Um estudo sobre o uso do *drift* e do retorno acumulado na relação entre indicadores financeiros e portfólios de fatores

Resumo

Utilizando dados de 12 mercados, apresentamos uma nova métrica para captar a sensibilidade de ativos ao fator *momentum* utilizando o *drift* de um modelo AR(1) e uma metodologia envolvendo uma sequência de testes para avaliar e comparar os diferentes indicadores que são utilizados para construção dos portfólios de fatores de risco já conhecidos. A metodologia envolve a aplicação de três testes já bem desenvolvidos na literatura - Testes de Granger, Vuong e Wald - com o intuito de verificar o poder preditivo de um indicador financeiro para os retornos de um portfólio de fatores de risco. Mostramos que a utilização dessa nova métrica, seguindo a metodologia desenvolvida, possui poder preditivo sobre o retorno do portfólio de *momentum* em 8 e 9 dos 12 mercados analisados quando consideramos uma significância de 5 e 10%, respectivamente. O poder preditivo também é testado contra o retorno acumulado, com resultados diversos.

1 Introdução

Momentum refere-se a um fenômeno amplamente conhecido e estudado na literatura financeira na qual ativos com um desempenho passado superior - comumente medido pelo retorno acumulado em uma dada janela temporal - tendem a continuar tendo um melhor desempenho que seus pares com desempenho passado inferior. Por mais que esse fator de risco venha recebendo especial atenção a décadas - a partir do estudo pioneiro de Jegadeesh and Titman (1993) -, ainda não existe consenso sobre a origem desse prêmio de risco e o motivo dele ser tão persistente.

Geczy and Samonov (2016), utilizando uma base de dados com ações americanas que começa em 1801 e termina em 2012, mostram, em uma análise *out of sample*, que o prêmio de *momentum* já era positivo e estatisticamente significativo no período pré 1926, além de também ser positivo e significativo no período posterior. Além disso, Hollstein (2020) expande a análise para outros mercados e mostra que os fatores *momentum* e *value* são bastante robustos em diferentes mercados. Por fim, há ainda fortes evidências da presença do fator *momentum* em diferentes classes de ativos, como moedas (Menkhoff et al. (2012)), commodities (Blitz and De Groot (2014)) e juros (Van Luu and Yu (2012)).

Por mais que o prêmio de *momentum* seja estatisticamente e economicamente significativo em diferentes classes de ativos e em diferentes mercados, sua origem ainda não é muito clara. Kelly et al. (2021) afirmam que "apesar de sua influência generalizada na profissão financeira, *momentum* continua sendo um fenômeno misterioso. Uma variedade de teorias positivas, tanto comportamentais como racionais, foram propostas para explicar *momentum*, mas nenhuma é amplamente aceita". Barberis et al. (2021), por exemplo, desenvolve um modelo de precificação de ativos que incorpora os elementos da teoria do prospecto (Kahneman and Tversky (1979)) e é capaz de explicar parcialmente diversas anomalias de mercado, incluindo o fator *momentum*.

É com o intuito de auxiliar na identificação de métricas que capturam a sensibilidade de ativos ao fator *momentum* e de propor uma nova metodologia que o presente estudo é realizado. Assim, o objetivo é apresentar uma explicação alternativa e complementar às teorias atuais por meio de uma nova métrica para captar a sensibilidade de portfólios ao fator *momentum*, bem como apresentar uma nova metodologia para melhor compreender a relação entre indicadores financeiros e o retorno de portfólios de fatores de risco. Desse modo, utilizando essa nova proposta metodológica, mostraremos que essa métrica possui poder preditivo sobre os retornos do portfólio *Long & Short* de *momentum*. Por fim, comparamos essa nova métrica com o já conhecido retorno acumulado no que tange o poder preditivo de cada estatística e mostramos que elas são similares - carregam informação de mesma natureza - sob diferentes pressupostos.

O restante do artigo está estruturado da seguinte forma: primeiro, apresentamos o referencial teórico que embasa a proposta metodológica deste estudo. Em seguida, são apresentados os dados - origem, distância temporal e estatísticas descritivas - e a metodologia de cada um dos processos utilizados. Então, apresentamos os resultados para os mercados investigados. Por fim, expomos as conclusões e fazemos algumas recomendações de pesquisas futuras possíveis envolvendo o tema.

