

SME0510 - Introdução à Pesquisa Operacional

Professora Maristela Santos

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC
Universidade de São Paulo - USP

2015

Ementa

- Definição e formulação de problemas de programação matemática.
- Teoria da programação linear e o método simplex.
- Programação inteira e o algoritmo de separação e avaliação (branch-and-bound).
- Heurísticas

Objetivos do curso

- Modelagem: capacitar o aluno a compreender e escrever modelos matemáticos para representar problemas simples de otimização linear (com variáveis contínuas e inteiras);
- Resolução de problemas:
 - capacitar o aluno a resolver problemas pequenos lineares e lineares inteiros (método simplex e método *branch-and-bound*)
 - capacitar o aluno a resolver problemas maiores por um software de otimização;
 - capacitar o aluno a compreender e elaborar heurísticas simples.

Material do curso

- Livro Adotado: ARENALES, M; ARMENTANO, V;
MORABITO, R E YANASSE, H Pesquisa operacional . Ed.
Campus, 2006.
-
- Aulas:TIDIA

Programação Matemática

- "Em matemática, o termo otimização, ou programação matemática, refere-se ao estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função através da escolha sistemática dos valores de variáveis reais ou inteiras dentro de um conjunto viável.- fonte: Wikipedia (03/08/2014)."
- "Pode-se usar o termo Otimização"(mais geral).

Grande área: Pesquisa Operacional

- SOBRAPO: "A Pesquisa Operacional é uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais. Tendo como foco a tomada de decisões, aplica conceitos e métodos de várias áreas científicas na concepção, planejamento ou operação de sistemas. A Pesquisa Operacional é usada para avaliar linhas de ação alternativas e encontrar as soluções que melhor servem aos objetivos dos indivíduos ou organizações."(03/08/2015)
- SOBRAPO - Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional
- "Decisões: projetar, planejar e operar sistemas em situações que requerem alocações eficientes de recursos escassos"

Video

- www.youtube.com/watch?v=tX6Rw7KJGjE

Um breve histórico de PO

- **1939-1945:** Durante a 2^a Guerra Mundial, as gerências militares britânica e americana empregaram uma abordagem científica para tratamento de problemas de gerenciamento de recursos escassos (radares, tropas, munição, remédios etc.), de forma eficaz.
- **1936:** British military applications: Foi utilizado o termo "operational research".

II Guerra Mundial

- Melhoria das operações utilizadas:
- Operations research - Pesquisa Operacional

Um breve histórico de PO

- 1947: Início do interesse das indústrias na utilização das técnicas desenvolvidas na área militar, para auxiliar no planejamento e controle da produção.
- A maioria desses problemas é formulada por meio de modelos matemáticos lineares.

