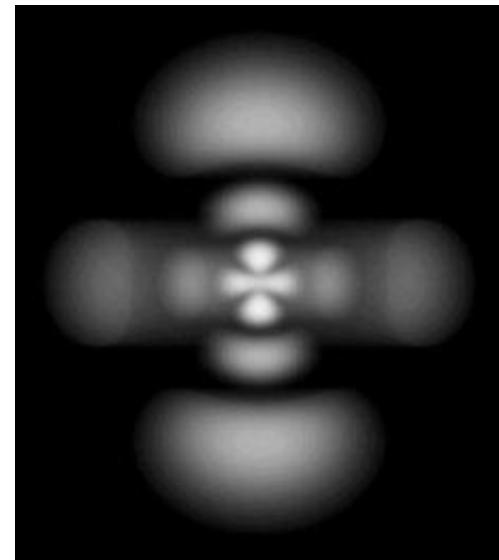
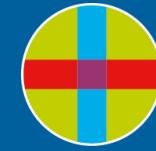


Variable aleatoria

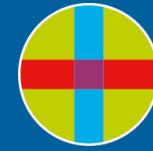




Definición naïve

Una **variable aleatoria** es una forma de representar resultados posibles de un experimento o evento que tiene incertidumbre. En esos términos, es una manera de **asignar números** a los diferentes resultados posibles de algo que no podemos predecir con certeza.

Son variable aleatoria	NO son variable aleatoria
$X = \text{"Nº obtenido al lanzar un dado"}$	$X = \text{"Obtener 5 en un dado"}$
$X = \text{"Nº de cartas rojas extraídas"}$	$X = \text{"Baraja con 15 cartas rojas y 5 blancas"}$
$X = \begin{cases} 1, & \text{al obtener cara en la moneda} \\ 0, & \text{al obtener cruz en la moneda} \end{cases}$	$X = \text{"Lanzar una moneda"}$
$X = \text{"Tiempo transcurrido hasta marcar gol"}$	$X = \text{"Marcar gol en 5 minutos"}$



Definición

El **rango** R_X de una variable aleatoria es el conjunto de valores que puede tomar.

Son variable aleatoria	Rango	Tipo de rango
$X = \text{"Nº obtenido al lanzar un dado"}$	$R_X = \{1,2,3,4,5,6\}$	Discreto
$X = \text{"Nº de cartas rojas extraídas"}$	$R_X = \{0,1,2,3,4,5\}$	Discreto
$X = \begin{cases} 1, & \text{al obtener cara en la moneda} \\ 0, & \text{al obtener cruz en la moneda} \end{cases}$	$R_X = \{0,1\}$	Discreto
$X = \text{"Tiempo transcurrido hasta marcar gol"}$	$R_X = (0,90)$	Continuo

Definición

El formalismo de las variables aleatorias permite resumir eventos en igualdades y desigualdades descritas mediante la variable aleatoria.

Son variable aleatoria	Notación	Descripción del evento
$X = \text{"Nº obtenido al lanzar un dado"}$	$X > 2$	$S = \text{"Obtener más de un 2 en el dado"}$
$X = \text{"Nº de cartas rojas extraídas"}$	$1 \leq X < 4$	$S = \text{"Obtener entre 1 y 3 cartas rojas"}$
$X = \begin{cases} 1, & \text{al obtener cara en la moneda} \\ 0, & \text{al obtener cruz en la moneda} \end{cases}$	$X = 1$	$S = \text{"Obtener cara en la moneda"}$
$X = \text{"Tiempo transcurrido hasta marcar gol"}$	$X < 45$	$S = \text{"Marcar gol en la primera parte"}$



Definición

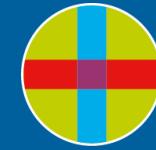
Dada una variable aleatoria X su función de distribución $F : \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$ se define:

$$F(x) = P(X \leq x)$$

Ejemplo



Calcular la función de distribución de $X = \text{"nº obtenido al lanzar un dado"}$.



Definición

Dada una variable aleatoria **discreta** X su función de densidad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se define:

