100111100011110101

...

Sub-chaves DES

Matriz PC2

$$\begin{bmatrix}
 14 & 17 & 11 & 24 & 01 & 05 & 03 & 28 \\
 15 & 06 & 21 & 10 & 23 & 19 & 12 & 04 \\
 26 & 08 & 16 & 07 & 27 & 20 & 13 & 02 \\
 41 & 52 & 31 & 37 & 47 & 55 & 30 & 40 \\
 51 & 45 & 33 & 48 & 44 & 49 & 39 & 56 \\
 34 & 53 & 46 & 42 & 50 & 36 & 29 & 32
 \end{bmatrix}$$

Sub-chaves DES

$$K_n = C_n D_n$$

$K1 = 0001101100000010111011111111000111000001110010$

$K2 = 011110011010111011011001110110111100100111100101$

$K3 = 010101011111110010001010010000101100111110011001$

.....

Metodologia

A forma mais simples de se decifrar um bloco cifrado com o DES é simplesmente fazendo o inverso de cifrar. Ou seja, seguindo os mesmos passos anteriormente descritos porém invertendo a ordem das sub-chaves (K_1, \dots, K_{16})

Metodologia

$$P1(M') =$$

0000101001001100110110011001010110111100010000100011001000110

que em seguida se divide nos blocos:

$$L_0 = 00001010010011001101100110010101$$

$$R_0 = 10111100010000100011001000110100$$

Metodologia

$$L_n = R_{n-1}$$

$$R_n = L_{n-1} \oplus f(R_{n-1}, K_n)$$

Desenvolvimento

$$L_n = R_{n-1}.$$

$$L_1 = 10111100010000100011001000110100$$

Para calcular $f(R_0, K_1)$ expandimos R_0 com a matriz PE obtendo $PE(R_0)$.

$$PE(R_0) =$$

$$001000000110101000000100000110100100000110101000$$

Depois realizamos um XOR entre $PE(R_0)$ e a chave K_{16} que resultará no bloco.

$$K_{16} \oplus PE(R_0) =$$

$$111010110101011110001111000101000101011001011101$$

Desenvolvimento

Do mesmo modo seria obtido os demais R_n e L_n até a decima sexta iteração onde seria possível escrever:

$$R_{16} = 11001100000000001100110011111111$$

$$L_{16} = 11110000101010101111000010101010$$

Que após concatenados e permutados pela matriz $P3$ resultaria no bloco $M =$

$$0000000100100011010001010110011110001001101010111100110111101$$

que é a mensagem original.

Exemplo

| | |
|----------------|------------------|
| Texto claro: | 02468aceeca86420 |
| Chave: | 0f1571c947d9e859 |
| Texto cifrado: | da02ce3a89ecac3b |

Decifrando o DES

Exemplo de DES

| Rodada | K_i | L_i | R_i |
|------------------|------------------|----------|----------|
| IP | | 5a005a00 | 3cf03c0f |
| 1 | 1e030f03080d2930 | 3cf03c0f | bad22845 |
| 2 | 0a31293432242318 | bad22845 | 99e9b723 |
| 3 | 23072318201d0c1d | 99e9b723 | 0bae3b9e |
| 4 | 05261d3824311a20 | 0bae3b9e | 42415649 |
| 5 | 3325340136002c25 | 42415649 | 18b3fa41 |
| 6 | 123a2d0d04262a1c | 18b3fa41 | 9616fe23 |
| 7 | 021f120b1c130611 | 9616fe23 | 67117cf2 |
| 8 | 1c10372a2832002b | 67117cf2 | c11bfc09 |
| 9 | 04292a380c341f03 | c11bfc09 | 887fbc6c |
| 10 | 2703212607280403 | 887fbc6c | 600f7e8b |
| 11 | 2826390c31261504 | 600f7e8b | f596506e |
| 12 | 12071c241a0a0f08 | f596506e | 738538b8 |
| 13 | 300935393c0d100b | 738538b8 | c6a62c4e |
| 14 | 311e09231321182a | c6a62c4e | 56b0bd75 |
| 15 | 283d3e0227072528 | 56b0bd75 | 75e8fd8f |
| 16 | 2921080b13143025 | 75e8fd8f | 25896490 |
| IP ⁻¹ | | da02ce3a | 89ecac3b |

