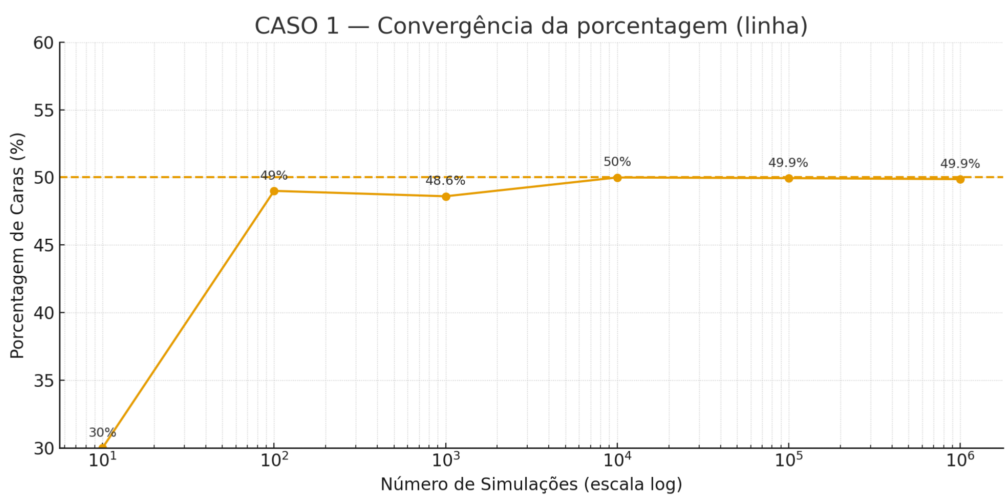
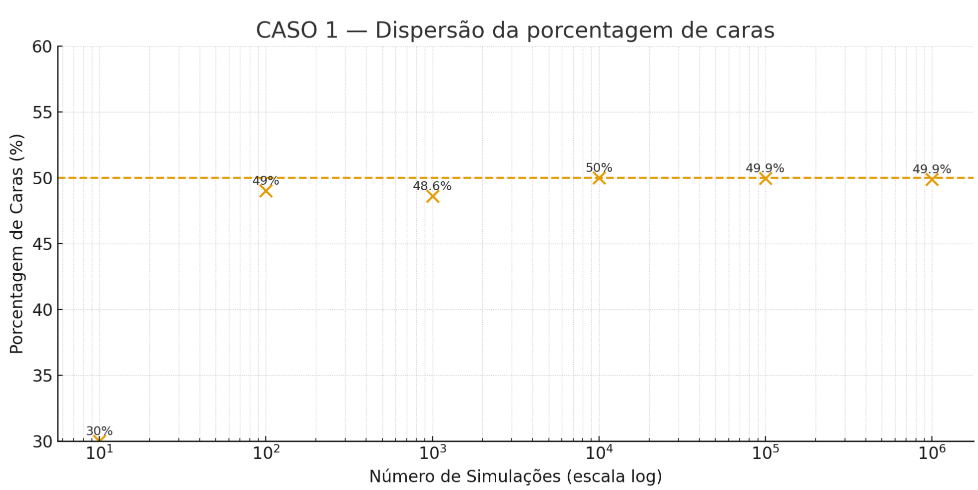
Os dados referentes a cada um dos experimentos e simulações se encontram disponíveis no seguinte endereço Trabalho 1 INF 222 - Pedro S. Teixeira - 166224 e também estarão anexados no envio da atividade no PVAnet Moodle.

