Amostragem Aleatória

Distribuições por Amostragem

jlborges@fe.up.pt

Estatística
Aleatoriedade faz parte do dia a dia sendo importante saber tomar decisões na presença de incerteza

Estatística Descritiva
Sintetizar e representar a informação contida num conjunto de dados
- tabelas
- gráficos
- medidas de localização e dispersão

Teoria da Probabilidade
Estudar fenómenos aleatórios
Calcular probabilidade dos diferentes resultados possíveis
Espaço amostral e acontecimentos

Variáveis aleatórias
Organizar resultados de experiências aleatórias
- Função Probabilidade, Função Distribuição
- Tabelas, Gráficos, Parâmetros

Variáveis aleatórias Discretas
Binomial
Binomial Negativa
Hipergeométrica
Poisson

Variáveis aleatórias Contínuas
Uniforme
Exponencial Negativa
Normal
t-student
Qui-quadrado
F

Amostragem
Populações grandes demais para serem analisadas pelo que recorremos à amostragem para caracterizar populações
Precisamos analisar como as estatísticas (de localização e dispersão) variam de amostra para amostra

Parâmetros das Distribuições

Os **parâmetros** desempenham em relação às distribuições **populacionais** um papel idêntico ao que as **estatísticas** desempenham em relação às distribuições **amostrais**

Amostra → **Estatísticas**

variáveis*: variam de amostra para amostra*

População → **Parâmetros**

fixos*: têm sempre o mesmo valor*

Recorremos à amostragem porque o mundo é demasiado vasto para que seja possível analisar populações

Por exemplo:

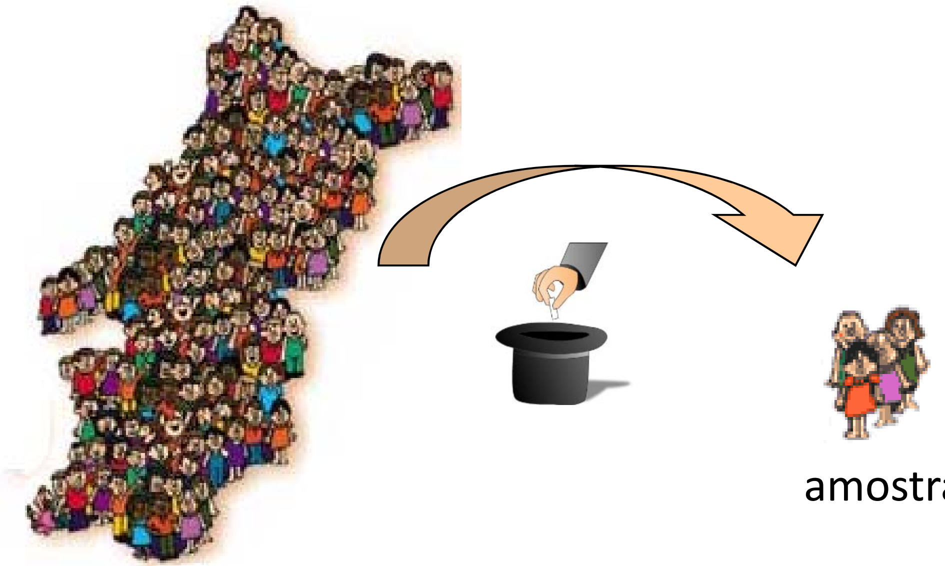
Qual é a distribuição da altura dos portugueses?

Qual é a duração média em km de um pneu de uma determinada marca?

Qual a dimensão da amostra a recolher para que as conclusões sejam credíveis?

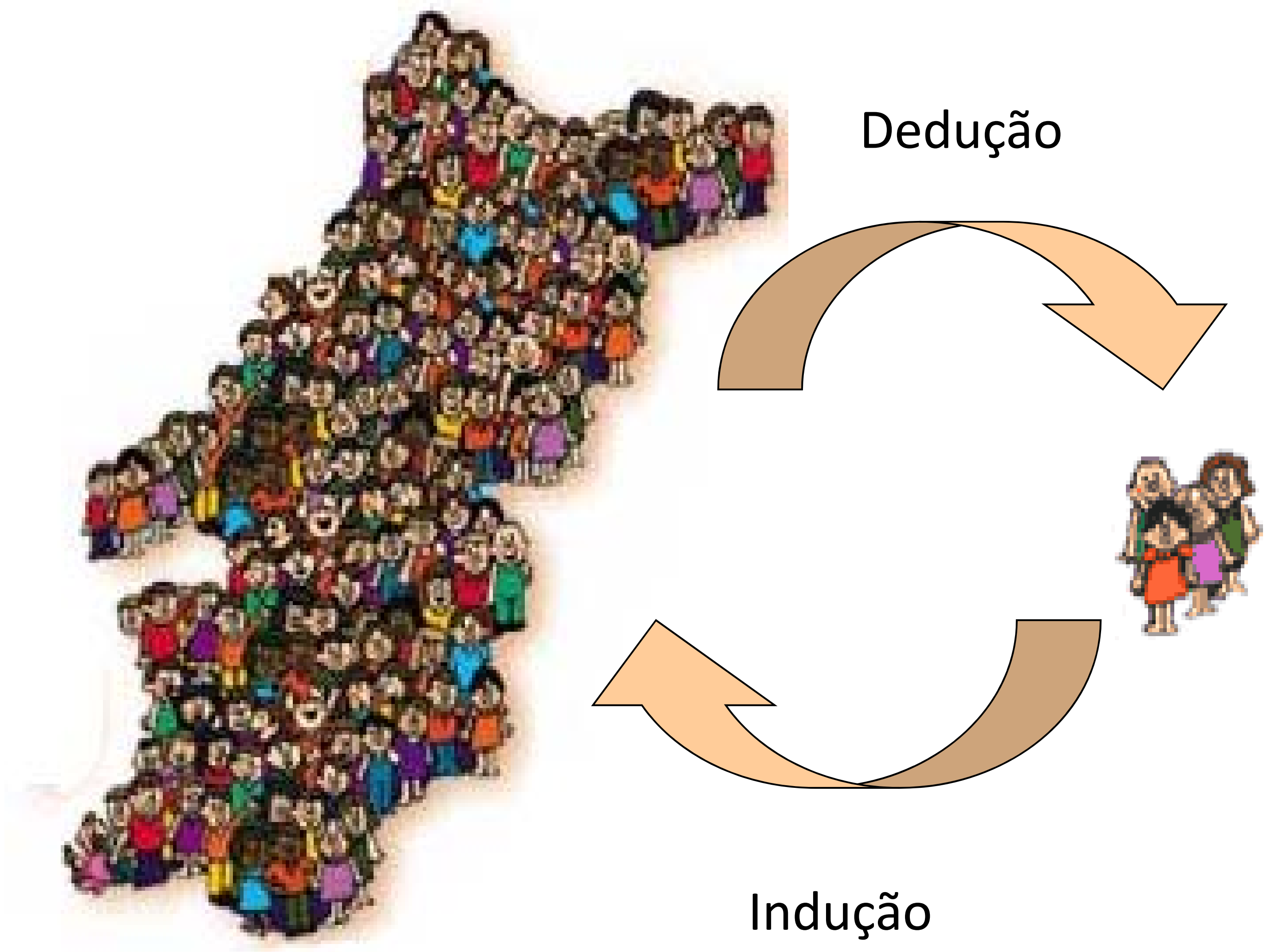
população (ou **universo**) o conjunto de todos os objetos sobre os quais a análise incide

Uma **amostra** corresponde a um subconjunto da população



amostra

jlborges@fe.up.pt



A **QUALIDADE** da amostra é tão importante como o seu tamanho

(exemplo da eleição do Roosevelt)

É necessário que as amostras sejam selecionadas de acordo com **processos probabilísticos**

Amostragem Aleatória: Todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de ser incluídos na amostra


BUT THEY WERE SELECTED RANDOMLY

jlborges@fe.up.pt

Seja **Y** a variável aleatória (discreta) que traduz uma característica de um elemento da população (finita) selecionado ao acaso

para uma amostra de N elementos

Y1	Y2	Y3	...	...	YN

esta é **aleatória** se

$$\boxed{\forall y : p_{Y_1}(y) = p_{Y_2}(y) = \cdots = p_{Y_N}(y) = p_Y(y)}$$

todos os elementos da população tem igual probabilidade de ser selecionados
e de ser o 1º, o 2º ou o último

jlborges@fe.up.pt

Exemplo, ao lançar 6 vezes um dado

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6

A probabilidade de $P(Y1=4)$

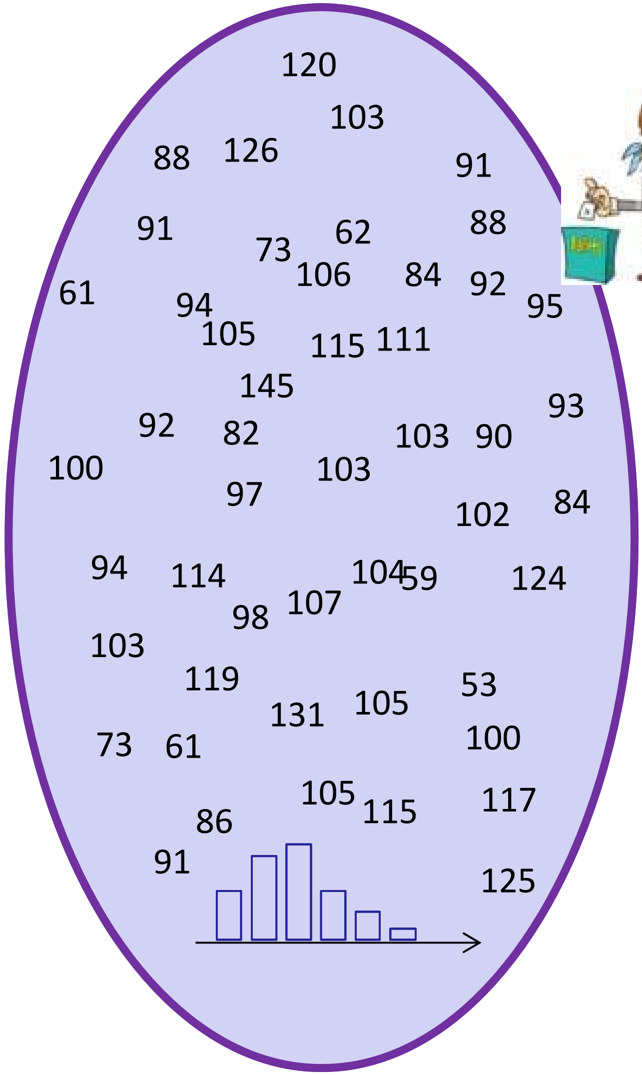
é igual à de $P(Y2=4)$

ou à de $P(Y6=4)$

Cada elemento da amostra é selecionado de acordo com uma função de probabilidade (distribuição)

Que valores pode tomar, por exemplo, Y6?