2 Referencial Teórico

A teoria financeira clássica pressupõe que os retornos de um ativo se comportam como um ruído branco. Dessa forma, em uma equação auto regressiva de ordem 1 ($r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \epsilon_t$), esperamos que $\phi_0 = \phi_1 = 0$. Entretanto, esses pressupostos precisam ser testados sob diferentes perspectivas. De fato, podemos considerar $\phi_1 = 0$ - se não pudéssemos, esse seria o parâmetro mais importante para prever qualquer ativo financeiro. Entretanto, não podemos automaticamente considerar $\phi_0 = 0$, e é sob este foco que a presente pesquisa será desenvolvida.

O princípio envolve a avaliação do *drift* em modelos autoregressivos, cuja fundamentação é exposta a seguir. Considerando que quando ordenamos ativos com base no *drift* (intercepto) de um modelo AR(1), podemos constatar que o *drift* médio dos três primeiros decis é estatisticamente maior que o *drift* médio dos três últimos decis em todos os cenários analisados (*Wilcoxon test*). Com base nessa constatação e na suposição de estacionaridade fraca de ϕ_0, podemos compreender a origem do prêmio de *momentum* de uma outra maneira: ativos com maior *drift* tendem a ter um termo (ϕ_0) que lhes confere uma "vantagem" em relação àqueles com um menor *drift*. Desse modo, parte da explicação de *momentum* pode estar relacionada ao Processo Gerador de Dados (PGD) dos retornos dos ativos financeiros em adição às explicações já desenvolvidas na literatura relacionadas ao risco dos ativos e ao comportamento dos investidores (Novy-Marks (2012), Chordia and Shivakumar (2002), Moskowitz (1999)).

Com efeito, quando é investigada a diferença da média do *drift* - estimado com base no último mês de dados para evitar o "viés da obsolescência" (Kelly et al. (2021)) - dos três primeiros decis e da média do *drift* dos últimos três decis, é possível verificar, por meio do teste de Granger (Granger (1969)), que essa estatística causa no sentido de Granger o retorno do portfólio *Long & Short* de *momentum* clássico com rebalanceamento mensal. Veremos nos resultados do estudo que a afirmação acima é válida para 8 e 9 dos 12 mercados analisados quando o nível de significância é de 5 e 10%, respectivamente. Por sua vez, quando considerarmos o retorno acumulado (métrica tradicional) ao invés do *drift*, a afirmação passa a ser válida em 7 e 9 dos 12 mercados analisados, considerando o mesmo nível de significância de 5 e 10%.

O resultado acima, além de ser estatisticamente significativo, também possui uma forte intuição econômica: se a diferença de médias é grande (pequena), isso indica que os ativos presentes nos três primeiros e últimos decis (não) são bastante distintos no que tange a sensibilidade ao fator *momentum*. Por esse motivo, podemos esperar que eles (não) tenham desempenhos futuros bastante desiguais. Desse modo, quando esse *spread* aumenta (diminui), o grau de distinção dos ativos aumenta (diminui), o que gera um(a) aumento (diminuição) na diferença de retorno esperado para os decis presentes em cada extremo da ordenação. No presente artigo abordamos essa metodologia apenas para o fator *momentum*, mas nada impede que ela seja estendida para outros fatores de risco como *value*, *size*, lucratividade, por exemplo.

3 Dados

Os nossos dados foram extraídos da provedora de dados financeiros Bloomberg e envolvem o período de 2002-01-01 até 2021-09-30. Como utilizamos um período de estimação de 12 meses para o portfólio de *momentum*, nossos portfólios começam em 2003-01-01. Para construção dos portfólios consideramos os mercados apresentados na Tabela 1, com seus respectivos índices de mercado - consideramos apenas aqueles mais amplos para evitar algum viés de seleção. A frequência dos dados para construção dos portfólios é diária, mas a transformamos em mensal para coincidir com a frequência do período de rebalanceamento.

Para definição dos ativos elegíveis, aplicamos algumas restrições visando construir portfólios mais verossímeis. As restrições são apresentadas abaixo, mas vale ressaltar que, para evitar o viés de sobrevivência, consideramos tanto as ações que estão ativas (são negociadas nos dias de hoje) quanto aquelas que deixaram de ser negociadas por qualquer motivo.