1. LANÇAMENTO DE MOEDAS

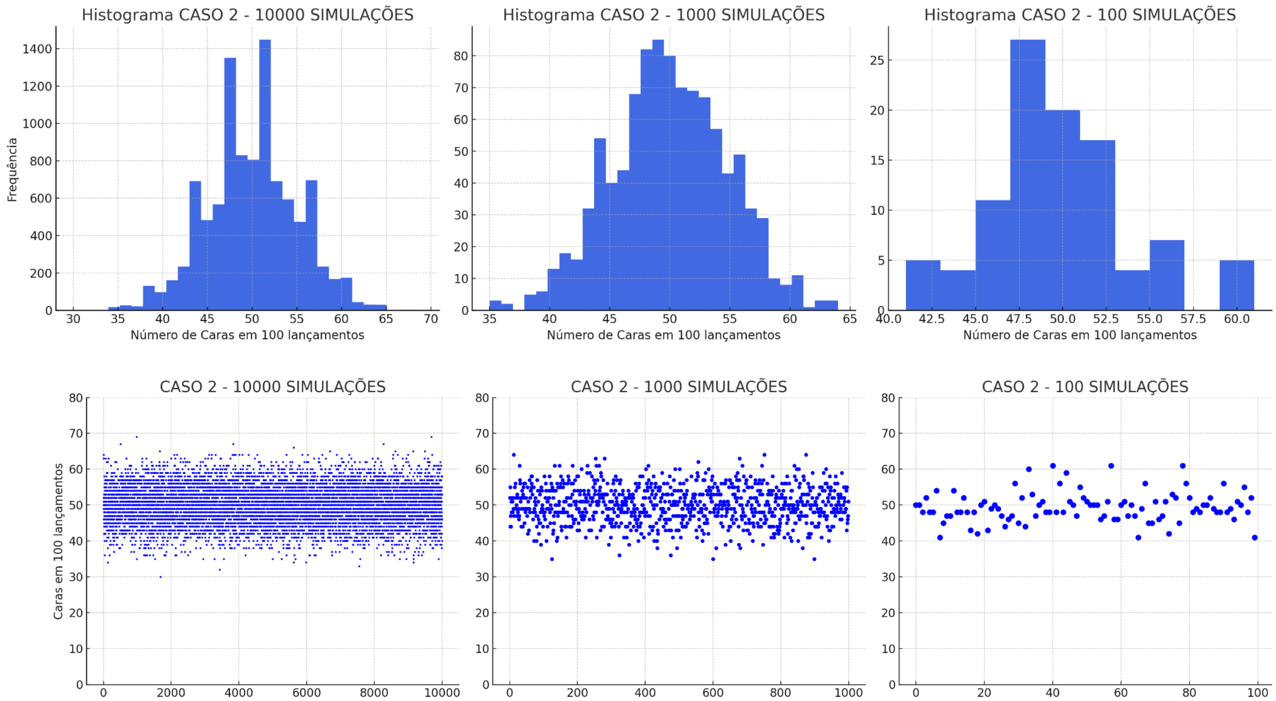
1.1 Lançar a moeda e verificar se saiu cara ou coroa (representadas por valor aleatório 1 e 0)

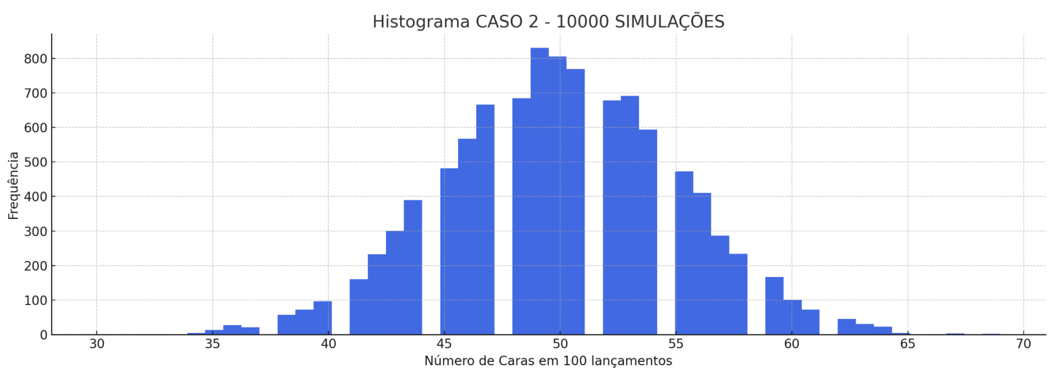
Os resultados mostram que, para um número pequeno de lançamentos, a proporção de caras pode se afastar bastante do valor esperado, mas conforme a quantidade de simulações aumenta, a porcentagem converge rapidamente para 50%. Observa-se que a variabilidade inicial diminui progressivamente e, a partir de milhares de lançamentos, os valores já se mantêm muito próximos do esperado, confirmando a tendência prevista pela lei dos grandes números.





1.2 Lançar a moeda 100 vezes e contar quantas caras aparecem





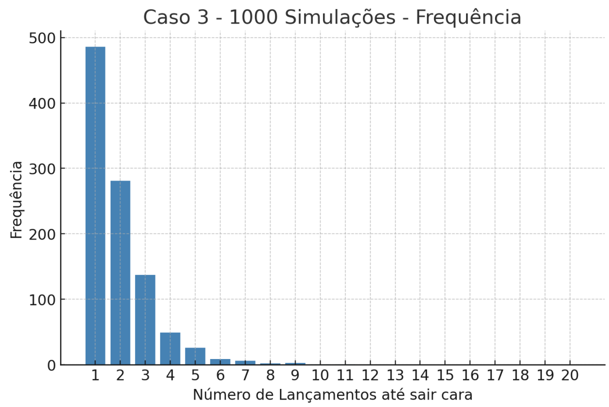
Este experimento teve como objetivo visualizar a distribuição da quantidade de caras obtidas em séries de 100 lançamentos consecutivos de uma moeda, repetidas ao longo de 100, 1000 e 10000 simulações. Os histogramas gerados revelam de forma clara o comportamento esperado para um processo aleatório desse tipo, à medida que o número de simulações aumenta, a distribuição dos resultados vai assumindo um formato cada vez mais próximo do "sino" da distribuição normal.

