

Projecte I - Informe Final

M. Jabbour, A. Luque, P. Reyero

Maig 2016

1 Introducció

El nostre projecte s'ha basat en la construcció i programació d'un robot delta amb tres servomotors que jugui al clàssic joc del penjat contra una persona. Serà el robot qui dibuixarà l'entorn de joc i les lletres, i la persona haurà d'endevinar la paraula. Hem volgut que el robot faci el màxim possible, ja que és el més vistós i on treballarem més, deixant així l'ordinador en segon pla, només per executar el programa i tenir la mínima interacció amb el jugador, que serà únicament la introducció de les lletres via teclat.

L'objectiu principal del projecte ha estat que el robot tingui una resposta ràpida i precisa, suficient per poder jugar amb comoditat, és a dir, que cada cop que la persona interactui amb el robot (digui una lletra), aquest no s'estigui massa temps per respondre (dibuixant) i quan ho faci que s'entengui clarament el que ha fet (traç net i clar), a més de que ho faci al lloc on toca.

El joc és controlat per un programa a l'ordinador connectat al robot, que s'encarrega de triar la paraula, dibuixar el que calgui quan toqui i on s'escaigui, saber si l'entrada és correcta o no i conèixer l'estat del joc (quantas lletres falten, quantes s'han fallat i com es troba el penjat, i comprovar si s'ha acabat el joc).

Hem muntat el robot des del principi, és a dir, hem tractat el seu disseny mecànic (mides, articulacions, altura...), ens hem preocupat per l'estudi de la seva cinemàtica (moviments possibles, enllaços, moviment dels motors...), i finalment hem programat el software que controla tant el robot com la dinàmica de joc (control de l'entrada, diccionari intern, final de joc...)

Així doncs, cada un de nosaltres s'ha fet responsable de una de les tres parts esmentades, tot i que tots hem col·laborat i treballat activament en totes tres parts del projecte. El repartiment va ser el següent:

- Mecànica: Adrià Luque
- Cinemàtica: Pedro Reyero
- Software: Maria Jabbour

2 Part Mecànica: Muntatge

Un cop decidit què volíem que fes el nostre robot, l'objectiu principal va passar a ser muntar-lo. Abans, però, volíem saber com es mouria l'extrem (el bolígraf) canviant la posició dels motors, és a dir, resoldre la cinemàtica inversa d'un robot delta. En aquest informe final parlarem sobre el muntatge del robot, sobre aquests càlculs cinemàtics i finalment sobre la programació del joc del penjat en aquest ordre, tot i que el primer que vam fer va ser resoldre la cinemàtica inversa, abans de muntar res, per poder conèixer el model teòric que governa el nostre robot, i poder prendre decisions sobre el muntatge, aquests càlculs els incloem més endavant.

Així doncs, un cop conegudes les equacions cinemàtiques, vam decidir de quina mida serien les lletres que pintaria el robot al jugar al penjat. Vam creure oportú agafar lletres de 3x5 cm, una proporció usual i que ens permetia tenir, en una pissarra blanca estàndard, d'uns 40cm, unes 7 lletres (comptant espais entre lletres i marges), nombre que considerem força adequat per jugar.

Jugant una mica amb els paràmetres del model teòric, vam trobar unes mides que donaven el joc necessari perquè el robot arribés a tots els marges de la pissarra. Aquestes són:

Descripció de la longitud	Nom	Mida (mm)
Radi de la base superior, del centre a l'eix dels motors	R	150
Longitud de l'avantbraç	l_1	200
Longitud del braç (quadrilàter)	l_2	300
Radi de la base inferior, del centre a l'eix dels braços	r	125

Table 1: Taula de mides.

Un cop preses aquestes mides pel nostre robot, vam començar a comprar el material necessari i a muntar el robot. En particular, vam dissenyar el robot entorn una pissarra de 40x32cm, posant les potes tan allunyades del centre com fos possible i respectant les mides teòriques que vam prendre. Per això vam comprar una fusta per la base de 60x60cm i unes potes de 28mm de secció i 30cm d'alt, que era l'alçada òptima perquè el robot es pogués moure bé en l'espai de treball desitjat. Després, vam comprar la base superior i la vam tallar al taller de l'Escola amb la forma corresponent, posant-hi a lloc també els motors.

Fins i tot vam fer un dibuix 3D preliminar amb el programa SolidWorks del muntatge:

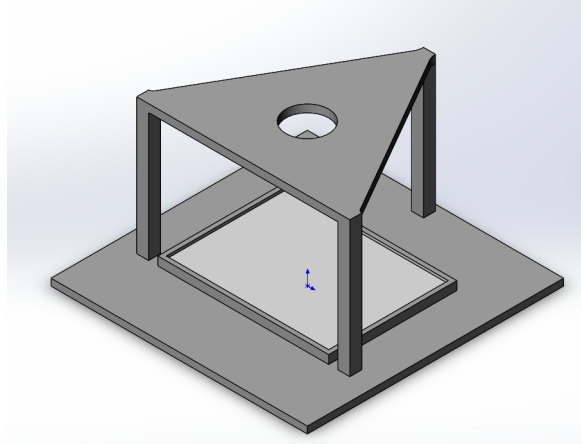


Figure 1: Base fixa del robot.

El muntatge inclou un forat al centre de la base superior que preteníem fer en un principi per poder accedir amb facilitat al bolígraf i treure els cables de l'espai de treball, però que al final hem acabat no realitzant. Tot i així al SolidWorks és útil ja que permet veure a través de la base.

Seguidament, vam comprar les barnilles per fer el quadrilàter articulat, i les juntes universals per unir-les. Per fer els avantbraços vam fer servir la mateixa fusta que per les potes, però de manera que quedessin 20cm entre eixos. Per assegurar que el joc fos mínim i les peces no es desmuntessin, els eixos horitzontals són roscats, i per cada element, a banda i banda, hi ha una volandera de seguretat “Grower” i una femella. Tot i que algunes ens han sigut proporcionades, també hem comprat volanderes i femelles.

Finalment, vam portar a imprimir a l'aula Rep Rap la base inferior del robot, dissenyada també amb el programa SolidWorks. Aquesta peça va trigar bastant a imprimir-se, ja que és bastant ampla i donava problemes en un primer moment.

Per comprovar d'una manera visual que el robot arriba als extrems de la pissarra, i aprofitant el dibuix amb SolidWorks, vam acabar de fer un assemblatge virtual amb les diferents peces del robot, permetent la mobilitat entre elements. A continuació podem veure'n algunes configuracions:

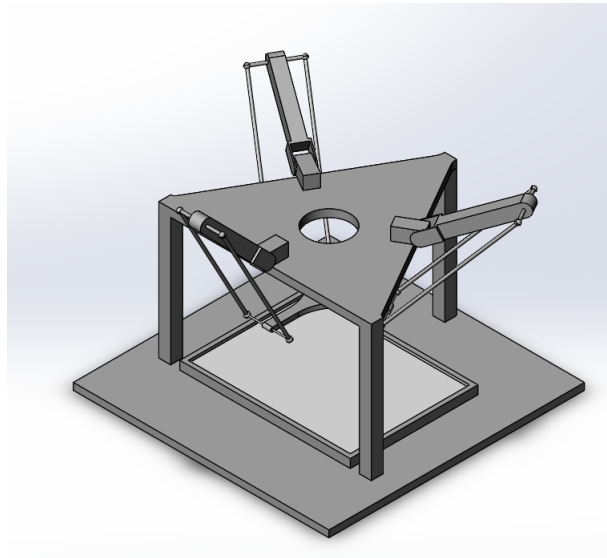


Figure 2: Robot complet, posició central.