População



Uma amostra de n=5

? **?** **?** **?** **?**

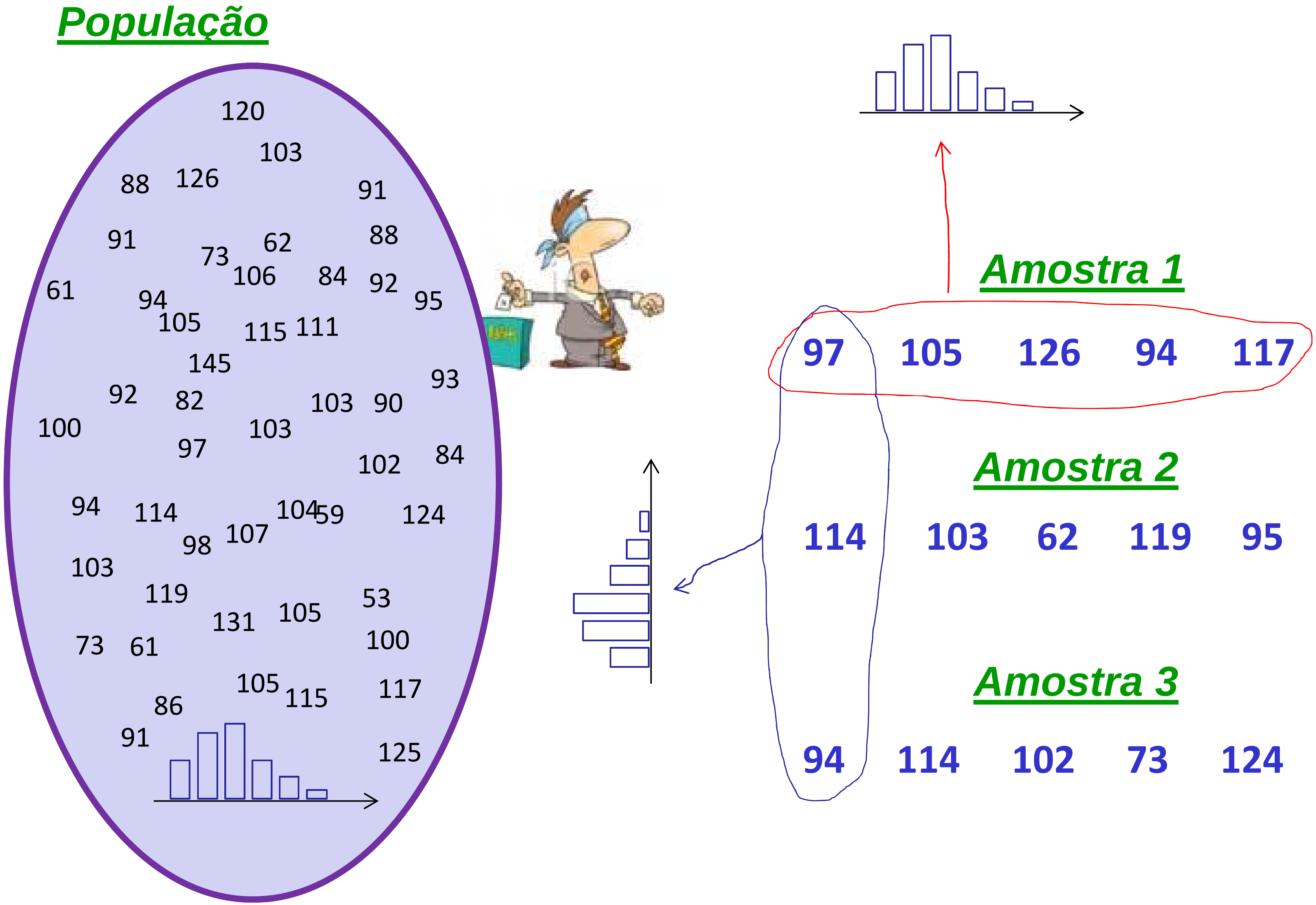
97 **105** **126** **94** **117**

Qual vai ser o primeiro valor?

E o segundo? Qual a distribuição?

Cada valor é retirado de acordo com as probabilidades da distribuição original!

jlborges@fe.up.pt



Uma **amostra é aleatória**

se todos os elementos da população tem igual probabilidade de serem escolhidos

Uma amostra é **aleatória simples**

se a seleção de um elemento não influencia a probabilidade de seleção do elemento seguinte (**independentes**)

(**Com reposição ou população infinita**)

$$\boxed{\forall y_1, y_2, \cdots, y_N : p_{Y_1 Y_2 \cdots Y_N}(y_1, y_2, \cdots, y_N) = p_Y(y_1) \cdot p_Y(y_2) \cdot \cdots \cdot p_Y(y_N)}$$

Enquanto que os

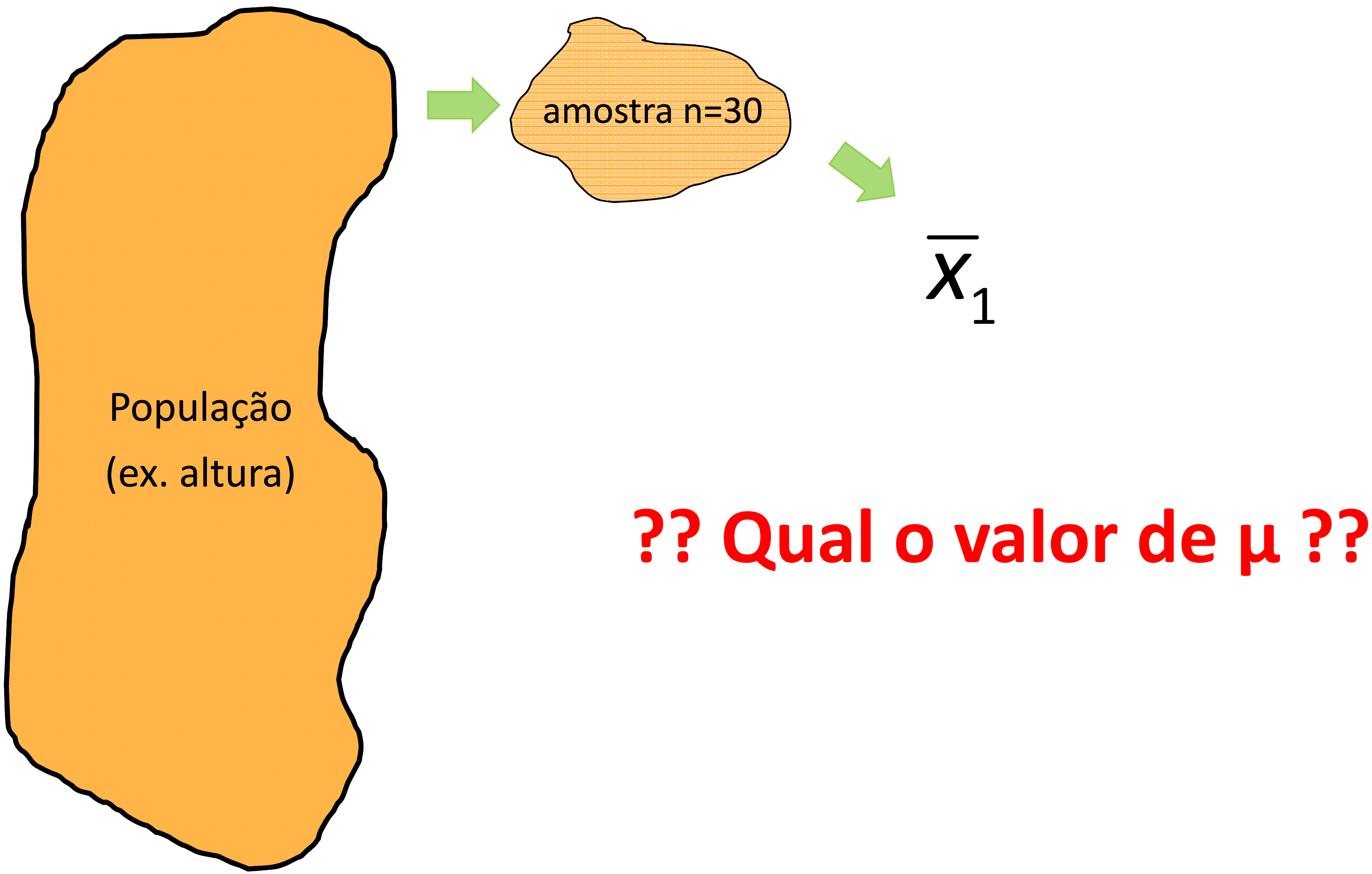
parâmetros de uma variável definida sobre uma dada população são **fixos**,

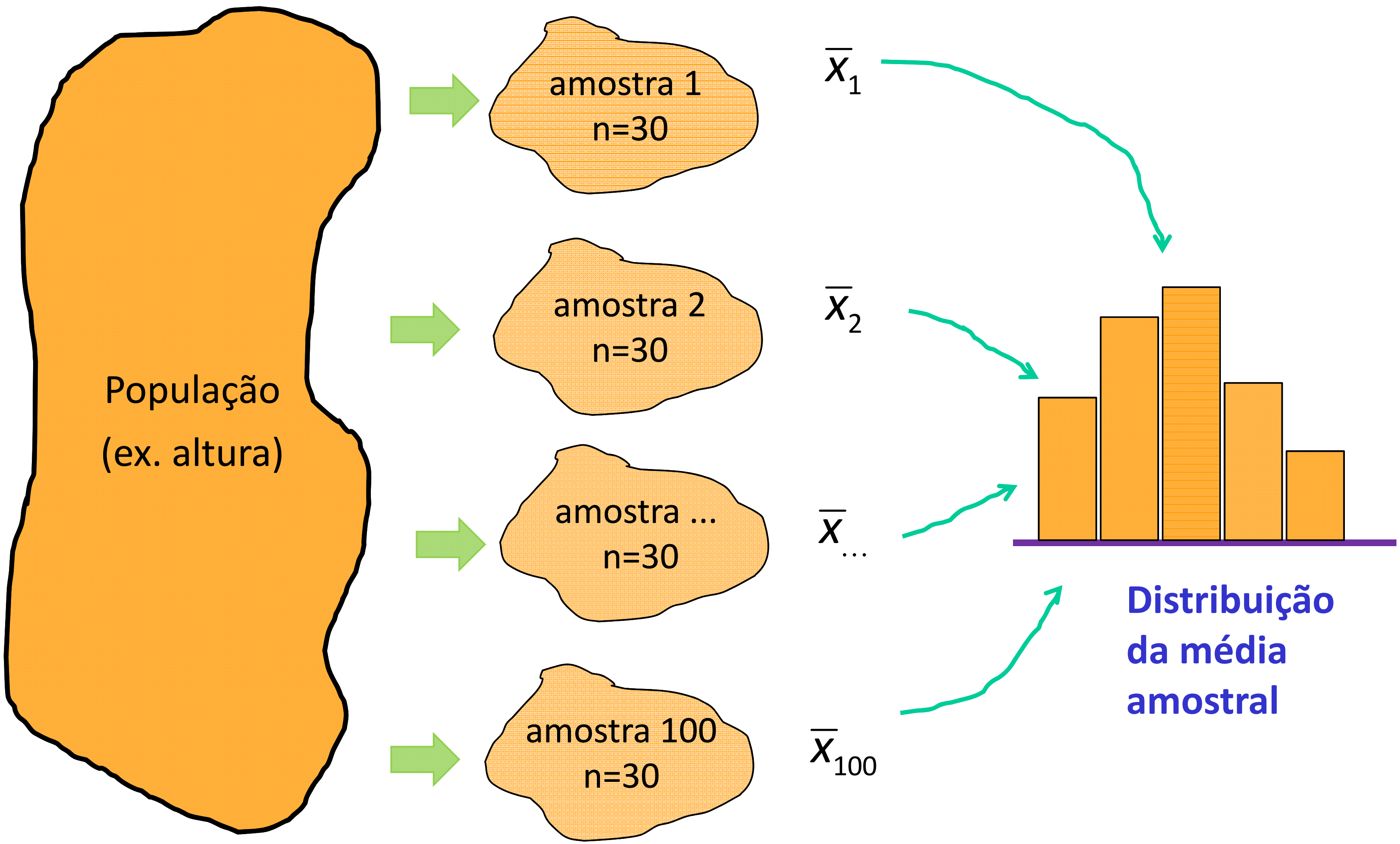
as **estatísticas variam** de uma amostra para outra

