Introdução à Pesquisa Operacional

AULA 5
Modelagem: Problema de Corte (Revisão), Planejamento da Produção - Dimensionamento de lotes

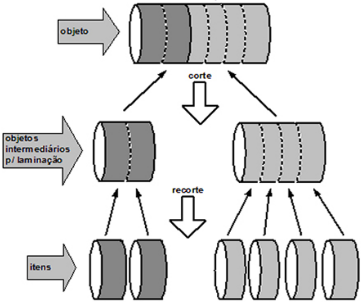
31 de Agosto de 2015

O Problema de Corte - Baseada no Material da Profa. Socorro Rangel

O PROBLEMA DE CORTE - Revisão da aula anterior

Introdução

- Problema de Corte - consiste no uso de estratégias para a produção de itens (peças pequenas), a partir do corte de um objeto (peça grande), garantindo que a perda do material utilizado seja mínima.

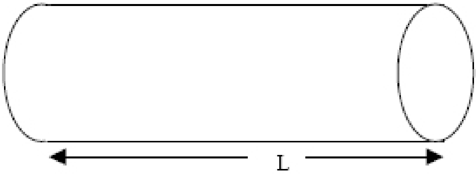


Problema do Corte Unidimensional

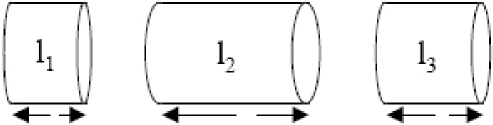
- Aplicações: Indústrias de papel, tecido, vidro, barras de aço , entre outras, que fabricam seus produtos em peças de tamanho fixo (tamanho padrão);
- Seja uma barra grande de comprimento L e um conjunto de pequenas barras de comprimento l_i , $i = 1, \ldots, m$, chamaremos estas pequenas barras de itens, e seja d_i uma determinada quantia de ítens de tamanho l_i desejados, $i = 1, \ldots, m$.
- Assim, o problema de corte consiste em produzir itens a partir do corte de barras grandes, de forma que a demanda seja atendida e uma determinada função seja otimizada, como por exemplo, minimizar o número de barras cortadas, minimizar a perda ou maximizar o lucro.

Problema do Corte Unidimensional

- Objeto de tamanho padrão L:

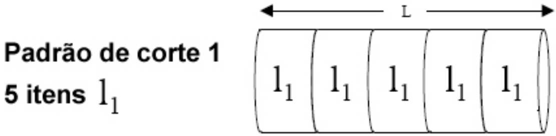


- Ítens em carteira de pedidos:



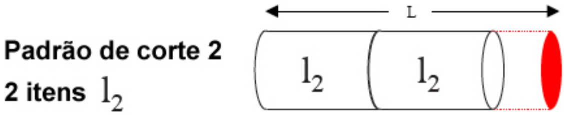
Problema do Corte Unidimensional

- Padrão de corte 1 definido por $a_1 = (a_{11}, a_{21}, a_{31})^T$, onde a_{i1} é o número de ítens do tipo i cortado conforme o padrão de corte 1. No exemplo, $a_1 = (5, 0, 0)^T$.



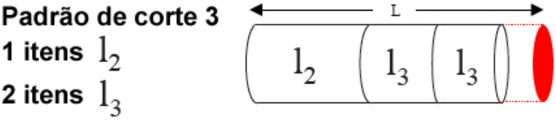
Problema do Corte Unidimensional

- Padrão de corte 2 definido por $a_2 = (a_{12}, a_{22}, a_{32})^T$, onde a_{i2} é o número de ítens do tipo i cortado conforme o padrão de corte 2. No exemplo, $a_2 = (0, 2, 0)^T$.



Problema do Corte Unidimensional

- Padrão de corte 2 definido por $a_3 = (a_{13}, a_{23}, a_{33})^T$, onde a_{i3} é o número de ítens do tipo i cortado conforme o padrão de corte 3. No exemplo, $a_3 = (0, 1, 2)^T$.