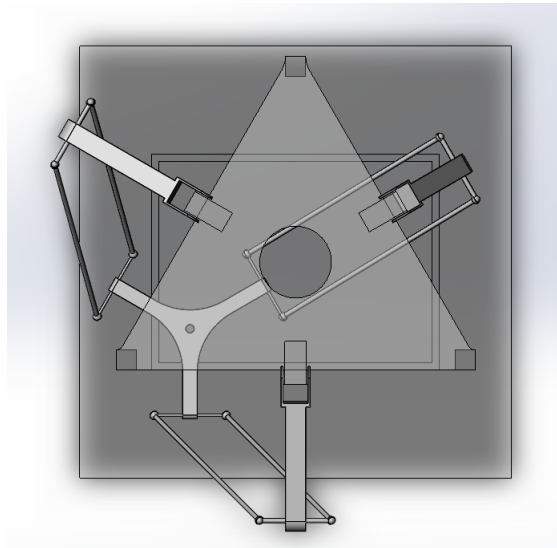


Figure 3: Robot complet, posició extrema.

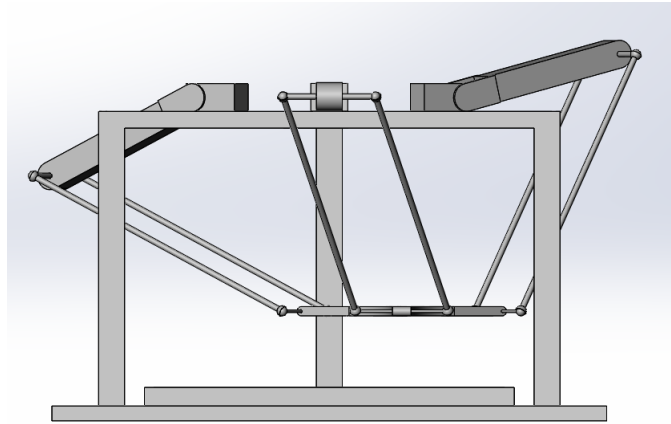


Figure 4: Robot complet, vista frontal.

Després de totes les comprovacions i de totes les dificultats del muntatge, vam completar la part mecànica del robot, que després només ha patit petites modificacions pel funcionament final, per exemple hem hagut de collar i assegurar algunes femelles perquè hi havia massa joc. Les mides finals es corresponen amb bastanta exactitud a les proposades al principi, la majoria són idèntiques, però val a dir que la longitud 're' del quadrilàter és la més distant de la teòrica, ja que a mig muntatge vam veure que havia de ser així perquè fos més senzill, i ens ha resultat de 327mm.

Un cop comprovat que el robot es movia a lloc quan li ordenàvem que anés a un punt, o fes algun recorregut senzill, vam començar a implementar-li les funcions de joc, és a dir, la part cinemàtica (parametrització de les lletres, situació d'aquestes...) i més tard el propi joc del penjat. A continuació expliquem en detall la part cinemàtica del nostre projecte, que sens dubte ha sigut extensa.

3 Part Cinemàtica: Moviment

La cinemàtica del robot consta de 2 seccions diferenciades: la primera consisteix en la deducció de la cinemàtica inversa del robot per tal de poder ordenar-li que vagi a les posicions desitjades; la segona consisteix en parametritzar totes i cadascuna de les lletres matemàticament de manera que poguem generar fàcilment els punts necessaris a traçar per dibuixar les lletres.

3.1 Cinemàtica inversa del robot

L'estudi de la cinemàtica inversa del robot consisteix en obtenir el conjunt d'expressions analítiques que representen la totalitat de condicions geomètriques d'enllaç que governen el robot i en combinar-les adequadament per arribar a expressions analítiques o procediments numèrics que permetin, a partir de la posició final que volem que tingui l'element actuador final del robot (el retolador), obtenir els angles que han de prendre els 3 motors del robot per assolir aquesta configuració final desitjada.

Usarem les coordenades generalitzades (x_c, y_c, z_c) , posició final del centre de la base inferior mòbil del robot (punt on anirà fixat el retolador), i $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, configuració angular final dels motors del robot. Com tenim un sistema de 3 graus de llibertat, ens caldran 3 equacions d'enllaç geomètriques per poder resoldre el problema. Degut a la simetria del problema, però, definirem astutament els eixos cartesianes, de manera que un dels eixos, l'eix "x", tingui la direcció d'un dels braços que surten dels motors (prendrem el motor 1). D'aquesta manera, ens situarem al pla $\{y = 0\}$ i el problema quedarà simplificat, necessitant només trobar φ_1 en funció de la posició (x_c, y_c, z_c) desitjada. Seguidament, es farà un canvi de coordenades astut per poder reciclar les relacions trobades en el pla anterior i trobar φ_2 i φ_3 sense haver de calcular cap nova expressió.

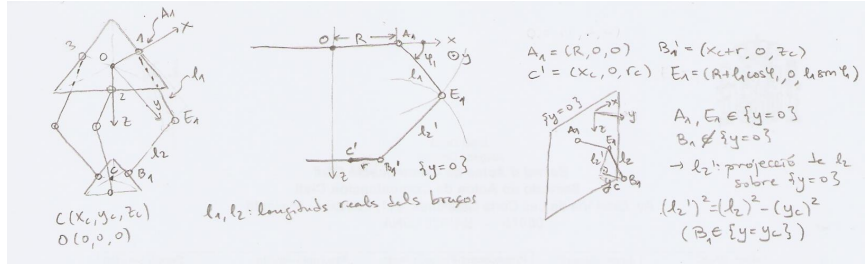


Figure 5: Esbós de l'estudi cinemàtic: Paràmetres

A la Figura 5, al dibuix pla, observem que per resoldre el problema cinemàtic invers per al motor 1 ens és suficient amb trobar les coordenades del punt E_1 (punt d'articulació entre els dos braços associats al motor 1) i relacionar-les amb φ_1 per trigonometria. Observem també (aquesta serà la clau de tota la cinemàtica inversa) que el punt E_1 és la intersecció de dues circumferències en el pla $\{y = 0\}$: la circumferència de centre B'_1 i radi l'_2 , i la circumferència de centre A_1 i radi l_1 . Les equacions d'aquestes circumferències són, respectivament:

$$(x - (x_c + r))^2 + (z - z_c)^2 = (l'_2)^2 \quad (1)$$

$$(x - R)^2 + (z - 0)^2 = (l_1)^2 \quad (2)$$

Combinant (1) i (2) tenim:

$$\begin{cases} x^2 + (x_c + r)^2 - 2(x_c + r)x + z^2 + z_c^2 - 2z_cz = l_2^2 - y_c^2 \\ x^2 + R^2 - 2Rx + z^2 = l_1^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow x_c^2 + r^2 + 2x_cr - 2(x_c + r)x + z_c^2 - 2z_cz + 2Rx - R^2 = l_2^2 - y_c^2 - l_1^2$$

De la qual obtenim, reordenant:

$$\underbrace{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 + r^2 - R^2 + l_1^2 + l_2^2 + 2x_cr}_{K} = 2(x_c + r - R)x + 2z_cz \quad (3)$$