Interessa definir as distribuições das estatísticas - **distribuições por amostragem**

Questão central:

- a média da população é desconhecida!
- recolho uma amostra e calculo a sua média *(que vai ser diferente da média da população!)*
- como posso usar essa média da amostra para caracterizar a média da população?
- para isso é preciso saber que valores a média da amostra pode tomar, isto é, **caraterizar a distribuição da média da amostra**.


População
(ex. altura)
amostra n=30
$\overline{x}_1$
?? Qual o valor de μ ??

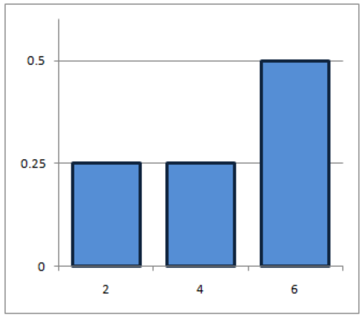

População
(ex. altura)
amostra 1
n=30
amostra 2
n=30
amostra ...
n=30
amostra 100
n=30
$\overline{X}_1$
$\overline{X}_2$
$\overline{X}_{\dots}$
$\overline{X}_{100}$
Distribuição
da média
amostral

Exemplo: *(caracterizar a distribuição da média amostral)*

Considere-se a seguinte população com 4 elementos

Y: { 2, 4, 6, 6 }

y	$p_Y(y)$
2	1/4
4	1/4
6	1/2



Média e variância da população (variável original)

$$\mu_y = 2\cdot\frac{1}{4} + 4\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = 4.5$$

$$\sigma_y^2 = 2.5^2\cdot\frac{1}{4} + 0.5^2\cdot\frac{1}{4} + 1.5^2\cdot\frac{1}{2} = 2.75$$

Exemplo (cont.)

Vamos definir a **distribuição da média amostral** para amostras de dimensão 2 obtidas por um processo aleatório sem reposição

Todas as amostras de N=2 que se podem extrair de { 2 , 4, 6 , 6 }

Amostra	$\bar{y}$	Prob. de ocorrência
2,4	3	$1/4 \cdot 1/3 = 1/12$
2,6	4	$1/4 \cdot 2/3 = 2/12$
4,2	3	$1/4 \cdot 1/3 = 1/12$
4,6	5	$1/4 \cdot 2/3 = 2/12$
6,2	4	$2/4 \cdot 1/3 = 2/12$
6,4	5	$2/4 \cdot 1/3 = 2/12$
6,6	6	$2/4 \cdot 1/3 = 2/12$

média de cada amostra

jlborges@fe.up.pt

Exemplo (cont.)

Cálculo da respetiva média e variância da variável '**média amostral**'

$\bar{y}$	$p_{\bar{Y}}(\bar{y})$
3	1/12 + 1/12 = 1/6
4	2/12 + 2/12 = 1/3
5	2/12 + 2/12 = 1/3
6	2/12 = 1/6

Probabilidade uma amostra de n=2 retirada da população {2,4,6,6} ter média = 3

Todas as amostras

Ams	$\bar{y}$	Prob.
2,4	3	1/4 · 1/3 = 1/12
2,6	4	1/4 · 2/3 = 2/12
4,2	3	1/4 · 1/3 = 1/12
4,6	5	1/4 · 2/3 = 2/12
6,2	4	2/4 · 1/3 = 2/12
6,4	5	2/4 · 1/3 = 2/12
6,6	6	2/4 · 1/3 = 2/12

A variável **média amostral** representa os valores (e as respetivas probabilidades) que podemos obter para a média das amostras de n=2.

jlborges@fe.up.pt

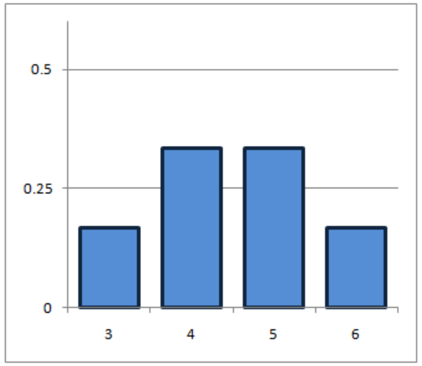
Exemplo (cont.)

Cálculo da respetiva média e variância da variável '**média amostral**'

$\bar{y}$	$p_{\bar{Y}}(\bar{y})$
3	1/6
4	1/3
5	1/3
6	1/6

$$\mu_{\bar{y}} = 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 4.5$$

$$\sigma^2_{\bar{y}} = 1.5^2 \cdot \frac{1}{6} + 0.5^2 \cdot \frac{1}{3} + 0.5^2 \cdot \frac{1}{3} + 1.5^2 \cdot \frac{1}{6} = 0.917$$



Nota: o desvio padrão da distribuição por amostragem de uma estatística é designado por **erro padrão**

jlborges@fe.up.pt

Exemplo (...) E para amostras **COM** reposição?

y	p_Y (y)
2	1/4
4	1/4
6	1/2

$\mu_y = 4.5$

$\sigma_y^2 = 2.75$

Todas as amostras possíveis

Y1	Y2	Prob da amostra	Média
2	2	1/4 x 1/4	2,0
2	4	1/4 x 1/4	3,0
2	6	1/4 x 1/2	4,0
4	2	1/4 x 1/4	3,0
4	4	1/4 x 1/4	4,0
4	6	1/4 x 1/2	5,0
6	2	1/2 x 1/4	4,0
6	4	1/2 x 1/4	5,0
6	6	1/2 x 1/2	6,0

Distribuição da média amostral

Y=(Y1+Y2)/2	P(Y)
2	1/16
3	2/16
4	5/16
5	4/16
6	4/16

$$\mu_{\bar{y}} = 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{2}{16} + \cdots + 6 \cdot \frac{4}{16} = 4.5$$

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = (2-4.5)^2 \cdot \frac{1}{16} + \cdots + (6-4.5)^2 \cdot \frac{4}{16} = 1.375$$

A **média amostral é uma variável**!

(a média obtida varia de de amostra para amostra)

Vamos agora, para o caso geral, caraterizar essa variável:

Média
Variância
Forma da distribuição

Valor esperado da média amostral

Definição de média: $\boxed{\overline{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} X_n}$

$$E(\overline{X}) = E\left(\frac{1}{N} \cdot \sum X_n\right) = \frac{1}{N} \cdot E\left(\sum X_n\right) = \frac{1}{N} \cdot \sum E(X_n) = \frac{1}{N} \cdot \sum E(X) = \frac{1}{N} \cdot N \cdot E(X) = E(X)$$

Valor esperado da média amostral: $\boxed{E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu_X}$

Interpretação:

Os valores das médias das amostras variam em torno de μ

jlborges@fe.up.pt

Exemplo

Variável Original

y	p_Y (y)
2	1/4
4	1/4
6	1/2

$$\mu_y = 2\cdot\frac{1}{4} + 4\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = 4.5$$

=

Média de amostras de N=2 (sem reposição)

$\overline{y}$	$p(\overline{y})$
3	1/12+ 1/12=1/6
4	2/12+ 2/12=1/3
5	2/12+ 2/12=1/3
6	2/12=1/6

$$\mu_{\overline{y}} = 3\cdot\frac{1}{6} + 4\cdot\frac{1}{3} + 5\cdot\frac{1}{3} + 6\cdot\frac{1}{6} = 4.5$$

jlborges@fe.up.pt

Variância da média amostral

Amostras aleatórias simples (população infinita ou **com** reposição)

$$Var(\overline{X}) = Var\left(\frac{1}{N}\cdot\sum X_n\right) = \frac{1}{N^2}\cdot Var\left(\sum X_n\right) = \frac{1}{N^2}\cdot\sum Var(X_n) = \frac{1}{N^2}\cdot\sum Var(X) = \frac{N}{N^2}\cdot Var(X) = \frac{Var(X)}{N}$$

Variância da média amostral:

$$\boxed{\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{1}{N}\cdot\sigma^2_X}$$

Interpretação:

A variação dos valores das médias das amostras diminui com a dimensão da amostra

jlborges@fe.up.pt

Exemplo (...)