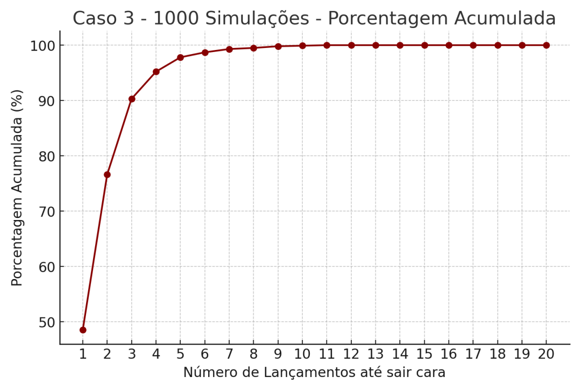
Observe que a grande maioria das execuções resulta em um número de caras próximo a 50, que é o valor esperado teórico para uma moeda justa. Valores muito distantes, como 30 ou 70 caras, tornam-se progressivamente mais raros, aparecendo com frequência muito baixa nos histogramas. Esse padrão confirma o comportamento de uma distribuição binomial, que, para um número grande de repetições, se aproxima de uma curva normal centrada na média teórica.

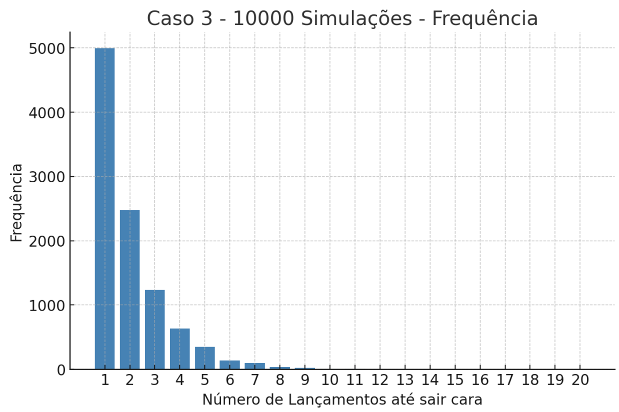
Os dados numéricos reforçam essa impressão visual. Para 100 simulações, a média observada foi de 49,47 caras, muito próxima de 50, com um desvio padrão de 4,43. À medida que o número de simulações aumenta para 1000 e 10000, a média se aproxima ainda mais do valor esperado (49,916 e 50,0656, respectivamente), enquanto o desvio padrão se estabiliza em torno de 5,0.

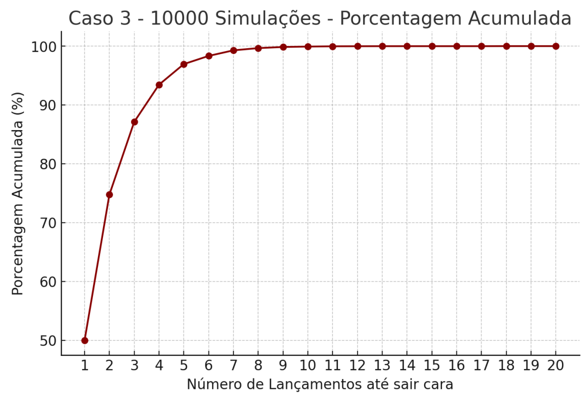
- Para 100 simulações:
    - Média: 49.47;
    - Desvio padrão: 4.43273
- Para 1000 simulações:
    - Média: 49.916;
    - Desvio padrão: 5.19778
- Para 10000 simulações:
    - Média: 50.0656;
    - Desvio padrão: 5.02274

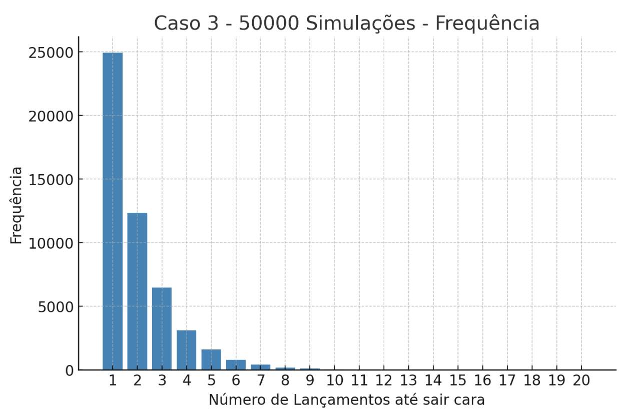
1.3 Contar quantos lançamentos são feitos até obter cara

