

# Projeto 2 - CSI-22 - Primo Pobre

Iago Jacob de Souza Ramos  
Marcelo Hippolyto de Sandes Peixoto  
Pedro Henrique Diógenes da Fonseca  
Pedro Ulisses de Lima Quadros  
Welberson Franklin Mello de Oliveira  
Orientadora: Professora Karla Fook  
*Instituto Tecnológico de Aeronáutica*

5 de junho de 2025

## 1 O que faz o programa

O programa desenvolvido tem como objetivo auxiliar os usuários no planejamento financeiro, oferecendo um cronograma otimizado de pagamentos para quitar suas dívidas da forma mais eficiente possível. A partir das informações fornecidas pelo usuário — incluindo sua renda mensal, custo de vida e detalhes sobre cada dívida — o sistema calcula a melhor estratégia de quitação que minimize o total de juros pagos ao longo do tempo. Para isso, são considerados parâmetros fundamentais de cada dívida, como a **taxa de juros**, o **vencimento**, o **pagamento mínimo exigido** e o **tipo de amortização**. Utilizando algoritmos de simulação e priorização, o programa distribui o orçamento disponível mês a mês entre as dívidas, respeitando as restrições financeiras do usuário e priorizando aquelas com maior impacto financeiro.

Esses parâmetros têm papel decisivo na escolha da ordem e da forma de pagamento. A **taxa de juros** define o custo de manter a dívida ao longo do tempo, sendo geralmente o principal critério de priorização. O **vencimento** impõe prazos que, se não respeitados, podem gerar multas ou negativação, exigindo atenção especial. O **pagamento mínimo** garante que certas dívidas sejam atendidas parcialmente, mesmo quando o orçamento está limitado, evitando penalidades contratuais. Já o **tipo de amortização** influencia a evolução do saldo devedor, podendo tornar uma dívida mais ou menos vantajosa de ser antecipada. Ao considerar esses elementos, o programa constrói um plano que equilibra economia de juros e cumprimento de obrigações.

## 2 Descrição matemática do problema das dívidas

O problema de planejamento financeiro abordado neste projeto pode ser descrito como um problema de otimização com restrições, cujo objetivo é minimizar o total de juros pagos ao longo de um horizonte de tempo discreto (mensal), sujeito à limitação de recursos disponíveis e às exigências contratuais das dívidas. **A descrição matemática a seguir adota um modelo mais simplificado para motivar o estudo.**

### Parâmetros e Variáveis

Considere:

- $T$ : número total de meses do planejamento.
- $R_t$ : renda mensal no mês  $t$ .
- $C_t$ : custo de vida fixo no mês  $t$ .
- $B_t = R_t - C_t$ : orçamento disponível no mês  $t$ .
- $D_i$ : valor inicial da  $i$ -ésima dívida.
- $r_i$ : taxa de juros mensal da dívida  $i$ .

- $m_i$ : pagamento mínimo exigido da dívida  $i$  por mês.
- $v_i$ : mês de vencimento da dívida  $i$  (se aplicável).
- $x_{i,t}$ : valor pago à dívida  $i$  no mês  $t$ .
- $s_{i,t}$ : saldo devedor da dívida  $i$  ao final do mês  $t$ .

## Evolução das Dívidas

A dinâmica de cada dívida pode ser modelada da seguinte forma:

$$s_{i,0} = D_i$$

$$s_{i,t} = (s_{i,t-1} - x_{i,t}) \cdot (1 + r_i), \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

## Restrições

1. Limite orçamentário mensal:

$$\sum_i x_{i,t} \leq B_t, \quad \forall t$$

2. Pagamento mínimo mensal (quando aplicável):

$$x_{i,t} \geq m_i, \quad \forall i, \forall t \leq v_i$$

3. Não é permitido pagamento superior ao saldo devedor:

$$x_{i,t} \leq s_{i,t-1}, \quad \forall i, t$$

4. A dívida será liquidada no tempo definido ou, em caso de inadimplência, será orientada a busca por aconselhamento para renegociação.

## Função Objetivo

Queremos minimizar o total de juros a ser pago, que pode ser modelado como a diferença entre o total pago e o valor inicial das dívidas:

$$\text{Minimizar } J = \left( \sum_{t=1}^T \sum_i x_{i,t} \right) - \left( \sum_i D_i \right)$$

Alternativamente, pode-se calcular diretamente os juros acumulados em cada dívida:

$$\text{Minimizar } J = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{t=1}^T x_{i,t} - D_i \right)$$

## Exemplo Numérico

Suponha um indivíduo com:

- Renda mensal:  $R_t = 3000$  reais
- Custo de vida:  $C_t = 2000$  reais
- Dívida 1: Cartão de crédito,  $D_1 = 1000$  reais,  $r_1 = 15\%$ ,  $m_1 = 150$
- Dívida 2: Empréstimo pessoal,  $D_2 = 2000$  reais,  $r_2 = 5\%$ ,  $m_2 = 200$

Neste caso, o orçamento mensal disponível é  $B_t = 1000$  reais. O algoritmo deve decidir como alocar esses 1000 reais entre as duas dívidas de forma a minimizar os juros ao longo do tempo, respeitando os pagamentos mínimos e considerando que a dívida 1 tem juros muito mais altos. A estratégia ótima seria priorizar a dívida 1 enquanto cumpre o pagamento mínimo da dívida 2, quitando-a o mais rápido possível para evitar a capitalização de juros elevados.