Calculant K (només depèn de constants conegudes del problema), l'equació (3) queda reduïda a l'expressió lineal:

$$z = \frac{(R - r - x_c)}{z_c}x + \frac{K}{2z_c} \rightarrow z = Ax + B \quad (4)$$

on

$$A = \frac{(R - r - x_c)}{z_c}, B = \frac{x_c^2 + y_c^2 + z_c^2 + r^2 - R^2 + l_1^2 + l_2^2 + 2x_cr}{2z_c}$$

de manera que ara tenim dues variables, A i B, calculables a partir de constants del robot i coordenades desitjades (conegudes). Entrant (4) en (2):

$$\begin{aligned} (x - R)^2 + (Ax + B - 0)^2 &= l_1^2 \\ \rightarrow x^2 - 2xR + R^2 + A^2x^2 + 2ABx + B^2 &= l_1^2 \end{aligned}$$

Obtenint l'equació de 2n grau:

$$(1 + A^2)x^2 + (2AB - 2R)x + (B^2 + R^2 - l_1^2) = 0 \quad (5)$$

Aquesta equació de 2n grau té dues solucions, x_+ i x_- , corresponents a prendre el signe + ó - respectivament en la fórmula del càlcul de les solucions d'una equació de 2n grau. Per raons de muntatge i maniobrabilitat del robot, ens interessa que $x_{E_1} > x_{A_1}$, per la qual cosa prendrem com a bona la solució x_+ ,

que ens dóna sempre la solució x_{E_1} major.

Desenvolupant i simplificant l'expressió de la solució x_+ , particularitzant la fórmula de les solucions d'equacions de 2n grau al cas de l'equació (5), obtenim:

$$x_+ = \frac{(R - AB) + \sqrt{l_1^2(1 + A^2) - (AR + B)^2}}{(1 + A^2)} \quad (6)$$

Substituint x_+ a (4) obtenim z_+ , de manera que ja tenim les coordenades cartesianes del punt E_1 . Ara només falta aplicar la següent relació trigonomètrica per trobar φ_1 :

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{z_+}{x_+ - R}\right) \quad (7)$$

Per obtenir els altres dos angles, φ_2 i φ_3 , aprofitarem la simetria del problema. Per obtenir φ_2 fem un gir de $+120^\circ$ al sistema de coordenades entorn de l'eix z, de manera que:

$$\begin{cases} x' = x \cos(120^\circ) + y \sin(120^\circ) \\ y' = -x \sin(120^\circ) + y \cos(120^\circ) \end{cases} \quad (8)$$

Per obtenir φ_3 fem un gir de -120° al sistema de coordenades entorn de l'eix z, de manera que:

$$\begin{cases} x'' = x \cos(120^\circ) - y \sin(120^\circ) \\ y'' = x \sin(120^\circ) + y \cos(120^\circ) \end{cases} \quad (9)$$

En aquestes noves coordenades, si no oblidem de fer el canvi també de (x_c, y_c, z_c) a (x'_c, y'_c, z_c) i (x''_c, y''_c, z_c) , el problema serà idèntic al que acabem de resoldre, amb la qual cosa només ens caldrà aplicar les expressions trobades anteriorment i ja tindrem φ_2 i φ_3 .

Ara sí, podem afirmar que el problema de la cinemàtica inversa del robot està resolt, ja que usant (6), (4) i (7) per a cada sistema de coordenades, (x, y, z) , (x', y', z) i (x'', y'', z) , podem obtenir els angles requerits per al motor, $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$, a partir de les coordenades del centre C desitjades, (x_c, y_c, z_c) .

3.2 Parametrització de les lletres

En aquesta secció ens preocuparem d'obtenir parametritzacions de les lletres que volem dibuixar per poder obtenir fàcilment un cert nombre de punts de la lletra, que seran recorreguts seqüencialment pel retolador, traçant així (de la millor manera possible un cop ajustats els paràmetres de velocitat, nombre de punts, temps de repòs entre punt i punt, etc) la lletra en qüestió. A més, voldrem ajustar els paràmetres del motor que tot just hem comentat per a cada lletra (tenim un conjunt finit de lletres, així que les podem assajar una a una, fora del joc en sí, i en les diferents caselles on van les lletres, per així obtenir la combinació de paràmetres que ens doni el resultat òptim dintre de la precisió del nostre robot). Per tal d'obtenir els punts de les lletres, calcularem una parametrització a trossos, formada per n trossos de corba plana $\sigma_i(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \in I_i \subset \mathbb{R}$, de manera que donant uns quants valors a t , dintre de l'interval I_i de definició

del tros de corba, obtindrem uns quants punts amb què traçar el respectiu tros de corba. Fent això per cadascun dels trossos que formen la lletra tindrem la lletra sencera. Cal remarcar que es tracta de corbes planes perquè treballem sobre la pissarra. D'aquesta manera, ometrem directament la direcció "z" en les parametritzacions. També cal comentar que els eixos (x, y, z) definits tal i com es va fer en la cinemàtica presenten un petit problema degut al nostre muntatge del robot: la direcció "x" queda apuntant verticalment i negativa en el pla de la pissarra. Per això, tant en la parametrització de les lletres, com en tota la part informàtica, prendrem els eixos (x, y, z) de manera que quedin orientats de la manera "habitual" en el pla de la pissarra (això es veurà més clar en una figura posterior).

Per tal de poder dibuixar un nombre decent de lletres (de l'ordre de 7 lletres, suficient per representar una gran part dels diccionaris català i castellà), aquestes les traçarem dins un rectangle de 3cm d'ample i 5cm d'alt. Per tant, les parametritzacions de les lletres les farem referents a aquestes mides del rectangle (de fet, a uns valors a i b genèrics que després particularitzarem al cas que comentem, tenint així la llibertat de modificar l'ample i alt del rectangle si la precisió de treball o altres factors ho requereixen).

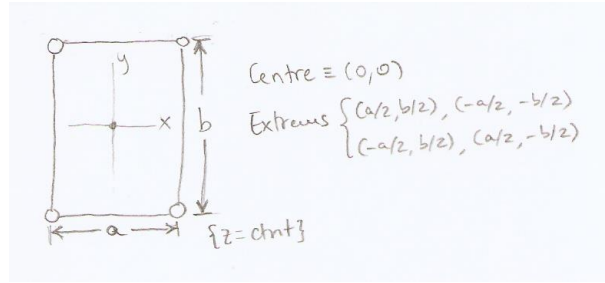
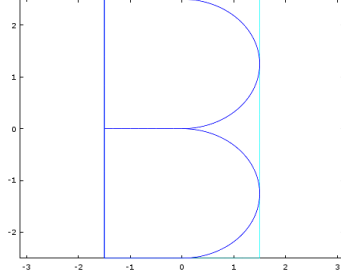
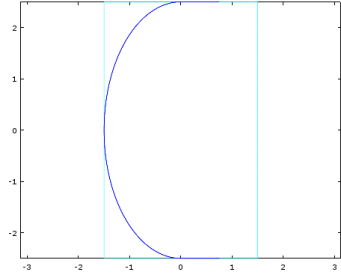


