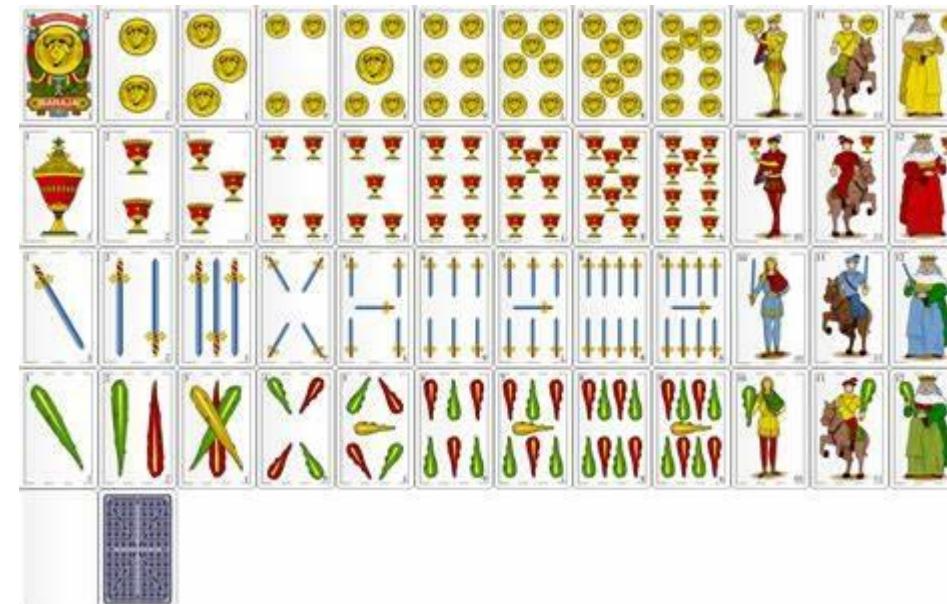


Probabilidad



Ejemplo

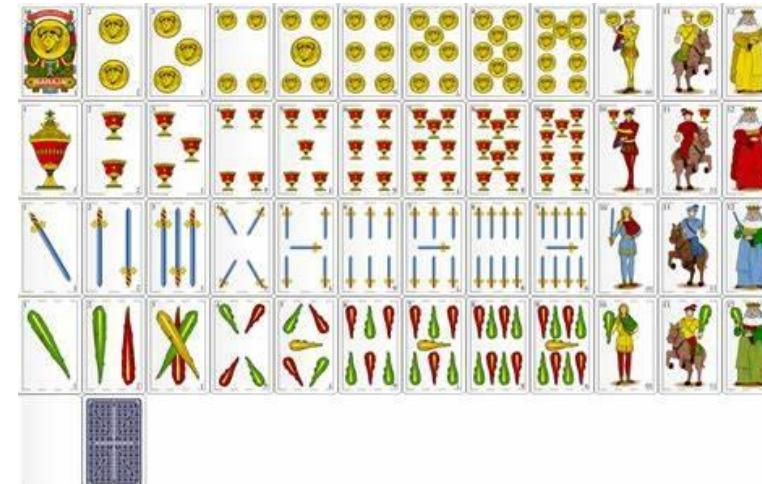
¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Se trata de un experimento de equiprobabilidad, puesto que todas las cartas son igual de probables de aparecer.





Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

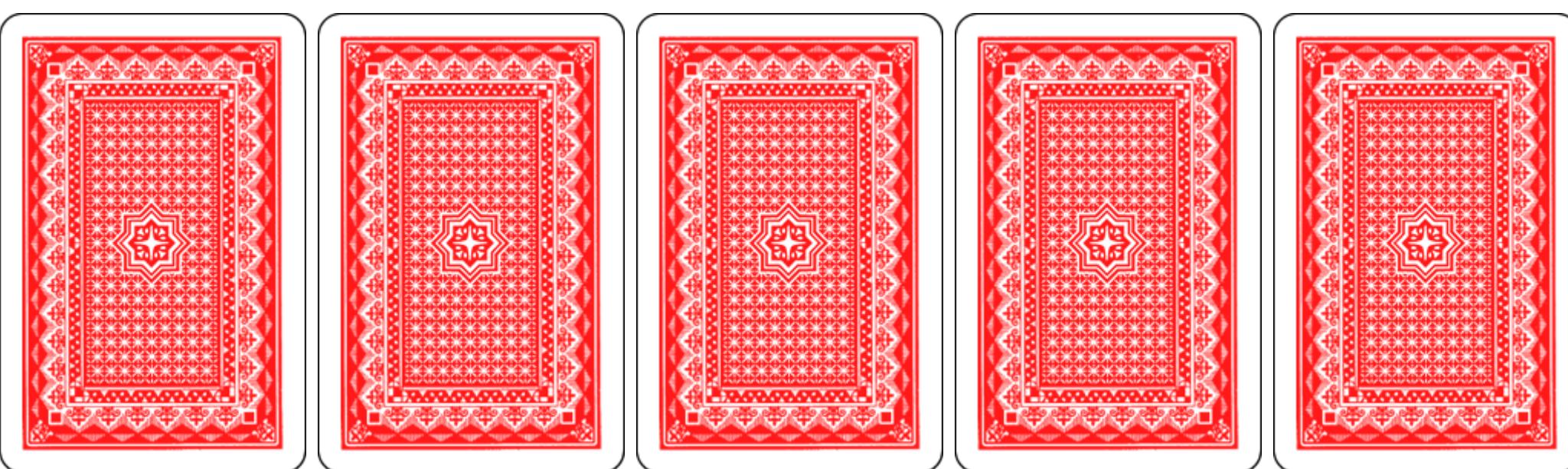
Se trata de un experimento con equiprobabilidad, puesto que todas las cartas son igual de probables de aparecer. Regla de Laplace:

$$P(\text{"mano"}) = \frac{\text{nº casos favorables}}{\text{nº casos totales}}$$

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales.



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales.

40



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales.

40

39



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales.

40

39

38



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales.

40

39

38

37





Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos totales: $40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36$ (variaciones sin)

40

39

38

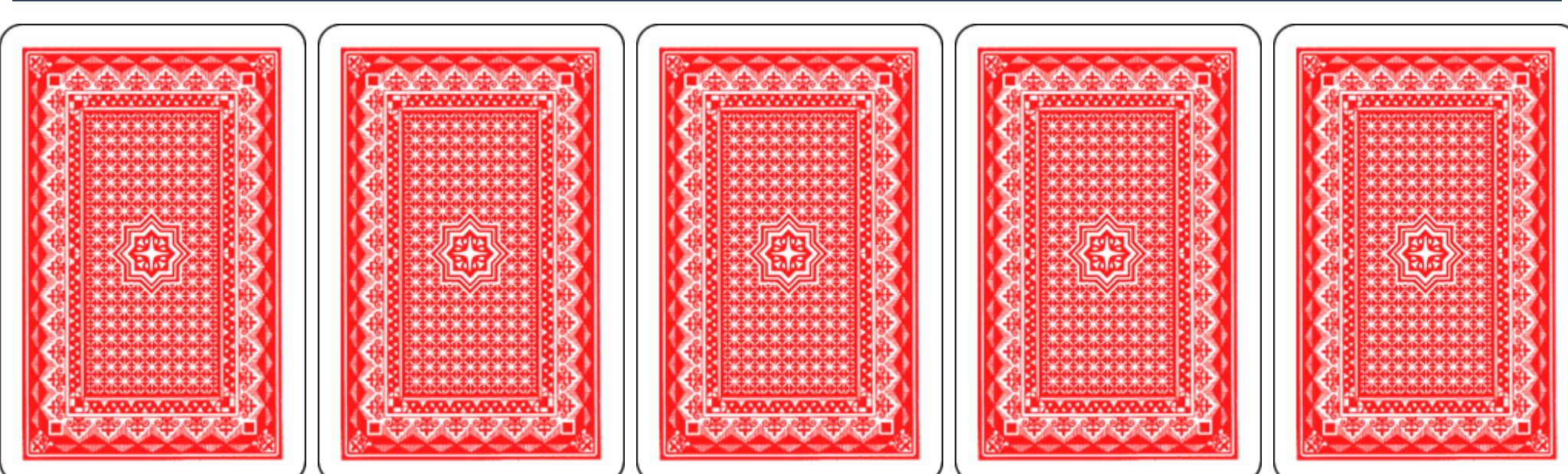
37

36

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. Suponiendo que el orden importa (primero 3 espadas y después 2 copas).