Amostras **COM** reposição de N=2 que se podem extrair de { 2 , 4, 6 , 6 }

y	p_Y (y)
2	1/4
4	1/4
6	1/2

$\mu_y = 4.5$

$\sigma_y^2 = 2.75$

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = \frac{1}{N} \cdot \sigma_Y^2 = \frac{1}{2} \cdot 2.75 = 1.375$$

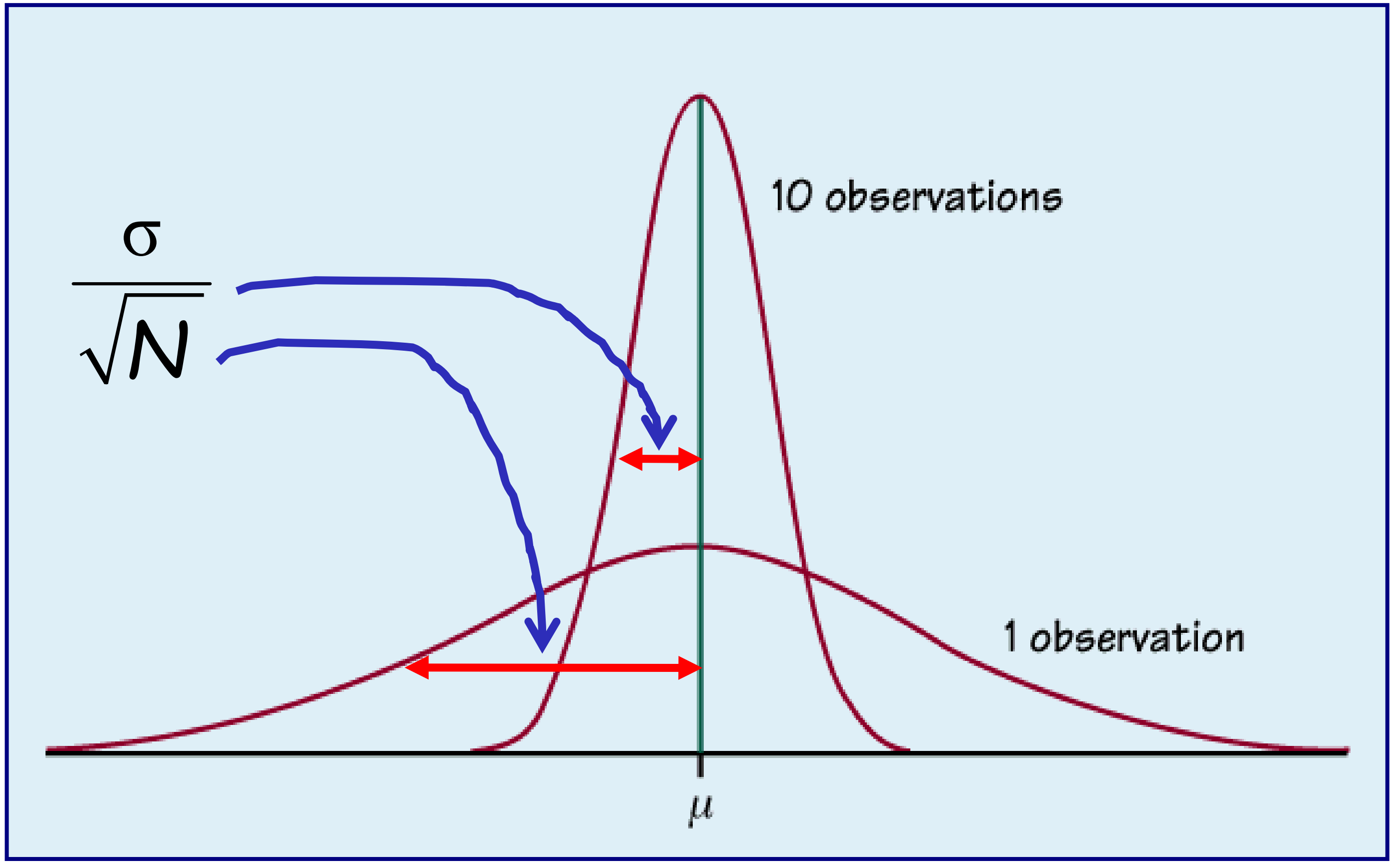
Y=(Y1+Y2)/2	P(Y)
2	1/16
3	2/16
4	5/16
5	4/16
6	4/16

$$\mu_{\bar{y}} = 2 \cdot \frac{1}{16} + 3 \cdot \frac{2}{16} + \cdots + 6 \cdot \frac{4}{16} = 4.5$$

$$\sigma_{\bar{y}}^2 = (2-4.5)^2 \cdot \frac{1}{16} + \cdots + (6-4.5)^2 \cdot \frac{4}{16} = 1.375$$

jlborges@fe.up.pt

Comparação da distribuição da média amostral entre amostras de n=1 e amostras de n=10



jlborges@fe.up.pt

Variância da média amostral

Amostras aleatórias sem serem simples (população finita **sem** reposição)

$$\sigma_{\overline{X}}^2 = \left(\frac{M - N}{M - 1} \right) \cdot \frac{1}{N} \cdot \sigma_X^2$$

M - dimensão da população
N - dimensão da amostra

Fator de correção para populações finitas

$$\left(\frac{\mathrm{M} - \mathrm{N}}{\mathrm{M} - 1} \right) \quad (\text{com} \quad \mathrm{N} \le \mathrm{M})$$

Casos particulares:

- $M \rightarrow \infty$
- N=1
- N=M

Exemplo

Variável Original

y	p(y)
2	1/4
4	1/4
6	1/2

$$\sigma_y^2 = 2.5^2 \cdot \frac{1}{4} + 0.5^2 \cdot \frac{1}{4} + 1.5^2 \cdot \frac{1}{2} = 2.75$$

$$\sigma_{\overline{Y}}^2 = \left(\frac{M-N}{M-1}\right) \cdot \frac{1}{N} \cdot \sigma_Y^2 = \left(\frac{4-2}{4-1}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 2.75 = 0.917$$

Média de amostras de N=2

$\overline{y}$	$p(\overline{y})$
3	1/12+ 1/12=1/6
4	2/12+ 2/12=1/3
5	2/12+ 2/12=1/3
6	2/12=1/6

=

$$\sigma_{\overline{y}}^2 = 1.5^2 \cdot \frac{1}{6} + 0.5^2 \cdot \frac{1}{3} + 0.5^2 \cdot \frac{1}{3} + 1.5^2 \cdot \frac{1}{6} = 0.917$$

A **média amostral é uma variável**!

Características da variável:

Média $$\boxed{E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu_X}$$

Variância $$\boxed{\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{1}{N} \cdot \sigma^2_X}$$

Forma da distribuição ????

Interpretação:

Os valores das médias das amostras variam em torno de μ e a sua variação diminui com a dimensão da amostra

demo:
experimente com a distribuição
normal e para diferentes valores de n

http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/index.html

Forma da distribuição

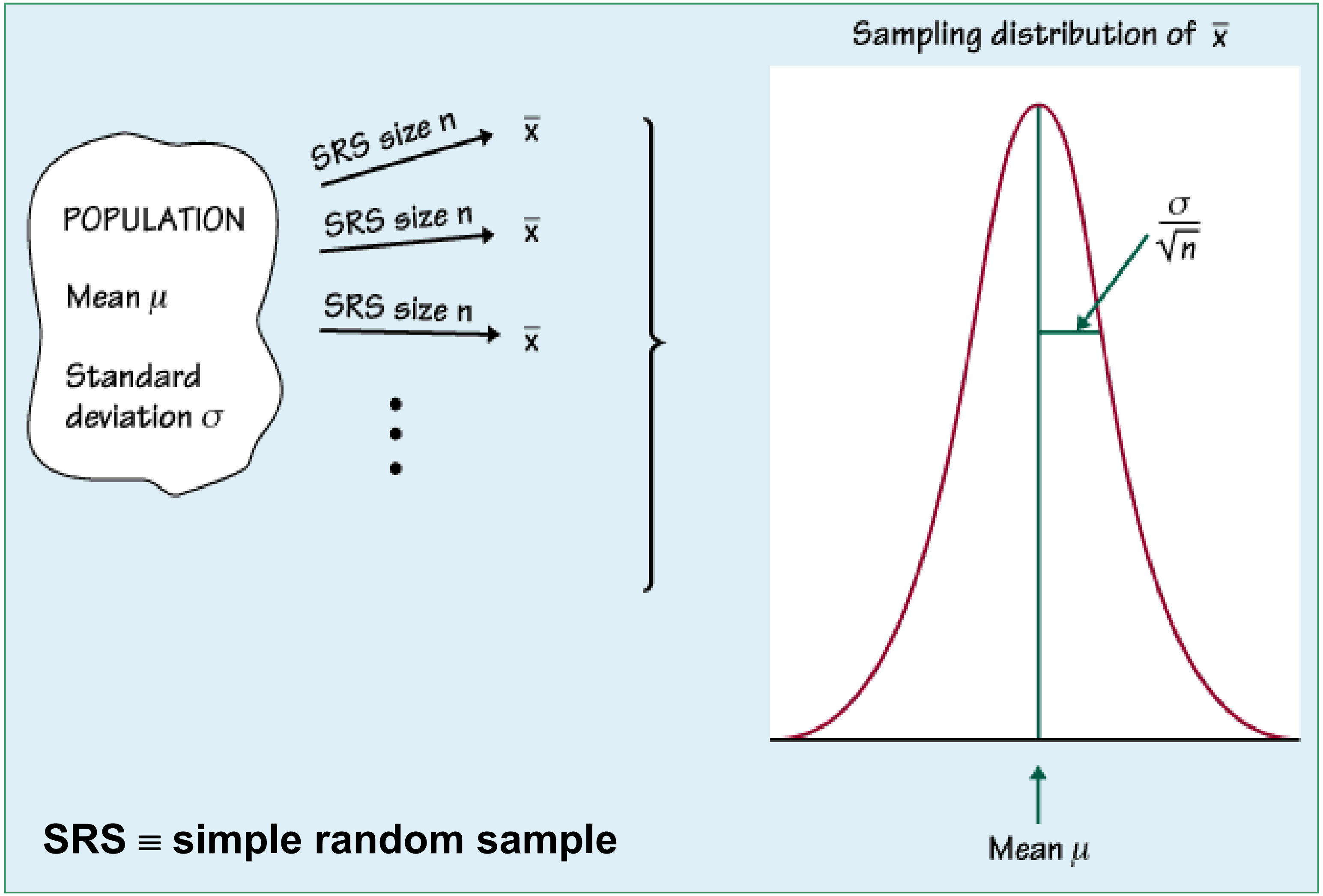
Quando a variável em estudo segue uma distribuição Normal:

A média surge como uma **combinação linear de variáveis aleatórias Normais independentes** e, portanto, é ela própria uma **variável aleatória Normal**.

$$\boxed{\bar{X} \rightarrow N\left(\mu_X, \frac{1}{n} \cdot \sigma_X^2\right)}$$

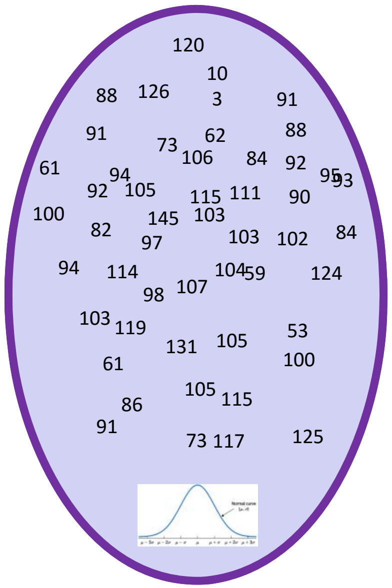
jlborges@fe.up.pt

A distribuição da **média amostral** de uma variável Normal é também uma variável **Normal**!!!