Figure 6: Esquema bàsic de les lletres

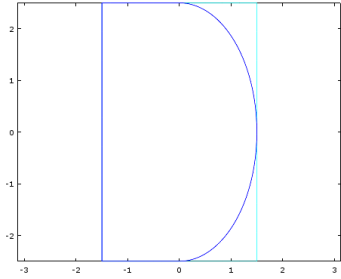
Lletra	Parametrització
	$\begin{aligned} y_1 &= \psi_1(x) = b\left[\frac{2x}{a} + \frac{1}{2}\right], x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\ y_2 &= \psi_2(x) = -b\left[\frac{2x}{a} - \frac{1}{2}\right], x : 0 \rightarrow \frac{a}{2} \\ y_3 &= \psi_3(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \rightarrow \frac{a}{4} \end{aligned}$



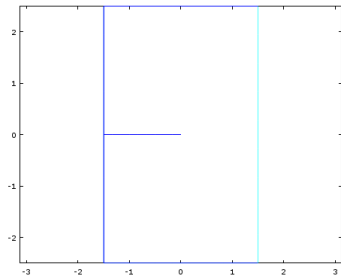
$$\begin{aligned}
 x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\
 y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\
 y_4 &= \psi_4(x) = 0, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2} \\
 y_5 &= \psi_5(x) = 0, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_6 = x_6(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_6 = y_6(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\
 y_7 &= \psi_7(x) = -\frac{b}{2}, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2}
 \end{aligned}$$



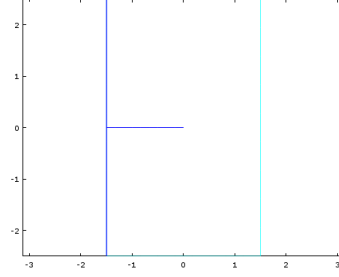
$$\begin{aligned}
 y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : \frac{a}{4} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2} \\
 y_3 &= \psi_3(x) = -\frac{b}{2}, x : 0 \rightarrow \frac{a}{4}
 \end{aligned}$$



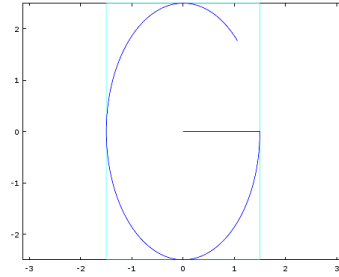
$$\begin{aligned}
 x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\
 y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\
 y_4 &= \psi_4(x) = -\frac{b}{2}, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2}
 \end{aligned}$$



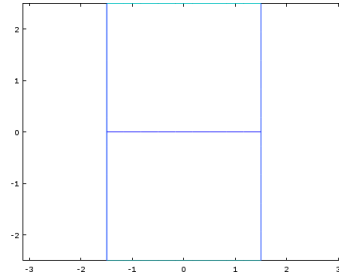
$$\begin{aligned}
 y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : \frac{a}{2} \rightarrow -\frac{a}{2} \\
 x_2 &= \psi_2(y) = -\frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{2} \\
 y_3 &= \psi_3(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\
 y_4 &= \psi_4(x) = 0, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0
 \end{aligned}$$



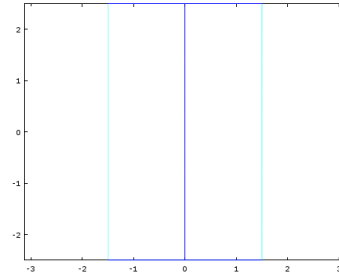
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ y_3 &= \psi_3(x) = 0, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \end{aligned}$$



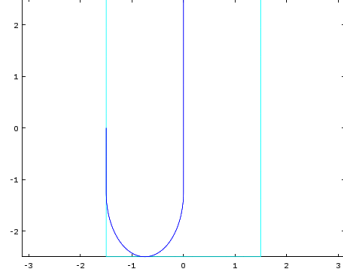
$$\begin{cases} y_1 = \psi_1(x) = 0, x : 0 \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \rightarrow -\frac{7\pi}{4}$$



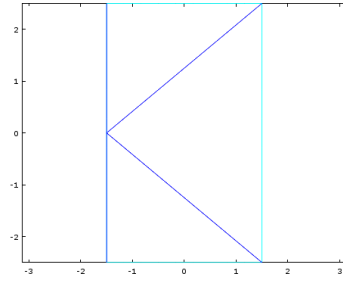
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = 0, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_3 &= \psi_3(y) = \frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \end{aligned}$$



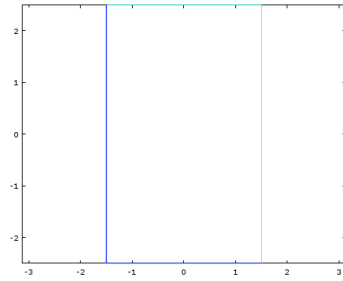
$$\begin{aligned} y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_2 &= \psi_2(y) = 0, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{2} \\ y_3 &= \psi_3(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \end{aligned}$$



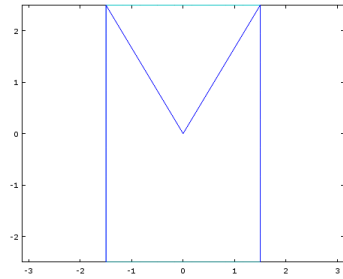
$$\begin{aligned} y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_2 &= \psi_2(y) = 0, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{4} \\ \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = -\frac{a}{4} + \frac{a}{4} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \rightarrow -\pi \\ x_4 &= \psi_4(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{4} \rightarrow 0 \end{aligned}$$



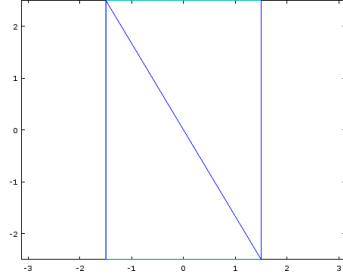
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{4} + \frac{b}{2a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ y_3 &= \psi_3(x) = -\frac{b}{4} - \frac{b}{2a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \end{aligned}$$



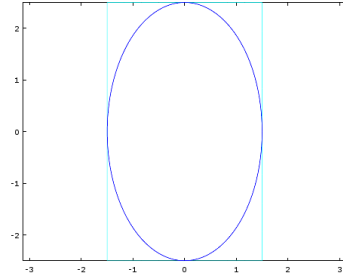
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \end{aligned}$$



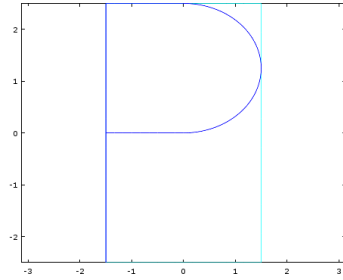
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\ y_3 &= \psi_3(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : 0 \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_4 &= \psi_4(y) = \frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{2} \end{aligned}$$



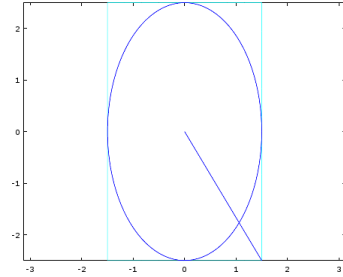
$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\ x_3 &= \psi_3(y) = \frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{cases} x_1 = x_1(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_1 = y_1(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \rightarrow 2\pi$$

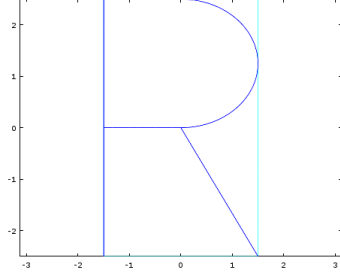


$$\begin{aligned} x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\ \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases} &, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\ y_4 &= \psi_4(x) = 0, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

