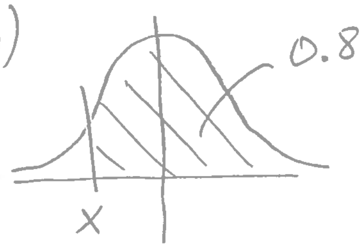
Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

1. $m \sim N(\mu = 250, \sigma = 25)$ $a \sim U(1200, 1600)$

a) $P(a > 1300) = 1 - P(a \leq 1300) = 1 - \dfrac{1300 - 1200}{1600 - 1200} = 0.75$

b)



$P(m > X) = 0.8 \Leftrightarrow P(z > z_1) = 0.8$

das tabelas $N(0,1)$ temos que $z_1 = -0.84$

$$\frac{X - \mu}{\sigma} = z_1 \Leftrightarrow X = z_1 \times \sigma + \mu = -0.84 \times 25 + 250 = 229$$

c) $P(\sum^4 m > a) = P(\sum^4 m - a > 0)$

$\text{dist}(\sum^4 m - a) = \text{dist}(N - U) = ?$

Como não sabemos caracterizar a dist. vamos recorrer à técnica de monte Carlo. Vamos gerar nº aleatórios $U(0,1)$ e transformá-los nas dist m e a.

seja $z \sim U(0,1)$

$a \sim U(1200, 1600)$ $x = 1200 + z(1600 - 1200)$

ex: $z = 0.76 \Rightarrow x = 1504$

$m \sim N(250, 25^2)$

$x_1 = \sqrt{-2 \ln z_1} \cdot \cos 2\pi z_2$ x_1 e $x_2 \sim N(0,1)$

$x_2 = \sqrt{-2 \ln z_2} \cdot \text{sen}\, 2\pi z_2$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

Temos que converter X_1 e X_2 para $y \sim N(250, 25^2)$

$$z = \frac{y-\mu}{\sigma} \Leftrightarrow y = z \times \sigma + \mu$$

$$y = X_1 \times 25 + 250$$

ex

$z_1 = 0.95 \Rightarrow X_1 = -0.27 \Rightarrow y_1 = 243.25$
$z_2 = 0.59 \Rightarrow X_2 = -0.17 \Rightarrow y_2 = 245.75$
$z_3 = 0.28 \Rightarrow X_3 = 1.58 \Rightarrow y_3 = 289.5$
$z_4 = 0.98 \Rightarrow X_4 = -0.20 \Rightarrow y_4 = 245$

Verificar se $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 > X$

$243 + 246 + 290 + 245 = 1024 < 1504$ F

devo repetir 1000 vezes e calcular ~~o~~ número de

$\frac{V}{F+V}$, que será uma estimativa da probabilidade

pretendida

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

2. $X_O \sim N(\mu = 72, \sigma = 14)$
$XL \sim N(\mu = 85, \sigma = 15)$

a) $P(X_L > X_O + 10) = P(X_L - X_O > 10) =$

$X_L - X_O \sim N(\mu = \underbrace{85 - 72}_{=13}, \sigma^2 = 15^2 + 14^2 = 20.52^2)$

↳ porque é C.L. variáveis Normais

$= P\left(Z > \frac{10 - 13}{20.52} = -0.146\right) = 1 - P(Z > 0.146)$

$= 1 - 0.442 = 0.558$

b) $P\left(\sum^{30} X_L + \sum^{30} X_O > 4600\right)$

$S = \sum X_L + \sum X_O \sim N$ porque é soma de Ns

$E(S) = 30 \times 72 + 30 \times 85 = 4710$

$Var(S) = 30 \times 14^2 + 30 \times 15^2 = 12630 = 112.4^2$

$P(S > 4600) = P\left(Z > \frac{4600 - 4710}{112.4} = -0.98\right)$

$= 1 - P(Z > 0.98) = 1 - 0.1635 = 0.8365$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

2.

c) $X_D \sim N(\mu = 4, \sigma^2 = 6^2)$

X_N: Compras mais

$X_N = X_0 + X_L - X_D \sim N$ porque C.L.V.N.

$E(X_N) = E(X_0) + E(X_L) - E(X_D) = 72 + 85 - 4 = 153$

$Var(X_N) = Var(X_0) + Var(X_L) + Var(X_D) =$

$= 14^2 + 15^2 + 6^2 = 457 = 21.38^2$

$\bar{X}_N = \dfrac{\sum^{30} X_N}{30} \sim N$ pelo T.L.C.

$\bar{X}_N \sim N\left(\mu = 153, \sigma^2 = \dfrac{457}{30}\right)$

Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

3 . a) Amp = 0.2

$n = ?$

I.C. $\frac{y}{N} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}$

Como não temos estimativa de p vamos considerar o pior cenário, $p = 0.5$

$z(2.5\%) = 1.96$

$$2 \times 1.96 \sqrt{\frac{0.5(1-0.5)}{N}} < 0.2$$

$$N > \frac{0.5(1-0.5)}{\left(\frac{0.2}{2 \times 1.96}\right)^2} = 96.04$$

$N \geq 97$

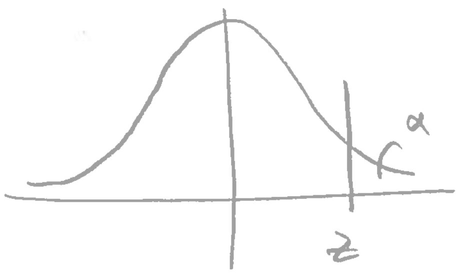
Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia
FEUP

3 b)

A afirmação é incorrecta.

O I.C. significa que existe uma probabilidade de 95% de o valor da proporção de pára-quedistas que não acertam no alvo estar dentro desse intervalo e uma probabilidade de 5% de não estar.

A 2ª afirmação também é incorreta. Quanto maior é a confiança maior será a amplitude do intervalo.



$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P(1-P)}{N}}$$

Confiança maior => α menor => z maior =>

=> amplitude maior.