- O ativo precisa fazer parte da composição do índice daquele mercado no qual está inserido naquela data;

Table 1: Mercados, Índices e Países

	Índice de Mercado
Alemanha	CDAX
Canadá	SPTSX
Coreia	KOSPI
Dinamarca	KAX
Espanha	MADX
Finlândia	HEX
França	SBF250
Reino Unido	ASX
Japão	TPX
Suécia	SAX
Suíça	SPI
Taiwan	TWSE

- O ativo precisa ter um volume médio diário (calculado com base no último mês) de, no mínimo, US$100.000;
- O ativo precisa existir a, no mínimo, 12 meses;
- O ativo pode ter, no máximo, 10% de dados de preço faltantes.

Após aplicadas as restrições supracitas, apresentamos, na Tabela 2, algumas estatísticas relacionadas a quantidade de ativos elegíveis para cada mercado. Como podemos perceber, Japão, Reino Unido e Taiwan se destacam como mercados com um grande número de ativos respeitando nossas restrições; por outro lado, Dinamarca, Espanha e Finlândia, possuem uma amostra mais restrita. Com uma amostra com propriedades estatísticas bastante diversas e países desenvolvidos e emergentes, podemos estar seguros que temos uma amostra representativa do mercado global de ações.

4 Metodologia

Nessa seção apresentamos os procedimentos estatísticos que serão utilizados ao longo do artigo, com um enfoque maior na nova metodologia que desenvolvemos para lidar

Table 2: Estatísticas de Número de Ativos Elegíveis

	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
Alemanha	144	351	247.9	36.9
Canadá	297	419	352.3	29.4
Coreia	368	825	605.1	101.8
Dinamarca	43	124	70.8	17.1
Espanha	73	116	97.8	10
Finlândia	43	109	72.4	12.1
França	178	350	258.1	32.9
Japão	973	2135	1677.3	244.2
Reino Unido	533	791	664.6	56.7
Suécia	108	326	211	45.6
Suíça	163	326	261.3	27.3
Taiwan	549	870	706.9	61.2

com a relação intertemporal entre o retorno de um portfólio L&S de *momentum* clássico e a evolução de indicadores construídos para captar o fator *momentum* (e.g. retorno acumulado e *drift* do modelo AR(1) dos retornos).

4.1 Portfólio Clássico de *Momentum*

Para definirmos o portfólio de *momentum*, consideramos o padrão da literatura que seria comprar os 30% ativos com maior retorno acumulado entre os meses $t-12$ e $t-1$ e vender os 30% ativos com menor retorno acumulado no mesmo período. Além disso, adotamos pesos iguais para todos os ativos (*equally-weighted*) e rebalanceamos o portfólio mensalmente. Optamos por realizar o rebalanceamento em uma frequência maior para garantir que as informações mais recentes acerca da exposição de cada ativo ao fator de risco sejam incorporadas ao portfólio.

4.2 Diferença de Médias

Supondo que um determinado mercado tenha n ativos elegíveis em uma dada data t, então, para medirmos o poder preditivo de um determinado indicador financeiro (e.g. retorno acumulado) sobre o retorno de um determinado portfólio R_t (e.g. portfólio de *momentum*), ordenamos os n ativos daquele mercado disponíveis na data t com base nesse indicador (x), gerando o vetor $x_{i,t}$ $i = 1, 2, ..., n$. Em seguida, calculamos a seguinte estatística μ_t:

$$\mu_t = \sum_{i=1}^{round(\frac{3n}{10})} \frac{x_{i,t}}{round(\frac{3n}{10})} - \sum_{i=round(\frac{7n}{10})}^{n} \frac{x_{i,t}}{round(\frac{3n}{10})} \tag{1}$$

No nosso caso, $t = 1, 2, ..., 225$, dado que calculamos $x_{i,t}$ mensalmente de Janeiro de 2003 a Setembro de 2021. Além disso, para evitar o "viés da obsolescência" (Kelly et al. (2021)), estimamos tanto o *drift* do modelo AR(1) quanto o retorno acumulado com base no último mês de dados. Para ambas as estatísticas, iremos calcular, todos os meses, a diferença de médias e testaremos o poder preditivo de cada uma sobre o retorno do portfólio de *momentum* tradicional. Ou seja, $x_{i,t}$ irá assumir o valor dos dois indicadores nesse caso: o primeiro referente ao retorno acumulado do ativo i no período t e o segundo referente ao *drift* do modelo AR(1) dos retornos também do ativo i no período t. Considerando esse conjunto de valores possíveis de $x_{i,t}$, iremos calcular duas diferenças de médias (μ_t), uma para cada estatística.