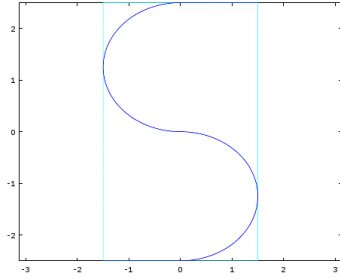


$$\begin{cases} x_1 = x_1(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_1 = y_1(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : 0 \rightarrow 2\pi$$

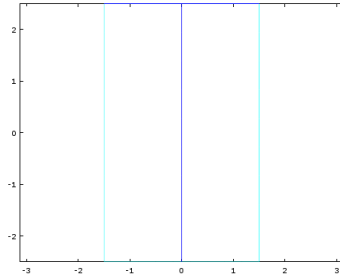
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : 0 \rightarrow \frac{a}{2}$$



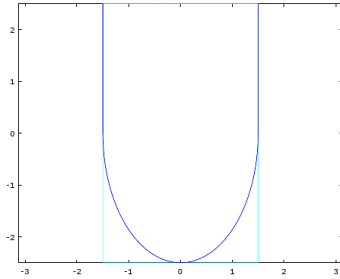
$$\begin{aligned}
 x_1 &= \psi_1(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\
 y_2 &= \psi_2(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\
 y_4 &= \psi_4(x) = 0, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2} \\
 y_5 &= \psi_5(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : 0 \rightarrow \frac{a}{2}
 \end{aligned}$$



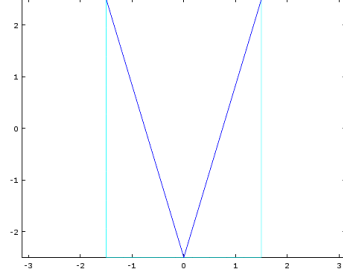
$$\begin{aligned}
 y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : \frac{a}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{3\pi}{2} \\
 \begin{cases} x_3 = x_3(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_3 = y_3(\theta) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{4} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} \\
 y_4 &= \psi_4(x) = -\frac{b}{2}, x : 0 \rightarrow -\frac{a}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\
 x_2 &= \psi_2(y) = 0, y : \frac{b}{2} \rightarrow -\frac{b}{2}
 \end{aligned}$$

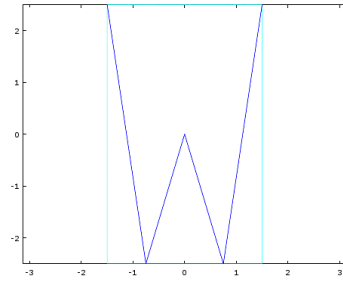


$$\begin{aligned}
 x_1 &= \psi_1(yx) = -\frac{a}{2}, y : \frac{b}{2} \rightarrow 0 \\
 \begin{cases} x_2 = x_2(\theta) = 0 + \frac{a}{2} \cos(\theta) \\ y_2 = y_2(\theta) = 0 + \frac{b}{2} \sin(\theta) \end{cases}, \theta : -\pi \rightarrow 0 \\
 x_3 &= \psi_3(y) = \frac{a}{2}, y : 0 \rightarrow \frac{b}{2}
 \end{aligned}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = -b\left[\frac{2x}{a} + \frac{1}{2}\right], x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0$$

$$y_2 = \psi_2(x) = b\left[\frac{2x}{a} - \frac{1}{2}\right], x : 0 \rightarrow \frac{a}{2}$$

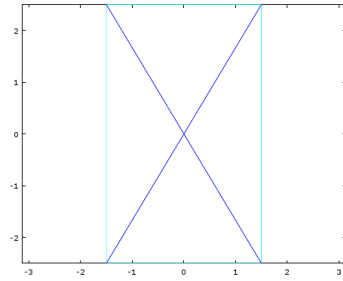


$$y_1 = \psi_1(x) = -\frac{4b}{a}x - \frac{3b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow -\frac{a}{4}$$

$$y_2 = \psi_2(x) = 0 + 2bx, x : -\frac{a}{4} \rightarrow 0$$

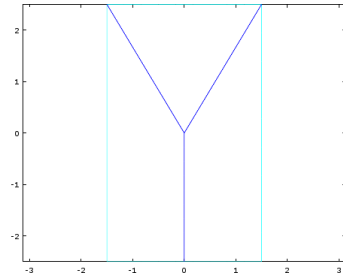
$$y_3 = \psi_3(x) = 0 - 2bx, x : 0 \rightarrow \frac{a}{4}$$

$$y_4 = \psi_4(x) = \frac{4b}{a}x - \frac{3b}{2}, y : \frac{a}{4} \rightarrow \frac{a}{2}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2}$$

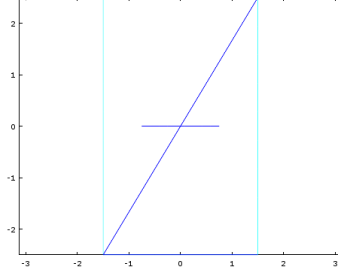
$$y_2 = \psi_2(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2}$$



$$y_1 = \psi_1(x) = 0 - \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0$$

$$x_2 = \psi_2(y) = 0, y : 0 \rightarrow -\frac{b}{2}$$

$$y_3 = \psi_3(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : 0 \rightarrow \frac{a}{2}$$

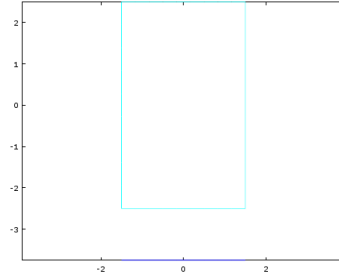


$$\begin{aligned}
y_1 &= \psi_1(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\
y_2 &= \psi_2(x) = 0 + \frac{b}{a}x, x : \frac{a}{2} \rightarrow -\frac{a}{2} \\
y_3 &= \psi_3(x) = -\frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2} \\
y_4 &= \psi_4(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \rightarrow \frac{a}{4}
\end{aligned}$$

Table 2: Parametrizació teòrica de totes les lletres i la seva representació gràfica a MATLAB, prenent $a = 3$ i $b = 5$. En blau fosc la lletra i en blau clar el rectangle que la conté

A la taula anterior (2) hem denotat la parametrizació de cada lletra en una forma alternativa a la proposada a l'inici d'aquesta secció. Aquesta nova forma serà la mateixa que usarem a l'hora de programar la funcionalitat de dibuix en python. En comptes d'expressar els n trossos de corba plana de la forma $\sigma_i(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \in I_i \subset \mathbb{R}$ (expressió en forma d'aplicació 2D, funció d'un paràmetre genèric t), si $\sigma_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$ escrivim les $x_i(t)$ i $y_i(t)$ per separat, prenent com a t la variable més còmode (x , y ó θ), i ometem les $x_i(t)$ ó $y_i(t)$ en els casos en què $x_i(t) = t$ ó $y_i(t) = t$ (en la nova notació, $x_i(x) = x$ ó $y_i(y) = y$). Els intervals I_i els substituïm per una expressió informal més còmode de la forma $t : a \rightarrow b$, que expressa els punts inicial i final de cada tros de corba, així com el sentit de recorregut d'aquesta que prendrà el robot.