$$f(x) = P(X = x)$$

Ejemplo

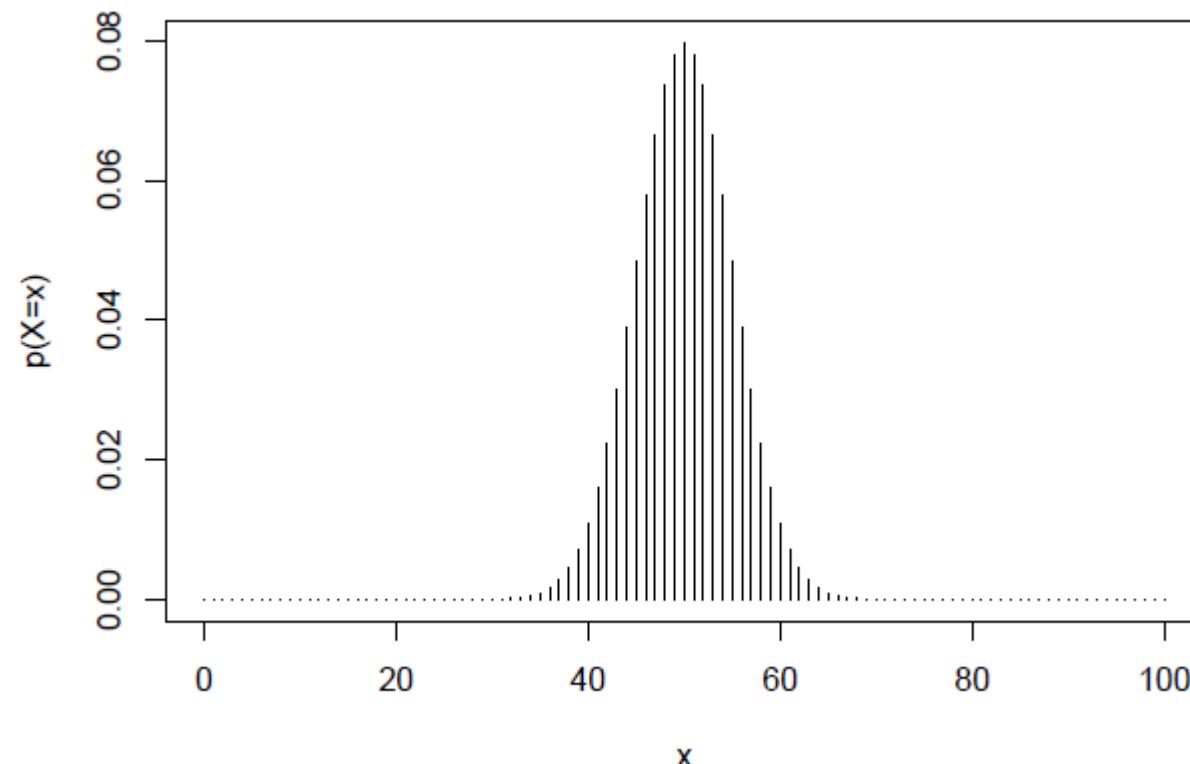


Calcular la función de densidad de $X = \text{"nº obtenido al lanzar un dado"}$.



Ejemplo

Calcular la función de densidad de $X = \text{"nº de caras obtenidas al lanzar 100 monedas"}$.



$$f(x) = \frac{1}{2^{100}} \binom{100}{x}$$
$$x \in \{0, 1, \dots, 100\}$$



Definición

Dada una variable aleatoria **discreta** X su función de densidad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se define:

$$f(x) = P(X = x)$$

Proposición

Dada una variable aleatoria **discreta** X con distribución F y densidad f :

1. $F(x) = \sum_{t \leq x} f(t)$
2. $f(x) = F(x) - F(x - 1)$
3. $\sum_{-\infty}^{\infty} f(t) = 1$

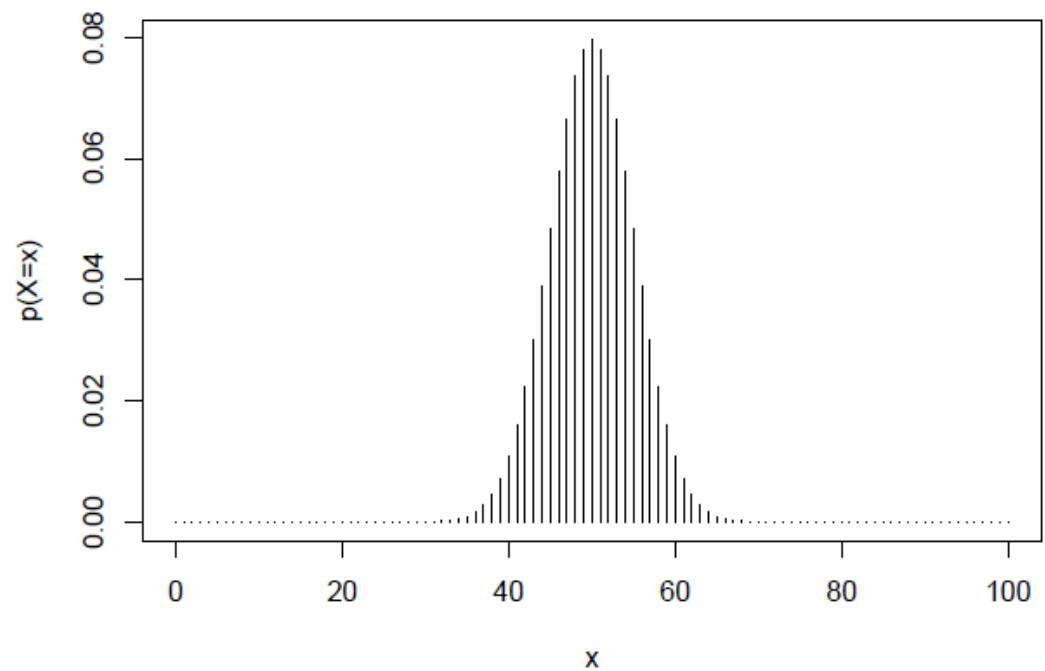
Ejemplo

Sea X una V.A. discreta con función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{2^{100}} \binom{100}{x}, \quad \text{para } x \in \{0, 1, \dots, 100\}$$

Determina su función de distribución y calcula:

- $P(40 \leq X \leq 60)$
- $P(40 \leq X < 60)$
- $P(40 < X < 60)$





Definición

Dada una variable aleatoria **absolutamente continua** X con distribución F , su función de densidad $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se define como:

$$f(x) = F'(x)$$

Proposición

Dada una variable aleatoria **absolutamente continua** X :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$



Ejemplo



Sea T una V.A. continua con función de densidad:

$$f(t) = ce^{-\frac{t}{5}}, \quad t > 0$$

Determina c y calcula:

- $P(T > 5)$
- $P(2 < T < 3)$

Esta variable aleatoria T generalmente se utiliza para modelar el tiempo entre llamadas de un call-center.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$$



$$c \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{5}} dt = 1$$



$$c = \frac{1}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{5}} dt} = \frac{1}{5}$$