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. Espadas:

10



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. Espadas:

10

9



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. Espadas (variaciones sin)

10

9

8



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. Copas:

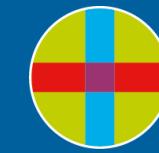
10

9

8

10





Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

Calculamos el nº de casos favorables. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9$ (dos variaciones sin)

10

9

8

10

9

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas en ese orden?

$$P(\text{"tres espadas y dos copas en orden"}) \approx 0,00082$$





Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas sin importar el orden en que han sido repetidas?

Calculamos el nº de casos favorables: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \text{nº permut. con}$

10

10

9

9

8



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas sin importar el orden en que han sido repetidas?

Calculamos el nº de casos favorables: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot P_5^{3,2}$

10

10

9

9

8

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de obtener una mano de 3 espadas y 2 copas?

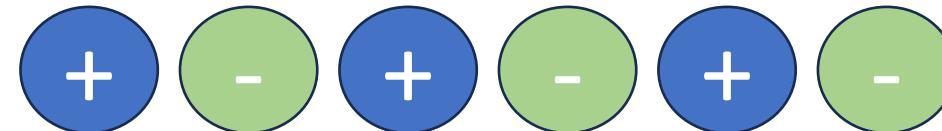
$$P(\text{"tres espadas y dos copas"}) \approx 0,0082$$





Ejemplo

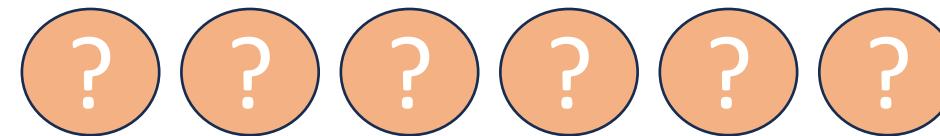
¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos totales.

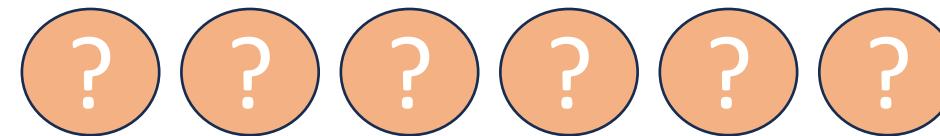


2 opciones

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos totales: $2 \cdot$



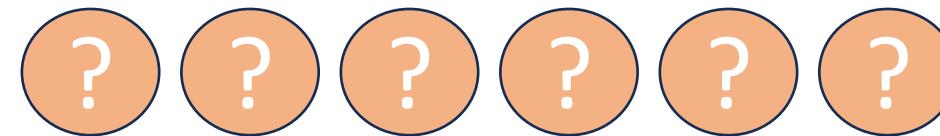
2 opciones



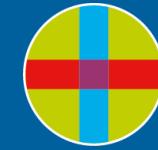
Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos totales: $2 \cdot 2 \cdots$



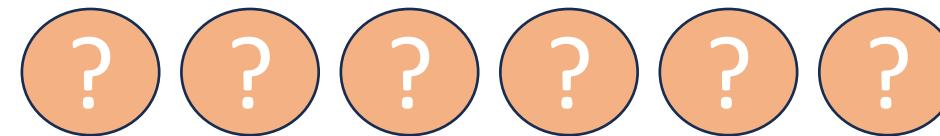
2 opciones



Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos totales: $2 \cdot 2 \cdots 2 = 2^{50}$ (variaciones con)

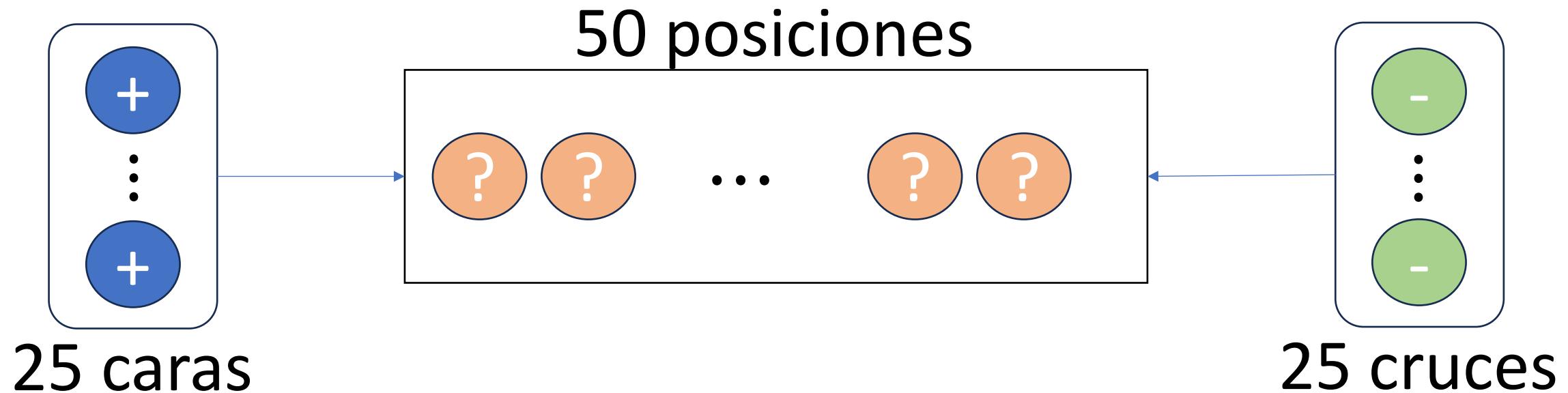


2 opciones

Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos favorables:

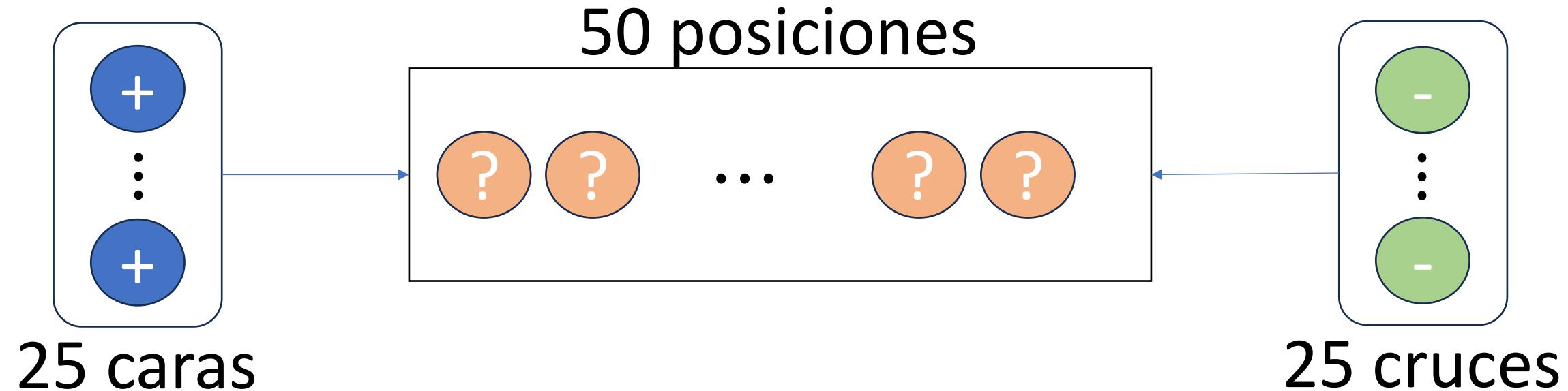




Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

Calculamos el nº de casos favorables: $\binom{50}{25}$



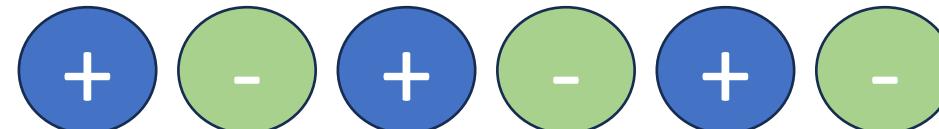


Ejemplo

¿Cuál es la probabilidad de sacar 25 caras en 50 tiradas de una moneda?