Padrões de corte

- Vários padrões distintos podem ser determinados.
- Como definir um padrão de corte?
- Um vetor α representa um padrão de corte se e somente se o seguinte sistema é satisfeito:

$$l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \ldots + l_m\alpha_m \leq L$$
$$\alpha_j \geq 0 \texttt{ e inteiro, } j = 1, \ldots, m$$

Problema da Mochila Inteiro - Determinando um padrão de corte

$$\begin{gathered}\textbf{max } z = v_1\alpha_1 + v_2\alpha_2 + \ldots + v_n\alpha_n \\ l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \ldots + l_n\alpha_n \leq L \\ \alpha_j \geq 0 \texttt{ e inteiro, } j = 1, \ldots, m\end{gathered}$$

- O problema anterior para determinação de padrões de corte é um problema de otimização linear inteira e será estudado brevemente após a primeira parte do curso.
- Observação: Para modelagem dos problemas de cortes, vamos supor que conhecemos todos os padrões, ou seja, conhecemos todas as maneiras possíveis de cortar uma peça de tamanho L em peças de tamanhos l_i.

Problema do Corte Unidimensional

Vamos considerar um problema em que:

- $L = 170$ cm
- $l_1 = 30$ cm, $l_2 = 50$ cm, $l_3 = 55$ cm

e a demanda para os ítens menores é:

- $d_1 = 80$, $d_2 = 120$, $d_3 = 110$

Quantos esquemas de corte são possíveis?

Problema do Corte Unidimensional

Vamos considerar um problema em que:

- $L = 170$ cm
- $l_1 = 30$ cm, $l_2 = 50$ cm, $l_3 = 55$ cm

e a demanda para os ítens menores é:

- $d_1 = 80$, $d_2 = 120$, $d_3 = 110$

Quantos esquemas de corte são possíveis?

$$30y_1 + 50y_2 + 55y_3 \leq 170$$
$$y_j \geq 0 \texttt{ e inteiro, } j = 1, 2, 3$$

Problema do Corte Unidimensional

Existem 27 padrões de corte possíveis. Entre estes temos os seguintes padrões: $a_1, a_{19}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{27}$ e suas respectivas perdas:

	a_1	a_{19}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{27}
l_1	0	2	3	4	1	2
l_2	0	0	1	1	2	1
l_3	1	2	0	0	0	1
perda	115	0	30	0	5	40

$$30y_1 + 50y_2 + 55y_3 \leq 170$$

Construindo um modelo

Neste problema temos:

elementos conhecidos: esquema de corte, demanda de cada ítem;

Construindo um modelo

Neste problema temos:

elementos conhecidos: esquema de corte, demanda de cada ítem;

elementos desconhecidos: quantas vezes um determinado esquema de corte será usado;

Construindo um modelo

Neste problema temos:

elementos conhecidos: esquema de corte, demanda de cada ítem;

elementos desconhecidos: quantas vezes um determinado esquema de corte será usado;

objetivo a ser alcançado: usar o menor número possível de esquemas de corte;

Construindo um modelo

Neste problema temos:

elementos conhecidos: esquema de corte, demanda de cada ítem;

elementos desconhecidos: quantas vezes um determinado esquema de corte será usado;

objetivo a ser alcançado: usar o menor número possível de esquemas de corte;

restrições: o número de ítens obtidos com os esquemas de corte usados de ser maior ou igual a demanda.

Construindo um modelo

Variáveis de decisão:

- Quantas vezes usar um determinado padrão de corte?
- Faça a_j, $j = 1, 2, \ldots, n$ representar os diversos padrões de corte.

Definimos então as variáveis de decisão:
x_j = número de vezes que o padrão de corte j será usado,
$j = 1, 2, \ldots, n$.

Construindo um modelo- Podemos considerar os seguintes objetivos

Objetivo (1): Usar o menor número possível de padrões de corte:

$$\mathbf{min}\ z = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

Objetivo (2): Seja r_j a perda associada ao padrão de corte j; Minimizar a perda total:

$$\mathbf{min}\ z = r_1 x_1 + r_2 x_2 + \ldots + r_n x_n$$

Construindo um modelo

Restrições:

- O número de itens de cada tipo deve ser maior ou igual a demanda.
- Seja a_{ij} o número de peças do tipo i obtidos usando o esquema de corte j.
- Para atender a demanda do item 1 temos que:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

- De forma geral, a restrição relativa ao item i é dada por:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \geq b_i$$

Modelo de Otimização

$$\textbf{min } z = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &\geq b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &\geq b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\geq b_m \\
x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n &\geq 0 e inteiras
\end{aligned}$$

Em geral, as variáveis $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ são necessariamente inteiras pois representam o número de barras cortadas de acordo com um padrão de corte. Esta condição dificulta substancialmente a resolução do modelo matemático. Porém, em muitas situações práticas, essa condição de integralidade pode ser relaxada.

