

## Instruções Gerais

- Esta atividade deve ser resolvida **individualmente**.
- Os itens teóricos devem resolvidos de forma organizada, clara e formal.
- A solução encontrada deve ser submetida, em um único arquivo PDF, no moodle. Certifique-se de que todas as resoluções digitalizadas estão legíveis antes de submetê-las.
- Entregas após o prazo estabelecido no moodle serão desconsideradas.
- É permitida a consulta a livros e outros materiais, mas a atividade apenas pode ser discutida com a equipe de ensino.
- Os algoritmos desenvolvidos nos itens práticos devem ser organizados e comentados. Todos os códigos utilizados devem ser submetidos como anexos no moodle.
- Qualquer tentativa de fraude, se detectada, implicará na reprovação (com nota final 0.0) de todos os envolvidos, além das penalidades disciplinares previstas no Regimento Geral da Unicamp (Arts. 226 – 237).

## Apresentação

O clássico *problema de atribuição*, em sua formulação original, dedica-se a atribuir  $n$  tarefas a  $n$  pessoas de forma a otimizar a *utilidade* (a ser maximizada) ou o *custo* (a ser minimizado) associado à atribuição respeitando a restrição de que cada pessoa seja associada a uma, e apenas uma, tarefa. Se adotarmos um conjunto de variáveis binárias

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a pessoa } i \text{ for atribuída à tarefa } j, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

para  $(i, j) \in \{1, \dots, n\}^2$ , temos que o problema de atribuição pode ser expresso como o seguinte problema de otimização inteira:

$$\begin{aligned} & \min/\max \sum_{(i,j) \in \{1, \dots, n\}^2} c_{ij} x_{ij} \\ & \text{s.a } \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \\ & \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall (i, j). \end{aligned}$$

Este problema pertence à famosa classe de problemas de otimização bem-resolvidos. No entanto, essa propriedade apenas vale para o caso clássico; quando novas restrições são adicionadas ao problema, temos um problema de otimização inteira em mãos que pode ser desafiador. Nessa tarefa, modelaremos e resolveremos um problema de atribuição especial.

## Questões

- **Questão 1:** A estrutura particular do problema de atribuição faz com que todas as soluções básicas factíveis sejam inteiras. Quando restrições adicionais são impostas, essa propriedade pode ser perdida. Suponha, por exemplo, que a restrição de cobertura

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} \geq k$$

seja adicionada ao problema acima, para algum  $k \in \mathbb{N}$  dado. Mostre, com um exemplo, que esta restrição pode gerar soluções ótimas não inteiras na relaxação PL deste novo problema de atribuição.

► **Questão 2:** O Curso Exato<sup>1</sup> é um projeto de extensão comunitária apoiado pela Pró-Reitoria de Extensão, Esporte e Cultura (ProEEC) da UNICAMP. O projeto busca contribuir para o desenvolvimento de alunos da rede pública de ensino. Para isso, o projeto oferece aulas nas áreas de Física, Matemática, Português e Química, visando à consolidação e ao aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Médio. Este projeto se iniciou em 2008, por iniciativa de alunos da Unicamp, e sua equipe é formada por alunos de graduação e pós-graduação e por docentes da Universidade. As aulas são ministradas por voluntários que são graduandos e pós-graduandos da Unicamp; o público-alvo é constituído por alunos que estão cursando ou cursaram o Ensino Médio na rede pública e que estejam dispostos a estudar o conteúdo proposto.

Nossa tarefa aqui é projetar um planejador de horários para as aulas do curso. Para tanto, as seguintes informações são relevantes:

- As aulas do curso são realizadas de segunda-feira a quinta-feira, das 19h às 23h.
- Duas turmas são conduzidas em paralelo ao longo do curso em cada ano.
- Em cada turma, os horários são fixos: as aulas de cada disciplina ocorrem sempre no mesmo dia da semana para uma mesma turma. Note que turmas diferentes podem ter a mesma disciplina em dias diferentes.
- Em cada turma, cada dia de aula está associado a uma das disciplinas do curso: matemática, português, química e física. Cada turma deve ter uma aula de cada disciplina.
- Cada dia de aula está dividido em dois blocos: aula teórica (19h-21h) e aula de exercícios (21h-23h).
- Os voluntários são selecionados por meio de processo específico e são distribuídos em três papéis:
  - Professor de teoria: responsável pela aula teórica de cada disciplina.
  - Professor de exercícios: responsável pela aula de exercícios de cada disciplina.
  - Monitor: responsável por apoiar o professor de exercícios na sua aula.
- A equipe de cada disciplina conta com dois professores de exercícios, dois professores de teoria e monitores que devem ser alocados nos horários e distribuídos entre as turmas. Para uma mesma disciplina, o número de monitores distribuídos entre as turmas deve ser aproximadamente igual. Cada turma fica com um professor de cada tipo.
- A equipe de português é menor do que as demais. Assim, nas aulas de português, as duas turmas são unidas em uma sala. Neste caso, ambos os professores de teoria podem trabalhar como professor de exercícios ou monitor no segundo horário de aula. Nas demais disciplinas, cada voluntário atua em, no máximo, uma turma.

Com base nas informações acima, proponha um modelo e uma estratégia de alocação ótima para o Curso Exato. Estabeleça eventuais critérios e restrições adicionais que julgar conveniente e busque otimizar o número de voluntários alocados, considerando os pontos levantados. Use a planilha `dados_exato.xlsx` fornecida no Moodle como entrada de dados para o seu programa.

---

<sup>1</sup><https://www.cursoexato.com.br/>