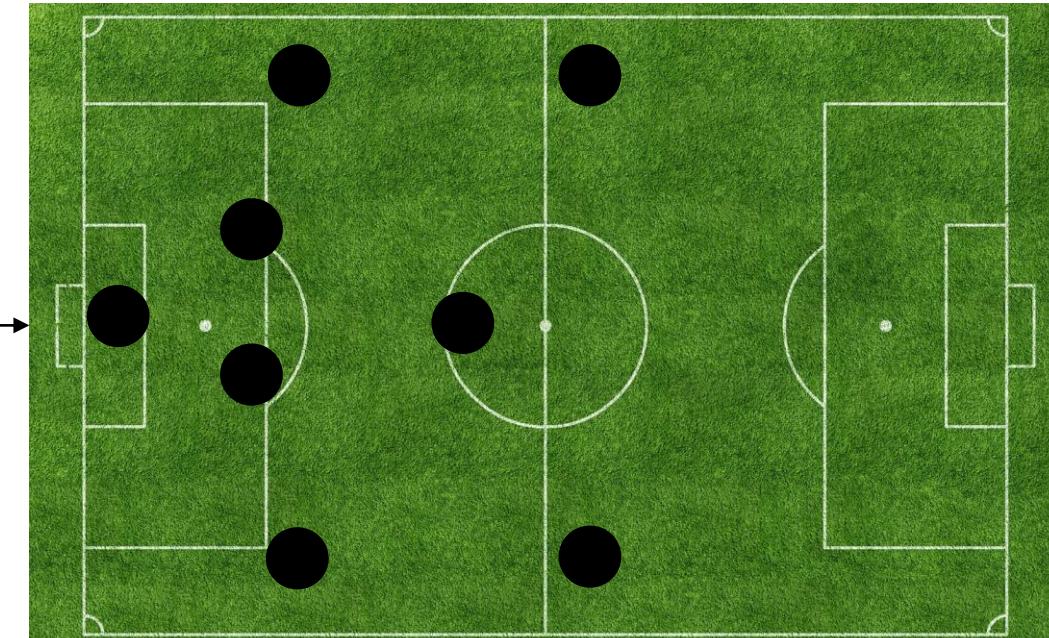
Calculamos la probabilidad:

$$P(\text{"25 caras"}) = \frac{1}{2^{50}} \binom{50}{25} \approx 0,1123$$



Ejemplo

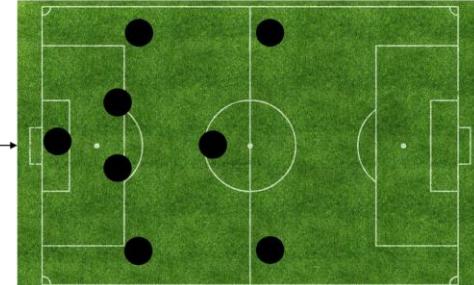
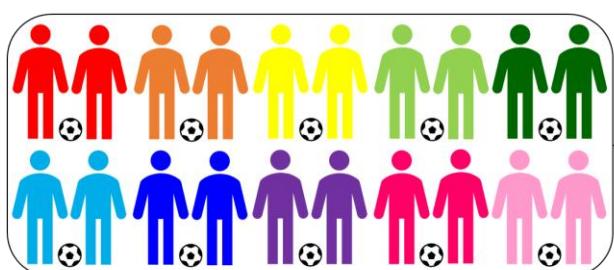
10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?



Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos totales.



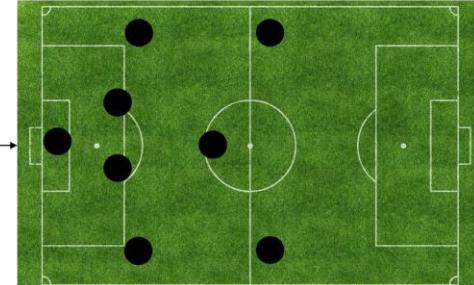
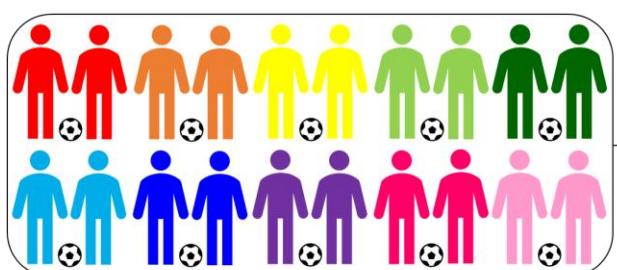
20 personas
8 asignaciones

→ Combinaciones

Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos totales: $\binom{20}{8} = 125.970$



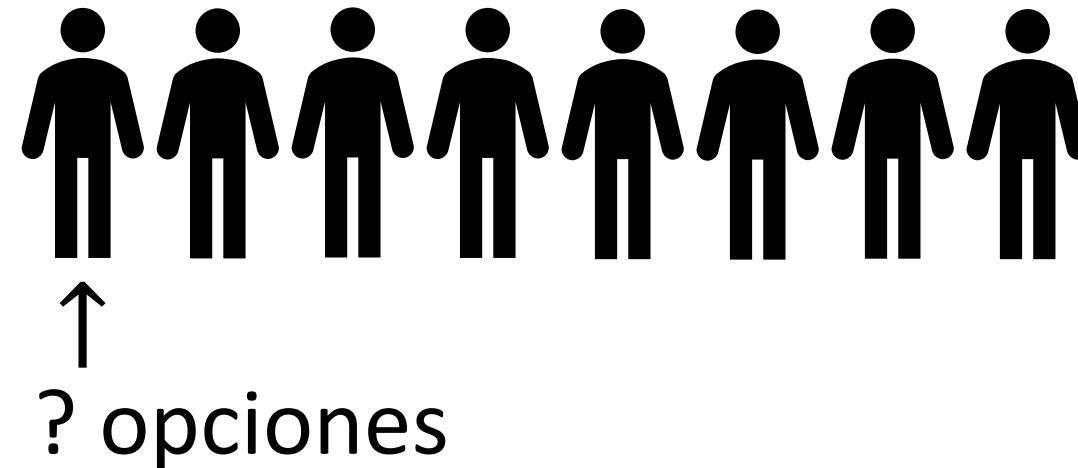
20 personas
8 asignaciones

→ Combinaciones

Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

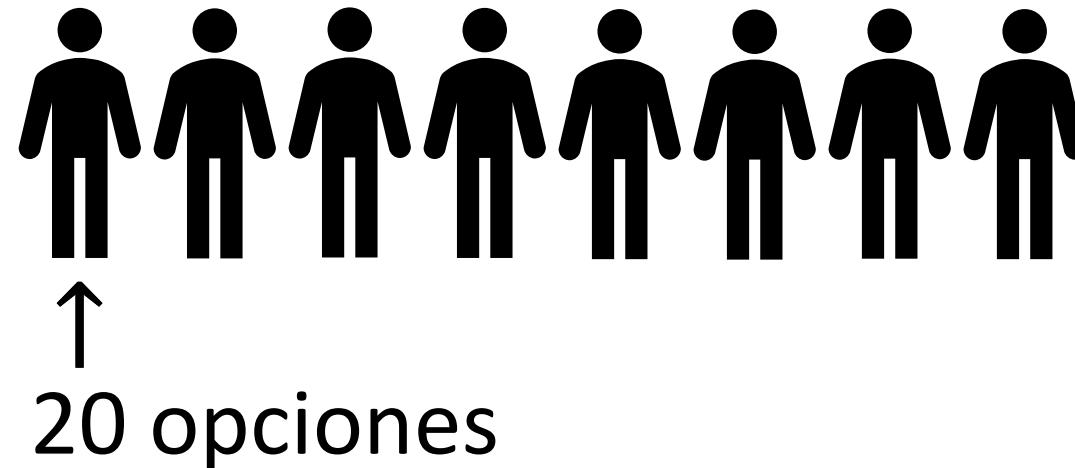
Calculamos el nº de casos favorables:



Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

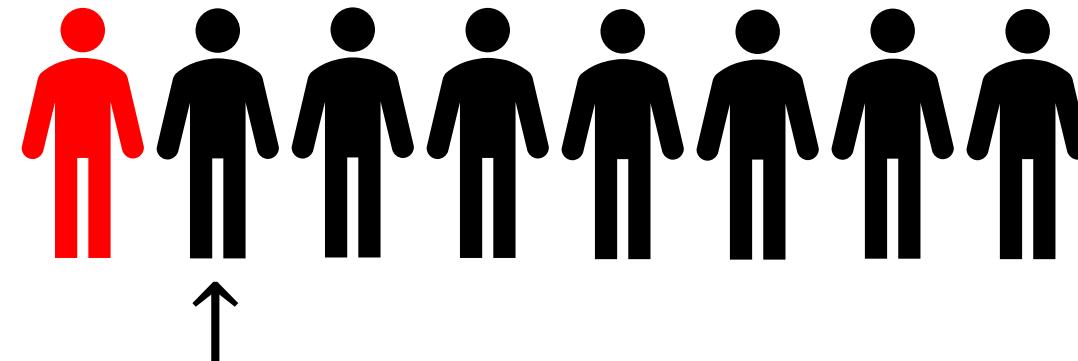
Calculamos el nº de casos favorables: 20 ·



Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos favorables: $20 \cdot 18 \cdot$



Descartamos el elegido y a su hermano → 18 opciones

Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos favorables: $20 \cdot 18 \cdot 16 \cdots$

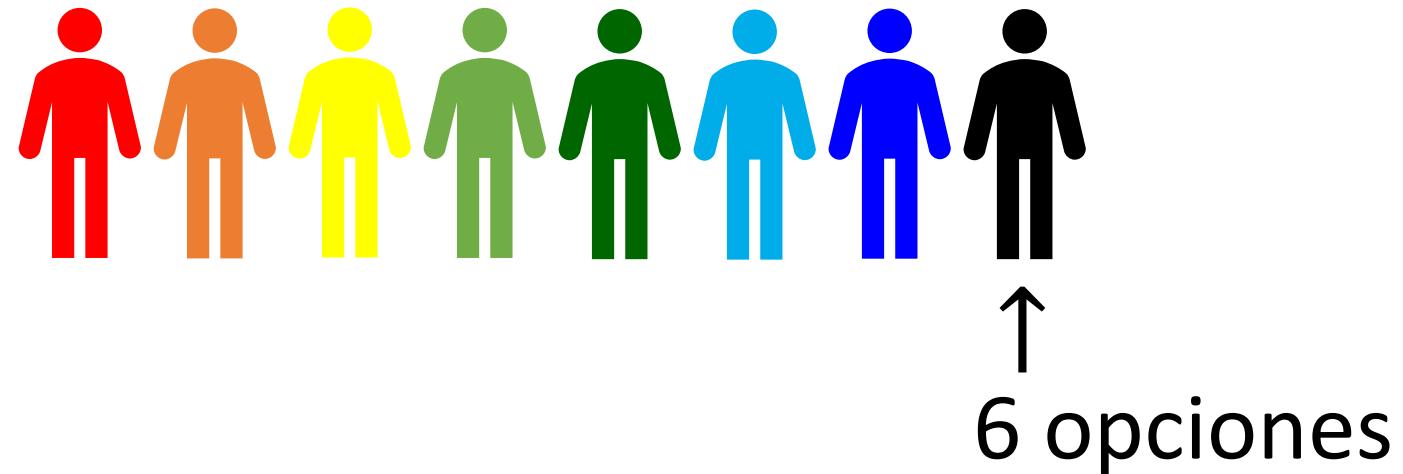




Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

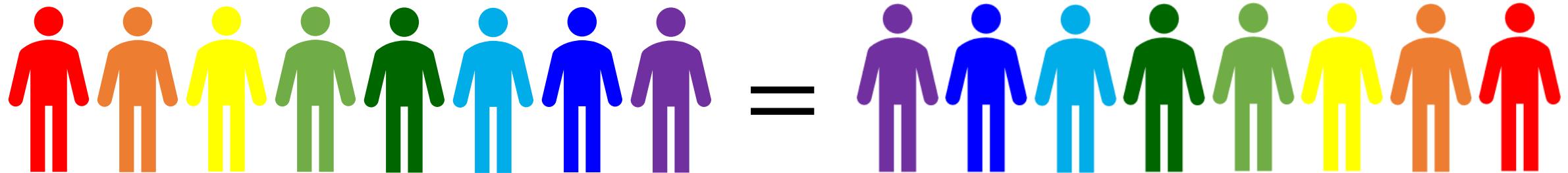
Calculamos el nº de casos favorables: $20 \cdot 18 \cdot 16 \cdots 6$



Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos favorables: $20 \cdot 18 \cdot 16 \cdots 6$

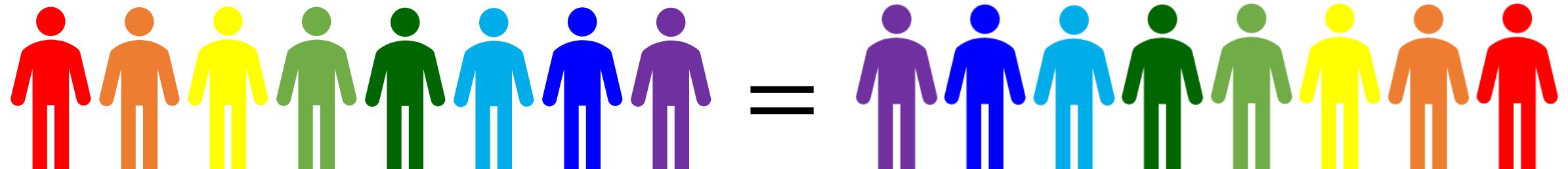


¡¡Estamos contando casos extra!!

Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

Calculamos el nº de casos favorables: $\frac{20 \cdot 18 \cdot 16 \cdots 6}{8!}$



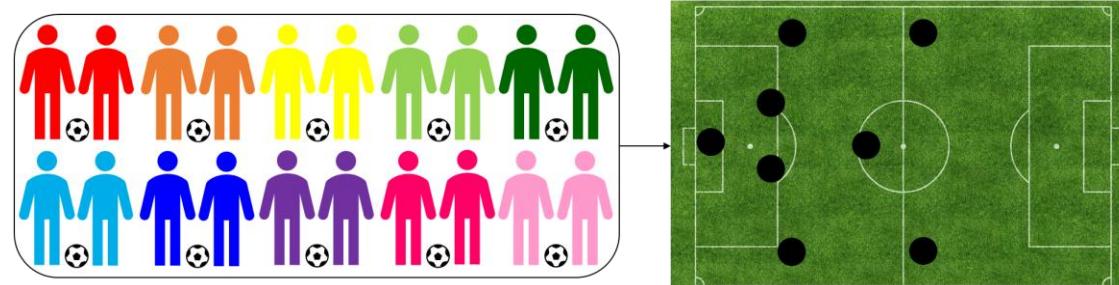
8! formas de obtener el mismo caso

Ejemplo

10 parejas de hermanos se han apuntado a fútbol. Si se hace un equipo de 8 personas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que no haya hermanos en el equipo?

