Minimização de Valores de Arestas em um Grafo

Pedro Vanzella

2 de novembro de 2015

1 Introdução

Uma recente mudança na regulamentação de impostos reativou uma antiga taxa sobre operações financeiras. Esta taxa, chamada de CPMF, incide em % sobre toda e qualquer transação bancária.

Um banco teve a idéia de minimizar o valor total pago deste imposto através de atalhos em transferências realizadas internamente.

Por exemplo, digamos que haja cinco correntistas, 1, 2, 3, 4 e 5, e haja as seguintes transferências entre eles:

- 1 transfere \$500 para 2.
- 2 transfere \$230 para 3.
- 3 transfere \$120 para 4.
- 1 transfere \$120 para 4.
- 2 transfere \$200 para 5.

É possível fazer quatro transferências, respeitando os valores iniciais e finais de saldo das contas destes cinco correntistas, mas minimizando o valor de cada transferência, de modo a pagar menos imposto:

- 1 transfere \$70 para 2
- 1 transfere \$110 para 3

1 transfere \$240 para 4

1 transfere \$200 para 5

Podemos ver que, em ambos os casos, o total enviado e o total recebido não foi alterado - apenas os valores parciais mudaram e, com eles, o valor pago em impostos.

Do ponto de vista dos correntistas, nada mudou - e.g. o extrato do correntista 1 ainda mostrará duas transferências, uma de \$500 para o correntista 2 e uma de \$120 para o correntista 4 - , mas internamente as transferências realizadas foram bastante diferentes.

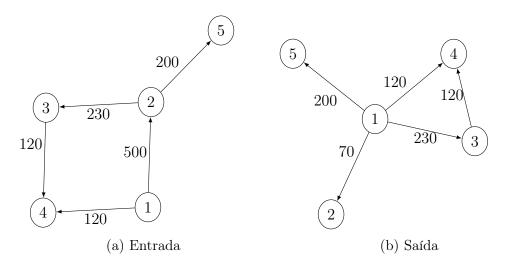


Figura 1: Representação da entrada e da saída como grafos

2 Entrada

O arquivo de entrada é algo no formato mostrado na Figura 2. A primeira linha tem dois valores: a quantidade de correntistas e a quantidade de transações descritas no arquivo. Como veremos na Sessão 3, estas informações não serão necessárias.

As linhas seguintes têm três valores cada: o correntista que originou a transação, o correntista de destino da transação, e o valor da transação. Por

5	5	
1	2	500
2	3	230
3	4	120

 $\begin{array}{cccc}
1 & 4 & 120 \\
2 & 5 & 200
\end{array}$

exemplo, na linha 2 da Figura 2, lemos "*Uma transferência de 500 da conta do correntista 1 para a conta do correntista 2.*".

- 3 Estrutura de Dados
- 4 Algoritmo
- 5 Resultados