Modelo de Otimização

Podemos reescrever as restrições do problema na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

- Observe que cada **coluna da matriz** está associada à um **padrão de corte**. Em geral, $n \Rightarrow \infty$.
- Impossível gerar ou mesmo armazenar o n padrões de corte.
  - Geração de colunas - Problema da Mochila.

EXEMPLO 1

Na resolução apresentada a seguir, consideramos, para fins de ilustração, as variáveis não negativas e inteiras e apenas os seis padrões ilustrados anteriormente, ou seja, os padrões: $a_1, a_{19}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{27}$. Além disso, consideramos o objetivo de minimizar o número de padrões usados, ou seja, o objetivo 1.

$$\textbf{min } z = x_1 + x_{19} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{27}$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} x_{19} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{22} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{23} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} x_{24} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x_{27} \geq \begin{bmatrix} 80 \\ 120 \\ 110 \end{bmatrix}$$

$$x_1,\ x_{19},\ x_{22},\ x_{23},\ x_{24},\ x_{27} \geq 0 \texttt{ e inteiras.}$$

EXEMPLO 1- Resolução

- Valor da função objetivo: $z = 115,00$
- Usar 55 vezes o padrão de corte 19: $A_{19}^t = (2, 0, 2)$
- Usar 60 vezes o padrão de corte 24: $A_{24}^t = (1, 2, 0)$
- Sobra de 90 itens do tipo 1

EXEMPLO 2

Considerando os mesmos 6 padrões de corte anteriores mas mudamos o objetivo. Agora consideramos que nosso objetivo seja minimizar as perdas. Outra vez consideramos que as variáveis são não negativas e inteiras:

$$\textbf{min } z = 115x_1 + 0x_{19} + 30x_{22} + 0x_{23} + 40x_{24} + 5x_{27}$$

Sujeito a:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_1 + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} x_{19} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{22} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} x_{23} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} x_{24} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x_{27} \geq \begin{bmatrix} 80 \\ 120 \\ 110 \end{bmatrix}$$

$$x_1,\ x_{19},\ x_{22},\ x_{23},\ x_{24},\ x_{27} \geq 0 \texttt{ e inteiras.}$$

EXEMPLO 2- Resolução

- Valor da função objetivo: $z = 0,00$
- Usar 55 vezes o padrão de corte 19: $A_{19}^t = (2, 0, 2)$
- Usar 60 vezes o padrão de corte 23: $A_{23}^t = (4, 0, 1)$
- Sobra de 510 itens do tipo 1

Padrões de corte para o EXEMPLO

Existem 27 padrões de corte para o exemplo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	5	0	0	0
0	0	0	1	2	3	0	0	0	0	0	1	2	1
1	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	2	3	1	2	1	2	3	4	1	2	1	2
0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	1	1
1	1	1	2	2	0	0	0	0	0	0	1	1

EXEMPLO 1 - Solução considerando o objetivo 1 - Minimizar o número de barras cortadas e as variáveis inteiras e não-negativas

Considerando todos os 27 padrões de corte possíveis:

- Valor da função objetivo: $z = 90,00$
- Usar 30 vezes o padrão de corte 3: $A_3^t = (0,0,3)$
- Usar 20 vezes o padrão de corte 13: $A_{13}^t = (0,2,1)$
- Usar 40 vezes o padrão de corte 25: $A_{25}^t = (2,2,0)$
- Não há sobra de itens.

