Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

1. a)

$E(X_A) = \sum X_A \times p(A) = 0.1 \times 0 + \cdots + 0.15 \times 4 = 2.1$

$Var(X_B) = \sum (X_A - E(A))^2 p(A) = 0.1(0-2.1)^2 + \cdots + 0.15(4-2.1)^2$

$= 1.29 = 1.14^2$

$E(X_B) = \sum X_B \, p(B) = 0.32 \times 0 + \cdots + 0.23 \times 4 = 1.84$

$Var(X_B) = \sum (X_B - E(X_B))^2 p(B) = (0-1.84)^2 \times 0.32 + \cdots + (4-1.84)^2 0.23$

$= 2.56 = 1.6^2$

A equipa A parece ser mais adequada. Embora a média seja superior apresenta menor variabilidade.

Note que $P(X_A > 3) = 0.3$ e $P(X_B > 3) = 0.4$

b)

$t_A = 3h$ t: tempo de correção por erro
$t_B = 2h$ T: tempo de correção por 1000 linhas de código

$T_A = t_A \cdot X_A = 3X_A$ $E(T_A) = 3 \times E(X_A) = 6.3$
$Var(T_A) = 3^2 \, Var(X_A) = 11.61 = 3.41^2$

$T_B = t_B X_B = 2X_B$ $E(T_B) = 2E(X_B) = 3.68$
$Var(T_B) = 2^2 \, Var(X_B) = 10.25 = 3.2^2$

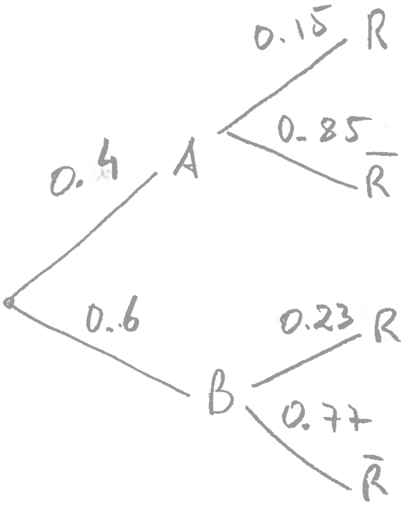
Tendo em conta a nova informação seria melhor optar pela equipa B porque além de apresentar menor média também apresenta menor variabilidade

Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia

FEUP

1c)



$$P(A/R) = \frac{P(A) \times P(R/A)}{P(A) \times P(R/A) + P(B) \times P(R/B)} =$$

$$= \frac{0.4 \times 0.15}{0.4 \times 0.15 + 0.6 \times 0.23} = 0.3030$$

Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia

FEUP

2. $X_A \sim N(\mu = 137, \sigma = 69)$ $\quad X_B \sim U(a,b)$

$E(X_B) = 137$

$Var(X_B) = 69^2$

a)

$$\frac{a+b}{2} = 137 \Leftrightarrow a = 137 \times 2 - b$$

$$\frac{1}{12}(b-a)^2 = 69^2 \Leftrightarrow (b - 137 \times 2 + b) = \sqrt{69^2 \times 12}$$

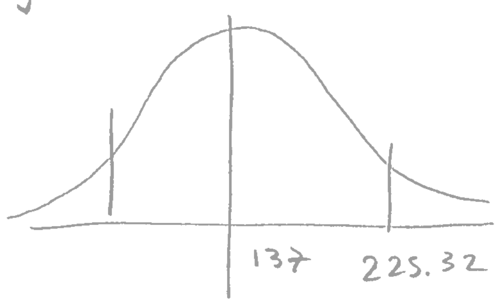
$$\Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{69^2 \times 12} + 137 \times 2}{2} = 256.51$$

$$a = 17.49$$

b) $P(X_A > x) = 0.1$ $\quad z(\alpha = 0.1) = 1.28$

$$P\left(z > \frac{x - 137}{69}\right) = 0.9$$

$$\frac{x - 137}{69} = 1.28 \Leftrightarrow x = 225.32 \quad]-\infty, +225.32]$$



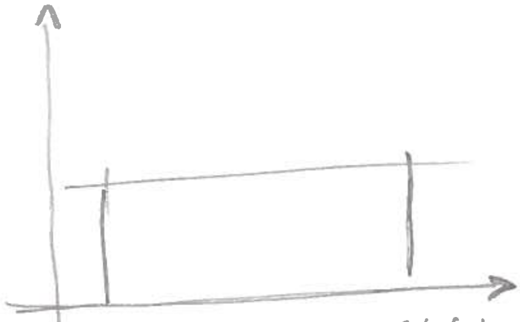
Por simetria

$$137 - (225.32 - 137) = 48.68$$

$$[48.68, +\infty[$$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

2 c)



$$P(x_B > 150) = 1 - \frac{150 - 17.49}{256.51 - 17.49} = 0.45$$

y: nº de dias com chuva > 150 por semana

$y \sim B(N=7,\ p=0.45)$

$P(y \geq 4) = P(4) + P(5) + P(6) + P(7) =$

$= 0.2388 + 0.1172 + 0.032 + 0.0037$ (Pela tabela)