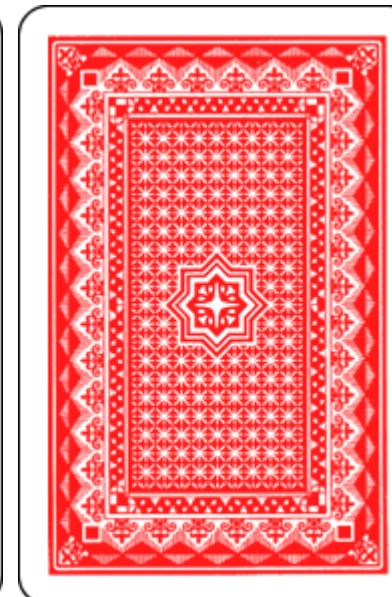
Calculamos la probabilidad:

$$P(\text{"equipo sin hermanos"}) = \frac{20 \cdot 18 \cdot 16 \cdots 6 \cdot 8! \cdot 12!}{8! 20!} \approx 0,09$$



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos totales: 25 ·

25



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos totales: $25 \cdot 24 \cdot$

25

24



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos totales: $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot$

25

24

23



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos totales: $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot$

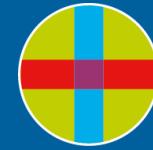
25

24

23

22





Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos totales: $25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21$

25

24

23

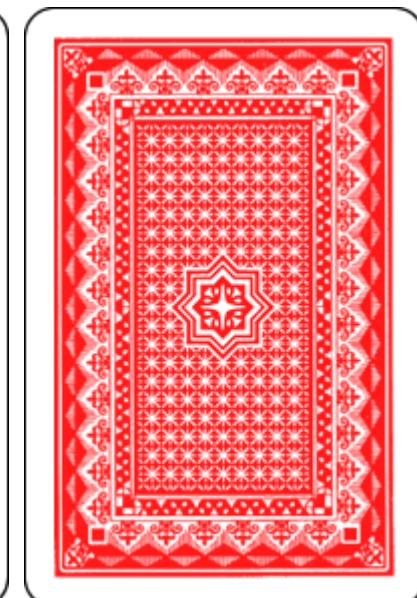
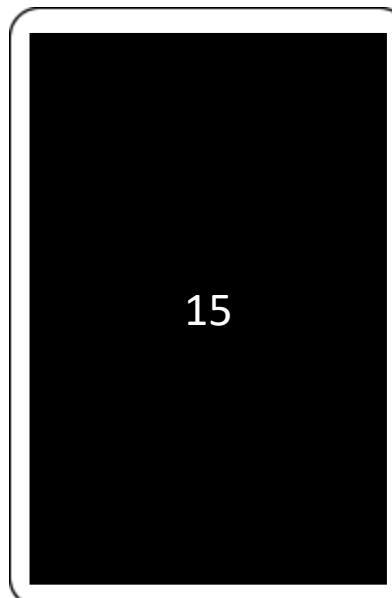
22

21

Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos favorables: 15 ·



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos favorables: $15 \cdot 14 \cdot$

15

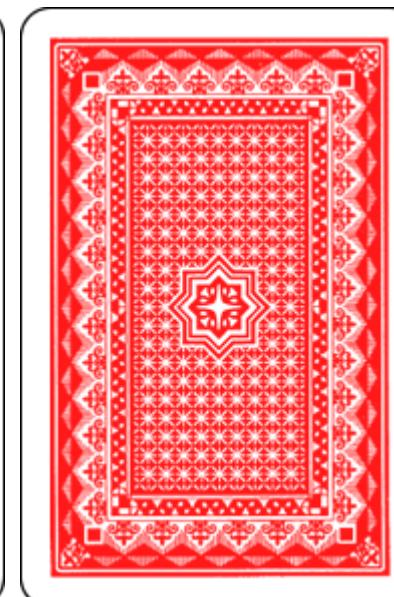
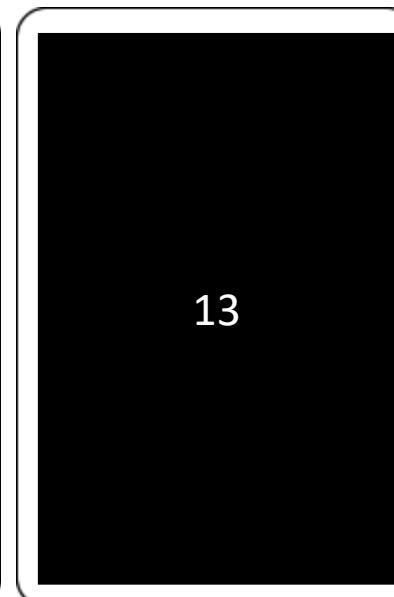
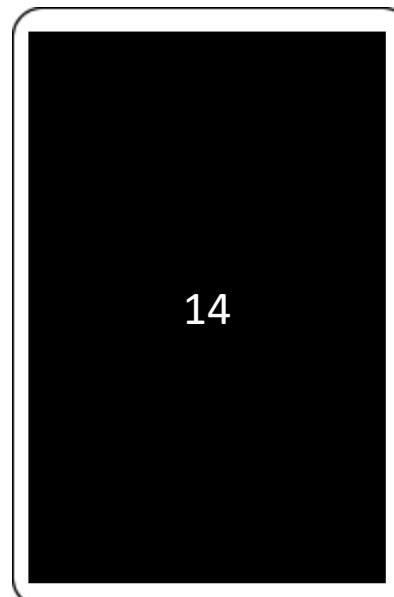
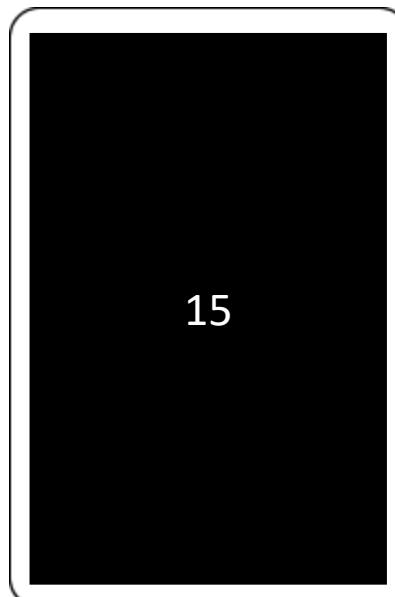
14



Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

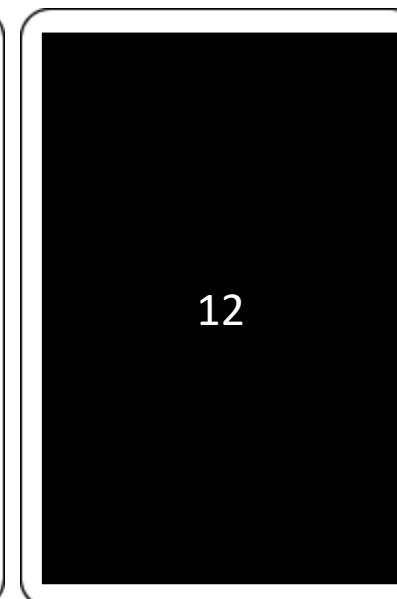
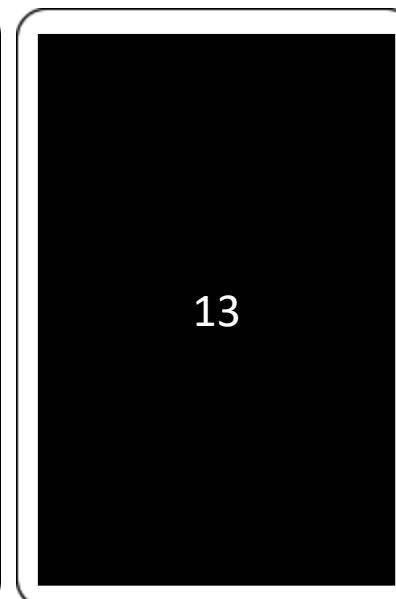
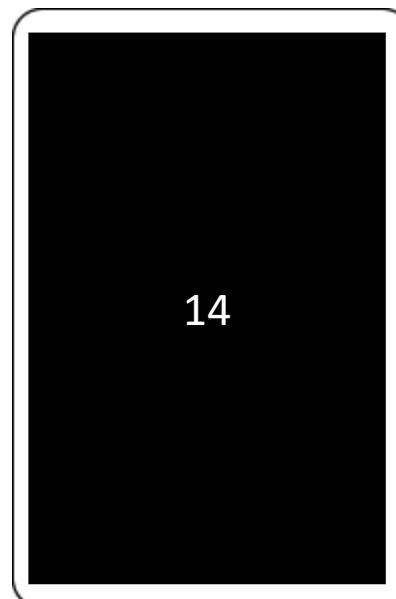
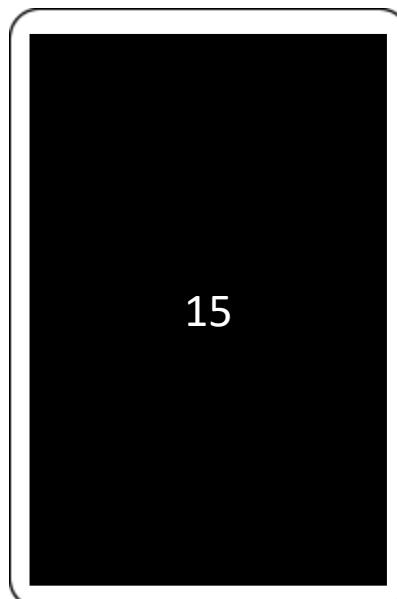
Calculamos el nº de casos favorables: $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot$

