

$$Z_R = R \quad Z_L = Ls \quad Z_C = \frac{1}{Cs} \quad Z_s = Z_1 + Z_2 \quad Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad \tilde{V}(s) = H(s) \tilde{V}_e(s) \quad (\tilde{f}') = s\tilde{f} - f(0)$$

$$V = V_{\max} \cos(\omega t + \varphi) \quad \mathbf{V} = Z(i\omega) \mathbf{I} \quad Z(i\omega) = R(\omega) + iX(\omega) \quad V_{\text{ef}} = \frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} \quad I_{\text{ef}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \mathbf{V} = H(i\omega) \mathbf{V}_e$$

$$\bar{P} = \frac{1}{2} V_{\max} I_{\max} \cos \varphi_Z \quad \tilde{V}(s) = \frac{\mathbf{V}}{s - i\omega} \quad \tilde{I}(s) = \frac{\mathbf{V}}{(s - i\omega) Z(s)} \quad \tilde{I}(s) = \frac{\mathbf{I}}{s - i\omega} + \tilde{I}_{\text{trans}}(s)$$

$$(\varphi_V - \varphi_I) = \varphi_Z \quad X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad X_L = \omega L \quad X_R = 0 \quad \tilde{V}(s) = \frac{\mathbf{V}}{s - i\omega} + \tilde{V}_{\text{trans}}(s)$$

$$V = V_{\max} |H(i\omega)| \cos(\omega t + \varphi + \varphi_H)$$

$$1 \frac{N}{C} = 1 \frac{m}{F} = 1 \frac{V}{m} \quad 1V = 1 \frac{J}{C} \quad 1A = 1 \frac{C}{s} \quad 1W = 1VA \quad 1\Omega = 1 \frac{V}{A} \quad 1F = 1 \frac{C}{V} = 1 \frac{As}{V} \quad 1A.h = 3600C$$

$$1W.h = 3600J \quad 1 \frac{V}{C} = 1 \frac{J}{m} \quad 1T = 1 \frac{N}{Am} = 1 \frac{Ns}{Cm} \quad 1G = 10^{-4}T \quad 1H = \frac{Vs}{A}$$

**Relações entre unidades**

**Índice notas** NOTA1 Apesar disto, a capacidade não depende nem da carga, nem da d.d.p! Quando uma varia, a outra varia na mesma proporção. NOTA2 E(max) = rigidez dielétrica. NOTA3 sigma = carga superficial (C/m^2). NOTA4 lambda = carga linear (C/m). NOTA5 L = comprimento. NOTA6 M = binário, m = momento magnético. NOTA7 L = indutância. NOTA8 M = indutância mútua (nota: circuito 2 não tem f.e.m própria). NOTA9 Positivo ou nulo (nunca pode ser negativo). NOTA10 R(w) é a resistência (sempre positiva), X(w) é a reatância (pode ser positiva -indutiva- ou negativa -capacitiva-). NOTA11 Sendo a resistência nula; a corrente está adiantada pi/2 em relação à voltagem. NOTA12 Sendo a resistência nula; a corrente está atrasada pi/2 em relação à voltagem. NOTA13 Sendo a resistência NÃO nula; a corrente está em fase em relação à voltagem. NOTA14 Equação também válida para a resistividade em vez da resistência. NOTA15 Ei = campo elétrico induzido (e não f.e.m)

**Comandos maxima** cabs - módulo número complexo; carg - argumento número complexo; polarform - número complexo na forma fmax\*e^(i\*fase\_inicial); rectform - número complexo na forma a+b\*i; ratsimp - simplifica frações; partfrac - frações parciais (2º argumento = variável). **NOTA:** Usar na sequência polarform(float(rectform(...))) para obter argumento de %e num número bonito.

**Factos aleatórios** A força elétrica de um objeto carregado sobre um neutro é sempre atrativa; Força eletromotriz é a d.d.p entre os eletrodos (pólos da fonte) e só depende das reações químicas entre o eletrólito e os metais dos eletrodos; A energia potencial elétrica de uma partícula com carga negativa será maior nos pontos onde o potencial for menor; Num condutor isolado só pode existir carga na superfície; O campo elétrico é mais forte nas regiões convexas e mais fraco nas regiões côncavas; A divergência do campo elétrico (soma das derivadas parciais) tem o mesmo sinal da carga pontual; As linhas de campo elétrico são perpendiculares às curvas equipotenciais; A força magnética entre dois fios retos é atrativa se as correntes têm o mesmo sentido e repulsiva se têm sentidos opostos; Lei de Lenz: A corrente induzida é no sentido que produz campo magnético induzido que contraria a variação do fluxo magnético; Outra regra mão direita: Indicador – corrente, Meio – campo magnético, Polegar – força; Frequência de ressonância: frequência da fonte que causa reatância nula (tensão e corrente em fase, impedância real e mínima)

