Eat Express

Entrega de comida - Tema 9

Trabalho Prático
Concepção e Análise de Algoritmos

Turma 03 Grupo 04

Diana Freitas - *up201806230@fe.up.pt*
Eduardo Brito - *up201806271@fe.up.pt*
Pedro Ponte - *up201809694@fe.up.pt*

24 de Abril de 2020

Índice

1. Introdução

1.1 Descrição do Tema

A EatExpress é um sistema de entrega de comida entre os restaurantes registados na plataforma e os utilizadores da sua aplicação. Quando um utilizador acede à aplicação, escolhe o restaurante e o prato que quer, e o seu pedido é entregue no local onde o utilizador se encontra, por um estafeta que utiliza o seu próprio meio de transporte para lá chegar (a pé, bicicleta, mota, carro etc).

Neste projeto procuramos criar um sistema para gerar os percursos mais rápidos a ser percorridos pelos estafetas, entre as localizações dos restaurantes e dos clientes.

Como base para o estudo, formalização, interpretação, e garantia da eficácia dos algoritmos usados, apoiar-nos-emos nas bases da teoria dos grafos. Adotaremos uma estratégia *bottom-up*, começando com variantes mais simples do problema, e avançaremos, à medida que forem testados e escolhidos novos e mais eficientes algoritmos, até ao sistema mais complexo de funcionamento da aplicação.

Para garantir a plausibilidade da resolução, informação real e atualizada será usada, para garantirmos a sua aplicabilidade em problemas verdadeiramente reais, do nosso mundo.

2. Formalização

2.1 Problematização

Em primeiro lugar, convém dividir todas as questões relativas aos vários componentes da aplicação.

O que se pretende com esta análise é garantir a máxima eficiência na implementação de um algoritmo que permita criar e gerir, de forma rápida e precisa, as rotas dos estafetas de entrega de comida, entre as localizações dos restaurantes e as localizações dos clientes que efetuaram os pedidos.

Não serão equacionadas as implementações da interface da aplicação, ao nível do utilizador, nem serão alvo de análise todos os aspetos não relacionados com grafos, ou algoritmos não abordados.

Assim sendo, o problema reduzir-se-á a encontrar os caminhos mais curtos entre pontos/vértices, num mapa de atuação pré-escolhido, e, por fim, tendo em conta as diversas variantes do problema, definir rotas que permitam navegar pelos percursos, percorrendo a menor distância possível.

2.2 Estratificação

A estratégia a seguir, para a resolução deste problema, sugere a divisão do conceito em fases de análise, de implementação e de deliberação. No entanto, como pré-estabelecida tomamos a ideia de que um estafeta em trabalho, antes de receber a sua rota, pode estar localizado num qualquer ponto do mapa.

Esta e a generalização de que existirão sempre, no mínimo, um restaurante e uma localização de um cliente como pontos integrantes da rota, serão o ponto de partida para a análise que se segue.

Convém definir, também, o perfil do estafeta, enquanto entidade que se move pelo percurso estabelecido, com características próprias que serão definidas pelo meio de transporte em que se desloca e pela capacidade máxima que pode transportar. Estas condicionantes influenciarão a escolha da rota e serão tidas em conta, antes de o estafeta iniciar a entrega dos pedidos.
É imperativo realçar também que, em qualquer percurso, o levantamento dos pedidos nos restaurantes terá de ser efetuado antes da sua entrega aos clientes, por uma questão de fiabilidade e praticabilidade real da situação.

Outro aspeto importante é a existência de zonas de desconectividade, nos mapas - a existência de obstáculos à circulação, particularmente, a ocorrência de obras na via pública, que pode inviabilizar o acesso a certas moradas e restaurantes, ao tornar zonas inacessíveis. Também isto será tido em conta, aquando da esquematização dos algoritmos.

Numa última nota, destaca-se a possível predeterminação de todos os restaurantes e estafetas registados na plataforma. Este detalhe será substancialmente importante para a adoção de determinados algoritmos, sobretudo se se impuser, ou não, com base na estratégia a utilizar, um pré-processamento dos dados, em particular, a cada novo registo, de uma destas entidades, na plataforma.