Decifrando o DES

Efeito avalanche no DES: mudança no texto claro.

| Rodada | | δ | Rodada | | δ |
|--------|--------------------------------------|----------|--------|--------------------------------------|----------|
| | 02468aceeca86420 12468aceeca86420 | 1 | 9 | c11bfc09887fbc6c 99f911532eed7d94 | 32 |
| 1 | 3cf03c0fbad22845 3cf03c0fbad32845 | 1 | 10 | 887fbc6c600f7e8b 2eed7d94d0f23094 | 34 |
| 2 | bad2284599e9b723 bad3284539a9b7a3 | 5 | 11 | 600f7e8bf596506e d0f23094455da9c4 | 37 |
| 3 | 99e9b7230bae3b9e 39a9b7a3171cb8b3 | 18 | 12 | f596506e738538b8 455da9c47f6e3cf3 | 31 |
| 4 | 0bae3b9e42415649 171cb8b3ccaca55e | 34 | 13 | 738538b8c6a62c4e 7f6e3cf34bc1a8d9 | 29 |
| 5 | 4241564918b3fa41 ccaca55ed16c3653 | 37 | 14 | c6a62c4e56b0bd75 4bc1a8d91e07d409 | 33 |
| 6 | 18b3fa419616fe23 d16c3653cf402c68 | 33 | 15 | 56b0bd7575e8fd8f 1e07d4091ce2e6dc | 31 |
| 7 | 9616fe2367117cf2 cf402c682b2cefbc | 32 | 16 | 75e8fd8f25896490 1ce2e6dc365e5f59 | 32 |
| 8 | 67117cf2c11bfc09 2b2cefbc99f91153 | 33 | IP-1 | da02ce3a89ecac3b 057cde97d7683f2a | 32 |

Decifrando o DES

Efeito avalanche no DES: mudança na chave

| Rodada | | δ | Rodada | | δ |
|--------|--------------------------------------|----------|------------------|--------------------------------------|----------|
| | 02468aceeca86420 02468aceeca86420 | 0 | 9 | c11bfc09887fbc6c 548f1de471f64dfd | 34 |
| 1 | 3cf03c0fbad22845 3cf03c0f9ad628c5 | 3 | 10 | 887fbc6c600f7e8b 71f64dfd4279876c | 36 |
| 2 | bad2284599e9b723 9ad628c59939136b | 11 | 11 | 600f7e8bf596506e 4279876c399fdc0d | 32 |
| 3 | 99e9b7230bae3b9e 9939136b768067b7 | 25 | 12 | f596506e738538b8 399fdc0d6d208dbb | 28 |
| 4 | 0bae3b9e42415649 768067b75a8807c5 | 29 | 13 | 738538b8c6a62c4e 6d208dbb9bdeeeaa | 33 |
| 5 | 4241564918b3fa41 5a8807c5488dbe94 | 26 | 14 | c6a62c4e56b0bd75 b9bdeeead2c3a56f | 30 |
| 6 | 18b3fa419616fe23 488dbe94aba7fe53 | 26 | 15 | 56b0bd7575e8fd8f d2c3a56f2765c1fb | 33 |
| 7 | 9616fe2367117cf2 aba7fe53177d21e4 | 27 | 16 | 75e8fd8f25896490 2765c1fb01263dc4 | 30 |
| 8 | 67117cf2c11bfc09 177d21e4548f1de4 | 32 | IP ⁻¹ | da02ce3a89ecac3b ee92b50606b62b0b | 30 |

Definição

O Advanced Encryption Standard (Padrão de Encriptação Avançada), ou AES, foi publicado pelo National Institute of Standards and Technology (NIST), em 2001. O AES é uma cifra simétrica de bloco que pretende substituir o DES como o padrão para uma grande variedade de aplicações. Comparada às cifras de chave pública como a RSA, a estrutura do AES e a maioria das cifras simétricas são bastante complexas e não explicadas tão facilmente quanto outras cifras criptográficas.