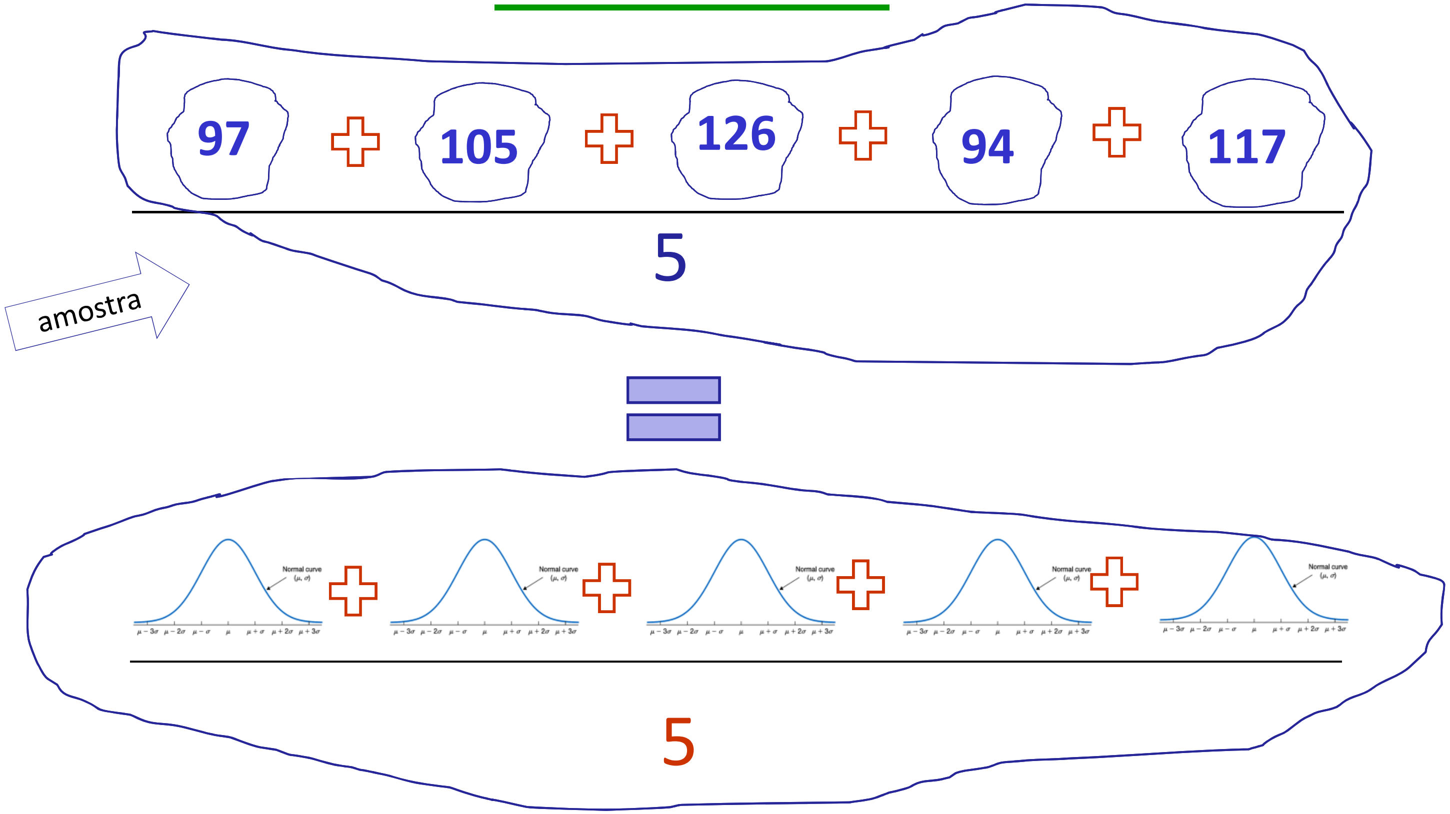


jlborges@fe.up.pt

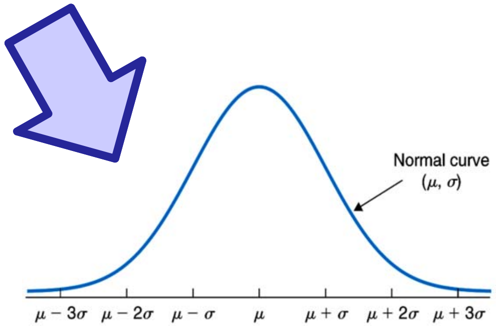
<u>***População***</u>



<u>***Média Amostral***</u>



Para variáveis normais a média amostral é uma combinação linear de variáveis aleatórias Normais



E se a variável em estudo NÃO FOR NORMAL?

E para outras estatísticas, mais complexas do que a média?

jlborges@fe.up.pt

Teorema do Limite Central

Sejam $\mathbf{X_1}$, $\mathbf{X_2}$, …, $\mathbf{X_N}$ variáveis aleatórias independentes com a mesma distribuição (com variância finita)

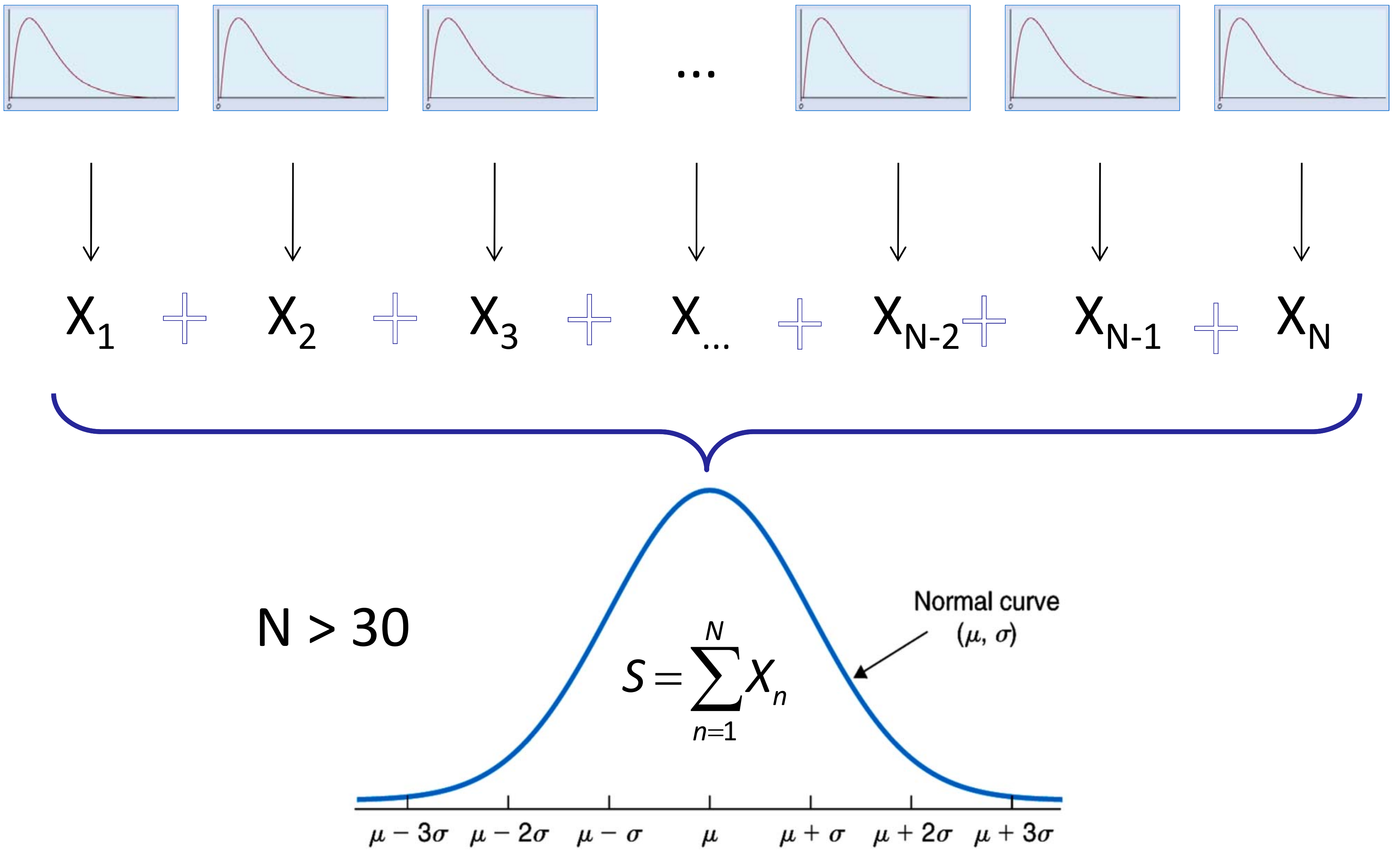
Se **N** for suficientemente grande, a variável aleatória **soma** segue aproximadamente uma **Distribuição Normal** com

$$\mu_S = N \cdot \mu_X \qquad \text{com} \quad S = \sum_{n=1}^{N} X_n$$

$$\sigma_S^2 = N \cdot \sigma_X^2$$

jlborges@fe.up.pt

Teorema do Limite Central



Teorema do Limite Central

Para uma qualquer população com variância finita, a **distribuição da média amostral**, calculada com base numa amostra aleatória simples, **tende para uma distribuição Normal**

$$\boxed{\bar{X} \rightarrow N\left(\mu_X, \frac{1}{n} \cdot \sigma_X^2\right)}$$

demo:
experimente com uma distribuição <u>não simétrica</u>
e para vários valores para n

http://onlinestatbook.com/stat_sim/sampling_dist/index.html

Teorema do limite central - condições de aplicação

- N "suficientemente grande"