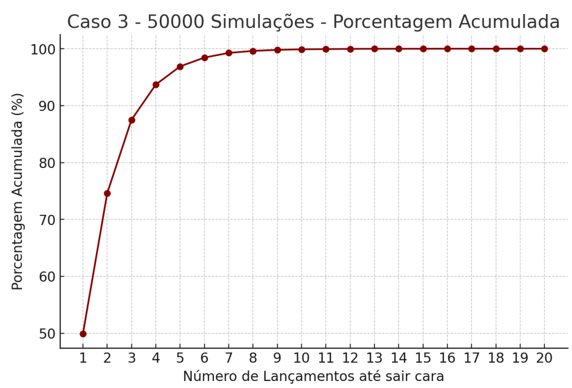












O experimento mostra quantos lançamentos sucessivos da moeda são necessários até que apareça a primeira ocorrência de cara. Os resultados evidenciam que, na maioria das simulações, a cara aparece já no primeiro lançamento, seguido pelo segundo como o segundo caso mais comum. A probabilidade de precisar de muitos lançamentos consecutivos de coroa diminui rapidamente, caindo praticamente pela metade a cada tentativa adicional. Isso confirma o comportamento esperado para uma distribuição geométrica, em que a chance de sucesso se mantém constante a cada rodada.

O gráfico de barras (Frequência) mostra a distribuição de ocorrências em função do número de lançamentos. Nota-se a forte concentração nos primeiros valores (1 e 2 lançamentos), com a frequência decaindo à medida que o número de tentativas aumenta. O gráfico de linha (Porcentagem acumulada) apresenta a soma progressiva das frequências em termos percentuais. Ele ilustra que, após apenas dois lançamentos, mais de 70% dos casos já foram resolvidos.

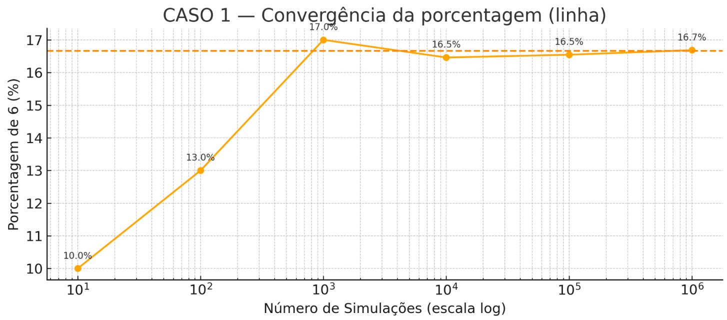
Assim, o experimento confirma a expectativa teórica: embora seja possível, em tese, precisar de muitos lançamentos até a primeira cara, a ocorrência prática de longas sequências de coroas é extremamente rara, com a concentração de casos nos primeiros valores.

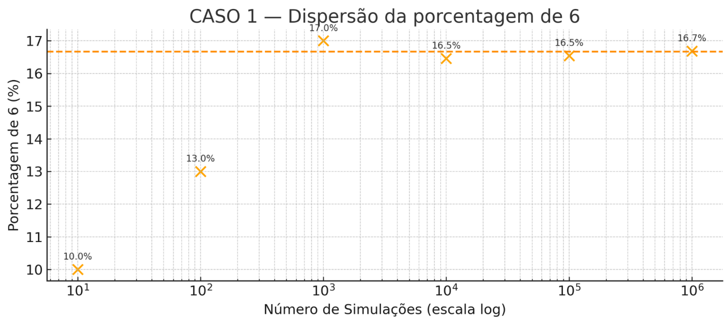
- Para 1000 simulações:
  - Média: 1.94;
  - Desvio padrão: 1.31;
- Para 10000 simulações:
  - Média: 2.01;
  - Desvio padrão: 1.42;
- Para 50000 simulações:
  - Média: 2.01;
  - Desvio padrão: 1.42;