$= 0.3917$

d) $P\left(\sum^{50} x_B > \sum^{50} x_A\right) = P\left(\sum x_B - \sum x_A > 0\right)$

$S = \sum x_A - \sum x_B \sim N$ pelo TLC temos dois $\sum \sim N$ logo S é a diferença de duas N pelo que também será N

$E(S) = 50\,E(B) - 50\,E(A) = 0$

Como S é simétrica $P(S > 0) = 0.5$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

3 a) Vamos considerar as amostras emparelhadas

$\Delta = X_R - X_M$

$\{5, 5, 1, 2, 1, 2, -1, -2, -1, -1, -3\}$

$E(\Delta) = \frac{\Sigma \Delta}{n} = 0.727$

$Var(\Delta) = \frac{\Sigma(\Delta - E(\Delta))^2}{n} = 7.018 = 2.649^2$

$H_0 : \mu_\Delta = 0$ Vamos admitir que $\Delta \sim N$
$H_1 : \mu_\Delta \neq 0$

$ET = \frac{X - \mu}{S/\sqrt{N}} \sim t_{N-1}$ $ET = \frac{0 - 0.727}{2.649/\sqrt{11}} = -0.910$

$t_{10}(\alpha = 2.5) = 2.228$

$\Rightarrow$ não rej H_0

pelas tabelas $0.15 < Vp < 0.20$ $\times 2$

b) $H_0 : \sigma^2 \geq 6^2 = 36$ $\left]-\infty, \frac{(N-1)s^2}{\underset{\underset{3.94}{\shortparallel}}{\chi^2(1-\alpha)}}\right]$
$H_1 : \sigma^2 < 6^2 = 36$

$\left]-\infty, \frac{10 \times 7.018}{3.94}\right] =]-\infty, 17.81] \Rightarrow$

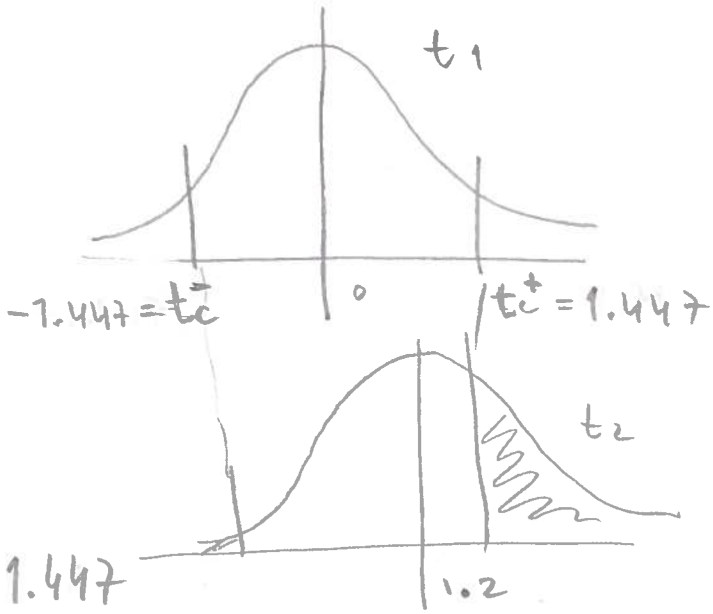
rejeitar H_0

$V.p. \; \chi^2 = \frac{10 \times 7.018}{36} = 3.94$

$Vp < 0.005\%$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

3 c)



$$\frac{t_c - 0}{2.649/\sqrt{11}} = 1.812$$

$$t_c = 1.812 \times \frac{2.649}{\sqrt{11}} = 1.447$$

$$P(t_2 > 1.447) + P(t_2 < -1.447) =$$

$$= \underbrace{P\left(t > \frac{1.447 - 1.2}{2.649/\sqrt{11}} = 0.309\right)}_{\text{entre } 0.35 \text{ e } 0.40} + \underbrace{P\left(t < \frac{-1.447 - 1.2}{\frac{2.649}{\sqrt{11}}} = -3.314\right)}_{< 0.005}$$

$$= P > 0.35$$