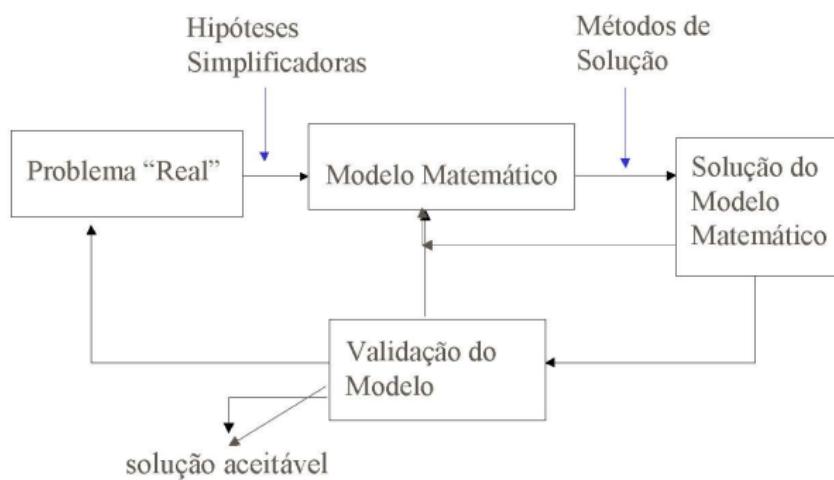
Um breve histórico de PO

- 1947: George B. Dantzig propôs um método prático para solução de modelos lineares (paper: Programming in a Linear Structure).
- Klee e Minty (1972) - o método simplex percorre 2^n vértices(exemplo simples, hipercubo deformado).
- Em 1979, Leonid Khachiyan desenvolveu um novo algoritmo para resolver modelos de programação linear: o Algoritmo Elipsóide (tempo polinomial porém mais lento do que o Simplex).
- Em 1984, surge mais um método de se resolver problemas lineares: Algoritmo dos Pontos Interiores, criado por Narendra Karmarkar (tempo polinomial e competia com o Simplex).
- mais datas(<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-02/frhistorysb1.html>)

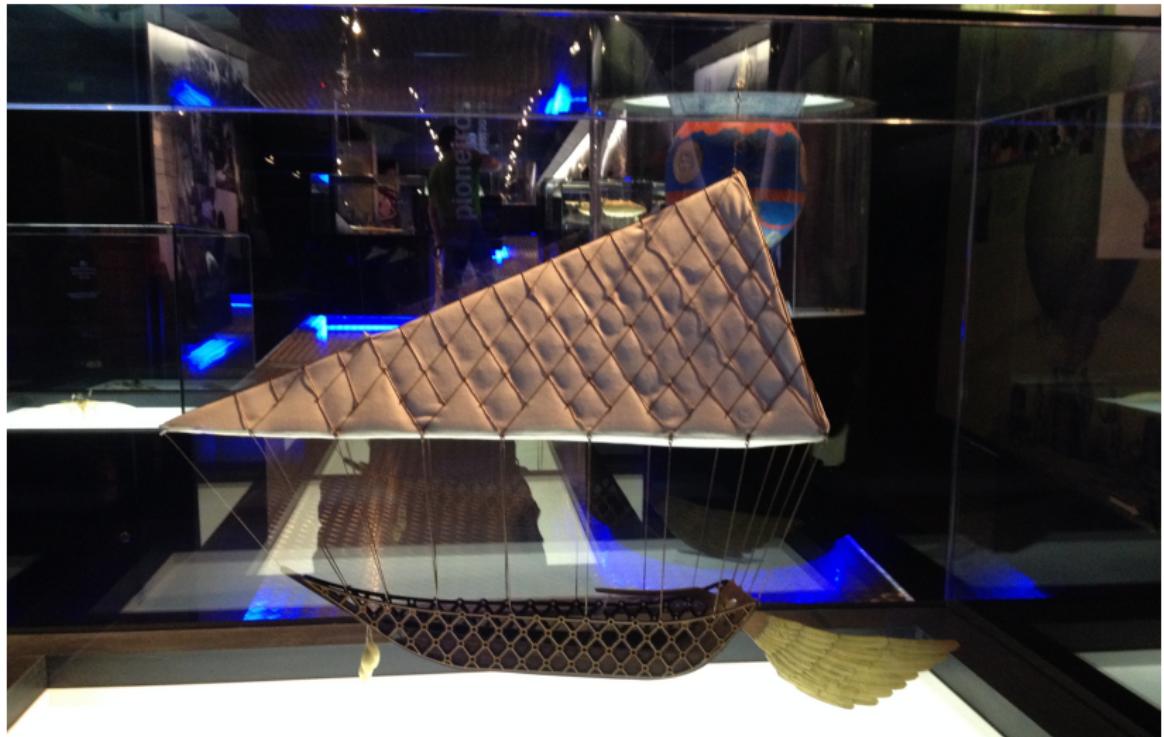
Associações científicas

- IFORS - International Federation Of Operational Research Societies (<http://ifors.org/web/>) .
- EURO - The Association of European Operational Research Societes (<http://www.euro-online.org>).
- APDIO - Associação Portuguesa de Investigação Operacional (<http://apdio.pt/home>).
- SOBRAPO - Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional (<http://www.sobrapo.org.br/>)
- SBMAC- Sociedade de Matemática Aplicada e Computacional (<http://www.sbmac.org.br/>).