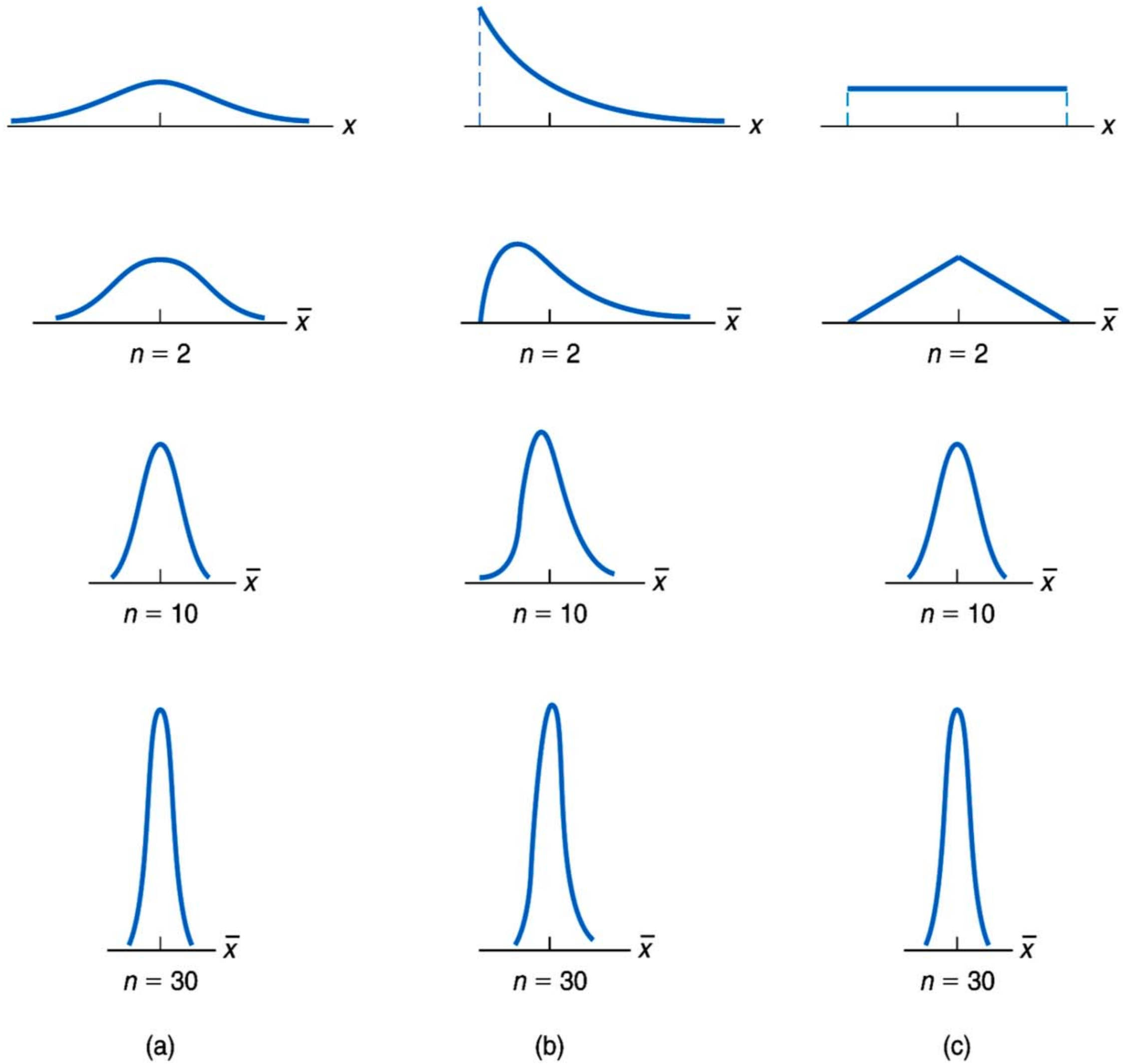
  Distribuição simétrica $N \geq 10$
  Distribuição muito assimétrica $N \geq 50$

- $X_1, X_2, \ldots, X_N$ podem ter distribuições distintas, desde que a contribuição da variância de cada uma delas para a variância da soma seja pequena

- $X_1, X_2, \ldots, X_N$ podem não ser independentes, desde que as correlações entre elas sejam fracas

jlborges@fe.up.pt

Distribuições amostrais para variáveis
(a) Normal, (b) assimétrica, e (c) uniforme



http://www.causeweb.org/repository/statjava/CLTApplet.html

Técnica de monte Carlo

Utilizada quando não é possível obter pela via teórica a forma da distribuição de certa estatística

- Populações infinitas e não-normais

- Amostras de pequena dimensão

- Estatísticas complexas (não-lineares)

Serve para gerar artificialmente amostras, calculando a partir delas valores para a estatística em causa, o que permite fazer suposições quanto à forma da distribuição respetiva

Exemplo

População infinita caracterizada por uma V.A. **X**, que segue uma distribuição exponencial negativa com λ = 10

Qual a distribuição do coeficiente de assimetria amostral para amostras de dimensão n = 5 ?

$$g_1 = \frac{k_3}{s^3} = \frac{N^2}{(N-1)\cdot(N-2)} \cdot \frac{m_3}{s^3}$$

Procedimento experimental

- Gerar uma amostra aleatória constituída por 5 observações de **X** (recorrendo à técnica de monte Carlo)
- Calcular o valor de $\mathbf{g_1}$ para a amostra gerada
- Repetir os passos anteriores **K** vezes
- Caracterizar experimentalmente a distribuição de $\mathbf{g_1}$ (histograma, média, variância, etc.)

Geração de amostras provenientes de uma População com uma distribuição U(0,1)

• Considerar uma urna contendo 10 bolas, numeradas de 0 a 9

(i) retirar uma bola ao acaso

(ii) registar o seu número e repô-la na urna

(iii) repetir sucessivamente os passos anteriores (obtém-se uma série de números equiprováveis e independentes)

(iv) conforme a precisão desejada, constituir sequencialmente números com 1, 2, 3 … algarismos e multiplicá-los por 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, …

Exemplo

0392182746579921 …

0.03 0.92 0.18 0.27 0.46 0.57 0.99 0.21 ...

ou 0.039 0.218 0.274 0.657 0.992

- Tabelas de números aleatórios publicadas
- Processos numéricos incluídos em rotinas standard disponíveis em qualquer linguagem de programação

  - Números pseudo-aleatórios, uma vez que a série obtida depende da **semente** utilizada
  - Retendo a semente pode voltar a obter-se a mesma sequência
  - A sequência gerada não deve entrar rapidamente em ciclo
  - As proporções de cada algarismo ao longo de um ciclo devem ser aproximadamente iguais
  - A ordem pela qual os algarismos são gerados deve ser independentes

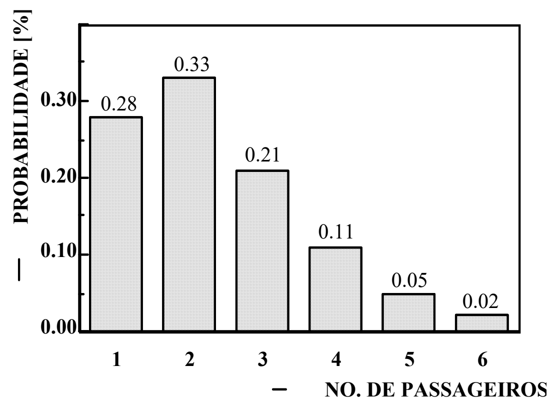
População com uma distribuição qualquer

(i) geração de números aleatórios seguindo uma distribuição U(0,1)

(ii) transformação desses números noutros, igualmente aleatórios, seguindo a distribuição pretendida

Exemplo - população discreta

Admita-se que nos veículos ligeiros que circulam numa certa rua entre as 8.30 e as 9.30 dos dias úteis, o nº de passageiros por veículo, **y**, segue a distribuição representada

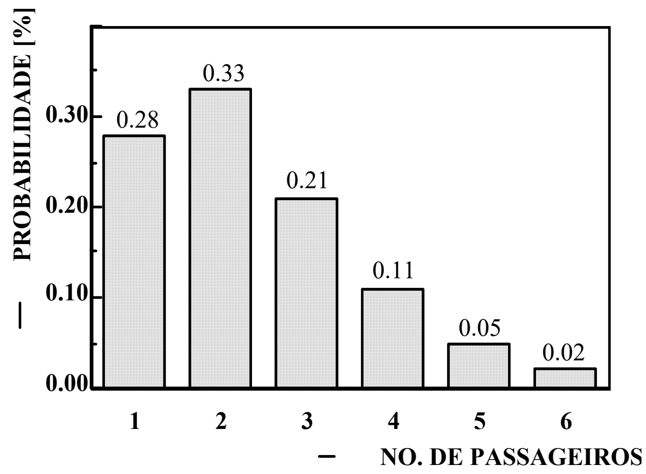


Exemplo

Pretende-se gerar uma amostra aleatória com 6 observações

- Gerar 6 números aleatórios com 2 casas decimais, seguindo uma distribuição U(0,1)

0.97   0.15   0.38   0.12   0.53   0.13



- Transformá-los em nº de passageiros do seguinte modo

$Y_n = 1$, se $0.00 \leq u_n \leq 0.27$

$Y_n = 2$, se $0.28 \leq u_n \leq 0.60$

$Y_n = 3$, se $0.61 \leq u_n \leq 0.81$

$y_n = 4$, se $0.82 \leq u_n \leq 0.92$

$y_n = 5$, se $0.93 \leq u_n \leq 0.97$

$y_n = 6$, se $0.98 \leq u_n \leq 0.99$

5   1   2   1   2   1

Populações contínuas. Exemplos.

U(0,1)	EN(2)
0.598102	0.455778
0.425642	0.277251
0.551042	0.400413
0.199896	0.111507
0.130741	0.070057
0.348003	0.213857
0.240364	0.137458
0.70983	0.618644
0.025483	0.012907
0.915525	1.235648
0.206549	0.115682
0.533799	0.381569
0.200323	0.111774
0.007385	0.003706
0.411817	0.265358

Exponencial Negativa

$$Z \to U(0,1) \quad \textit{então} \qquad x_n = \frac{\ln\left[1/(1-z_n)\right]}{\lambda} \to EN(\lambda)$$

Normal

$$Z_1 \text{ e } Z_2 \to U(0,1) \quad \text{então}$$

$$x_1 = \sqrt{-2\cdot\ln Z_1}\cdot\cos 2\pi Z_2 \mapsto N(0,1)$$

$$x_2 = \sqrt{-2\cdot\ln Z_1}\cdot\text{sen } 2\pi Z_2 \mapsto N(0,1)$$

sendo x_1 e x_2 independentes

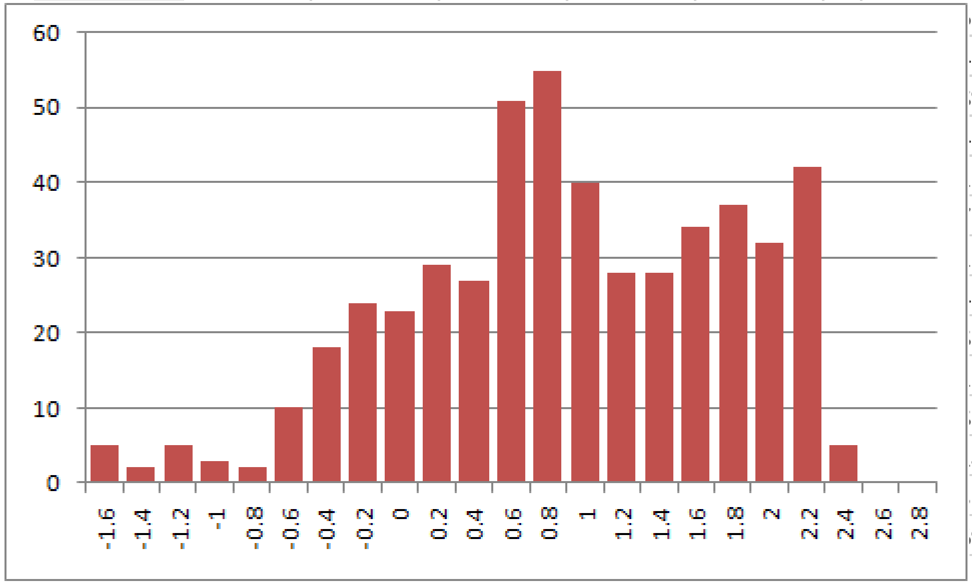
jlborges@fe.up.pt

Exemplo slide 42

Para gerar números aleatórios X→EN(10) tenho que gerar números W → U(0,1) e converter na primeira com a expressão