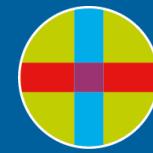


Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos favorables: $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot$

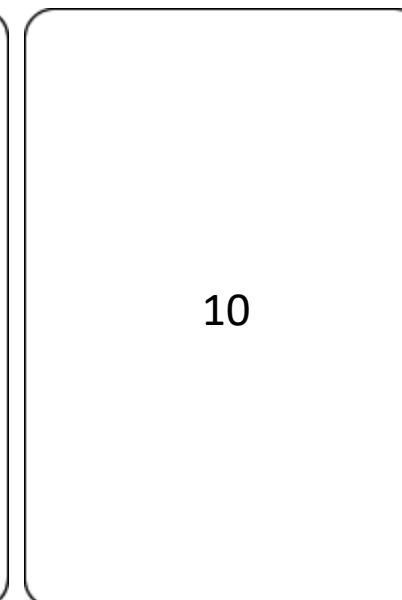
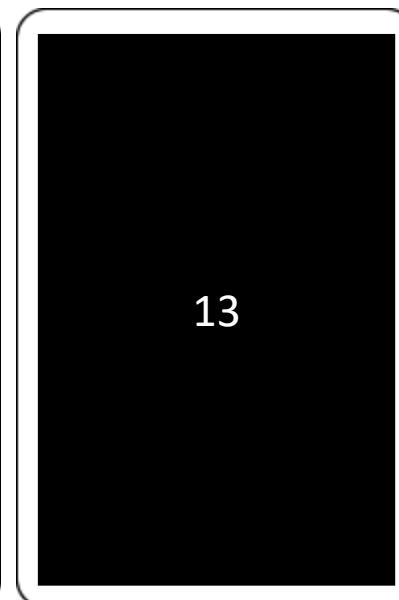
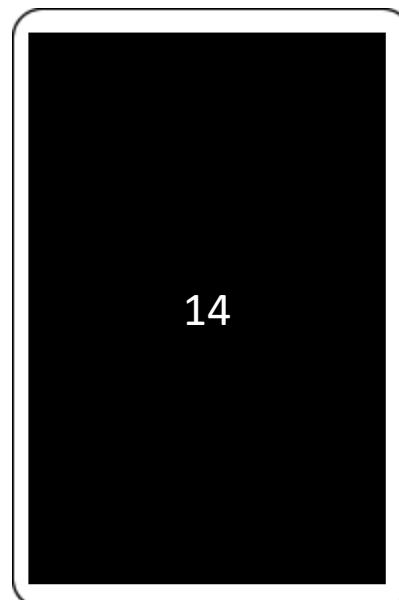
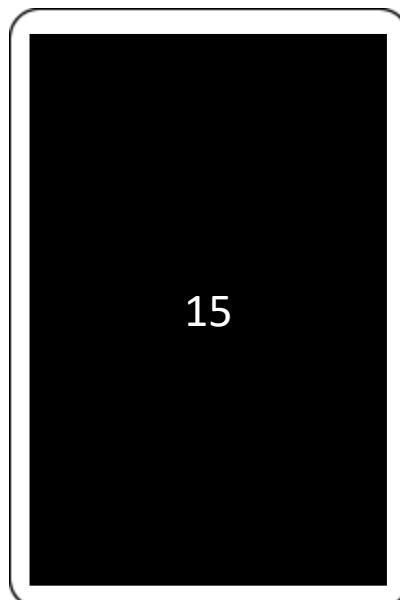


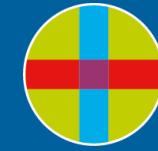


Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

Calculamos el nº de casos favorables: $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 10$





Ejemplo

10 tarjetas blancas y 15 tarjetas negras se barajan continuamente. Calcula la probabilidad de que la primera tarjeta blanca esté en la quinta posición.

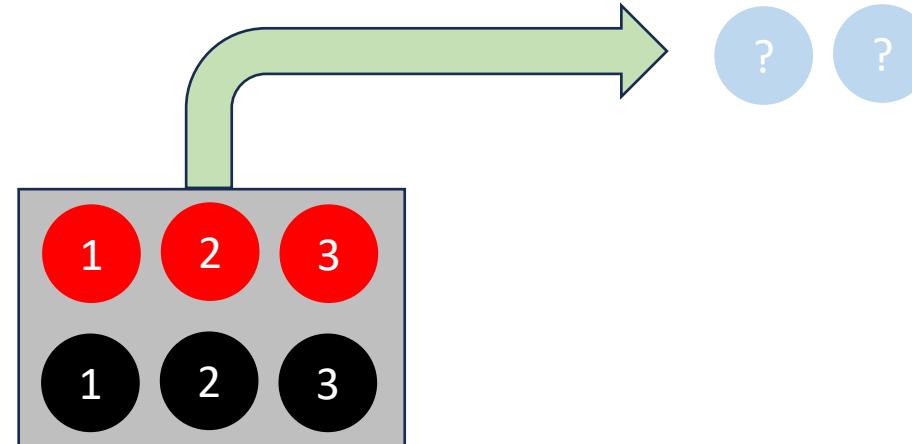
Calculamos la probabilidad:

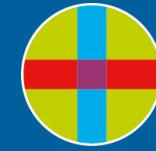
$$P("1^{\text{a}} \text{ blanca en } 5^{\text{a}} \text{ posición}") = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 10}{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21} \approx 0,05$$



Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

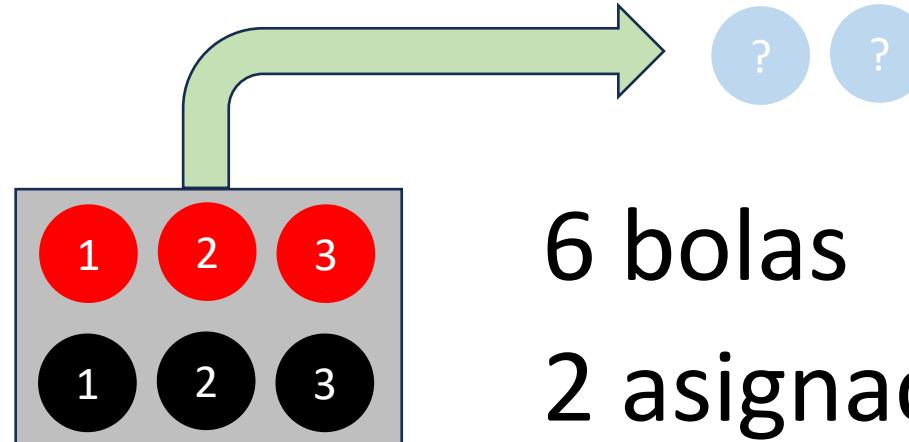




Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos el nº de casos totales: $\binom{6}{2} = 15$.