EXEMPLO 2 - Solução - Considerando o objetivo 2 - minimizar as perdas e as variáveis inteiras e não-negativas

Considerando todos os 27 padrões de corte possíveis:

- Valor da função objetivo: $z = 0,00$
- Usar 55 vezes o padrão de corte 19: $A_{19}^t = (2,0,2)$
- Usar 60 vezes o padrão de corte 23: $A_{23}^t = (4,0,1)$
- Sobra de 510 itens do tipo 1

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

Planejamento da Produção : Problema de Dimensionamento de Lotes

Empresas de manufatura fabricam diversos tipos de produtos solicitados por diferentes clientes, muitas vezes em grandes quantidades, os quais devem estar prontos para entrega em diferentes datas previamente agendadas. Como as fábricas têm capacidades de produção limitadas (máquinas, mão-de-obra e outros), é necessário planejar a produção, isto é, decidir o que e quanto produzir (em outras palavras, dimensionar os lotes da produção) em cada período de um horizonte de planejamento. Um período pode representar dias, semanas ou mês.

Planejamento da Produção : Problema de Dimensionamento de Lotes

A necessidade de antecipação da fabricação de produtos (estocados de um período para o outro) acarreta em custos de estocagem e algumas dificuldades operacionais. No planejamento da produção, deseja-se determinar o tamanho dos lotes de produção, para atender a demanda na data solicitada e de modo que a soma dos custos de produção e estocagem seja mínima.

Problema de Dimensionamento de Lotes

Considere uma fábrica que produz N produtos e deseja planejar sua produção para os próximos T períodos de tempo. São conhecidos:

- d_{it} - A demanda de cada item i em cada período t é conhecida .
- Podemos estocar no final de cada período (I_{it}).
- cap_t - quantidade disponível do recurso em cada período de tempo t.
- A produção de cada produto i requer quantidade conhecida de cada recurso a_i.
- Os recursos são renováveis (por período).
- c_{it} - custo de fabricar uma unidade do produto i no período t.
- h_{it} - custo de estocar uma unidade do produto i no final do período t.

Problema de Dimensionamento de Lotes - Monoestágio

Variáveis de Decisão:

- x_{it} - quantidade do produto i fabricado no período t .
- I_{it} - quantidade do produto i estocada no final do período t .

Objetivo: Determinar o plano de produção dos N produtos de maneira a minimizar os custos de produção e estoque.

Problema de Dimensionamento de Lotes - Monoestágio - modelo matemático

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}(c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it})$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{i,t}, t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots, N \\ \sum_{i=1}^{n} a_i x_{it} \leq Cap_t, t = 1, \ldots, T \\ x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots, N. \end{cases}$$

e se aceitamos atrasos na entrega (backlogging) ?

$I_{it} = I^+_{it} - I^-_{it},\ I^+_{it} \geq 0,\ I^-_{it} \geq 0$

Problema de Dimensionamento de Lotes - Multi-estágio

- Em muitos casos, a produção de um item necessita a produção anterior de um outro item (computador - placa mãe).
- Podemos estocar no final de cada período (I_{it}).
- Itens intermediários podem ter demanda exterior (ex. teclado).

Problema de Dimensionamento de Lotes - Multi-estágio

A produção de cada produto j requer quantidade conhecida de cada recurso i - item sucessor de i - quantidade dada por: r_{ij}.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} (c_{it} x_{it} + h_{it} I_{it})$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + \sum_{j \in S_i} r_{i,j} x_{jt} + I_{it},\, t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots \\ \sum_{i=1}^{n} a_i x_{it} \leq Cap_t,\, t = 1, \ldots, T \\ x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots, N. \end{cases}$$

O Problema de Programação de Projetos

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PROJETOS - Livro Pesquisa Operacional - página 34

Introdução

- Tarefas competem por recursos e possuem precedência.
- Uma tarefa dura um certo tempo.
- Um projeto pode ter inúmeras tarefas.
- Deseja-se saber a ordem de um conjunto de tarefas de tal forma a obter o menor tempo para conclusão do projeto.

Aplicações

- Construção de edifícios, pontes, estradas;
- Planejamento da produção de produtos sob encomenda;
- Desenvolvimento de pesquisas.

