Insper

Lógica da Computação - 2021/1

Aula 05/T03 - 08/Mar/2021

Maciel Calebe Vidal - macielcv@insper.edu.br

Objetivos

1. Consolidar o conhecimento sobre Gramáticas Regulares.
2. Apresentar o *Pumping Lemma*.

Cenário

Um engenheiro desenvolveu um protocolo de comunicação entre um Aplicativo e um IoT. O IoT envia os dados dos sensores via Bluetooth, contudo não há como saber quantos bytes serão enviados por cada sensor. É sabido que existem alguns valores reservados que os sensores não transmitem. Portanto o engenheiro estabeleceu que:

- Há um byte de início de transmissão representado por 0xFA. → A
- Há um byte que separa os dados entre dois sensores distintos: 0xFB. Neste caso, cada sensor transmite pelo menos 1 byte. → B
- Finalmente há um byte que representa o fim da transmissão: 0xFC. → C
- A transmissão pode terminar sem que nenhum sensor transmita. → H

Exemplo: '**0xFA** 0x24 0x12 0x1D 0x00 **0xFB** 0x16 **0xFB** ... **0xFB** 0x23 0x0A 0x04 **0xFC**'

1. Escreva uma gramática linear à direita que representa o protocolo de comunicação acima.

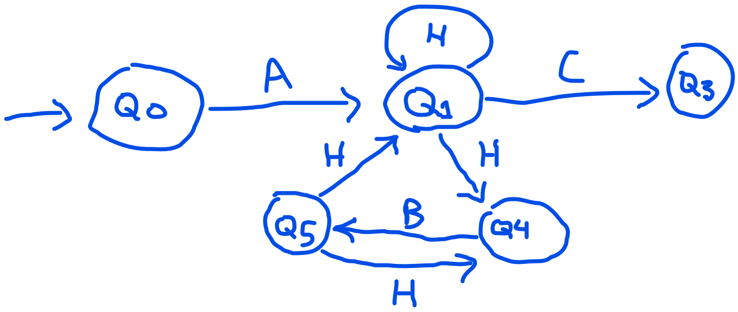
$$P = \begin{cases} S \to AT \\ T \to HT \\ T \to C \\ T \to HV \\ V \to BHT \\ V \to BHV \end{cases}$$

2. Demonstre que essa gramática é linear à direita.

$\alpha \to \beta\gamma$ → Não Terminais

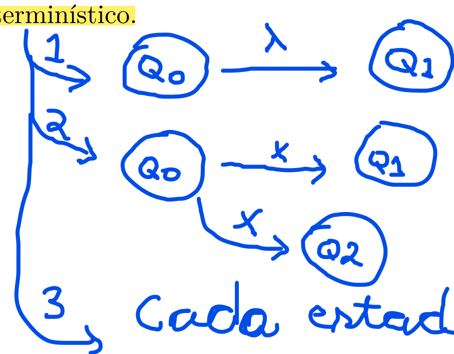
↳ Terminais → $\beta \in \Sigma^*$

3. Converta a gramática para um autômato finito.



4. Justifique se o autômato finito é determinístico ou não determinístico.

É não determinístico por conta das regras 2 e 3.



Cada estado precisa consumir todos os símbolos do alfabeto.

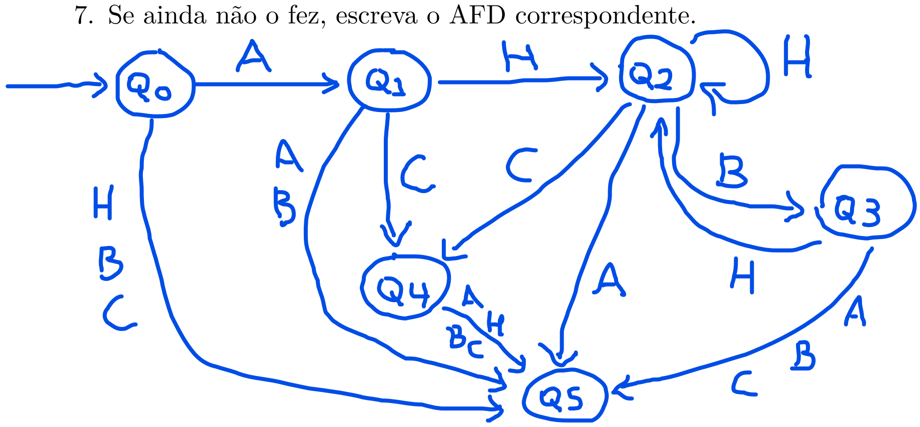
5. Escreva a expressão regular equivalente à gramática acima.

$A(H+(BH+)^*)^*C$

6. Finalmente escreva a linguagem correspondente à gramática acima.

$L = \{AC \mid AH^m(BH^n)^pC \mid m \geq 1, n \geq 1, p \geq 0\}$

7. Se ainda não o fez, escreva o AFD correspondente.



Etapa de Manutenção

Devido à problemas na comunicação do dispositivo, havia uma grande perda de dados. Então delegaram ao estagiário implementar um *checksum* no final da transmissão. Em um ímpeto de otimização e produtividade o estagiário desenhou o *checksum* da seguinte maneira:

- após o byte final 0xFC iria colocar um byte 0xFF para cada byte enviado, exceto os bytes de controle.
- Exemplo: 0xFA 0x01 0x0D 0x04 0xFB 0x20 0x10 0xFC **0xFF 0xFF 0xFF 0xFF 0xFF**

1. Explique quais as consequências dessa decisão.

A linguagem deixou de ser regular.