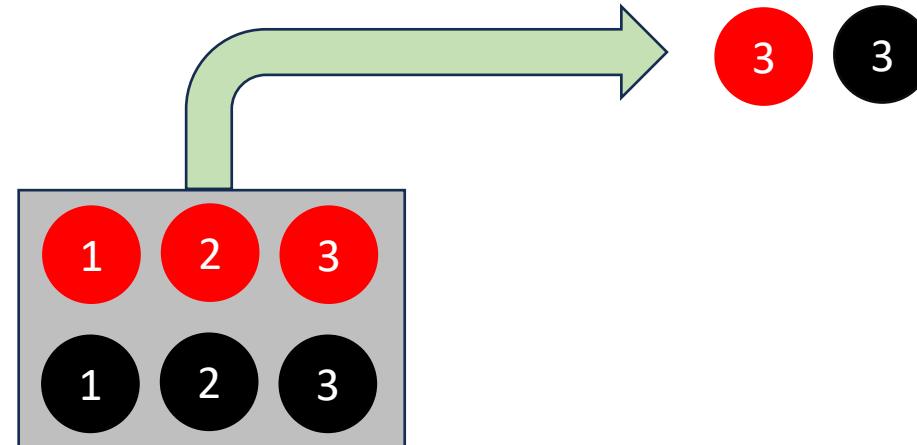
6 bolas
2 asignaciones

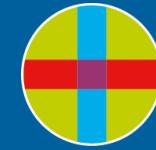
→ Combinaciones

Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos el nº de casos favorables: 1

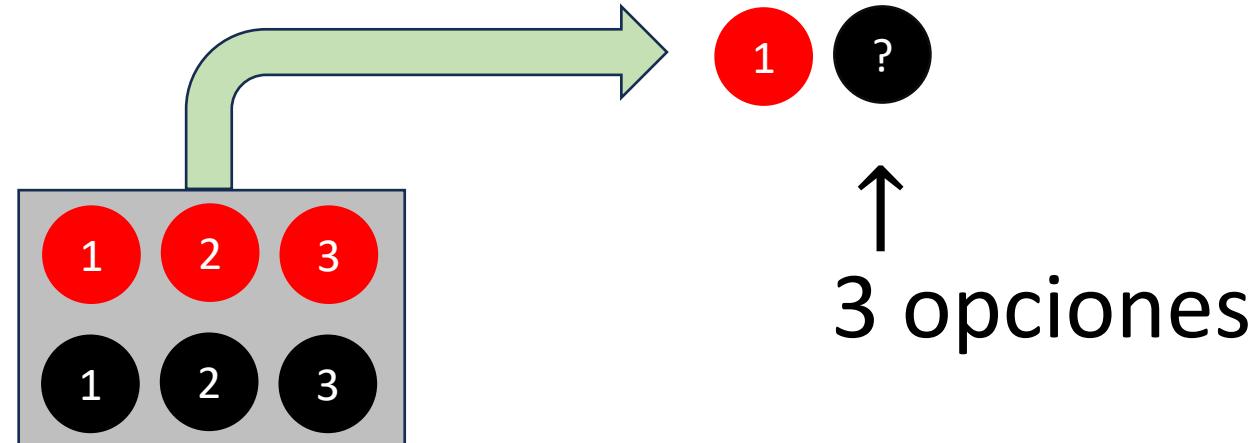


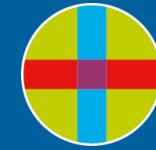


Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos el nº de casos favorables: $1 + 3$

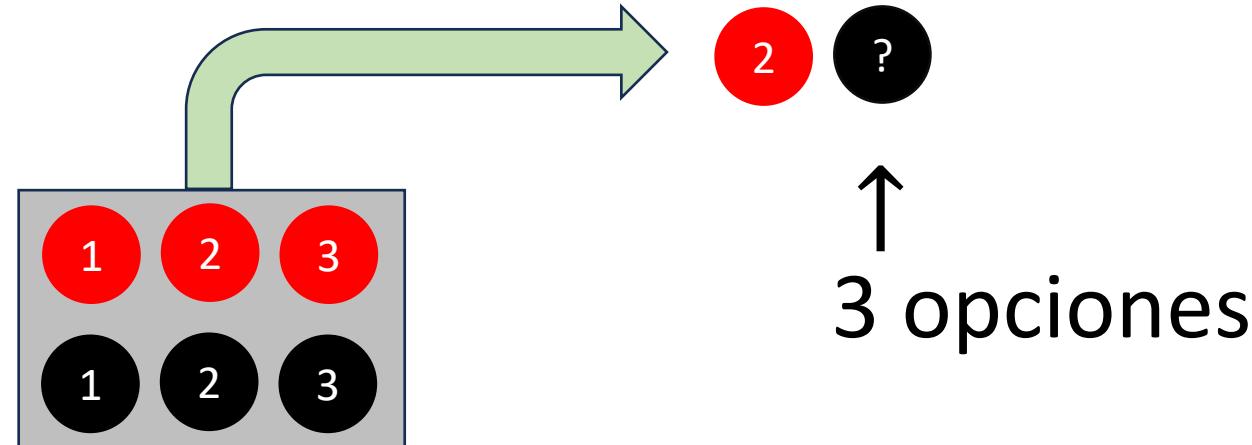


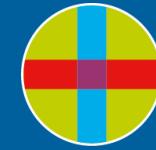


Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos el nº de casos favorables: $1 + 3 + 3$

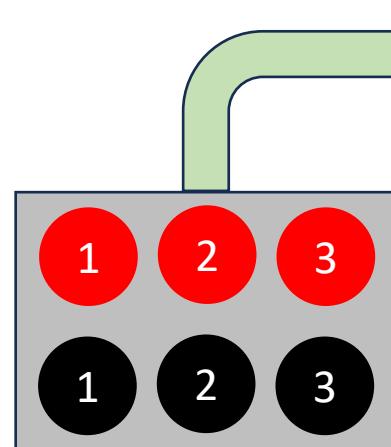




Ejemplo

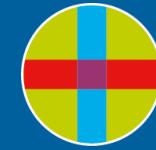
En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos el nº de casos favorables: $1 + 3 + 3 + 2 = 9$



3 ?
↑
2 opciones

¡El caso 3 roja 3 negra ya había sido contado!

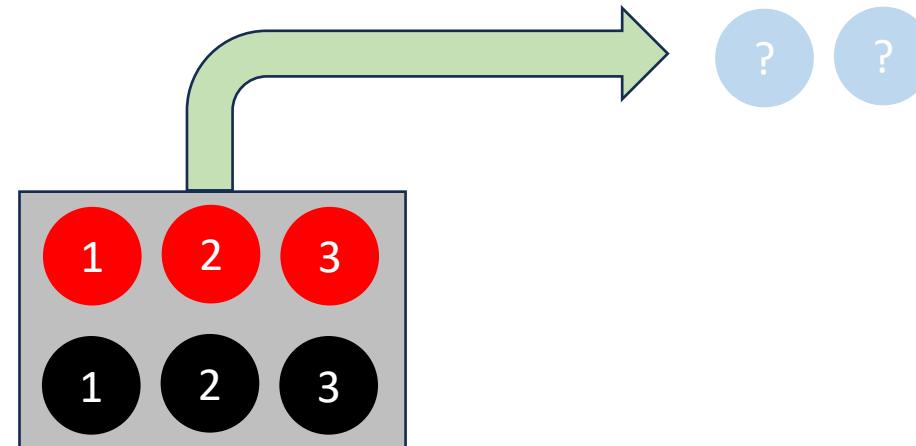


Ejemplo

En una urna hay 3 bolas rojas numeradas del 1 al 3 y 3 bolas negras numeradas del 1 al 3. Sacamos 2 bolas. Calcular la probabilidad de sacar dos 3 o una bola negra y otra roja.