$$X = \frac{\ln\left[1/(1-W)\right]}{10}$$

	número de acordo com U(0,1)					números convertidos para E(10)					
	W1	W2	W3	W4	W5	X1	X2	X3	X4	X5	C. A. da amostra
amostra 1	0,167793	0,167661	0,95816	0,166137	0,146654	0,018367	0,018351	0,317389	0,018169	0,015859	2,235718718
amostra 2	0,370983	0,433211	0,247873	0,413395	0,709287	0,04636	0,056777	0,028485	0,05334	0,123542	1,709993874
amostra 3	0,544704	0,991418	0,159375	0,262646	0,450998	0,078681	0,475812	0,017361	0,030469	0,059965	2,15013905
amostra 4	0,351012	0,306457	0,957844	0,55638	0,525305	0,043234	0,036594	0,316638	0,081279	0,074508	2,085335949
amostra 5	0,543065	0,31054	0,644967	0,594205	0,482455	0,078321	0,037185	0,103554	0,090191	0,065866	-0,721110039
amostra 6	0,304321	0,502469	0,524293	0,596334	0,965553	0,036287	0,06981	0,074295	0,090717	0,336833	2,086048821
						3	0,110426	0,012158	0,069715	0,018538	1,965881736
						2	0,000374	0,091253	0,097538	0,029756	0,117401205
						9	0,082986	0,151652	0,03498	0,155175	-0,02583377
						5	0,081433	0,049401	0,076441	0,081487	-1,21165952
						7	0,011092	0,050857	0,041851	0,134316	1,077004323
						7	0,034476	0,042889	0,080887	0,047392	0,822319248
						6	0,220038	0,35383	0,11956	0,077691	-0,041546505
						2	0,097146	0,330649	0,02917	0,113984	1,800252832
						5	0,034972	0,025732	0,227549	0,101785	1,008258785
						3	0,049066	0,747848	0,147887	0,028753	2,11317366
						3	0,02061	0,115866	0,294771	0,032282	0,306633012
						8	0,019966	0,108202	0,131156	0,163208	-0,443874249
						2	0,230184	0,308687	0,012609	0,019736	0,296678164
						9	0,321637	0,108414	0,007701	0,123304	1,23781171

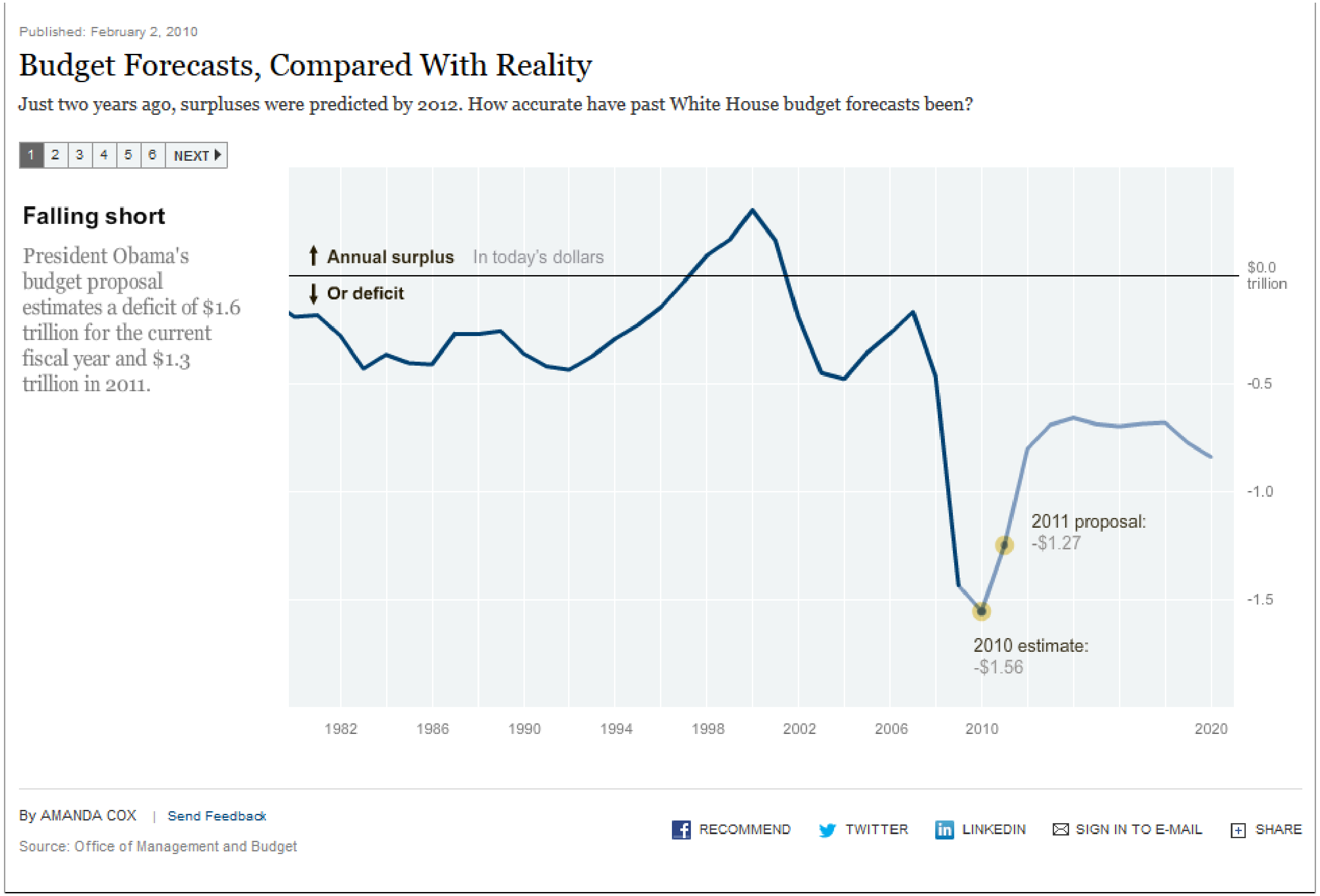


Resultados de Aprendizagem

- Saber explicar porque é que a média amostral é uma variável
- Saber caracterizar a distribuição da variável aleatória 'média amostral'
- Saber gerar números aleatórios de acordo com qualquer distribuição discreta
- Saber gerar números aleatórios de acordo com uma distribuição Normal e de acordo com uma distribuição Exponencial Negativa

Visualização interativa

http://www.nytimes.com/interactive/2010/02/02/us/politics/20100201-budget-porcupine-graphic.html



Published: February 2, 2010

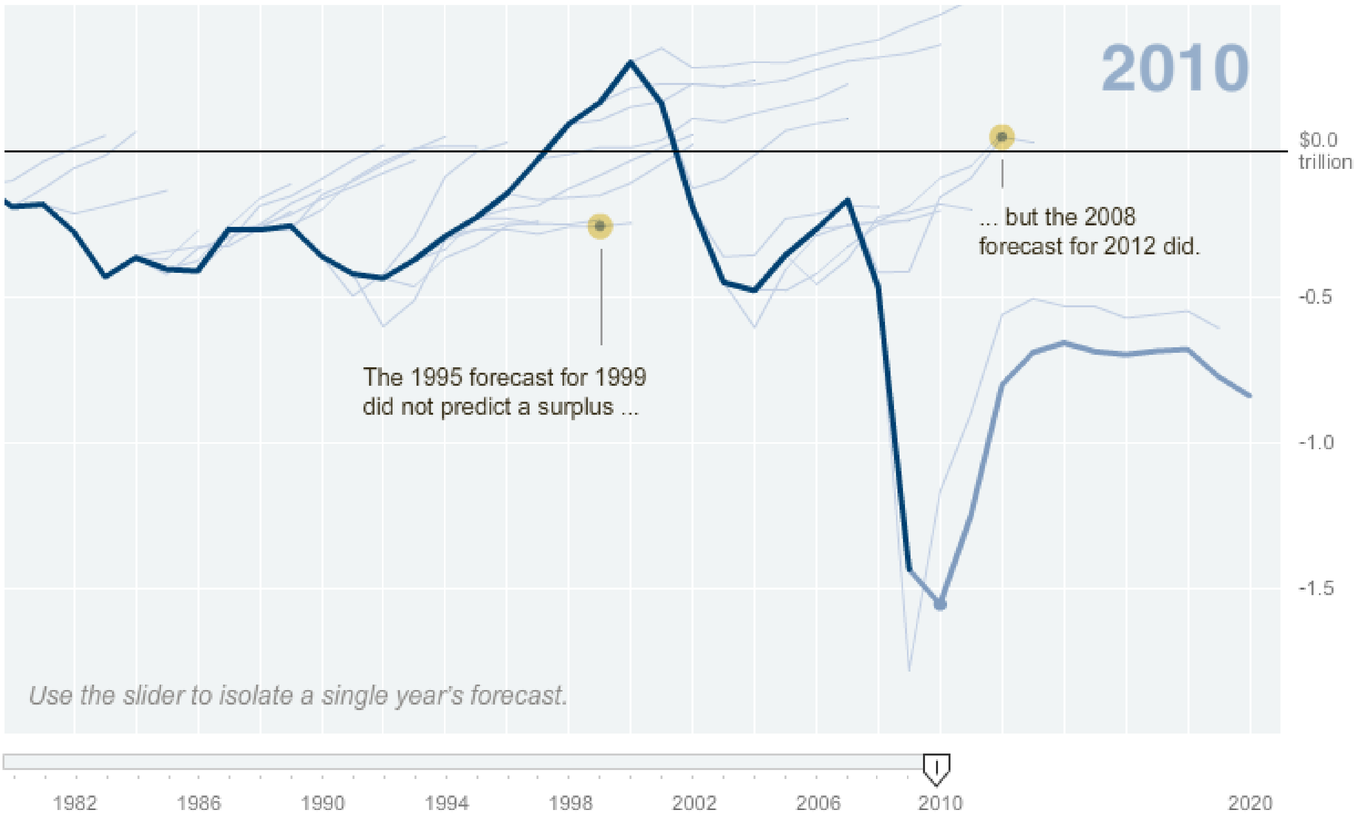
Budget Forecasts, Compared With Reality

Just two years ago, surpluses were predicted by 2012. How accurate have past White House budget forecasts been?