### 3 Formulação Matemática do Problema com Dívidas Parceladas e Amortizações Antecipadas

Neste modelo, consideramos dívidas com parcelas mensais fixas — típicas de empréstimos no sistema Price ou com amortização constante —, e introduzimos a possibilidade de amortização antecipada. Ou seja, o devedor pode pagar além do valor mensal obrigatório para reduzir o saldo devedor e, assim, diminuir o valor total desembolsado ao longo do tempo. O objetivo é minimizar o total efetivamente pago, considerando que amortizações antecipadas evitam o pagamento de juros futuros, desde que respeitado o orçamento mensal disponível.

#### Parâmetros e Variáveis

Considere:

- $T$ : número total de meses do planejamento.
- $R_t$ : renda mensal no mês  $t$ .
- $C_t$ : custo de vida no mês  $t$ .
- $B_t = R_t - C_t$ : orçamento disponível no mês  $t$ .
- $V_i^{\text{init}}$ : valor inicial da dívida  $i$ .
- $P_i$ : valor da parcela mensal fixa da dívida  $i$ .
- $r_i$ : taxa de juros mensal da dívida  $i$ .
- $j_i$ : taxa de juros aplicada a parcelas em atraso da dívida  $i$ .
- $\alpha_i$ : taxa de desconto mensal aplicada à amortização antecipada da dívida  $i$ , refletindo a economia de juros obtida por antecipar parcelas futuras.
- $N_i$ : número total de parcelas da dívida  $i$ .
- $a_{(i,t+K_i-k)}$ : valor pago no mês  $t$  como amortização antecipada da parcela que venceria em  $t + K_i - k$ .
- $S_{i,t}$ : total acumulado pago na dívida  $i$  até o final do mês  $t$ .

#### Evolução das Dívidas com Inadimplência e Amortizações Antecipadas

Para modelar adequadamente o comportamento realista das dívidas, consideramos os seguintes fatores:

- **Inadimplência:** caso o pagamento obrigatório  $P_i$  não seja realizado no mês correspondente, o valor da parcela é acrescido de juros de mora.
- **Amortizações antecipadas:** pagamentos extras que reduzem parcelas futuras, atualizados ao valor presente com a taxa de juros da dívida.

A evolução do total pago acumulado  $S_{i,t}$  da dívida  $i$  até o mês  $t$  é dada por:

$$S_{i,0} = 0$$

$$S_{i,t} = S_{i,t-1} + d_{i,t} + \sum_{k=0}^{K_i-1} \frac{a_{(i,t+K_i-k)}}{(1 + \alpha_i)^{K_i-k}}, \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

Onde:

- $d_{i,t}$ : valor da parcela devida da dívida  $i$  no mês  $t$ :

$$d_{i,t} = \begin{cases} P_i, & \text{se a parcela foi paga no prazo} \\ \sum_{k=0}^{m_i} P_i(1 + j_i)^k, & \text{se há } m_i \text{ parcelas em atraso} \end{cases}$$

- $a_{i,t}^{(K_i)}$ : valor a ser amortizado antecipadamente no mês  $t$  referente à parcela que venceria em  $t + K_i$ .
- $K_i = N_i - t$ : número máximo de parcelas futuras da dívida  $i$  que podem ser antecipadas no mês  $t$ .

## Restrições

1. Restrição de orçamento mensal:

$$\sum_i [d_{i,t} + \sum_{k=0}^{K_i-1} \frac{a_{(i,t+K_i-k)}}{(1+\alpha_i)^{K_i-k}}] \leq B_t, \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, T\}$$

2. A dívida será liquidada no tempo definido ou, em caso de inadimplência, será orientada a busca por aconselhamento para renegociação.
3. O valor futuro amortizado é descontado do valor da respectiva parcela.

## Função Objetivo

Deseja-se minimizar o total efetivamente pago ao longo do horizonte de planejamento:

$$\text{Minimizar } J = \sum (S_{i,T})$$

Essa função representa o custo efetivamente pago além do valor financiado inicialmente, penalizando os juros pagos e incentivando amortizações antecipadas.