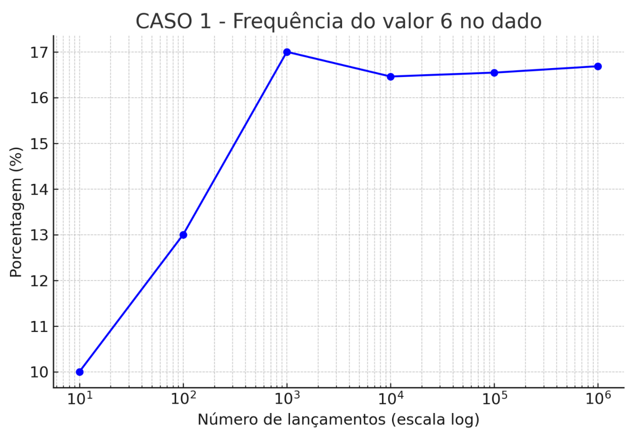
---

2. LANÇAMENTO DE DADOS

2.1. Lançar o dado e verificar se saiu o valor 6 (resultados possíıvel de 1 a 6)





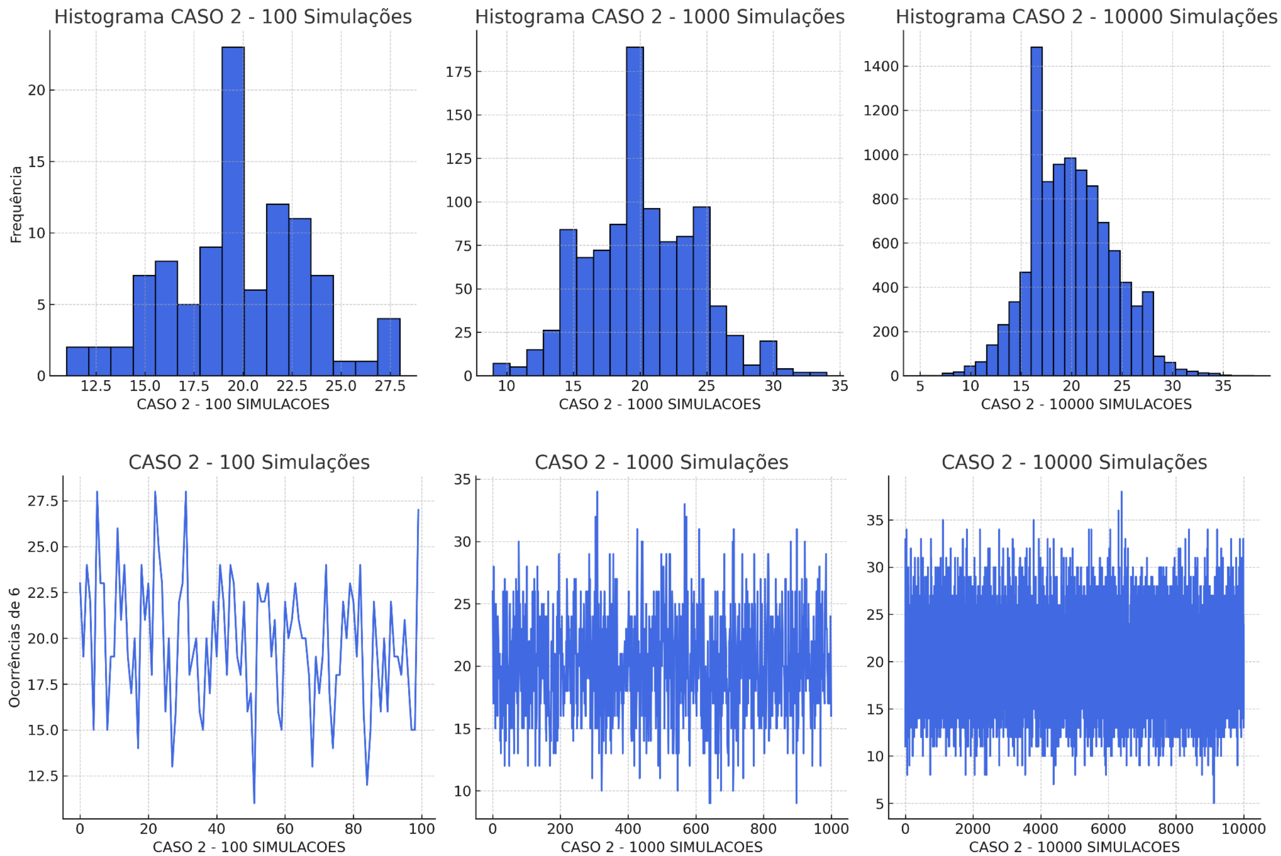


Os gráficos analisados mostram a convergência da porcentagem de ocorrência do valor 6 em lançamentos de um dado, representando a proporção em que o resultado 6 é obtido à medida que o número de simulações aumenta. Observa-se que, para um número pequeno de lançamentos, a porcentagem pode variar significativamente em torno do valor teórico esperado (aproximadamente 16,67%). No entanto, conforme a quantidade de simulações cresce, especialmente a partir de centenas ou milhares de tentativas, a porcentagem se estabiliza e converge para 1/6, conforme previsto pela lei dos grandes números.

