

Nome do estudante: N.º

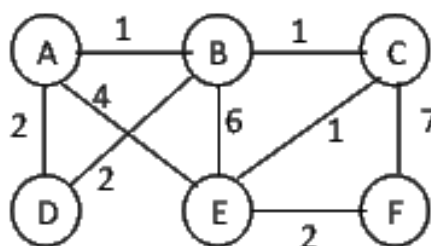
Informação aos estudantes: A consulta permitida inclui slides das aulas teóricas, livros e outros materiais impressos. Não serão permitidas folhas manuscritas avulsas de qualquer tipo ou acesso à Internet (Tablets, portáteis, etc). Telemóveis deverão permanecer DESLIGADOS durante a duração do exame. Responder os seguintes grupos de questões em folhas separadas (uma folha para cada grupo): {1, 2, 3} e {4, 5, 6}.

1. [3 valores] O senhor Joaquim vai efetuar uma pescaria com os amigos no Novo México. Decidiu colocar num grafo G a informação que possui sobre os melhores locais de pesca. Cada vértice do grafo representa um local de pesca e dois vértices x e y possuem uma aresta se é possível viajar de x para y (sempre depois de um dia de pesca). Seja n o número de nós do grafo e d o número de dias que o Sr. Joaquim dispõe para a pescaria, e considere a existência de uma matriz de previsão p (de dimensão $n \times d$) onde $p[v][t]$ indica a quantidade possível de ser pescada no local v no dia t . Ajude o sr. Joaquim a planear a sua pescaria, de forma a maximizar a quantidade de peixe que consegue pescar. Deve retornar a sequência de locais de pesca a percorrer durante os d dias, partindo do local $v1$ (1º local de pesca). Note que não é necessário retornar ao local de origem, isto é, o último local de pesca não é necessariamente $v1$.

- [1,5 valores] Implemente uma solução gananciosa para o problema e indique a sua complexidade temporal.
- [1,5 valores] Formalize este problema usando Programação Dinâmica. Implemente um algoritmo para a resolução do problema e indique a sua complexidade temporal e espacial.

2. [3,5 valores] Considere o grafo não dirigido, que representa os locais de sucursais de uma empresa e respetivas distâncias (a sede da empresa é o vértice A):

- [1 valor] Um colaborador da empresa pretende visitar todas as sucursais, partindo da sede (vértice A). Indique a sequência das sucursais visitadas, se o colaborador efetuar uma visita: i) em profundidade; ii) em largura.



- [1,5 valores] O colaborador pretende agora visitar a sucursal F (partindo da sede), percorrendo a menor distância. Qual o algoritmo que lhe aconselha usar? E qual o caminho a efetuar? Apresente todos os passos intermédios.
- [1 valor] Partindo da sede, pode o colaborador visitar todas as sucursais, sem repetir estradas (arestas)? Se sim, apresente o caminho que este efetua.

3. [3,5 valores] Responda as alíneas seguintes, sobre grafos. Na descrição de algoritmos, procedimentos ou rotinas, utilize pseudo-código, C++, ou Java, sempre que apropriado.

a) [2 valores] A realização de um projeto consiste na execução de 9 tarefas (tarefas A ... I) de acordo com o plano da tabela abaixo. Desenhe um grafo para representação deste projeto e calcule o seu menor tempo de conclusão. Apresente todos os cálculos (passos intermédios) que efetuar.

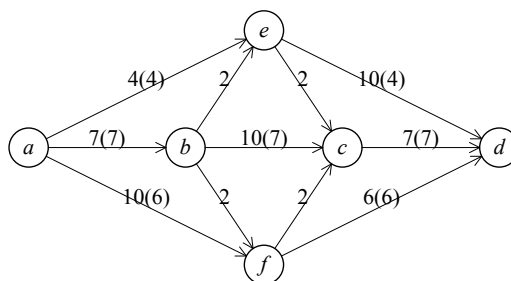
Tarefa	Tempo execução	Tarefas a completar antes
A	3	G, I
B	5	F, G, H
C	4	-
D	3	-
E	7	H
F	5	D
G	4	C
H	2	D
I	4	C

b) [1,5 valores] Um grafo misto possui arestas dirigidas e arestas não dirigidas. Suponha um grafo misto G que não possui qualquer ciclo dirigido (ciclo formado apenas por arestas dirigidas). Sabe-se que é possível atribuir uma direção às arestas não dirigidas de G, de tal forma que o grafo resultante seja acíclico. Apresente um algoritmo eficiente que resolva este problema, determinando qual a direção a atribuir às arestas não dirigidas de G. Sugestão: use a ordenação topológica do grafo.

