

Lista de Modelagem - Exercícios com duas variáveis (IPO- PM)

Para todos os exercícios, fazer o modelo matemático e a solução gráfica.

1) Um pequeno produtor tem 10 unidades de terra e planeja cultivar trigo e milho para vender ao mercado interno. A produção esperada é de 20 kg por unidade de área plantada de trigo e 30 kg por unidade de área plantada de milho. Para atender ao consumo interno de sua fazenda, ele deve plantar, pelo menos, 1 unidade de área de trigo e 3 unidades de área de milho. Os silos da fazenda têm condição de armazenar 240 kg de produtos. O trigo fornece um R\$ 1,20 por kg e o milho, R\$ 0,28 por kg.

a. Formule o problema como um problema de otimização linear.

b. Resolva-o graficamente.

c. Considere agora que as unidades de área de cada produção devem ser inteiras. Qual seria a solução ótima do problema? Mostre graficamente.

d. Suponha que o mercado esteja em falta de milho e, portanto, o produtor tenha um lucro de R\$ 1,00 por kg de milho. Mostre, graficamente, se a solução ótima muda para os dois casos de unidades de área: (1) reais e (2) inteiras.

2) Um jovem atleta sente-se atraído pela prática de dois esportes: natação e ciclismo. Sabe, por experiência, que:

- A natação exige um gasto em mensalidade do clube e deslocamento até a piscina que pode ser expresso em um custo médio de R\$ 3,00 (três reais) por seção de treinamento de duas horas;
- O ciclismo, mais simples, acaba custando cerca de R\$ 2,00 (dois reais) pelo mesmo tempo de prática;
- O orçamento do jovem permite dispor de R\$ 70,00 para treinamento;
- Seus afazeres da universidade lhe dão liberdade de despende, no máximo, 18 horas e 80000 calorias por semana para os esforços físicos;
- Cada seção de natação consome 1500 calorias, enquanto cada etapa ciclística despende 1000 calorias;
- Considerando que o rapaz goste igualmente de ambos os esportes o problema consiste em planejar seu treinamento de forma a maximizar o número de seções de treinamento.

a. Como o jovem deve planejar a sua vida de modo a obter o número máximo de seções? Formule o problema como um problema de otimização linear.

b. Resolva o problema graficamente.

3) Em um dado processo químico, podem ser produzidos (simultaneamente ou não, dependendo de certas substâncias adicionais) dois produtos (A e B) os quais são vendidos para outra indústria e utilizados na produção de um terceiro produto. Especificamente, 1 litro do produto A produz 1 litro do terceiro produto e 1 litro de B produz 2,5 litros do terceiro produto. Há uma restrição de demanda que diz que A e B devem ser produzidos numa quantidade suficiente para produzir 5 litros do terceiro produto a cada hora durante a jornada de trabalho da indústria. Durante o processo químico, sabe-se que o produto B consome oxigênio, enquanto o produto A produz oxigênio. Cada litro produzido do produto B consome 2 litros de oxigênio por hora e cada litro de produzido do produto A produz 1 litro de oxigênio por hora. Para estender a vida útil do catalisador, a quantidade de oxigênio

no reator não pode exceder 2 litros por hora (se necessário, pode-se adicionar oxigênio extra sem custos relevantes). Cada litro de produto A é vendido por R\$ 25 e cada litro de produto B, R\$ 55. A indústria deseja maximizar o lucro decorrente da venda dos dois produtos.

- Formule o problema como um problema de programação linear.
- Resolva-o graficamente, indicando a solução ótima do problema (vértice ótimo) e o valor da função objetivo.
- Resolva o problema, graficamente, supondo que os valores R\$ 25 e R\$ 55 sejam os custos de produção de cada litro dos produtos A e B, respectivamente e o objetivo seja minimizar o custo total.

4) A panificadora “Pão Bom” vende pão para baurus e baurus completos. Ela possui uma produção própria de 200 kg/semana de farinha para o pão. Cada pão precisa 0.1 kg de farinha. A panificadora contratou O açougue “Boi Bom”, que fornece 800 kg de carne cada segunda. Cada bauru precisa 0.125 kg de carne. Todos os outros ingredientes têm quantidades disponíveis suficientes para a produção. A panificadora tem 5 funcionários que trabalham 40 horas por semana. Cada pão precisa de 2 minutos de trabalho e cada bauru completo precisa de 3 minutos. Cada bauru vendido obtém um lucro de 20 centavos, e cada pão 10 centavos. Formule um programa de programação linear, que determine o número de pães e baurus completos devem ser produzidos por semana de tal modo que maximiza o lucro. Resolva graficamente

5) (O Problema das ligas metálicas). Uma metalúrgica deseja maximizar sua receita bruta. A tabela abaixo ilustra a proporção de cada material na mistura para obtenção das ligas passíveis de fabricação. O preço está cotado em Reais por tonelada da liga fabricada. Também em toneladas estão expressas as restrições de disponibilidade de matéria-prima. Formular o modelo de Programação Matemática e resolva graficamente.

	Liga especial de Baixa Resistência	Liga especial de Alta Resistência	Disponibilidade de Matéria-prima
Cobre	0,5	0,2	16 Ton
Zinco	0,25	0,3	11 Ton
Chumbo	0,25	0,5	15 Ton
Preço de venda (R\$ por Ton)	R\$ 3000,00	R\$ 5000,00	

6) Uma rede de televisão local tem o seguinte problema: foi descoberto que o programa "A" com 20 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 30.000 telespectadores, enquanto o programa "B", com 10 minutos de música e 1 minuto de propaganda chama a atenção de 10.000 telespectadores. No decorrer de uma semana, o patrocinador insiste no uso de no mínimo 5 minutos para sua propaganda e que não há verba para mais de 80 minutos de música. Quantas vezes por semana cada programa deve ser levado ao ar para obter o número máximo de telespectadores?

- Construa o modelo do sistema.
- Resolva graficamente o problema.