Resolução de um problema utilizando PO segue as seguintes fases



Modelo ?



Modelo ? - Indústria de Papel - Produção da celulose e do papel

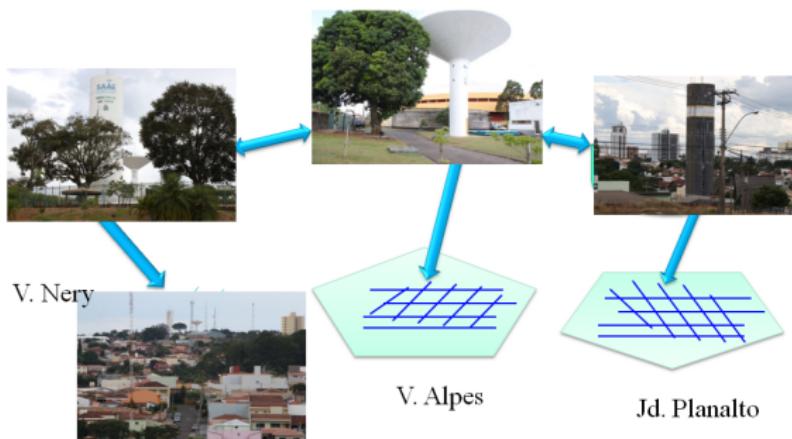


Modelo ? - Indústria Cervejeira - Produção dos líquidos e envase (produto final)



Modelo ? - Sistema de Captação e Distribuição de água - Quando ligar as bombas??

PLANEJAMENTO



Construindo um modelo matemático

- Passo Fundamental: Ouvir aquele que lida com o problema real.
- Passo 1: Descobrir o que deve ser determinado (variáveis do problema).
- Passo 2: Descobrir o que está disponível (dados do problema).
- Passo 3: Reproduzir os caminhos que levam a uma solução (equações).

Problema de Otimização

- A busca de uma solução mais adequada entre diversas soluções alternativas traz consigo os elementos de um **Problema de Otimização**
- Devemos estabelecer um critério de avaliação das soluções alternativas, o qual nos permite dizer que uma solução é “melhor” que outra (objetivo ou subjetivo).
- A este critério de avaliação chamamos de função objetivo, que buscamos otimizar, ou seja, maximizar ou minimizar.
- Por outro lado, as soluções alternativas devem ser possíveis de execução indicando a presença de restrições que devem ser respeitadas.

Problema de Otimização

- De outra forma: temos uma função f , chamada função objetivo, definida no conjunto de soluções alternativas, digamos Ω .
- Um problema de otimização matemática é definido por:

$$\min f(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

Problema de Otimização

- Dependendo do comportamento de $f(x)$ e de como o conjunto Ω é descrito, temos diferentes classes de problemas de otimização, para os quais uma variedade de métodos de solução tem sido desenvolvida.
- Otimização linear.
- Otimização não linear.
- Otimização Inteira.
- Controle ótimo.

Exemplo de um modelo matemático de Otimização Linear

- **Modelo matemático**

Minimizar $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ ← função objetivo

sujeito a:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases} \quad \leftarrow \text{restrições } (\leq = \geq)$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$. ← condição de não-negatividade

Referências Bibliográficas

- ARENALES, M.; ARMENTANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Campus/elsevier, 2007. 523 p. ISBN 10-85-352-145-1454-2.
- GOLDBARG, M.; LUNA, H. P. L.; **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Campus, 2000.
- PERIN, C. **Introdução à Programação Linear**. Coleção Imecc - Textos Didáticos. V.2. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2001. 177p.
- MACHADO, A. **Notas de Aula do Prof. Alysson Machado Costa do Curso Introdução a Pesquisa Operacional**, 2008.
- NASCIMENTO, M.C.V.; ALÉM JUNIOR, D.J; CHERRI, L.H.; MASSAMITSU,F. **Apresentações para aulas de modelagem matemática**. São Carlos: ICMC-USP, 2008.