12. Um objeto A, inicialmente com carga nula, entra em contato com uma barra de borracha, carregada com carga negativa. No instante em que a barra toca no objeto A:

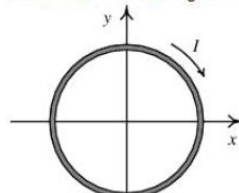
- (A) Passam prótons da barra para A.  
 (B) Passam eletrões da barra para A.  
 (C) Passam eletrões de A para a barra.  
 (D) Passam prótons da barra para A e eletrões de A para a barra.  
 (E) Passam prótons de A para a barra.

10. Coloca-se um pequeno ímã dentro de um campo magnético externo uniforme. Qual será o resultado?

- (A) O ímã roda até que o pólo norte aponte no sentido das linhas do campo externo e o pólo sul no sentido oposto.  
 (B) O ímã roda até que a linha que passa pelos pólos fica perpendicular às linhas do campo externo.  
 (C) O ímã desloca-se no sentido das linhas do campo externo.  
 (D) O ímã desloca-se no sentido oposto das linhas do campo externo.  
 (E) O ímã roda até que o pólo sul aponte no sentido das linhas do campo externo e o pólo norte no sentido oposto.

Resposta: **A** 2. Carrega-se um condensador e logo deixa de uma resistência. Com que fracção da diferença de potencial inicial ficará o condensador, após um tempo igual a 2 constantes de tempo? Resposta =  $\exp(-n^\circ\_constantes\_tempo)$

Uma espira circular encontra-se no plano Oxy com centro na origem. Na espira circula corrente com intensidade I, no sentido horário, como mostra a figura, que diminui em função do tempo. Por cima da espira encontra-se outra espira idêntica, paralela e com centro no eixo dos z, em z=2. Qual o sentido da corrente induzida na segunda espira?



Sentido idêntico se a corrente diminui, contrário se aumenta

9. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) O campo elétrico na superfície de um condutor isolado é nulo.  
 (B) Dentro de um condutor isolado o campo elétrico é sempre nulo.  
 (C) Se a carga total num condutor isolado for nula a carga superficial será nula.  
 (D) Numa região do espaço, se não existir carga o campo elétrico será nulo.  
 (E) O campo elétrico dentro de uma esfera oca é sempre nulo.

8. Qual das seguintes afirmações sobre o campo magnético é verdadeira?

- (A) As suas linhas de campo são sempre curvas; nunca podem ser rectas.  
 (B) Os seus pontos de equilíbrio podem ser focos.  
 (C) Pode ter pontos de equilíbrio atractivos.  
 (D) É um campo conservativo.  
 (E) Os seus pontos de equilíbrio podem ser centros.

Resposta: **E**

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{K r^2} \quad E_{\text{pontual}} = \frac{k|q|}{K r^2} \quad U_e = qV \quad \frac{m}{2} v^2 + qV = \frac{m}{2} v_0^2 + qV_0 \quad P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta U_e}{\Delta t} \quad \varepsilon = \frac{\Delta U_e}{e}$$

$$\Delta V_{\text{gerador}} = \varepsilon - rI \quad \Delta V_{\text{recetor}} = \varepsilon + rI \quad R = \rho \frac{L}{A} \quad R = R_{20} (1 + \alpha_{20}(T - 20)) \quad C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \boxed{\Delta U_e = \Delta V \Delta Q}$$

$$C_{\text{plano}} = \frac{KA}{4\pi kd} \quad C_{\text{esfera}} = \frac{KR}{k} \quad V_{\text{max}} = E_{\text{max}} d \quad C_{\text{cond.esferico}} = \frac{KR_1 R_2}{k(R_2 - R_1)}$$

$$E_{\text{condensador plano}} = (4 \cdot \pi \cdot k \cdot |Q|) / (K \cdot A)$$

$$\text{Potencial esfera condutora } V = kQ / (K \cdot R)$$

$$\int_A^B E ds = V_A - V_B$$

$$E = \begin{cases} \frac{kQ}{K r^2} & , R_1 < r < R_2 \\ 0 & , r < R_1 \text{ ou } r > R_2 \end{cases}$$

Campo elétrico de uma carga num condensador esférico

Para esfera condutora ou isoladora o raciocínio é igual, a condição em cima é  $r > R$  e em baixo  $r < R$

**Condensadores em série:** Carga mantém-se, d.d.p soma-se, capacidade calcula-se como resistências em paralelo

**Condensadores em paralelo:** Carga soma-se, d.d.p mantém-se, capacidade calcula-se como resistências em série

$$\text{Energia armazenada num condensador } E = 0.5 \cdot Q \cdot \Delta V = 0.5 \cdot C \cdot d.d.p^2 = 0.5 \cdot Q \cdot d.d.p$$