O gráfico de dispersão da porcentagem de 6 em escala logarítmica evidencia a redução da variabilidade com o aumento das simulações, enquanto o gráfico de frequência do valor 6 confirma que a proporção se aproxima consistentemente de 1/6 em grandes amostras.

O experimento confirma que, mesmo com flutuações iniciais, a frequência relativa do valor 6 tende a 1/6 à medida que o número de lançamentos aumenta.

2.2. Lançar o dado 120 vezes e contar quantas vezes saiu 6



Os histogramas apresentados mostram a distribuição da quantidade de vezes em que o valor 6 foi obtido em 120 lançamentos consecutivos do dado, repetindo esse processo em 100, 1000 e 10000 simulações. Em cada simulação, conta-se quantas vezes o 6 aparece, e os resultados são agrupados em intervalos para visualização da frequência.

Observa-se que, à medida que o número de simulações aumenta, a distribuição dos resultados se torna mais suave e assume um formato aproximadamente normal (curva em sino), com o pico centrado próximo ao valor esperado de 120/6 =20. Isso confirma que, embora haja variação em cada conjunto de 120 lançamentos, a média converge para o valor teórico de 20 ocorrências do valor 6.

O gráfico em linhas ajuda a identificar a concentração dos valores entre 15 e 35 à medida em que ocorre esse aumento do número de simulações, os 3 gráficos da parte inferior representam a relação entre a quantidade de 6 pelo número de simulações, perceba que também há uma estabilidade maior em relação aos desvios quando o números e simulações muda, por exemplo, de 100 para 10 mil.

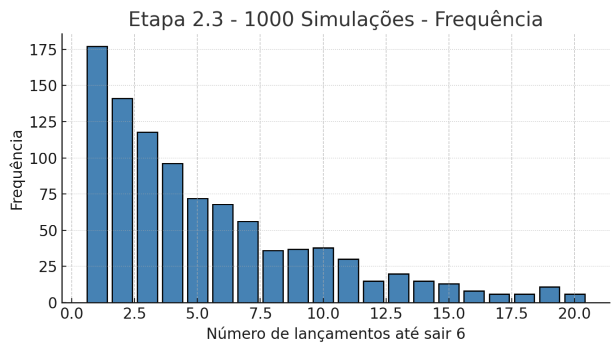
Além disso, a dispersão dos resultados em torno da média reflete a variabilidade inerente ao processo aleatório. Com 10000 simulações, a distribuição se estabiliza, mostrando que a grande maioria dos resultados se concentra entre 15 e 25 ocorrências, com poucas simulações apresentando valores extremos.

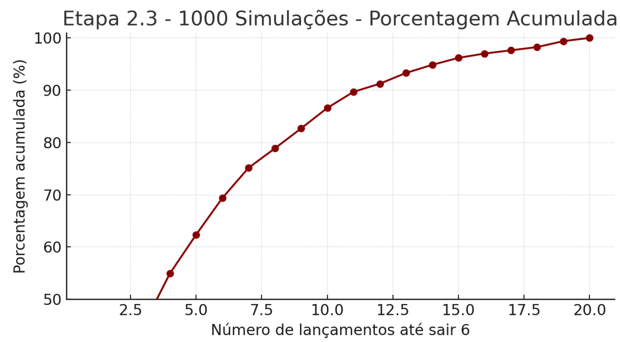
- Para 100 simulações:
  - Média: 20.7;
  - Desvio padrão: 3.48728;
- Para 1000 simulações:

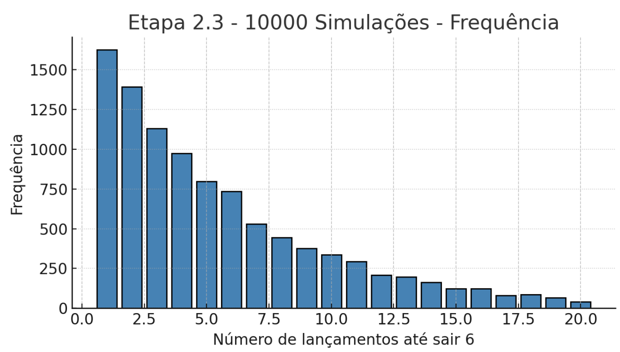
- Média: 20.232;
- Desvio padrão: 4.09734