2.2.1 Fase I

Na sua simplicidade, consideramos a existência de apenas um estafeta, que realiza, sequencialmente, os percursos que lhe são impostos. Nesta fase, de modo a focar a análise na essência do problema, será considerado um meio de transporte qualquer e desvalorizada a capacidade de transporte. Na sua medida, o único funcionário terá rotas na qual concretizará o levantamento de pedidos, nos restaurantes, e a sua entrega, na morada dos clientes. Será, portanto, considerado o caso atómico de um estafeta que entrega apenas um pedido, entre um restaurante e a morada de um cliente.

2.2.2 Fase II

Nesta fase, serão considerados vários estafetas que utilizam o mesmo meio de transporte e para os quais é delineado um percurso. Aqui, estaremos perante a distribuição simultânea de pedidos, com a avaliação de todas as condicionantes relacionadas com o problema, nesta fase.
Os pedidos estarão, logicamente, organizados numa escala temporal, ficando encarregue por um dado pedido o estafeta que se encontre mais perto do restaurante a ele associado.

2.2.3 Fase III

Esta fase coincidirá com a implementação de variados meios de transporte, o que poderá corresponder à utilização de diferentes mapas, para atender às características das múltiplas entidades que entregarão os pedidos e, em simultâneo, às características das diversas vias. Será igualmente imprescindível ter em conta a capacidade máxima que cada estafeta pode transportar, pois a dimensão da encomenda passa a ser determinante na atribuição dos pedidos.
Assim, nesta fase, a atribuição de um pedido a um estafeta fica a depender não só da sua proximidade ao

restaurante, mas também das características próprias do meio de transporte por ele utilizado, preferindo-se os meios mais rápidos para encomendas que impliquem deslocações maiores e atribuindo as encomendas de maior dimensão aos estafetas com maior capacidade de transporte.

Para agilizar todo o processo, tendo em conta os múltiplos fatores envolvidos na seleção de um estafeta para a realização de um pedido, optar-se-á, numa pré-seleção, por excluir estafetas que não tenham capacidade para o transportar. Seguidamente, como não se pretende ocupar estafetas com encomendas de dimensão muito inferior à sua capacidade máxima de transporte, por poderem ser necessários para os pedidos seguintes, terá que se avaliar, simultaneamente, a capacidade máxima de transporte de cada estafeta e a sua distância ao restaurante. Para isso, será atribuído um peso de 50% a cada um destes fatores, aquando da escolha entre estafetas para a realização de um pedido.
Para além disso, ao avaliar a possibilidade de escolha dos estafetas, será necessário definir uma distância máxima para aqueles que se desloquem a pé, ou de bicicleta, já que a utilização destes meios de transporte para longas distâncias, apesar de não se refletir na distância total percorrida, resultaria, em situações reais, num tempo de entrega extremamente longo.

Por fim, consideraremos também a possibilidade de um pedido englobar vários restaurantes. Mais uma vez, isto implicará escolher, em primeiro lugar, os estafetas elegíveis, com base na sua disponibilidade para transportar a dimensão do pedido. Posteriormente, delinear-se-á a melhor opção de percurso para cada estafeta recolher o pedido dos vários restaurantes e entregá-lo ao cliente, considerando todas as restrições descritas anteriormente, no que diz respeito à capacidade, distância e tipo de transporte utilizado.

2.2.4 Fase IV

Aqui, entrará em consideração a existência de vários obstáculos nas vias, identificados em cima, o que levará a uma seleção mais restritiva do percurso e do tipo de estafeta encarregue de determinado pedido. Além disso, o tratamento dos grafos poderá sofrer alterações, sobretudo ao nível do pré-processamento.