Figura	Parametrizació
	$ \begin{aligned} y_1 &= \psi_1(x) = -\frac{b}{2}, x : \frac{a}{2} \rightarrow -\frac{a}{2} \\ x_2 &= \psi_2(y) = -\frac{a}{2}, y : -\frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} \\ y_3 &= \psi_3(x) = \frac{b}{2}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow 0 \\ x_4 &= \psi_4(y) = 0, y : \frac{b}{2} \rightarrow \frac{3b}{8} \\ y_5 &= \psi_5(x) = \frac{3b}{4} + \frac{b}{a}x, x : -\frac{a}{2} \rightarrow -\frac{a}{4} \\ \begin{cases} x_6 = x_6(\theta) = 0 + \frac{b}{8}\cos(\theta) \\ y_6 = y_6(\theta) = \frac{b}{4} + \frac{b}{8}\sin(\theta) \end{cases}, & \theta : -\frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{5\pi}{2} \\ x_7 &= \psi_7(y) = 0, y : \frac{b}{8} \rightarrow -\frac{b}{4} \\ y_8 &= \psi_8(x) = 0, x : -\frac{a}{4} \rightarrow \frac{a}{4} \\ y_9 &= \psi_9(x) = -\frac{b}{4} + \frac{b}{2a}x, x : -\frac{a}{4} \rightarrow 0 \\ y_{10} &= \psi_{10}(x) = -\frac{b}{4} - \frac{b}{2a}x, x : 0 \rightarrow \frac{a}{4} \end{aligned} $



$$y_1 = \psi_1(x) = -\frac{3b}{4}, x : -\frac{a}{2} \rightarrow \frac{a}{2}$$

Table 3: Parametrizació teòrica del ninot del penjat i la línia inferior de les lletres, així com la seva representació gràfica a MATLAB, prenent $a = 3$ i $b = 5$ per les línies i $a = b = 12$ per al ninot. De nou, en blau fosc la figura i en blau clar el rectangle que la conté

Finalment, l'última feina d'aquesta secció ha estat programar i optimitzar en python la funcionalitat de dibuix del robot. Aquesta feina ha consistit en programar la cinemàtica inversa (tenint en compte el canvi d'eixos, per comoditat, comentat anteriorment), una funció per dibuixar la lletra desitjada en la posició desitjada, una funció per dibuixar les línies inferiors a les lletres, i una funció per dibuixar les diferents parts del ninot, del penjat (aquestes tres últimes funcions seran cridades pel motor del joc, mentre que la primera és usada internament en les funcions de dibuix per a realitzar els càlculs adients). A més a més, ha calgut també ajustar els diferents paràmetres del robot (altura de dibuix, velocitat en cada tram, nombre de punts per tram, etc) a cada lletra i a cada posició. Com que tot això ha estat fet directament sobre python, qualsevol comentari més en profunditat a nivell de codi o d'interacció entre funcions es farà, quan escaigui, a l'apartat d'informàtica d'aquest informe.

4 Part Informàtica: El joc

La programació del joc consta de dues grans fases: la primera consisteix en la creació d'una partida virtual del penjat, és a dir, ordinador contra persona, on els resultats es mostren per pantalla. La segona fase és l'adaptació de la primera al joc real, introduint les posicions adequades, la parametrització de les corbes i el moviment dels servos.

4.1 Primera fase

4.1.1 Creació del diccionari de joc

El diccionari del qual parteix l'ordinador per triar paraula es crearà a partir d'un fitxer ja existent de l'ordre de 20000 paraules. La llengua triada ha estat el català. Cal dir que, al joc, s'hi pot jugar amb qualsevol fitxer de paraules (és a dir, l'idioma no influeix), sempre que no hi hagi caràcters especials ('ç', 'ñ', "'", 'l'...). S'han admès paraules amb accents, tot i que el robot només dibuixa les lletres normalitzades i en majúscules. Les paraules amb caràcters especials han estat retirades del diccionari, ja que donarien error amb python 2. Inicialment, les comprovacions es van realitzar amb un diccionari de prova, amb l'objectiu de poder detectar els errors de programació més ràpidament que amb el definitiu.

Per qüestió d'àrea de treball, es va decidir jugar amb paraules d'entre 4 i 7 lletres. Es va procedir a filtrar el diccionari, traient accents i caràcters especials amb la funció `unicodedata.normalize` de python. A continuació, es va aplicar el mètode `upper()` del tipus string de python per reescriure totes les lletres en majúscula. Finalment, es va filtrar per segon cop, escollint només les paraules entre 4 i 7 lletres, per tal d'evitar paraules massa curtes sense sentit propi (proposicions, articles...) o massa llargues, que no hi càpiguen a la pissarra.

4.1.2 Fitxer del joc

La primera funció recorre el fitxer diccionari i en compta el nombre de paraules (`len(open(fitxer,'r')).readlines()`). Després vam crear dues funcions més, una que retorna un generador de paraules (del fitxer diccionari), i l'altra que n'escull una aleatòriament.

Per a la primera fase, també va caldre crear un diccionari de python que conté tots els possibles errors del penjat, és a dir, un diccionari on a cada clau (nombre del 1 al 10) li correspon un tros del dibuix del penjat que indica que el jugador s'ha equivocat, marcat per una abreviació:

```
d={1:'h1',2:'v1',3:'h2',4:'diag',5:'v2',6:'cap',7:'tronc',
   8:'bracos', 9:'cama1',10:'cama2'}
```

'h1' és la primera recta horitzontal (el terra); 'v1' és la primera recta vertical (a l'esquerra); 'h2' és la segona horitzontal (el sostre); 'diag' és la recta diagonal; 'v2' és la vertical petita; 'cap' és el cap del ninot; 'tronc' és el seu tronc; 'bracos' són tots dos braços; 'cama1' és la cama dreta; 'cama2' és la cama esquerra.

A continuació mostrem el dibuix típic del què parlem:

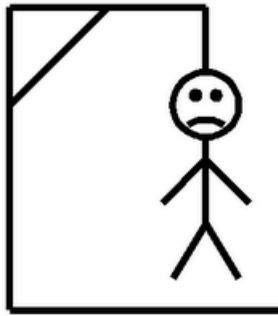


Figure 7: Dibuix del ninot penjat.

Finalment, es va realitzar el cos principal del joc: l'ordinador escull una paraula aleatòria (usant els apartats anteriors) i mostra els espais, el jugador introdueix lletres d'una en una i el joc respon mostrant per pantalla si la resposta és correcta o no, i l'estat de la paraula a endevinar. En cas d'error, mostra la part corresponent del cos. En acabar la partida, l'ordinador dóna el missatge 'Has guanyat!' o 'Has perdut!' segons sigui el cas.

4.2 Segona fase

4.2.1 Nucli del joc

El programa està basat en el descrit anteriorment, al qual s'ha afegit:

- Una funció que posa els servos a punt.
- Una crida al fitxer que conté totes les parametritzacions de lletres informatitzades i adaptades a python. El fitxer també conté les funcions que, a l'inici del joc, dibuixen tantes línies com lletres té la paraula.

4.2.2 Fitxer `dibuixa.py`

Aquest fitxer conté totes les lletres parametritzades, així com el dibuix del ninot (veure Figura anterior) i altres funcions necessàries per dibuixar-ho tot durant el joc. Com que la precisió era indispensable, i variava molt segons les coordenades al tauler, s'ha hagut d'adaptar cada lletra segons la posició on calgués dibuixar-la. Per tant, cada lletra té uns temps entre traços (`time.sleep`) concrets. La posició `z` del retolador també ha estat regulada, per evitar que aquest estigui sotmès a massa pressió, o que no realitzi bé el traç. D'aquesta manera s'ha aconseguit que, si en algun moment l'usuari ho creu oportú, es puguin retocar els paràmetres de cada lletra. Per a cada lletra s'han numerat els traços. Al final de cada lletra, es fa tornar el robot al centre de la zona de treball.

