

### Instruções Gerais

- Esta atividade deve ser resolvida **individualmente**.
- Os itens teóricos devem resolvidos de forma organizada, clara e formal.
- A solução encontrada deve ser submetida, em um único arquivo PDF, no moodle. Certifique-se de que todas as resoluções digitalizadas estão legíveis antes de submetê-las.
- Entregas após o prazo estabelecido no moodle serão desconsideradas.
- É permitida a consulta a livros e outros materiais, mas a atividade apenas pode ser discutida com a equipe de ensino.
- Os algoritmos desenvolvidos nos itens práticos devem ser organizados e comentados. Todos os códigos utilizados devem ser submetidos como anexos no moodle.
- Qualquer tentativa de fraude, se detectada, implicará na reprovação (com nota final 0.0) de todos os envolvidos, além das penalidades disciplinares previstas no Regimento Geral da Unicamp (Arts. 226 – 237).

### Apresentação

Segundo a mitologia grega, o Rei Minos, da Ilha de Creta, mandou construir um labirinto para prender o minotauro em seu interior. O Labirinto de Creta foi construído pelo arquiteto Dédalo e pelo seu filho Ícaro e era tão complexo que mesmo seu construtor tinha dificuldade em navegá-lo. Quando Teseu teve de adentrar o labirinto para enfrentar o minotauro, a Princesa Ariande, filha do Rei Minos, lhe ofereceu um novelo, que foi se desenrolando ao longo do percurso e permitiu que Teseu retornasse sem (muita) dificuldade.



Figura 1: Moeda de prata de Knossos, cidade da Ilha de Creta, que inclui a representação do Labirinto (400 a.C.).

Nesta tarefa, inspirados nesta lenda, abordaremos o problema de caminho mínimo para escapar de um labirinto. Nosso labirinto será descrito por meio de uma matriz, em que 0's denotam espaços vazios (corredores) do labirinto e 1's denotam paredes e obstáculos intransponíveis. Nesta matriz também teremos o número 2, que denota a posição original de uma pessoa que deseja sair do labirinto (origem) e o número 3, que denota a posição da saída do labirinto (destino). Finalmente, o número 9 denota a posição do minotauro no labirinto. Veja, na Figura 2, um exemplo de instância deste problema.

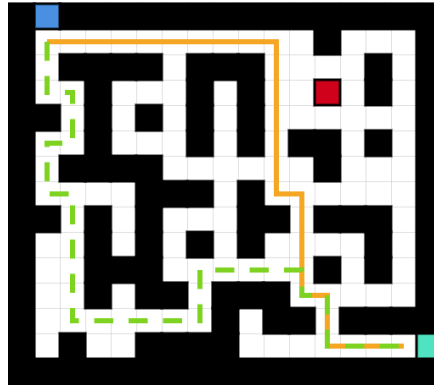


Figura 2: Visualização de instância do problema, com dois possíveis caminhos entre a origem (azul) e o destino (ciano) indicados. O minotauro está representado por um quadrado vermelho.

A instância dada na Figura 2 seria representada, usando a nossa notação, pela matriz

```
M = [1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1;
      1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1;
      1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1;
      1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 9 0 1 0 1;
      1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1;
      1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1;
      1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1;
      1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1;
      1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1;
      1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1;
      1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 1;
      1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1;
      1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1;
      1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 3;
      1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1].
```

### Questões

- **Questão 1:** Para os testes desta atividade, gere ao menos 4 mapas 20x20 com uma entrada, uma saída e um minotauro. Seja criativo quanto ao formato dos bloqueios do labirinto. Os quatro mapas gerados mais o labirinto fornecido formam o conjunto de teste da atividade.
- **Questão 2:** Ignore, inicialmente, a presença do Minotauro no Labirinto (considere-o como uma parede, por exemplo). Uma estratégia rápida e eficiente de se resolver o problema de caminho mínimo é combinar o Algoritmo de Dijkstra com a busca A\*<sup>1</sup>. Estude e implemente esta estratégia gulosa e avalie o resultado obtido para o conjunto de teste da atividade. Discuta como a estimativa de distância de cada nó até a saída foi construída.
- **Questão 3:** Formule o problema de caminho mínimo como um PLI, ainda considerando que o Minotauro é apenas um obstáculo. Resolva o PLI e verifique se as soluções obtidas são iguais às do item anterior para o conjunto de teste. Compare também os tempos necessários para solução.
- **Questão 4:** No PLI modelado acima, a função objetivo representa apenas a distância percorrida entre a origem e a saída do labirinto. Agora desejamos considerar a presença do Minotauro no processo de otimização. Proponha uma nova função objetivo  $f_\lambda$ , da forma

$$f_\lambda(x) = d(x) + \lambda r(x),$$

sendo  $d$  a componente que modela a distância entre a origem e o destino usando as “escolhas” dadas pelas variáveis de decisão  $x$  e  $r$  o risco imposto por estas escolhas ao se aproximar do Minotauro ( $r$  deve ser sempre positiva e deve maior quanto mais próximo estivermos do Minotauro). Seu problema continua linear? O problema relaxado associado continua convexo?

<sup>1</sup>Ver: [https://en.wikipedia.org/wiki/A\\*\\_search\\_algorithm](https://en.wikipedia.org/wiki/A*_search_algorithm)

- **Questão 5:** Resolva o problema proposto para alguns valores de  $\lambda > 0$ . O que acontece para valores pequenos de  $\lambda$ ? E para valores grandes? Discuta e compare as soluções com aquelas obtidas para o problema original, sem a função modificada.