4. [4 valores] Considere a rede de auto-estradas, representada na figura, onde os vértices são as cidades e as arestas são as auto-estradas. Os veículos trafegam da cidade **a** para a cidade **d**, e não podem parar, sair ou entrar nas outras cidades. Os valores das arestas representam a sua capacidade, em 100 veículos/hora, e os valores entre parêntesis indicam o volume de veículos a trafegarem nos respectivos troços, em 100 veículos/hora, lidos a partir de sensores instalados no pavimento. Responda às alíneas seguintes, justificando a sua resposta.

a) [1,5 valores] Qual o fluxo total que existe na rede, neste momento?

b) [2,5 valores] Considerando que uma concessionária instale portagens e cobre um valor fixo, **x**, para viagens de **a** para **d**, quanto será a renda máxima que a concessionária poderá esperar num dia de operação? Considere que a rede de auto-estradas não encerra, e opera 24/7.



5. [2,5 valores] Considere o texto abaixo, com 2 a's, 2 g's, 1 l's, 3 p's, 10 c's e 5 r's, totalizando 23 caracteres. Responda às alíneas seguintes, justificando a sua resposta.

rraaggpccppccclrrrrcccc

- a) [1 valor] Considerando que não há outros caracteres no alfabeto utilizado para o texto dado, qual será o tamanho máximo, em bits, de um código de tamanho fixo para representá-lo? E qual o custo total da sua codificação?
- b) [1,5 valor] Quais das seguintes opções poderão representar uma codificação dos dez primeiros caracteres do texto dado (rraaggpcc) resultante da utilização do algoritmo de Huffman?

(i) 00000100010001010101011111

(ii) 00000101010101000100011011

6. [3,5 valores] A sinalética de trânsito de uma cidade inclui sinalização horizontal, pintada no pavimento das ruas como, por exemplo, linhas contínuas, setas, faixas de segurança e de peões. Para automatizar este processo, a câmara de uma cidade adquiriu um camião que realiza este grafismo no pavimento numa só passagem. Entretanto, como a tinta leva algum tempo a secar, o camião não pode passar pela mesma rua em que acabou de pintar, num intervalo mínimo de um dia. Considerando que o depósito de tinta não se extingue, e pretendendo maximizar a utilização do camião num dia de trabalho, a câmara contratou engenheiros informáticos para elaborarem um algoritmo que calcula o circuito ótimo, tal que, saindo da garagem, o camião percorra a maior extensão de ruas possível, regressando para a garagem sem, entretanto, danificar a sinalética recentemente pintada, ainda em tinta fresca. Responda às alíneas seguintes.

- a) [1 valor] Reformule este problema com um problema de decisão.
- b) [2,5 valores] A implementação de um algoritmo eficiente para o problema apresentado é possível? Responda justificadamente.

Sugestão: Caso necessário, considere que os problemas seguintes são reconhecidamente NP-completo. Se desejar, poderá também considerar outros problemas da classe NP-completo, para além dos enunciados abaixo:

Soma dos subconjuntos (*the Subset Sum problem, SS*): Dado um conjunto de inteiros positivos, S , e um inteiro t , o problema resume-se em encontrar um subconjunto $S' \subseteq S$, tal que a soma dos elementos de S' seja t .

Cobertura de vértices (*Vertex-Cover Problem, VCP*): Dado um grafo $G=(V, E)$, encontrar uma cobertura dos vértices de G é encontrar um subconjunto $W \subseteq V$ tal que, para toda aresta $\{i, j\} \in E$, tem-se $i \in W$ ou $j \in W$.

Bom Exame!