Calculamos la probabilidad:

$$p(\text{"evento"}) = \frac{9}{15} = 0,6$$



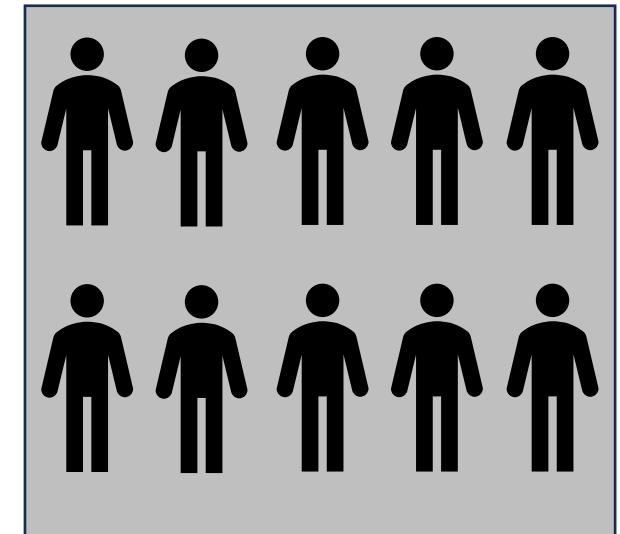
Ejemplo

Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que ningún par de personas celebren el cumpleaños el mismo día?

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

365 días

Asignamos días a personas



n personas

Ejemplo

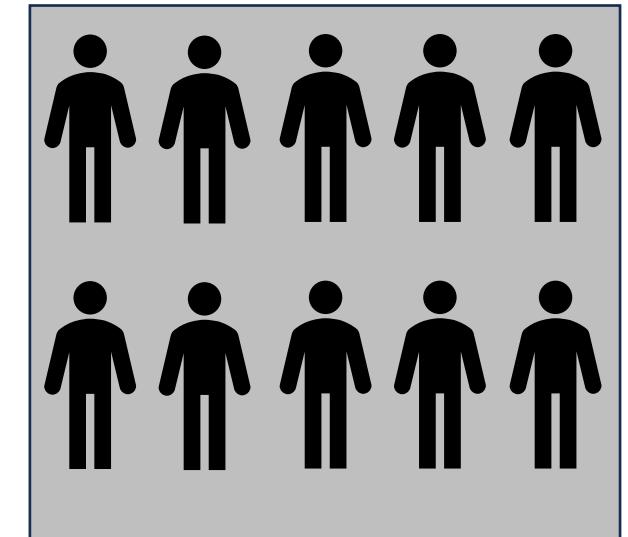
Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que ningún par de personas celebren el cumpleaños el mismo día?

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

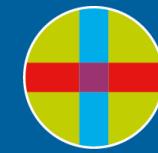
365 días

Asignamos días a personas

$$\text{nº casos totales} = 365^n$$



n personas



Ejemplo

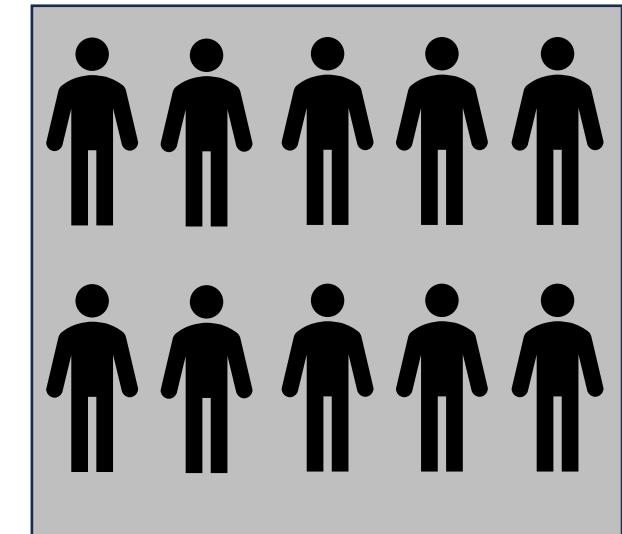
Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que ningún par de personas celebren el cumpleaños el mismo día?

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

365 días

Asignamos días a personas

$$\text{nº casos favorables} = V_{365}^n$$



$$\text{nº casos totales} = 365^n$$

n personas

Ejemplo

Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que ningún par de personas celebren el cumpleaños el mismo día?

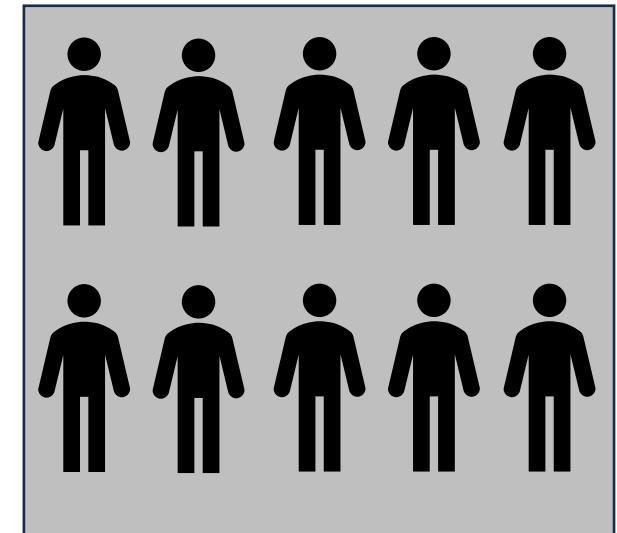
L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

365 días

Asignamos días a personas

$$\text{nº casos totales} = \frac{365!}{(365 - n)!}$$

$$\text{nº casos totales} = 365^n$$



n personas



Ejemplo

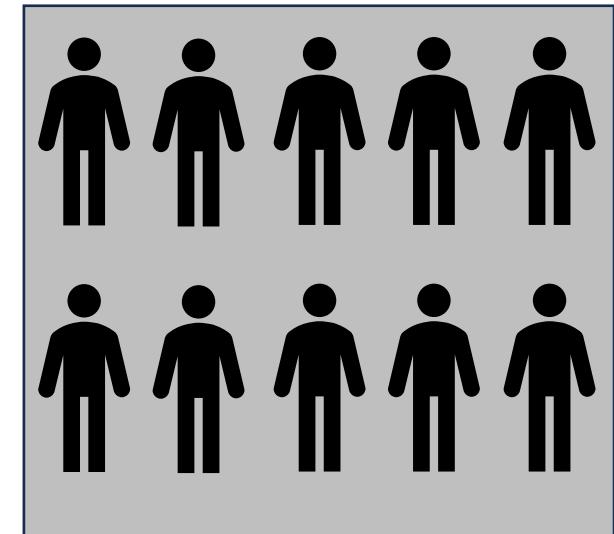
Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que ningún par de personas celebren el cumpleaños el mismo día?

L	M	X	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4

365 días

Asignamos días a personas

$$P(\text{"no coincidencia"}) = \frac{365!}{365^n(365 - n)!}$$



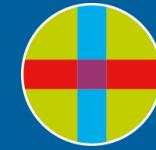
n personas



Ejemplo

Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos personas cumplan años el mismo día?

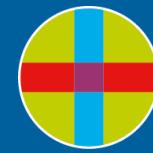
$$P(\text{"coincidencia"}) = 1 - \frac{365!}{365^n(365 - n)!}$$



Ejemplo

Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos personas cumplan años el mismo día?

$$P(\text{"coincidencia"}) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdots (365 - n + 1)}{365^n}$$



Ejemplo

Si hay n personas en clase, ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos personas cumplan años el mismo día?

n	5	10	15	20	22	23
prob	0,03	0,12	0,25	0,41	0,48	0,51

n	30	35	40	45	50
prob	0,71	0,81	0,89	0,94	0,97



Basta con juntar 23 personas para que la probabilidad de que haya una coincidencia de cumpleaños sea de más del 50%