Aritmética

No AES, todas as operações são realizadas com 8 bits. Em particular, as operações aritméticas de soma, multiplicação e divisão são feitas sobre o corpo finito $GF(2^8)$.

Basicamente, um corpo é um conjunto no qual nós podemos somar, subtrair, multiplicar e dividir sem sair dele. A divisão é definida com a seguinte regra: $a/b = a(b^{-1})$. Um exemplo de um corpo finito (aquele que possui um número finito de elementos) é o conjunto \mathbb{Z}_p que contém todos os inteiros $\{0, 1, \dots, p-1\}$, onde p é um número primo e cujo cálculo é feito módulo p .



Corpo finito

Corpo finito contendo 2^n elementos, sendo esse corpo denominado $GF(2^n)$. Considere o conjunto S de todos os polinómios de grau $n - 1$ ou menor com coeficientes binários. Então, cada polinómio possui a forma

$$f(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_0 = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j$$

onde cada a_i assume o valor 0 ou 1.

Estrutura geral do AES

- Um recurso digno de nota é que ela não é uma estrutura Feistel. Lembre-se de que, na estrutura Feistel clássica, metade do bloco de dados é usada para modificar a outra metade, e depois elas são invertidas. Em vez disso, AES processa o bloco de dados inteiro como uma única matriz durante cada rotação usando substituições e permutação.
- A chave que é fornecida como entrada é expandida para um array de quarenta e quatro palavras (words) de 32 bits cada um, $w[i]$. Quatro palavras (words) distintas (128 bits) servem como uma chave para cada rotação.

Estrutura geral do AES

- Quatro estágios diferentes são usados, um de permutação e três de substituição:
 - SubBytes: utiliza uma S-box para realizar uma substituição byte a byte do bloco
 - ShiftRows: uma permutação simples
 - MixColumns: uma substituição que utiliza aritmética sobre $GF(2^8)$
 - AddRoundKey: um XOR bit a bit simples do bloco atual com uma parte da chave expandida

Estrutura geral do AES

- A estrutura é muito simples. Para a encriptação e deciptação, a cifra começa com um estágio AddRoundKey, seguido por nove rotações, e cada uma inclui todos os quatro estágios, seguidas por uma décima rotação de três estágios.
- O estágio AddRoundKey utiliza a chave. Por esse motivo, a cifra começa e termina com ele. Qualquer outro estágio, aplicado no início ou no fim, é reversível sem conhecimento da chave e não impacta na segurança.
- O estágio AddRoundKey, com efeito, é uma forma de cifra de Vernam. Os outros três estágios oferecem confusão, difusão e não linearidade, mas isolados não ofereceriam segurança, pois não usam a chave.

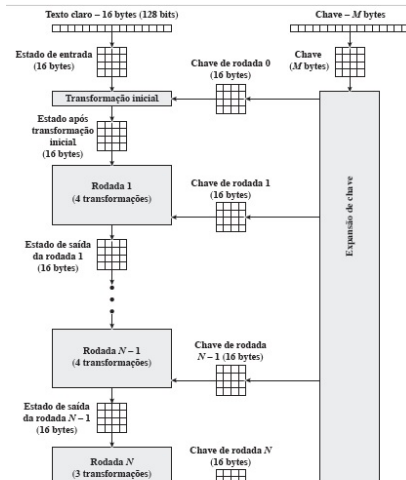
Estrutura geral do AES

- Cada estágio é facilmente reversível. Para os estágios SubByte, ShiftRows e MixColumns, uma função inversa é usada no algoritmo de decifração. Para o AddRoundKey, o inverso é obtido pelo XOR da mesma chave da rotação com o bloco, usando o resultado de que $A \oplus B \oplus B = A$.
- Assim como na maioria das cifras em bloco, o algoritmo de decifração utiliza a chave expandida em ordem reversa. Porém, o algoritmo de decifração não é idêntico ao de encriptação. Consequência da estrutura do AES.