2. Prove formalmente que a nova linguagem **não é** regular.

Não sei ainda

Pumping Lemma

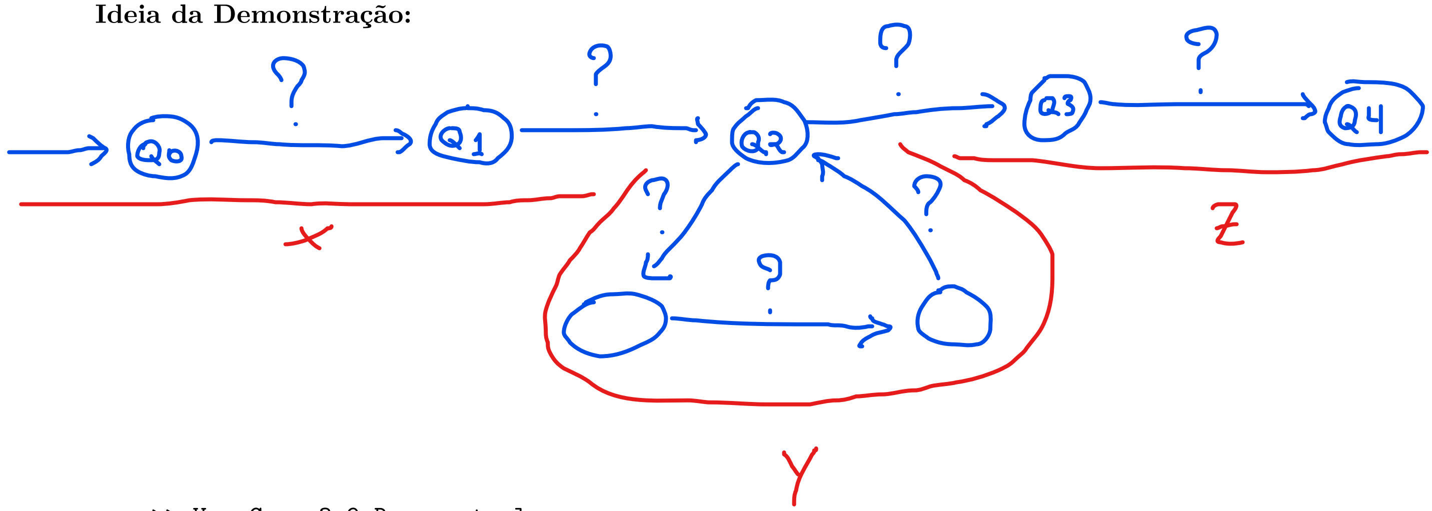
Teorema: Seja L uma linguagem regular infinita. Então, existe uma constante n (que depende de L) tal que, para todo string w em L tal que $|w| \geq n$, podemos dividir w em três strings, $w = xyz$, tais que:

$w = xyz \in L$

$xy^2z = xyyz \in L$

- $y \neq \lambda$
- $|xy| \leq n$
- Para todo $k \geq 0$, o string xy^kz também está em L.

Ideia da Demonstração:




```
>> Ver Cap. 3.9 Ramos et al
```

Exemplo: $L = \{a^m b^m | m \geq 0\}$

3. Como se prova que uma linguagem **é** regular?

Constroi → Gramática linear
↳ AFD/AFN
↳ REGEX

TGF: Ramos et al. Pag. 239-254

Propriedades de Fechamento

As linguagens regulares são fechadas em relação às seguintes operações:

- União, concatenação e fecho
- Complemento
- Intersecção

Teorema: "A classe das linguagens regulares é fechada em relação à operação de intersecção."

Verificação: Considere L_1 sobre Σ_1 e L_2 sobre Σ_2, sendo $\Sigma_1, \Sigma_2 \subseteq \Sigma$. Através da Lei de Morgan, a seguinte relação é verdadeira:

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

Como as linguagens regulares são fechadas em relação à união e complemento, a intersecção duas linguagens regulares também é uma linguagem regular.

- Substituição
- Homomorfismo e homomorfismo inverso
- Quociente
- Reversão

Questões Decidíveis

1. As linguagens são idênticas?

Teorema: "Sejam $L(G_1)$ e $L(G_2)$ duas linguagens regulares quaisquer. Então, a questão $L(G_1) = L(G_2)$ é **decidível**"

Verificação: Seja $L_1 = L(M_1)$ e $L_2 = L(M_2)$, onde M_1 é um AFD que representa L_1 e M_2 é um AFD que representa L_2. Portanto, se $L_1 = L_2$, então:

$$(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2) = \emptyset$$

2. A linguagem é vazia?
3. A linguagem é infinita?
4. A linguagem é finita?
5. Uma cadeia pertence à uma linguagem?
6. A lingugem é Σ^*
7. A linguagem é um subconjunto de outra linguagem?

Lista de Exercícios

Ramos et al Cap. 3.13: Exercícios 4, 6, 7, 14, 25, 34, 37, 41 e 82.

Próxima aula:

- EBNF
- Precedência de Operadores
- Melhorias no Compilador:
  - Multiplicação e Divisão
  - Comentários

Referências:

- J. J. Neto - Cap. 5