Exemplo - Construção de um pilar

- Construir pilares de uma edificação.
- Para a construção do pilar existem oito atividades básicas.
- Algumas atividades (tarefas) possuem predecessores.
- **Objetivo:** determinar o menor tempo necessário para que todas as oito atividades sejam concluídas.
- Considere os dados na Tabela a seguir.

Dados do problema

Atividade	Descrição	Pred.	Duração (h)
A	Preparo da armadura	-	6
B	Preparo da forma	-	5
C	Lançamento da armadura	A	4
D	Lançamento da forma	B,C	2
E	Providências para concretagem	-	2
F	Aplicação do concreto	E,D	3
G	Cura do concreto	F	72
H	Desforma do pilar	G	3

O que decidir?

- Decidir o instante mais cedo que as atividades podem ser iniciadas.
- Define-se a variável de decisão t_i, $i = A, B, C, D, E, F, G, H$, o instante mais cedo em que a atividade i pode ser iniciada e que o início do projeto ocorre no instante $t = 0$.
- Observe que o projeto não pode ser concluído antes do instante $t_H + 3$. Assim o objetivo consiste em minimizar $t_H + 3$.
- Assim, os instantes mais cedo em que uma tarefa deve ser inicializada atendendo as relações de precedência são dadas pelas restrições do modelo a seguir:

Resolução do Exemplo

$$min\ f(t_A, t_B, \ldots, t_H) = t_H + 3$$

Sujeito a:
$$\begin{aligned} t_A &\geq 0 \\ t_B &\geq 0 \\ t_C &\geq t_A + 6 \\ t_D &\geq t_B + 5 \\ t_D &\geq t_C + 4 \\ t_E &\geq 0 \\ t_F &\geq t_E + 2 \\ t_F &\geq t_D + 2 \\ t_G &\geq t_F + 3 \\ t_H &\geq t_G + 72 \end{aligned}$$

Introdução

- Nos modelos de otimização linear, como os apresentados no curso de IPO, são admitidas algumas hipóteses de que as grandezas envolvidas precisam obedecer: aditividade, proporcionalidade e fracionamento.

Hipótese de aditividade

- Esta hipótese pressupõe que o todo é igual à soma das partes.
- Por exemplo, se em 1 kg do ingrediente j encontramos 200 g (ou 0,2kg) do componente i e em 1 kg do ingrediente k, encontramos 100 g do mesmo componente, então a mistura de 2 kg, obtida pela adição de 1 kg de cada ingrediente j e k, tem 300 g do componente i.
- Em alguns casos isto não acorre (se adicionarmos o equivalente em volume a 0,1 litro de açúcar em 1 litro de água. O volume resultante da água açucarada não é de 1,1 litro) .

Hipótese de proporcionalidade

- Esta hipótese pressupõe que se a_{ij} é a quantidade do componente i em uma unidade do ingrediente j, então $a_{ij}x_j$ será a quantidade do componente i em x_j unidades;
- Por exemplo, se 1 kg de um ingrediente contém 200 g de um componente, então 500 g deste ingrediente contém 100 g do mesmo componente, assim como 3 kg contem 600g.

Hipótese de fracionamento

- Valores fracionários para as variáveis são aceitáveis;
- Por exemplo, podemos utilizar 1kg de um ingrediente numa mistura, como também, 0,25kg deste ingrediente.

- Embora as hipóteses de linearidade possam sugerir que modelos de otimização linear têm utilização limitada, os exemplos de aplicações nas mais diversas áreas de conhecimento e situações práticas indicam o contrário;

- Existem inúmeros outros exemplos de aplicações de modelos de otimização linear em diversas áreas da engenharia (naval, produção, química, metalúrgica, elétrica, eletrônica, computação, florestal, alimentos, mecânica, mecatrônica, civil, controle e automação, aeronáutica, minas, etc.), em economia e finanças, medicina, computação, física, ciências sociais, ecologia, esportes, etc.

- Os modelos de otimização linear apoiam o processo de tomada de decisões e, para extrair desses modelos informações de interesse do decisor, foram desenvolvidas diversas ferramentas, procedimentos e técnicas.

