

TAREFA 04 - MÉTODOS NUMÉRICOS

Peobro Henrique Dantes Barros - 415083

José Geovane Soares de Oliveira - 405052

↳ Desenvolva a estimativa do erro para a fórmula aberta com polinômio de substituição de grau 2.

REGRA DE MILNE: $\frac{\Delta x}{3} (2F(x_i+h) - f(x_i+2h) + 2F(x_i+3h))$

com $h = \frac{\Delta x}{4}$, Logo $\Delta x = 4h$

- Usando a Série de Taylor para $f(x_i+h)$ e $f(x_i+3h)$

$$\rightarrow f(x_i+h) = f(\bar{x} + (-h)) = f(\bar{x}) - f'(\bar{x}) \cdot h + \frac{1}{2!} f''(\bar{x}) \cdot h^2 - \frac{1}{3!} f'''(\bar{x}) \cdot h^3 + \dots$$

$$\rightarrow f(x_i+3h) = f(\bar{x} + h) = f(\bar{x}) + f'(\bar{x}) \cdot h + \frac{1}{2!} f''(\bar{x}) \cdot h^2 + \frac{1}{3!} f'''(\bar{x}) \cdot h^3 + \dots$$

Note que $f(x_i+2h) = f(\bar{x})$, então substituindo na regra de Milne:

$$I_f = \frac{4h}{3} \cdot \left(3 \cdot f(\bar{x}) + \frac{4}{2!} f''(\bar{x}) \cdot h^2 + \frac{4}{4!} f^{(4)}(\bar{x}) h^4 + \dots \right)$$

$$E \text{ como } I_e = h \cdot \left(2 \cdot f(\bar{x}) + \frac{h^2}{2!} \cdot f''(\bar{x}) \cdot \frac{2}{3} + \frac{h^4}{2!} \cdot f^{(4)}(\bar{x}) \cdot \frac{2}{5} + \dots \right)$$

A estimativa de erro (E_a) será igual:
 $E_a = I_e - I_f$

→ Destacando somente o termo dominante, temos:

$$E_a = \left(\frac{2 \cdot h^5 \cdot f^{IV}(\bar{x})}{5 \cdot 4!} \right) - \left(\frac{16 \cdot h^5 \cdot f^{IV}(\bar{x})}{3 \cdot 4!} \right) =$$

$$= \frac{1}{24} \cdot h^5 \cdot f^{IV}(\bar{x}) \cdot (6 - 80) = -\frac{37}{15} \cdot \frac{1}{24} \cdot h^5 \cdot f^{IV}(\bar{x}) =$$

$$= -\frac{37}{180} \left(\frac{\Delta x}{4} \right)^5 \cdot f^{IV}(\bar{x})$$