Além disso, é válido definir explicitamente como tanto o *drift* do modelo AR(1) dos retornos quanto o retorno acumulado será calculado. A metodologia para cálculo do retorno acumulado é a padrão na literatura e envolve o produtório de um mais os retornos de determinado ativo em um dado intervalo de tempo. Por sua vez, para cálculo do *drift* do modelo AR(1) dos retornos, fazemos a regressão da série de retornos contra sua primeira defasagem:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \phi_i R_{i,t-1} + \epsilon_{i,t} \tag{2}$$

Desse modo, o *drift* do modelo AR(1) dos retornos de um determinado ativo será o parâmetro α_i da equação acima.

4.3 Teste de Granger

O teste de Granger (Granger (1969)) afirma que x_t causa no sentido de Granger y_t se o modelo contendo tanto as defasagens de x_t quanto as defasagens de y_t possuir uma maior capacidade preditiva (i.e., uma menor variância do erro) do que o modelo contendo apenas as defasagens de y_t. Como sabemos, o teste de Granger pode ser aplicado a três situações, mas nesse artigo focaremos apenas na especificação contendo duas variáveis (μ_t e R_t) e suas defasagens. Visando definir se a diferença na variância do erro é estatisticamente significativa, o teste irá comparar ambos os modelos através de um teste de Wald (via estatística F) no qual nosso modelo restrito é aquele que inclui apenas as defasagens de R_t e nosso modelo irrestrito inclui as defasagens de R_t e também as defasagens de μ_t. Assim, a estatística do teste é definida da seguinte forma:

$$F = \frac{(SQR_R - SQR_{IR})/g}{(SQR_{IR})/(n-k)}\ F(g, n-k) \tag{3}$$

onde SQR_R e SQR_{IR} indicam a soma dos quadrados dos resíduos do modelo restrito e irrestrito respectivamente; g é o número de restrições no modelo restrito; n é o número de observações; e, por fim, k é o número total de regressores no modelo irrestrito.

Caso o valor dessa estatística F seja suficientemente grande para um dado nível de significância, teremos evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula de validade do modelo restrito e, por consequência, consideraremos o modelo irrestrito como sendo mais adequado para entender a relação entre a variável dependente e os regressores.

No nosso caso, nosso modelo restrito incluirá três defasagens da variável dependente (retorno mensal do portfólio *Long & Short* clássico). O modelo irrestrito, por sua vez, incluirá as três defasagens da variável dependente, mas, também, incluirá três defasagens da diferença de médias, como definido anteriormente. Matematicamente,

$$Modelo\ Restrito : R_t = \sum_{i=1}^{3} R_{t-i} + \epsilon_t \tag{4}$$

$$Modelo\ Irrestrito : R_t = \sum_{i=1}^{3} R_{t-i} + \sum_{i=1}^{3} \mu_{t-i} + \varepsilon_t \tag{5}$$

Em que R_t e μ_t já foram definidos e ϵ_t é o resíduo do modelo restrito e ε_t é o resíduo do modelo irrestrito.

4.4 Teste de Vuong

O teste de Vuong (Vuong (1989)) é um teste de razão de verossimilhança para seleção de modelos utilizando o critério de informação de Kullback–Leibler. Esse teste pode ser utilizado tanto para comparar modelos aninhados quanto não aninhados ou, ainda, sobrepostos. O teste irá apontar qual modelo está mais próximo do verdadeiro Processo Gerador de Dados sem, entretanto, definir quão próximo.

No presente estudo, utilizaremos esse teste para comparar uma especificação utilizando o indicador tradicional para captar o fator *momentum* - retorno acumulado - e outra incorporando o indicador que propomos - o *drift* do modelo AR(1) dos retornos. Ambas as especificações são idênticas às apresentadas na Equação 5, com x assumindo um valor para cada indicador.

