

## Probabilidade

1. Suponha que, após 10 anos de uso, 30% dos computadores apresentam problema na placa-mãe, 40% apresentem problemas no HD e 15% apresentam problemas em ambos componentes. Qual a probabilidade que um computador com 10 anos de uso ainda apresente ambos componentes funcionando bem?

A probabilidade de funcionar bem pela relação  $1 - \{\text{probabilidade de apresentar problema}\}$ .

$PP = \{\text{Problema na placa-mãe}\}$ ,  $PH = \{\text{Problema no HD}\}$ ,  $PA = \{\text{problema em ambos}\}$

$PFC = \{\text{Probabilidade de apresentar ambos componentes funcionando bem}\}$

$$PP = 3/10 = 0.3;$$

$$PH = 4/10; = 0.4;$$

$$PA = 0.15$$

$$P(PP) \cup P(PA) - P(PA \cap PH) = 0.3 + 0.4 - 0.15 = 0.55$$

$$P(PFC) = 1 - 0.55 = 0.45.$$

2. Um programa de computador é verificado por 3 testes independentes. Quando existe um erro, esses testes o descobrem com probabilidades 0,3, 0,4, e 0,5, respectivamente. Suponha que o programa contenha um erro. Qual a probabilidade que seja encontrado por pelo menos um dos testes?

Como os testes são independentes a probabilidade de um não afeta a probabilidade da ocorrência dos outros (independentes), devemos eliminar as intersecções.

$$\{\text{Prob. de não encontrar erro no teste 1}\} = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$\{\text{Prob. de não encontrar erro no teste 2}\} = 1 - 0.4 = 0.4$$

$$\{\text{Prob. de não encontrar erro no teste 3}\} = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$P(\text{nenhum encontrar}) = 0.7 \times 0.4 \times 0.5 = 0.21.$$

$$P(\geq 1 \text{ encontrar}) = 1 - 0.21 = 0.79$$

3. Em certa empresa, 60% dos programadores sabem C++, 80% sabem Python, e 50% sabem as duas linguagens. Se você selecionar um programador qualquer da empresa, qual a probabilidade que:

a) não saiba Python?

b) Não saiba Python nem C++?

c) saiba Python mas não C++?

d) saiba C++ mas não Python?

e) saiba Python, dado que sabe C++? f) saiba C++, dado que sabe Python?

Sejam,

$$P(C) = \{\text{saber c++}\} = 0.6$$

$$P(P) = \{\text{saber python}\} = 0.8$$

$$P(C \cap P) \{\text{saber python e c++}\} = 0.5$$

NOTA: A notação  $P^\sim$  deverá ser lido como "P barrado", analogamente às demais variáveis

a)  $P(P^\sim) = 1 - P(P) = 1 - 0.8 = 0.2$

- b)  $P(C^{\sim} \cap P^{\sim}) = 1 - (0.8 + 0.6 - 0.5) = 1 - 0.9 = 0.1$
- c)  $P(C^{\sim} \cap P) = P(P) - P(P \cap C) = 0.8 - 0.5 = 0.3$
- d)  $P(P^{\sim} \cap C) = P(C) - P(P \cap C) = 0.6 - 0.5 = 0.1$
- e)  $P(P/C) = P(P \cap C) / P(C) = 0.5 / 0.8 = \sim 0.625$

4. Quando o tempo está bom, 80% dos voos chegam na hora marcada. Em caso de mau tempo, apenas 30% chegam na hora marcada. Amanhã, a chance do tempo estar bom é de 60%. Qual a probabilidade de um voo chegar na hora?