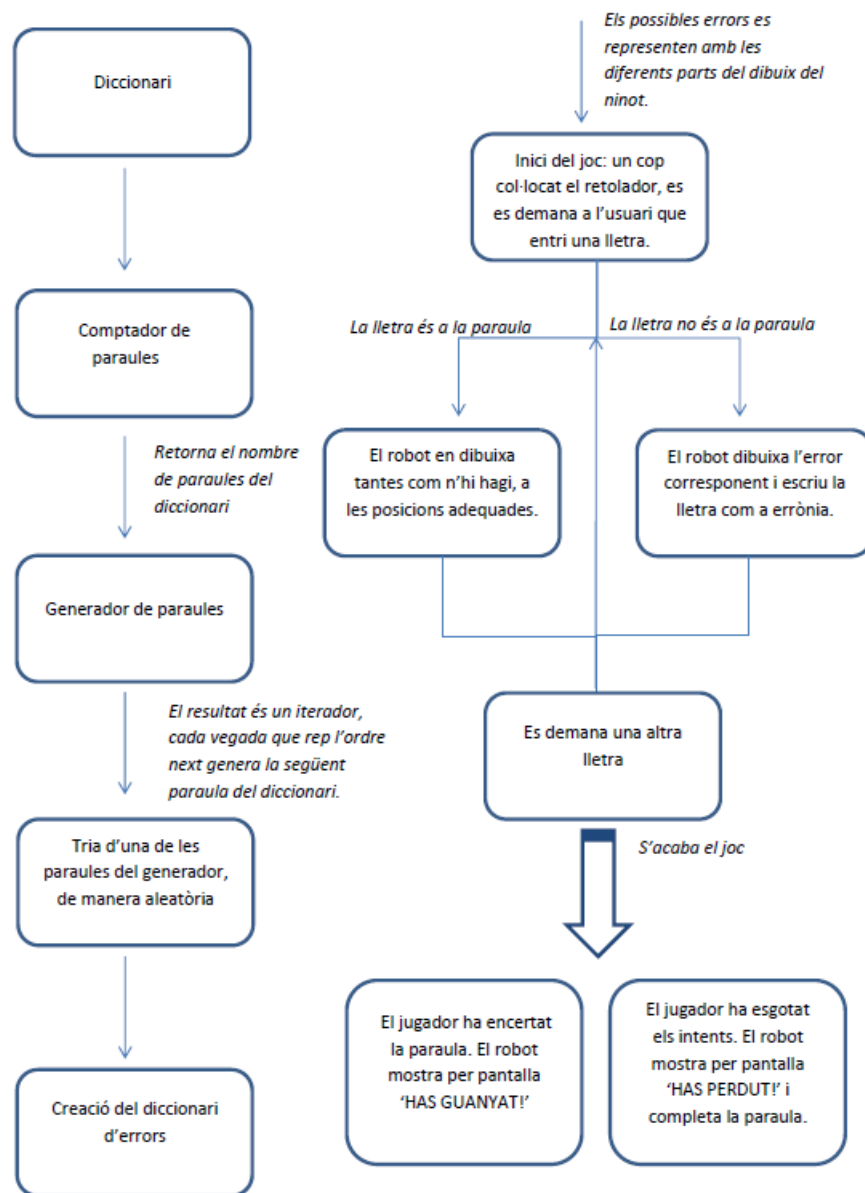


Figure 8: Diagrama de flux d'una partida del joc

5 Observacions i Conclusions

Un cop explicat tot el procés de creació del robot, tant de la seva part mecànica com cinemàtica i de programació, creiem convenient explicar també les modificacions que ha patit el nostre robot mentre anava prenent forma i, també, és clar, acabar l'informe amb una valoració del treball fet i els resultats obtinguts.

5.1 Observacions

Comencem doncs amb algunes observacions importants sobre els problemes i canvis que ha anat patint el nostre robot, així alguns aspectes destacables de la implementació final del robot:

- En primer lloc, hem hagut d'adaptar les mides dels braços per facilitar el muntatge. Com hem dit, la majoria de mides són les previstes però l_2 és 27mm més llarga perquè les barres trobades són una mica més llargues del què pensàvem.
- De la part mecànica també vam haver de canviar algunes peces o afegir-ne de noves per donar estabilitat al robot (és el cas d'algunes arandelles o del canvi entre dos tipus de juntes universals).
- Un problema greu no previst durant el disseny del robot va ser que els retoladors per a pissares, o almenys els més convencionals, estan dissenyats per a treballar en horitzontal (les pissares d'aula solen estar en vertical), de manera que fer-los treballar en vertical molta estona provoca que s'acabin calant, temporalment o definitiva. Això es pot evitar traient el retolador mentre no es juga, o, durant la partida mateix, mentre es pensa la següent lletra (no és difícil ja que el model de retoladors emprat, barat i disponible a moltes papereries, encaixa a la perfecció amb el forat de l'actuador). Val a dir que els avantatges proporcionats per l'ús d'un retolador i una pissarra (fàcilment s'esborra i es pot jugar de nou sense gastar fulls ni més material que un tros de mocador, així com el fet que les pressions a la punta siguin molt més fàcilment suportables sense afectar gaire al traç del robot) fan que no ens penedim d'aquesta tria, encara que aquest és un inconvenient innegable que no s'ha d'amagar.
- Val a dir que l'aspecte visual del nostre robot no ha estat la part més cuidada del robot. La fusta compleix molt bé la seva feina i l'actuador de color vermell dona una mica de vida al robot, però poc més en destaca a nivell visual. Això, però, no és cap problema, ja que la funció del robot és jugar, no estar exposat en una galeria, tot i que s'ha d'admetre que aquest apartat no ha estat gaire cuidat. Tot i això, un detall en negre amb el nom del robot en forma d'enganxines dona el toc final a una estètica simple però funcional.
- A nivell visual també cal destacar l'aspecte voluminós que té el robot un cop el tens davant. El seu pes no és excessiu, fent-ne el transport possible,

però s'ha d'admetre que l'espai que ocupa el fa difícil d'emmagatzemar per casa. S'ha de dir, però, que n'èrem ben conscients quan vam fer els càlculs de les mides del robot, ja que aquesta restricció només era evitable si reduïem el nombre de lletres que podien tenir les paraules que el robot podia pintar, fent així el joc menys versàtil a canvi d'una reducció en l'espai tampoc massa notable (no volíem, és clar, acabar amb un robot que pintés només paraules de 4 lletres o que ho fes tant petit que les petites imprecisions el fessin intel·ligible).