1 2 3 4 5 6 NEXT

Latest forecast

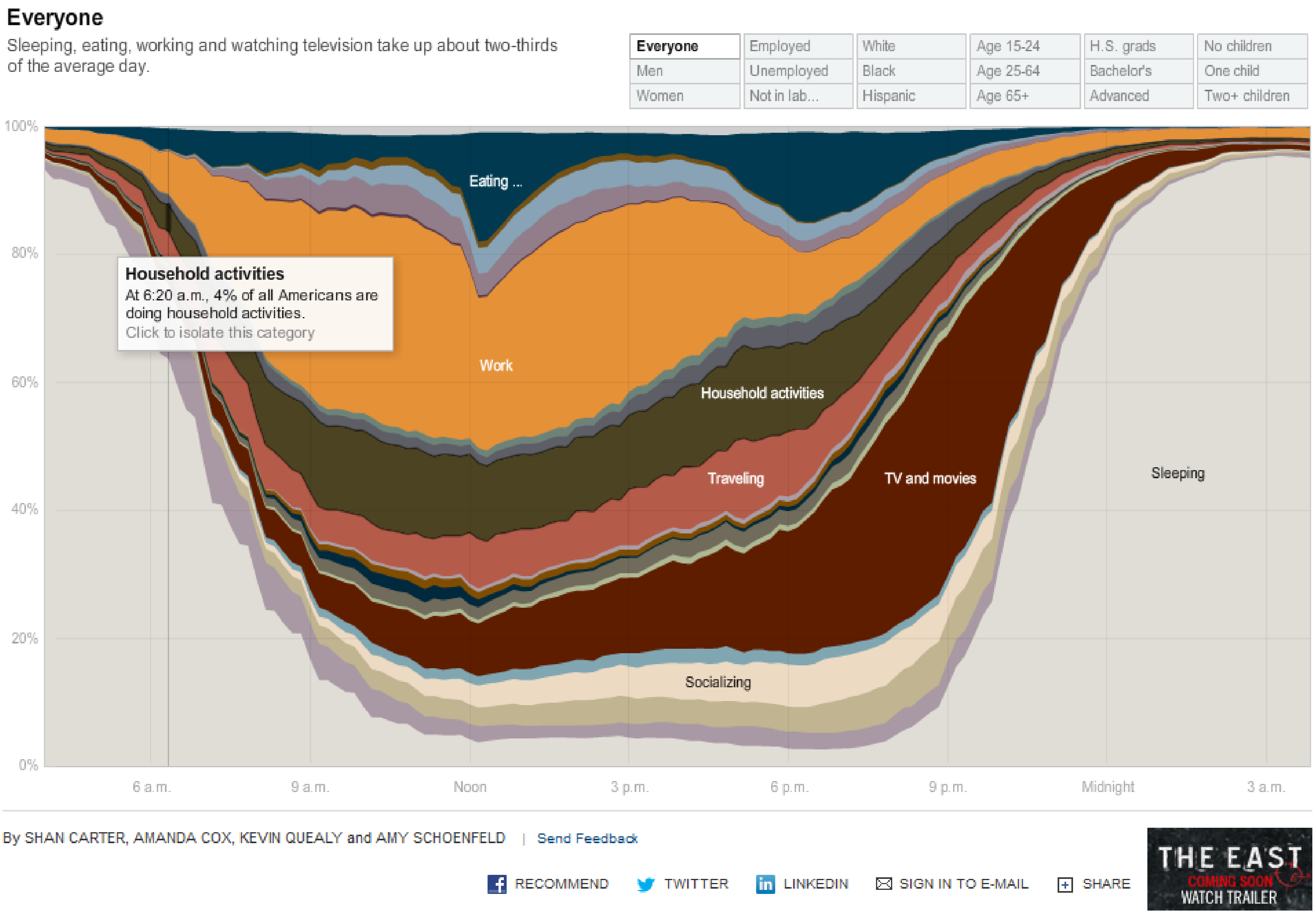
Today, with a better understanding of the severity of the economic downturn, the deficit situation is much more dire.



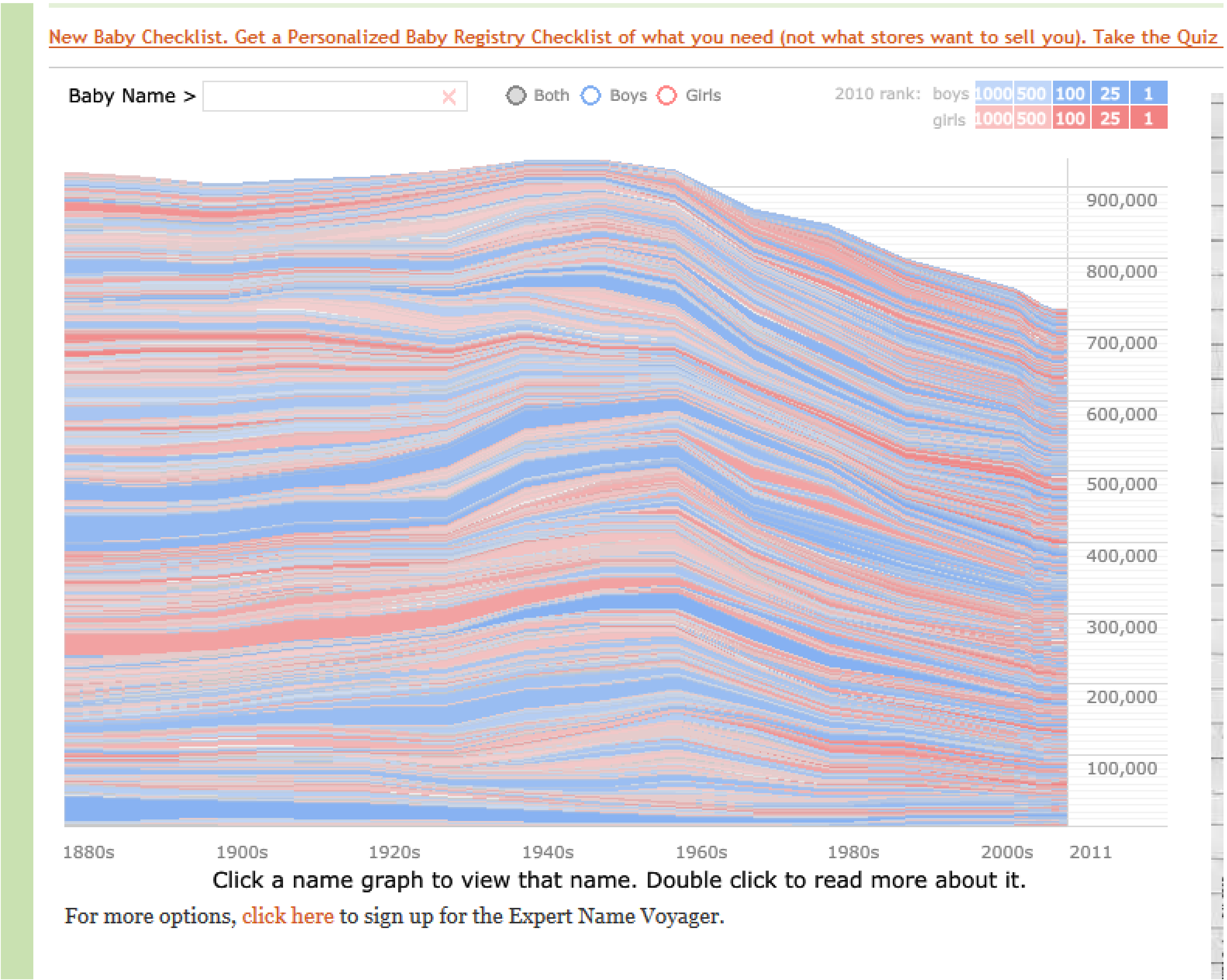
By AMANDA COX | Send Feedback

Source: Office of Management and Budget

RECOMMEND TWITTER LINKEDIN SIGN IN TO E-MAIL SHARE http://www.nytimes.com/interactive/2009/07/31/business/20080801-metrics-graphic.html



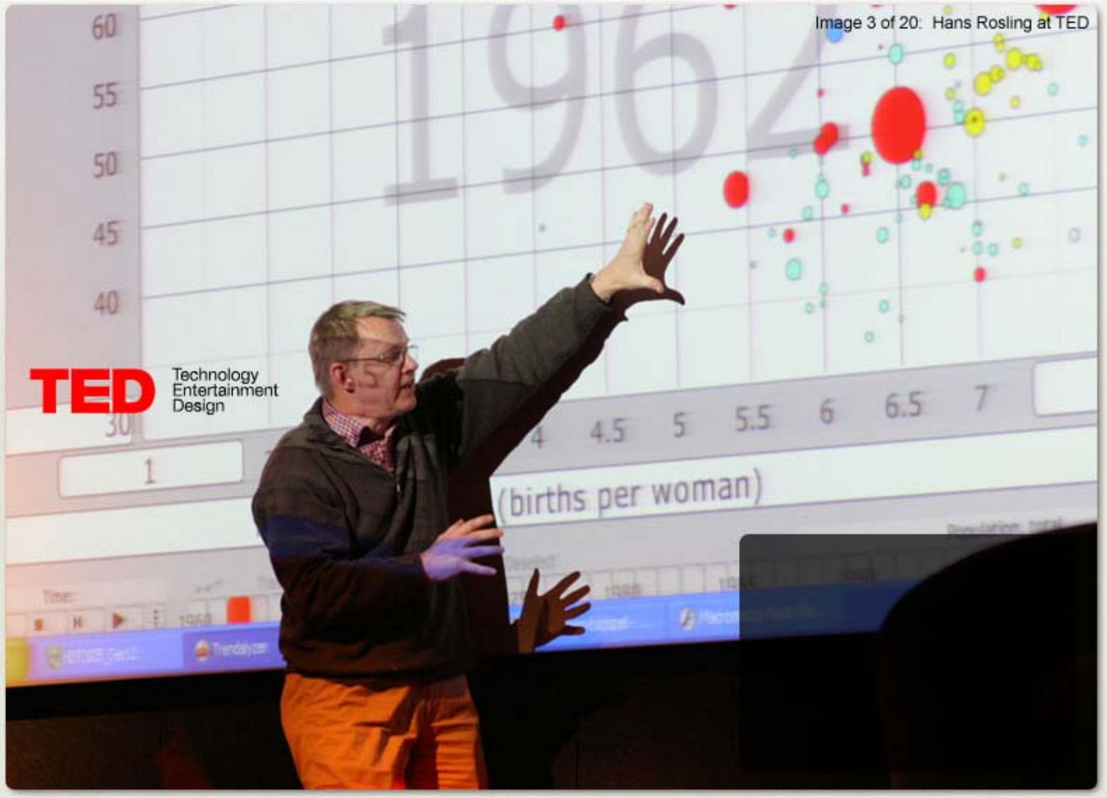
http://www.babynamewizard.com/voyager#



Hans Rosling

TED talk: **Hans Rosling: The good news of the decade?**

http://www.ted.com/talks/hans_rosling_the_good_news_of_the_decade.html



Gapminder World