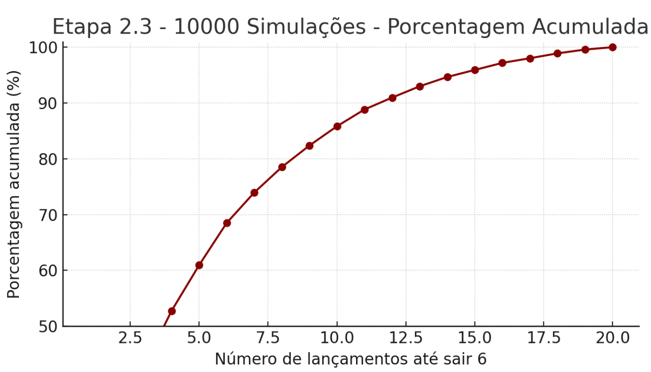
- Para 10000 simulações:
    - Média: 20.007;
    - Desvio padrão: 4.08137

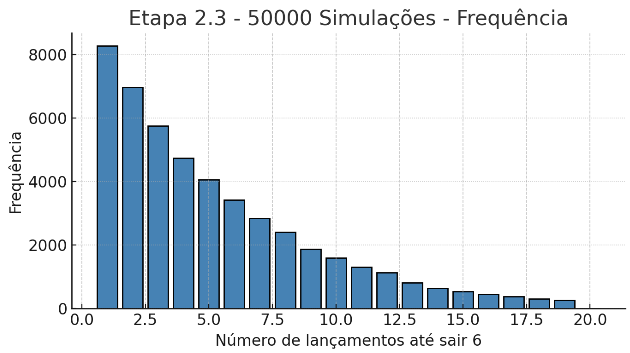
2.3. Contar quantos lançamentos são feitos até obter o valor 6

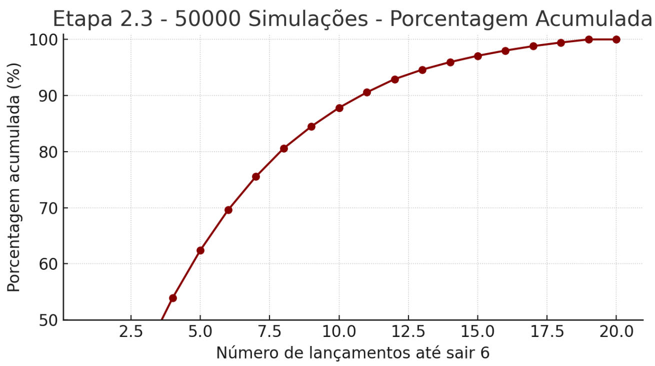












O experimento consiste em verificar quantos lançamentos sucessivos de um dado são necessários até que apareça pela primeira vez o valor 6. A expectativa é que o processo siga uma probabilidade constante a cada tentativa, igual a 1/6.

Os gráficos de frequência mostram que a grande maioria das simulações requer poucos lançamentos. A barra mais alta está sempre no primeiro lançamento, indicando que em muitas vezes o 6 sai já na primeira tentativa. O segundo lançamento aparece como o segundo caso mais frequente e, à medida que o número de tentativas aumenta, a frequência cai rapidamente, evidenciando que longas sequências sem a ocorrência do valor 6 são pouco prováveis. Esse padrão corresponde ao comportamento esperado de uma distribuição geométrica, na qual a probabilidade de sucesso se mantém constante a cada rodada.

Os gráficos de porcentagem acumulada demonstram como a soma progressiva das frequências cresce rapidamente. Observa-se que, após apenas alguns lançamentos, a maioria dos casos já foi resolvida: em torno de 70% das vezes o valor 6 aparece até o segundo lançamento e acima de 90% até o quarto. Em simulações maiores, como no gráfico de 50000 repetições, verifica-se que aproximadamente 85% das vezes o 6 surge em até 10 lançamentos. A curva sobe rapidamente nos primeiros valores e depois tende a se estabilizar próximo de 100%, mostrando que praticamente todas as simulações eventualmente terminam, mesmo que algumas exijam um número maior de tentativas.

Comparando os cenários de 1000, 10000 e 50000 simulações, nota-se que a forma da distribuição se mantém consistente, mas a curva de frequência fica mais suave e regular conforme o número de repetições cresce, reforçando a confiabilidade do padrão observado. Em todos os casos, a média do número de lançamentos necessários fica em torno de 6 tentativas, valor esperado teoricamente para uma distribuição geométrica com p=1/6p = 1/6p=1/6.