Estrutura geral do AES

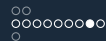
- Uma vez estabelecido que os 4 estágios são reversíveis, verifica-se que a decifração recupera o texto claro.
- rotação final da encriptação e da decifração consiste em apenas três estágios. Consequência da estrutura do AES, necessário para tornar a cifra reversível.

Processo de encriptação do AES



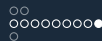
Comprimento da chave

O comprimento da chave pode ser 16, 24 ou 32 bytes (128, 192 ou 256 bits). O algoritmo é denominado AES-128, AES-192 ou AES-256, dependendo do tamanho da chave. A entrada para os algoritmos de encriptação e decríptação é um único bloco de 128 bits.



Parâmetros do AES

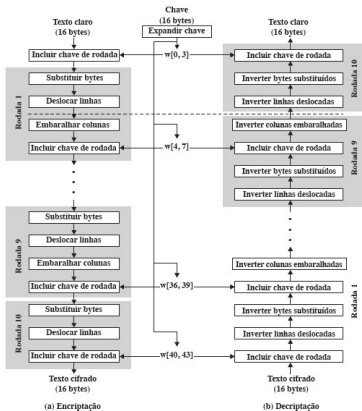
| | | | |
|--|----------|----------|----------|
| Tamanho da chave (words/bytes/bits) | 4/16/128 | 6/24/192 | 8/32/256 |
| Tamanho do bloco de texto claro (words/bytes/bits) | 4/16/128 | 4/16/128 | 4/16/128 |
| Número de rodadas | 10 | 12 | 14 |
| Tamanho da chave de rodada (words/bytes/bits) | 4/16/128 | 4/16/128 | 4/16/128 |
| Tamanho da chave expandida (words/bytes) | 44/176 | 52/208 | 60/240 |



Estrutura do AES

Estrutura Detalhada

Encriptação e Desencriptação no AES.



Exemplo

| | |
|----------------|----------------------------------|
| Texto claro: | 0123456789abcdeffedcba9876543210 |
| Chave: | 0f1571c947d9e8590cb7add6af7f6798 |
| Texto cifrado: | ff0b844a0853bf7c6934ab4364148fb9 |

A força das Chaves

| Tamanho de chave (bits) | Cifra | Número de chaves alternativas | Tempo exigido a 10^9 decifrações/s | Tempo exigido a 10^{13} decifrações/s |
|----------------------------|----------------|--------------------------------------|--|---|
| 56 | DES | $2^{56} \approx 7,2 \times 10^{16}$ | 2^{55} ns = 1,125 ano | 1 hora |
| 128 | AES | $2^{128} \approx 3,4 \times 10^{38}$ | 2^{127} ns = $5,3 \times 10^{21}$ anos | $5,3 \times 10^{17}$ anos |
| 168 | Triple DES | $2^{168} \approx 3,7 \times 10^{50}$ | 2^{167} ns = $5,8 \times 10^{33}$ anos | $5,8 \times 10^{29}$ anos |
| 192 | AES | $2^{192} \approx 6,3 \times 10^{57}$ | 2^{191} ns = $9,8 \times 10^{40}$ anos | $9,8 \times 10^{36}$ anos |
| 256 | AES | $2^{256} \approx 1,2 \times 10^{77}$ | 2^{255} ns = $1,8 \times 10^{60}$ anos | $1,8 \times 10^{56}$ ano |
| 26 caracteres (permutação) | Monoalfabético | $2! = 4 \times 10^{26}$ | 2×10^{26} ns = $6,3 \times 10^9$ anos | $6,3 \times 10^6$ anos |

Figura: Tempo médio exigido para uma busca exaustiva no espaço de chaves.