## Exemplo Numérico

Suponha um indivíduo com as seguintes condições:

- Renda mensal:  $R_t = 4000$  reais
- Custo de vida:  $C_t = 2500$  reais
- Dívida 1: Empréstimo pessoal,  $V_1^{\text{init}} = 5000$  reais,  $r_1 = 2\%$ ,  $N_1 = 10$ ,  $P_1 = 500$  reais
- Dívida 2: Financiamento,  $V_2^{\text{init}} = 10000$  reais,  $r_2 = 1,5\%$ ,  $N_2 = 20$ ,  $P_2 = 500$  reais

O orçamento disponível por mês é  $B_t = 1500$  reais. Como as parcelas obrigatórias somam 1000 reais, sobram 500 reais por mês que podem ser usados para amortizações. Nesse contexto, o programa pode sugerir que o indivíduo priorize amortizações na dívida com maior taxa de juros ( $r_1 = 2\%$ ), reduzindo assim o total desembolsado ao longo dos meses. O plano ideal equilibra o uso do orçamento mensal com estratégias que maximizem a economia de juros.

## 4 Área de aplicação

O programa **Primo Pobre** é aplicado no contexto de gestão de dívidas e planejamento financeiro, com o público alvo sendo o trabalhador médio de renda fixa, mas ainda tendo certa aplicabilidade para além desse público. O problema enfrentado pelo programa é comum em cenários de alta inflação, desemprego ou acesso facilitado ao crédito, que afetam mais significativamente o público alvo explicitado.

Entre as principais áreas de aplicação, destacam-se:

- **Planejamento e educação financeira pessoal:** O sistema pode ser utilizado como ferramenta para auxiliar na educação financeira. Por meio da simulação de cenários realistas, o usuário compreende os impactos das taxas de juros, do atraso nos pagamentos e da antecipação de parcelas. Por consequência, pode ser utilizado para auxiliar o usuário a se planejar financeiramente ao realizar algum tipo de empréstimo.
- **Consultoria financeira:** Apesar do modelo funcionar com base na renda, ao reinterpretar a renda como uma verba disponível à solução do problema, planejadores financeiros poderiam empregar o algoritmo para propor um cronograma de quitação de dívidas otimizado para uma empresa.
- **Fintechs e bancos:** Instituições financeiras podem adaptar o modelo para avaliar a capacidade de pagamento de seus clientes ou para propor renegociações de dívidas de forma mais eficiente e mutuamente vantajosa, otimizando tanto o retorno financeiro quanto a taxa de inadimplência.

## 5 Padrões de projeto adotados

Por mais que o problema das dívidas, à primeira vista, pareça simples e cotidiano, encontrar uma resposta ótima pode não ser tão fácil. Há alguns métodos práticos que podem ser encontrados na Internet, como o bola de neve (quitar primeiro dívidas de maior saldo) e o avalanche (quitar primeiro as de maiores juros), mas eles não levam em conta fatores como a quantidade de dinheiro disponível a cada dia, nem a possibilidade de amortização. Portanto, não são garantidamente ótimos.

Assim, seguindo o *padrão de projeto de ponte*, a equipe do programa **Primo Pobre** se dividirá em duas frentes: time abstração e time implementação. Na parte de abstração, será construída a forma como serão armazenadas as entradas do **Primo Pobre**, isto é: juros, dívidas, empréstimos e salários, bem como dias de vencimento e valores de multas. Em posse desses dados, o time implementação desenvolverá o algoritmo que de fato achará a resposta ao problema das dívidas, retornando à parte de abstração os resultados para serem comunicados aos clientes.

A escolha desse padrão de projeto se deve a dois fatores. Primeiramente, dada a complexidade dos possíveis algoritmos que serão usados no **Primo Pobre**, é possível que, com o passar do tempo, surjam algoritmos mais eficientes ou precisos para responder ao problema das dívidas. Dessa forma, é prudente separar a implementação da abstração, até para que possam ser testados e comparados diferentes algoritmos para um mesmo conjunto de dados. Outro fator importante é que, com a divisão entre abstração e implementação, torna-se mais fácil a divisão de trabalho entre os membros da equipe, de modo a manejar os esforços de cada um eficientemente.

Possivelmente, pela limitação de tempo imposta pelos prazos da disciplina, não será possível desenvolver uma interface gráfica para o programa **Primo Pobre** (garante-se que haverá uma interface amigável, mas não gráfica). Se a equipe tivesse mais tempo, contudo, poderia ser utilizado o *padrão de projeto de adaptação* para estabelecer uma comunicação entre a interface de comandos e códigos, que com certeza estará pronta até a semana de apresentação, e uma interface gráfica. Assim, **Primo Pobre** seria também acessível a leigos no campo da programação, quiçá pudesse até ser vendido.

Por fim, com relação à forma de utilização do programa, pretende-se criar como se fosse um módulo no Python, com a possibilidade de chamada de funções no terminal e uma função help para a acesso rápido à documentação. Para esse propósito, além do de armazenar mais de um conjunto de dados e sua respectiva solução, pretende-se criar um classe com o *padrão de projeto de singleton*, na qual será salva o andamento e a memória do programa.