- Para 1000 simulações:
    - Média: 5.861;
    - Desvio padrão: 5.24497;
- Para 10000 simulações:
    - Média: 6.042;
    - Desvio padrão: 5.45434;
- Para 50000 simulações:
    - Média: 6.0124;
    - Desvio padrão: 5.49159;

---

3. JOGO DE AZAR

Para o experimento a seguir foram realizadas 10 mil simulações com as seguintes distribuições de moedas: Simulações do jogo (A x B) onde A representa o número de créditos/dinheiro do jogador A; e B e o número de créditos/dinheiro do jogador B. A seguir se encontram as médias por rodadas das simulações, desvio padrão e taxa de vitória em cada contexto do jogo.

Simulações do jogo (2 x 8)

Vitórias A:	2012 (20.12%)
Vitórias B:	7988 (79.88%)
Média de rodadas:	16.0248
Desvio padrão:	18.7765

Simulações do jogo (20 x 80)

Vitórias A:	2046 (20.46%)
Vitórias B:	7954 (79.54%)
Média de rodadas:	1602.30
Desvio padrão:	1884.52

Simulações do jogo (3 x 7)

Vitórias A:	2980 (29.8%)
Vitórias B:	7020 (70.2%)

Média de rodadas:	20.7388
Desvio padrão:	19.2599

Simulações do jogo (1 x 100)

Vitórias A:	93 (0.93%)
Vitórias B:	9907 (99.07%)
Média de rodadas:	92.1375
Desvio padrão:	528.25

Com base nas simulações realizadas, podemos analisar o comportamento do jogo de azar entre dois jogadores, A e B, que apostam R$1 por rodada em um lançamento de moeda até que um deles fique sem dinheiro. Quando o jogador A começa com R$2 e o jogador B com R$8, os resultados mostram que o jogador B tem uma vantagem considerável. Em 10.000 simulações, A venceu em apenas 2.012 ocasiões, o que corresponde a aproximadamente 20% de chance de vitória, enquanto B venceu em 79,88% dos casos. Isso confirma que, de fato, o jogador que inicia com mais dinheiro tem maior probabilidade de vencer, embora ainda haja uma possibilidade real, mesmo que pequena, de o jogador com menos recursos vencer.

Em relação à duração do jogo, observa-se que uma partida pode terminar rapidamente em apenas duas rodadas, se A perder consecutivamente, mas também pode se estender por um número significativo de rodadas devido à alternância entre caras e coroas. No cenário com saldos iniciais de R$2 e R$8, a duração média foi de aproximadamente 16 rodadas, com um desvio padrão de cerca de 19 rodadas, indicando uma variabilidade considerável. Ou seja, embora a maioria dos jogos termine em torno desse valor, há casos em que a partida se prolonga bastante.

Perceba que o jogo quando há uma disparidade de dinheiro muito grande, como A possuindo $1 e B possuindo $100 é contraintuitiva em relação a quantidade de rodadas. O jogador A começa com apenas R$1. Para que ele vença, precisa ganhar a primeira aposta e depois sobreviver por mais 99 rodadas até que B quebre, isso é extremamente improvável (0.93% de chance, como mostrado). No entanto, mesmo com B tendo uma vantagem colossal, a sequência de lançamentos da moeda pode ser "teimosa". É perfeitamente possível que A ganhe várias apostas seguidas, evitando a derrota imediata, isso explica o caráter estatístico do número de rodadas ser tão elevado.

Quando alteramos os valores iniciais, a duração média do jogo é afetada de maneira não linear. Por exemplo, ao simular o jogo com A começando com R$3 e B com R$7, a média de rodadas aumenta para cerca de 21, sugerindo que, mesmo com uma diferença menor entre os saldos, o jogo pode durar um pouco mais. Por outro lado, quando os saldos iniciais são aumentados para R$20 e R$80, a duração média salta para aproximadamente 1.602 rodadas, mostrando que o jogo se torna muito mais longo quando os jogadores começam com mais recursos. Isso ocorre porque, com mais dinheiro em jogo, são necessárias mais oscilações para que um dos jogadores fique sem nada. Em contraste, quando a diferença é extrema, como no caso de A com R$1 e B com R$100, o jogo tende a terminar rapidamente, em média, 92 rodadas, mas ainda com uma chance mínima de vitória para A (0,93%), evidenciando que mesmo em condições desfavoráveis há uma pequena possibilidade de virada.

Dessa forma, as simulações reforçam que a vantagem inicial influencia fortemente a probabilidade de vitória, mas a duração do jogo depende de forma complexa dos valores iniciais de ambos os jogadores, sendo sensível tanto à proporção entre os saldos quanto aos valores absolutos envolvidos.