Ou seja, iremos comparar dois modelos sobrepostos em que a variável dependente é o retorno mensal do portfólio de *momentum* clássico: o primeiro contendo as três primeiras defasagens da diferença de médias do retorno acumulado e do retorno do portfólio de *momentum*; o segundo contendo as três primeiras defasagens da diferença de médias do *drift* do modelo AR(1) dos retornos e do retorno do portfólio de *momentum*.

4.5 Teste de Wald

Após testarmos se a diferença de médias das variáveis retorno acumulado e *drift* do modelo AR(1) possuem poder preditivo sobre o retorno do portfólio de *momentum* clássico (teste de Granger) e se algum modelo contendo defasagens das variáveis supracitadas é superior ao outro (teste de Vuong), analisamos se as defasagens desses indicadores podem ser utilizadas em conjunto para gerar um melhor ajuste ao retorno do portfólio de *momentum* clássico.

Para alcançar esse objetivo iremos utilizar novamente o teste de Wald especificado na equação 3 no qual, agora, o modelo restrito contém as defasagens da diferença de médias do retorno acumulado mais as defasagens do retorno do portfólio *Long & Short* e o modelo irrestrito contém essas variáveis já citadas mais a diferença de médias do *drift* do modelo AR(1) dos retornos dos ativos. Repetiremos esse teste trocando a "base" do modelo: o modelo restrito terá a diferença de médias calculada com base no *drift* e, para o modelo irrestrito, adicionaremos a diferença de médias do retorno acumulado.

Caso sejamos capazes de rejeitar a hipótese nula ($p-valor < 0.05$), teremos evidências para considerar que o modelo contendo ambos os indicadores é superior, no que tange à capacidade de ajuste, a um modelo mais simples com apenas uma dessas variáveis.

5 Resultados

Primeiro, apresentamos os resultados do teste de Granger. Como podemos perceber pelos resultados da tabela 3, a diferença de médias do *drift* do modelo AR(1) dos retornos Granger causa o retorno do portfólio *Long & Short* de *momentum* tradicional em 8 e 9 dos 12 mercados analisados quando consideramos um nível de significância de 5 e 10%, respectivamente. Esse resultado é bastante interessante, dado a notória dificuldade em encontrar variáveis que possuem poder preditivo sobre o retorno de variáveis financeiras.

Além disso, pelos resultados da segunda coluna da mesma tabela, podemos inferir que existe causalidade bi-direcional em 6 dos 12 mercados. Ou seja, a diferença de médias Granger causa o retorno do portfólio *Long & Short* ao mesmo tempo em que o retorno do portfólio Granger causa a diferença de médias. Por mais que esse resultado dificulte a interpretação de que o a diferença de médias causa o retorno do portfólio de *momentum*, a diferença de médias continua sendo uma variável valiosa para previsão do retorno do portfólio de *momentum.*

Como teste adicional de robustez, também apresentamos os resultados considerando o retorno acumulado como variável para cálculo da diferença de médias. Nesse caso, a diferença de médias do retorno acumulado Granger causa o retorno do portfólio *Long & Short* de *momentum* em 7 e 9 dos 12 mercados, considerando o mesmo nível de significância de 5 e 10%. Esse resultado é também é interessante e levanta a pergunta de se algum dos indicadores é superior ao outro e, também, se eles podem ser utilizados em conjunto para melhorar a qualidade do modelo. Essas hipóteses serão testadas em seguida.

Primeiro, utilizando o teste de Vuong, testamos a hipótese de que o modelo contendo três defasagens da diferença de médias do *drift* do modelo AR(1) mais três defasagens do retorno acumulado do portfólio *Long & Short* é superior àquele contendo as mesmas três defasagens do portfólio de *momentum* mais a diferença de médias utilizando retorno acumulado. Nesse caso, como podemos observar pela tabela 4, essa afirmação é verdadeira para apenas um mercado (Finlândia) considerando um nível de significância de 5% e dois mercados considerando uma significância de 10%.