- L'error degut a lleugeres imprecisions en el muntatge mecànic ha provocat problemes de imprecisió en el posicionat de l'actuador amb el retolador. D'aquesta manera, imposar directament les trajectòries teòriques al robot, en algunes parametritzacions i depenent de la distància al centre de dibuix, no era la millor forma de representar les corbes desitjades. El problema d'imprecisió causava variacions en la altura a què actuava el manipulador, de manera que en alguns trams se situava per sobre de l'alçada de dibuix i no pintava, mentre que en altres trams sometia la punta del retolador a massa pressió. La velocitat òptima amb què anar de punt a punt generat per la parametrització i el nombre òptim de punts a usar en cada tram també s'ha mostrat molt depenent de la parametrització i de la posició en què aquesta es dibuixa. Per tal de solventar tota aquesta problemàtica, a nivell d'implementació informàtica, a l'arxiu `dibuixa.py`, es va decidir dotar a cada parametrització, en cada tram, i a cada posició de dibuix (totes aquestes quantitats són finites, en treballar amb un nombre finit de lletres i de posicions de dibuix), de paràmetres lliures ajustables continguts en llistes. D'aquesta manera, per a cada lletra, tram i posició on es dibuixa es poden ajustar els paràmetres de velocitat de moviment del robot, temps d'espera entre punts o moviments, altura de dibuix i nombre de punts a generar a partir de la parametrització. Això va provocar, per una banda, que calgués de molt temps de proves per ajustar els paràmetres d'una manera prou bona com per fer viable jugar amb el robot, però d'altra banda va convertir el robot en fàcilment ajustable i millorable: si en alguna posició s'observa que un tram no és realitzat amb prou precisió o velocitat, es poden ajustar fàcilment els paràmetres concrets simplement canviant nombres d'una llista segons ens convingui.
- Per qüestions de temps, però sobretot memòria dels membres del grup, al ninot no se li ha implementat la cara trista de la Figura 7. Aquesta podria haver estat pintada en el moment que el jugador perd (això, però, seria fàcil d'afegir ara, amb la llibertat que ens dona la forma amb què hem implementat `dibuixa.py`; simplement caldria anar a la funció per dibuixar el ninot, afegir una part del cos i les parametritzacions adients per representar la cara i, posteriorment, cridar la funció per pintar aquesta part del cos just després que el bucle del joc faci pintar les lletres romanents de la paraula, tot això, és clar, si el jugador ha perdut).

- Val a dir, també, que les parametritzacions són modulars i és senzill afegir nous caràcters al fitxer `dibuixa.py` perquè el robot els pugui dibuixar (només cal afegir les corresponents parametritzacions a la funció corresponent del `dibuixa.py`), el problema ve donat per les limitacions del Python2. Si es codifiquen els caràcters de forma compatible amb l'interpret, es podria jugar inclús amb altres alfabets (grec, ciríl·lic, o fins i tot japonès...), i amb els caràcters que hem tret nosaltres com els accents, la ç o la ñ, donant més diversitat al joc (això és, anomenar les lletres dins el joc de manera que Python2 les entengui; per exemple, ç podria ser 'c_'; així doncs, només caldria fer-li saber a l'usuari que per l'ordinador ha d'entrar c_ quan vulgui triar la ç, ja que si entrés ç, Python2 consideraria l'entrada d'una manera molt diferent a l'string 'ç', o sinó s'hauria d'implementar una funcionalitat per filtrar l'entrada de l'usuari en cas que entri un caràcter "no admès" per Python2).
- Després de la primera aproximació que vam fer a la dinàmica de joc, vam decidir canviar alguns aspectes del propi joc. Per exemple, hem decidit que si el jugador diu una lletra que al principi era correcta dos o més cops, a partir del segon es comptarà com errònia i es procedirà en conseqüència. Si un jugador diu una lletra ja de bon principi errònia múltiples vegades està clar que cadascuna comptarà com un error.
- Per últim, per facilitar l'ús del nostre robot, incloem, en la carpeta "Joc Penjat", unes instruccions molt bàsiques en el fitxer "README", que inclouen des de la instal·lació dels paquets necessaris si es fa servir des d'un ordinador completament nou fins a algunes modificacions fàcils que pot fer l'usuari.

5.2 Conclusions

Per començar, volem fer una valoració general del procés. S'ha de dir que estem molt satisfets amb la feina feta. El robot compleix amb les nostres expectatives i la sensació que sentim després de fer-lo funcionar és indescriptible. La realització del projecte ha tingut els seus altibaixos, amb moments molt tensos, amb presses i nervis (especialment, com no, quan s'apropava la *deadline*), i moments molt relaxats (un cop el robot ja funcionava i només calia ultimar detalls i afegir funcionalitats extra que acabessin de perfilar l'experiència de l'usuari), però s'ha de dir que hem gaudit de bo amb el nostre primer contacte amb els projectes d'enginyeria. El millor del treball ha estat la sensació d'estar posant en pràctica molt del que s'ha anat aprenent durant les diferents assignatures de la carrera, sentint-nos una mica enginyers per primera vegada, així com duent a terme un projecte amb molta llibertat i en equip. La pitjor part del treball han estat els moments en què ens hem sentit sols, aturats per algun inconvenient de muntatge o de funcionament del robot, sense l'ajuda del professor (entenen que amb l'objectiu de fer-nos superar les nostres pors), quan la data de presentació s'apropava i el robot encara no era capaç de traçar les lletres adequadament i havíem de fer encara més hores extra (fins a 10-12h a la setmana, fins i tot

sumant-hi hores de cap de setmana quan ens vam emportar a casa el robot per falta de temps).

Cal també, òbviamment, fer una discussió crítica del nostre robot final, comparant el resultat amb el que ens havíem proposat fer. Al nostre parer, el robot satisfà allò que n'esperàvem i que ens vam proposar al principi del projecte, i ho fa a la nostra manera, amb una mica de cada membre del grup en cada acció. Algunes coses que no hem fet, però, i que ara ens semblarien interessants de fer per tal de completar encara més l'experiència que ofereix el nostre robot podrien ser les accions al final del joc (com ara la careta trista del ninot, ja esmentada prèviament, o que fes alguna cosa més al final de la partida, com per exemple guardar un registre de partides guanyades i perdudes, ...), o treballar una mica més l'aspecte visual i d'interacció del robot, com ara afegint-hi un Arduino (cosa que no vam fer al principi perquè ens va semblar innecessari pel que faria el robot i un cost i complicació afegits que no es veurien prou justificats pels avantatges que aporten). Això ens permetria autonomitzar el robot, fent innecessari l'ús de l'ordinador (canviar els motors per uns pas a pas, tot tancant el llaç de control adequadament, seria també una bona idea en cas de voler fer això últim), així com implementar la interacció del robot amb alguna app mòbil o web per enviar-li les lletres que es volen, però, com ja es veu, serien canvis superficials, potser fins i tot un excés de noves tecnologies en un robot que pot funcionar perfectament sense tanta complicació i que, al cap i a la fi, brilla per la seva facilitat d'ús.

Finalment, ens agradaria remarcar com de gratificant ha estat aquest projecte pel fet que ha estat realitzat sense necessitat d'un suport actiu del professorat (el professor així ho ha volgut per fer-nos trencar el cap sols amb els problemes i així aprendre que no sempre tindrem algú darrere dient-nos la resposta a tot i que l'enginyeria no es tracta de resoldre "problemes tipus tancats, com els vists a classe", sinó que es tracta, al cap i a la fi, de pensar). Voldríem agrair, però, l'ajuda donada pels tècnics de laboratori del departament, Cristina i Javier, per tota l'ajuda desinteressada que ens han donat durant el muntatge i postmuntatge del robot, passant hores i hores (fora d'horari de l'assignatura) supervisant-nos i ajudant-nos amb cada eina i cada operació. Sense el vostre suport i el material que ens heu deixat tot hagués estat molt més difícil.

Tot plegat, doncs, ha estat un projecte que considerem totalment satisfactori.