### Método das malhas

- Definem-se as correntes de malha, neste caso  $i_1, i_2$  e  $i_3$ , todas no mesmo sentido.
- Cria-se a matriz R:  
 $R_{ii} = +$  soma de todas as resistências na malha  $i$ ;  
 $R_{ij} = -$  soma de todas as resistências na fronteira entre as malhas  $i$  e  $j$ ;
- Cria-se a matriz  $\varepsilon$ :  
 $\varepsilon_{i,1} =$  soma algébrica das fem na malha  $i$ .  
 $+$  se produzir corrente no sentido arbitrado para  $i$ ;  
 $-$  se produzir corrente no sentido contrário para  $i$ ;
- Resolve-se o sistema:  $R \cdot i = \varepsilon$ .  
Onde  $i$  são as correntes do sistema, logo  $i = R^{-1} \cdot \varepsilon$
- Encontram-se as correntes reais  $I_1, I_2$  e  $I_3$ .  
Na fronteira entre duas malhas há que somar as correntes das duas malhas.

**Alternativa ao método das malhas: Método da sobreposição.** Havendo mais que uma fonte, considerar apenas uma fonte de cada vez (as outras em curto-circuito), aplicar método das malhas e tirar valores de  $I$ . No fim somam-se os  $I$  correspondentes das várias aplicações (atenção aos sentidos)

### Circuitos com condensadores:

- $t(\text{inicial})$ :  $Q(\text{condensador}) = 0$  (descarregado), d.d.p = 0 e  $I$  pode ter qualquer valor (equivalente a um curto-circuito)
- $t(\text{intermédio})$ : estado de transição (d.d.p  $\neq 0$ ,  $I \neq 0$ ), o condensador é considerado uma fonte ideal com f.e.m =  $Q/C$
- $t(\text{final})$ : estado estacionário ( $Q$  aumenta e por isso d.d.p aumenta até d.d.p máxima, onde a carga deixa de aumentar  $\rightarrow \Delta Q = 0$  logo  $I = 0$ , mas d.d.p  $\neq 0$ ; equivalente a um interruptor aberto)

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{-2k_m I_i (y - y_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right] \hat{i} + \sum_{i=1}^n \left[ \frac{2k_m I_i (x - x_i)}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \right] \hat{j}$$

$$E_x = \sum_{i=1}^n \frac{k q_i (x - x_i)}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{3/2}} \quad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = \sum_{i=1}^n \frac{k q_i (y - y_i)}{[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{3/2}} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad E_s = -\frac{dV}{ds} \quad V = \sum_{i=1}^n \frac{k q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

$$\Phi = A E \cos \theta \quad \Phi(\text{S fechada}) = 4\pi k q_{\text{int}} = \vec{E} \cdot \hat{n} \Delta A \quad \text{Maneiras de calcular o fluxo elétrico}$$

$$E_{\text{plano}} = \frac{2\pi k \sigma}{\text{NOTA3}} \quad E_{\text{fio}} = \frac{2k\lambda}{R} \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} \quad V = -\int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{F} = L \vec{I} \times \vec{B} \quad \vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} \quad \vec{m} = A I \hat{n} \quad r = \frac{mv}{qB} \quad \omega = \frac{qB}{m} \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$F_{\text{fios retos}} = \frac{2k_m L I_1 I_2}{r} \quad B_{\text{fio reto}} = \frac{2k_m I}{r} \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = 4\pi k_m I_{\text{int}} \quad \Psi = AB \cos \theta \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}$$

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B} \quad \varepsilon_i = L |\vec{v} \times \vec{B}| \quad \varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt} \quad \Phi = LI \quad V_{\text{max}} = NBA\omega \quad \Phi_2 = -MI_1 \quad \varepsilon_2 = M \frac{dI_1}{dt}$$

**Circuitos com indutores:**  $t(\text{inicial})$ : d.d.p  $\neq 0$ ,  $I = 0$ , equivalente a um interruptor aberto;  
 $t(\text{infinito})$ : estado estacionário,  $I \neq 0$  e constant, d.d.p = 0, equivalente a um curto-circuito

**Pontos de equilíbrio num retrato de fase (V,E):** Mínimo local de  $V(x,y)$  = centro de  $V$  e nó atrativo de  $E$  (ponto de carga negativa); Máximo local de  $V(x,y)$  = centro de  $V$  e nó repulsivo de  $E$  (ponto de carga positiva); Ponto de sela de  $V$  e  $E$  (ponto onde o campo é nulo e não há carga)