Table 3: Estatísticas F do teste de Granger

	AR(1)	AR(1) Reverso	Retorno Acumulado
Alemanha	2.44*	1.56	2.71**
Canadá	10.47***	8.61***	8.9***
Coreia	0.81	0.22	1.57
Dinamarca	0.45	0.63	1.18
Espanha	0.42	4.65***	0.88
Finlândia	6.51***	1.43	2.32*
França	5.77***	3.06**	5.15***
Japão	3.94***	5.44***	3.2**
Reino Unido	5.54***	3.12**	4.55***
Suécia	8.47***	4.9***	5.84***
Suíça	6.83***	1.41	6.72***
Taiwan	3.6**	0.6	2.56*
Graus de Liberdade: 218 (Irrestrito); 215 (Restrito)			

Códigos Signif.: 0.01 *** 0.05 ** 0.1 *

Ou seja, pelas estatísticas de teste devemos considerar ambos os modelos como sendo indistinguíveis. Também testamos a hipótese contrária de que o modelo contendo as defasagens do retorno acumulado é superior àquele contendo as defasagens do *drift*, mas para nenhum mercado isso foi verificado.

Por fim, analisamos a possibilidade de ambas as estatísticas (diferença de médias do *drift* e do retorno acumulado) serem utilizadas em conjunto através de um teste F. Os resultados são apresentados na tabela 5 e indicam que o modelo contendo as defasagens de ambas as variáveis é preferível ao contendo apenas as defasagens da diferença de médias do retorno acumulado em 2 e 3 mercados quando consideramos um nível de significância de 5% e 10% respectivamente. Entretanto, quando alteramos a "base" - modelo restrito contendo a diferença de médias do *drift* e irrestrito contendo a diferença de médias do retorno acumulado -, essa afirmação passa a ser verdadeira em apenas 1 e 2 mercados quando consideramos um nível de significância de 5% e 10% respectivamente. Desse modo, para a maioria dos mercados, o modelo mais parcimonioso em parâmetros é preferível, o que permite concluir que ambas as variáveis carregam informações similares acerca da sensibilidade de cada ativo ao fator *momentum*.

Table 4: Estatística z do teste de Vuong

	LRT
Alemanha	0.18
Canadá	-0.99
Coréia	0.59
Dinamarca	0.59
Espanha	0.72
Finlândia	-2.28**
França	-0.5
Japão	-0.48
Reino Unido	-0.86
Suécia	-1.32*
Suíça	-0.05
Taiwan	-0.53

Códigos Signif.: 0.01 *** 0.05 ** 0.1 *

Table 5: Estatística F do teste ANOVA

	Drift AR(1)	Retorno Acumulado
Alemanha	1.37	1.63
Canadá	1.99	0.6
Coréia	0.74	1.48
Dinamarca	0.62	1.35
Espanha	0.58	1.03
Finlândia	7.67***	3.48**
França	1.41	0.84
Japão	2.63*	1.91
Reino Unido	0.96	0.04
Suécia	4.7***	2.23*
Suíça	1.93	1.83
Taiwan	1.4	0.41

Códigos Signif.: 0.01 *** 0.05 ** 0.1 *

6 Conclusões

Nesse trabalho, apresentamos uma nova métrica capaz de capturar o fator *momentum*. Além disso, desenvolvemos um arcabouço metodológico bastante simples e abrangente para avaliar e comparar métricas que visam capturar a sensibilidade de ativos a algum fator de risco. São três os nossos objetivos com essa metodologia: (i) testar o poder preditivo de um indicador sobre o retorno de determinado portfólio de fator de risco (por meio do teste de Granger); (ii) testar se um indicador é estatisticamente superior a outro no que tange o poder preditivo (via teste de Vuong); (iii) testar se os indicadores podem ser utilizados em conjunto para aumentar o poder explicativo do modelo (teste de Wald).

Utilizando o teste de Granger, mostramos que essa nova métrica (*drift* dos retornos de um modelo AR(1)) possui poder preditivo sobre os retornos do portfólio *Long & Short* de *momentum* tradicional. Ademais, mostramos que a métrica mais tradicional (retorno acumulado) também possui poder preditivo, mas que é limitado a uma quantidade numericamente menor de casos (mercados) quando consideramos uma significância de 5%.