O Problema de Dimensionamento de Lotes

O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES Exercício
Livro Pesquisa Operacional - página 29

Introdução

- Empresas fabricam diversos tipos de produtos;
- Produtos demandados por clientes em datas específicas;
- Fábricas com capacidade limitada de produção;
- Antecipação na produção acarreta custos de estocagem estoque;

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

- Fabricar dois tipos de vigas com demandas conhecidas para três semanas

Demanda de vigas	Período 1	Período 2	Período 3
Item 1	100	90	120
Item 2	40	50	80

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

Suponha a disponibilidade de 40 horas de trabalho por período

- produzir 1 unidade do item 1 consume 15 minutos
- produzir 1 unidade do item 2 consume 20 minutos

Custo de produção são conhecidos:

Custos de produção	Período 1	Período 2	Período 3
Item 1	20	20	30
Item 2	20	20	30

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

Admite-se estocar a produção para ser utilizada nos períodos seguinte com os seguintes custos:

Custo de Estoque	Período 1	Período 2
Item 1	2	3
Item 2	2,5	3,5

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

- **Objetivo:** determinar o tamanho dos lotes para produção, atendendo a demanda na data com custos de produção e estocagem mínimos.

Variáveis de decisão:

x_{it} = quantidade da viga do tipo i produzida no período t.
I_{it} = quantidade da viga do tipo i estocada no final do período t.

Modelo Matemático

Modelo Matemático:

$$min\ f(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}) =$$
$$20x_{11} + 20x_{12} + 30x_{13} + 20x_{21} + 20x_{22} + 30x_{23} + 2I_{11} + 3I_{12} + 2,5I_{21} + 3,5I_{22}$$

$$\begin{aligned}
x_{11} - I_{11} &= 100 \\
x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 90 \\
x_{13} + I_{12} &= 120 \\
x_{21} - I_{21} &= 40 \\
x_{22} + I_{21} - I_{22} &= 70 \\
x_{23} + I_{22} &= 80 \\
1/4x_{11} + 1/3x_{21} &\leq 40 \\
1/4x_{12} + 1/3x_{22} &\leq 40 \\
1/4x_{13} + 1/3x_{23} &\leq 40
\end{aligned}$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22} \geq 0$$

Exercício - Modele e resolva utilizando o solver do excel

1)Uma empresa de barcos precisa determinar quantos veleiros devem ser produzidos durante cada um dos 4 próximos trimestres. A demanda de cada um dos trimestres é: primeiro trimestre, 40 veleiros; segundo trimestre, 60 veleiros; terceiro trimestre, 75 veleiros; quarto trimestre, 25 veleiros. A empresa quer atender a demanda prontamente. No início do primeiro trimestre, a empresa tem 10 veleiros em estoque. No início de cada trimestre, a empresa precisa decidir quantos veleiros devem ser produzidos durante o trimestre. Por simplicidade, assume-se que os veleiros fabricados durante um trimestre podem ser usados para atender a demanda deste trimestre. Durante cada trimestre, a empresa pode produzir até 40 veleiros com sua mão de obra regular a um custo de $ 400 por veleiro. Tendo de trabalhar com horas extras durante o trimestre, a empresa pode produzir veleiros a mais a um custo total de $ 450 por barco. No final de cada trimestre (após ter ocorrido a produção e a demanda do trimestre ter sido atendida), um custo de armazenagem de $ 20 por barco ocorre. Usar a programação linear para determinar um modelo matemático que determine o programa de produção mensal de modo a minimizar a soma dos custos de produção e estoques durante os 4 próximos trimestres.

Referências Bibliográficas

- ARENALES, M.; ARMENTANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Campus/elsevier, 2007. 523 p. ISBN 10-85-352-145-1454-2.
- GOLDBARG, M.; LUNA, H. P. L.; **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Campus, 2000.
- NASCIMENTO, M.C.V.; ALÉM JUNIOR, D.J; CHERRI, L.H.; MASSAMITSU,F. **Apresentações para aulas de modelagem matemática**. São Carlos: ICMC-USP, 2008.
- PERIN, C. **Introdução à Programação Linear**. Coleção Imecc - Textos Didáticos. V.2. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2001. 177p.
- RANGEL, M.S. **Material de aula**. São José do Rio Preto: IBILCE-UNESP.