$P(C) = \{\text{prob. voo chegar na hora marcada}\} = ?$

$P(T) = \{\text{prob. tempo bom}\} = 0.6$

$P(T^{\sim}) = \{\text{prob. tempo ruim}\} = 0.4$

$P(C/T) = 0.8$

$P(C/T^{\sim}) = 0.3$

Como  $P(C/T) = P(C \cap T) / P(T)$  então,  $P(C) = P(C/T) \times P(T) + P(C/T^{\sim}) \times P(T^{\sim})$   
 $= P(C) = (0.8) \times (0.6) + (0.3) \times (0.4) = 0.6$

5. Um fabricante de computador recebe componentes de três fornecedores, S1, S2 e S3. 50% dos componentes provêm de S1, 30% de S2 e 20% de S3. Sabe-se que dos componentes recebidos de S1, 5% chegam com defeito. No caso de S2 e S3, esse valor é de 3% e 6% respectivamente.

a) Que porcentagem de todos esses componentes chegam com defeito?

b) Um cliente que comprou um computador recentemente reclamou que certo componente veio com defeito. Qual a probabilidade desse componente ter vindo do fornecedor S1?

a) Temos,

$$P(S1) = 0.5; P(S2) = 0.30; P(S3) = 0.20$$

$$P(D/S1) = 0.05; P(D/S2) = 0.03; P(D/S3) = 0.06$$

Então,

$$P(D) = P(D/S1) \times P(S1) + P(D/S2) \times P(S2) + P(D/S3) \times P(S3)$$

$$= 0.5 \times 0.05 + 0.3 \times 0.03 + 0.2 \times 0.06 = 0.046 = \mathbf{4.6\%};$$

b) Por Bayes,

$$P(S1/D) = [P(D/S1) \times P(S1)] / P(D) = 0.05 \times 0.5 / 0.046 = 0.025 / 0.046 = \sim 0,543478... = \sim \mathbf{54,35\%}$$

6. Certa questão de um teste de múltipla escolha é respondida corretamente com probabilidade 0.9 por um estudante que se preparou para o teste. Um estudante que não se preparou chuta qualquer uma das 4 alternativas, então sua probabilidade de acerto é 1/4. Sabe-se que 70% dos estudantes se prepararam para o teste. Se o estudante Fulano de Tal acertou a questão, qual a probabilidade dele não ter se preparado para o teste?

$P(P) = \{\text{Prob. do estudante ter se preparado}\} = 0.7$

$$P(N) = \{\text{Prob. do estudante não ter se preparado}\} = 0.3$$

$$P(C) = \{\text{Prob. do estudante ter acertado a questão}\} = ?$$

$$P(C/P) = 0.9$$

$$P(C/N) = 0.25$$

Então,

$$P(C) = P(C/P) \times P(P) + P(C/N) \times P(N) = 0.9 \times 0.7 + 0.25 \times 0.3 = 0.705$$

Donde,

$$P(N / C) = P(C / N) \times P(N) / P(C) = 0.25 \times 0.3 / 0.705 \approx 0,1063$$

7. Há três cabos de conexão internet conectando o ponto A ao B e dois conectando o ponto B ao ponto C. Durante o horário de pico, cada cabo tem 0.2 de probabilidade de falhar, independente dos demais.
- Calcule a probabilidade de haver alguma conexão sem falha entre os pontos A e C
  - Qual seria essa probabilidade se um novo cabo, também com probabilidade de falha de 0.2, fosse instalado entre A e B?
  - E se esse novo cabo fosse instalado entre B e C?
  - E se fosse diretamente entre A e C?
- A probabilidade de pelo menos um cabo A-B funcionar é dado por,  

$$P(AB) = 1 - P(\text{todos os 3 falham}) = 1 - (0.2 \times 0.2 \times 0.2) = 0,992$$
 A probabilidade de pelo menos um cabo A -C funcionar é dado por,  

$$P(AC) = 1 - P(\text{todos os 2 falharem}) = 1 - (0.2 \times 0.2) = 0.96$$
 Então a probabilidade de A-C funcionar é,  

$$0.992 \times 0.96 = 0.95232 = 95.232\%$$
  - Se é instalado um novo cabo A-B então agora são 3 cabos donde,  

$$0.992 \times (1 - (0.2 \times 0.2 \times 0.2)) = 0.992 \times 0.992 = 0,984064 \approx 98.406\%$$
  - Temos,  

$$\{\text{Prob. rede antiga funcionar}\} = 0,95232$$

$$\{\text{Prob. cabo direto funcionar}\} = 0.8$$
 Por vez o sistema funciona se pelo menos 1 deles funcionar donde,  

$$1 - (1 - 0.95232) \times (1 - 0.8) = 1 - (0.04768) \times (0.2) = 0.990464 \approx 99.046\%$$