Além disso, através do teste de Vuong, mostramos que o modelo utilizando três defasagens da diferença de médias do *drift* dos retornos de um modelo AR(1) acrescido de três defasagens do retorno do portfólio *Long & Short* tem desempenho similar a um modelo contendo as três defasagens do retorno do portfólio *Long & Short* acrescido das três defasagens da diferença de médias do retorno acumulado.

Por fim, utilizando o teste de Wald, mostramos que para um conjunto limitado de mercados - até 3 em uma amostra de 12 mercados investigados -, haveria um ganho significativo ao adicionar a diferença de médias do *drift* a um modelo contendo defasagens do retorno do portfólio *Long & Short* e também defasagens da diferença de médias do retorno acumulado. Porém, se considerarmos o modelo restrito como sendo aquele contendo as defasagens da diferença de médias do *drift* e do retorno do portfólio de *momentum*, a adição da diferença de médias do retorno acumulado seria relevante em até 2 mercados apenas.

Desse modo, estes resultados abrem espaço para uma ampla possibilidade de pesquisas futuras envolvendo a aplicação dessa metodologia para outros fatores de risco. É possível, por exemplo, ampliar a análise para métricas utilizadas para definir o fator Valor comparando indicadores como P/VPA, P/L ou *Free Cash Flow Yield*, por exemplo. Ou seja, é possível testar o poder preditivo desses indicadores sobre o retorno do portfólio de valor e verificar se algum é superior ou, ainda, se eles podem ser utilizados em conjunto.

Outra possibilidade envolve testar a precisão do modelo para previsões fora da amostra. Para tal, poderia ser utilizado o teste de Clark e West (Clark and West (2006)), baseado na estatística de Diebold-Mariano-West, que faz uma correção para eliminar um viés existente quando comparamos um modelo preditivo com um modelo do tipo passeio aleatório.

Por fim, outros métodos econométricos poderiam ser utilizados para essa previsão *out-of-sample* como, por exemplo, regressão Ridge ou LASSO. Nesse caso, teríamos um aumento no viés do modelo - quanto que a previsão desvia do valor observado na base de dados de treino - mas com a possibilidade de redução expressiva da variância - permitindo o ajuste do modelo de forma adequada em diferentes bases de dados para previsões fora da amostra.

Referências Bibliográficas

N. Barberis, L. J. Jin, and B. Wang. Prospect theory and stock market anomalies. *The Journal of Finance*, 76(5):2639–2687, 2021.

D. Blitz and W. De Groot. Strategic allocation to commodity factor premiums. *The Journal of Alternative Investments*, 17(2):103–115, 2014.

T. Chordia and L. Shivakumar. Momentum, business cycle, and time-varying expected returns. *The Journal of Finance*, 57(2):985–1019, 2002.

T. E. Clark and K. D. West. Using out-of-sample mean squared prediction errors to test the martingale difference hypothesis. *Journal of Econometrics*, 135(1-2): 155–186, 2006.

C. C. Geczy and M. Samonov. Two centuries of price-return momentum. *Financial Analysts Journal*, 72(5):32–56, 2016.

C. W. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, pages 424–438, 1969.

F. Hollstein. The world of anomalies: Smaller than we think? *Available at SSRN 3670504*, 2020.

N. Jegadeesh and S. Titman. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of finance*, 48(1):65–91, 1993.

D. Kahneman and A. Tversky. Prospect theory: An analysis of decisions under risk. *Econometrica*, 47:278, 1979.

B. T. Kelly, T. J. Moskowitz, and S. Pruitt. Understanding momentum and reversal. *Journal of Financial Economics*, 140(3):726–743, 2021.

L. Menkhoff, L. Sarno, M. Schmeling, and A. Schrimpf. Currency momentum strategies. *Journal of Financial Economics*, 106(3):660–684, 2012.

M. Moskowitz, Tobias J.; Grinblatt. Do industries explain momentum? *The Journal of Finance*, 54(4):1249–1290, 1999.

R. Novy-Marks. Is momentum really momentum? *Journal of Financial Economics*, 103(3):429–453, 2012.

B. Van Luu and P. Yu. Momentum in government-bond markets. *The Journal of Fixed Income*, 22(2):72–79, 2012.

Q. H. Vuong. Likelihood ratio tests for model selection and non-nested hypotheses. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 307–333, 1989.