2.3 Dados de Entrada

Os dados a recolher, antes da execução de qualquer dos algoritmos, para os percursos de cada um dos estafetas, são generalizáveis na seguinte lista:

- Grafo $G(V, E)$, dirigido, representando o mapa de vias (poderemos estar perante múltiplos grafos como opção para vários tipos de veículo), a percorrer pelos estafetas, onde estão localizados, como parte integrante, os pontos de recolha e entrega dos pedidos.
  - Cada vértice $v \in V$ terá os seguintes atributos:
    - Uma lista de arestas $Adj(v) \in E$, que partam desse vértice;
    - Um id, identificativo;
    - Um par de coordenadas $coords$, representando a localização real do respetivo ponto.
  - Cada aresta $e(v, u) \in E$, que parta de um dado vértice v será caracterizada por:
    - Um vértice $u \in V$ de destino;
    - Um peso $weight$ associado, relacionado com o seu comprimento real, expresso numa medida de comprimento espacial;

        - Um estado $state$, que representará a transitabilidade da via;
        - Um campo $name$, sem valor expressivo, servindo de identificador.
- Conjunto de pontos R, representando os restaurantes registados na plataforma:
    - Restaurante $r \in R$ com atributos:
        - O seu id, único, identificativo;
        - A referência para o vértice v do grafo, que representa a sua posição.
- Conjunto de estafetas $Employees$:
    - Estafeta $employee \in Employees$, com a informação sobre:
        - A sua posição inicial/no momento, s, $s \in V$;
        - A sua capacidade máxima de transporte, $maxCargo$;
        - O seu meio de transporte, $type$;
        - A sua disponibilidade, $ready$, para iniciar uma nova tarefa.
- Lista ordenada de Pedidos P:
    - Pedido $p \in P$ com a informação detalhada sobre:
        - Data e Hora, $time$, em que foi realizado;
        - Lista, $checkPoints$, de pontos/vértices que façam, obrigatoriamente, parte do percurso (referência apenas aos restaurantes e localização dos clientes);
        - Carga total, $cargo$, ocupada pelos itens que o constituem.

Estes dados poderão fazer parte de um pré-processamento existente, consoante o algoritmo escolhido e o problema a resolver. Se esses cálculos iniciais existirem, no caso de um algoritmo que estabeleça as distâncias mínimas entre cada par de vértices, seguir-se-á, então, a inevitável instanciação dos pedidos, com a sua organização em tarefas e a requisição de estafetas para as realizar, terminando no cálculo do caminho final a ser percorrido pelos mesmos.

2.4 Dados de Saída

Tendo sido o grafo analisado, tratado e traduzido numa das várias formas plausíveis de representação, poderá ser retornado, como dado de saída.
O importante, realmente, aqui, é a entrega das tarefas aos estafetas, o que resultará nos seguintes dados:

- Conjunto de tarefas $Tasks$:
    - Tarefa $task \in Tasks$, com informação sobre:
        - A lista completa e ordenada dos vértices consecutivos, $path$, por onde passará o estafeta;
        - O pedido P, que faz parte da tarefa;
        - O estafeta $employee$, encarregue da sua realização;

O que se segue, nomeadamente, o ato de percorrer o caminho, com a identificação dos pontos já visitados, da entrega dos pedidos, do cálculo da distância percorrida, é um tanto independente desta análise algorítmica inicial, mas poderá ser, eventualmente, alvo de estudo e reflexão, para interpretação de resultados.

2.5 Restrições

A primeira restrição prende-se com o tamanho do grafo. Em termos reais, aplicações deste género, por uma questão de praticabilidade, limitam as zonas de atuação a áreas urbanas, onde exista um número razoável de restaurantes registados e de estafetas em operação. Assim sendo, os grafos aqui analisados também terão a sua área limitada.

As outras restrições são como se seguem:

2.5.1 Dados de Entrada

- $\forall\, v_1, v_2 \in V,\ v_1 \neq v_2$, no sentido em que não haverá vértices repetidos;
- $\forall\, e_1, e_2 \in E,\ e_1 \neq e_2$, no sentido em que não haverá arestas repetidas;
- $\forall\, e \in E,\ e.weight > 0,\ e.state \in \{\ 0,\ 1\}$, já que uma aresta - via/rua - tem um comprimento definido e encontra-se transitável, ou não transitável;
- $\forall\, r_1, r_2 \in R,\ r_1 \neq r_2$, no sentido em que não haverá restaurantes repetidos;
- $\forall\, r \in R,\ r.v \neq null$, sendo que um restaurante tem que ter uma posição estabelecida;
- $\forall\, employee_1, employee_2 \in Employees,\ employee_1 \neq employee_2$, no sentido em que não haverá estafetas repetidos;
- $\forall\, employee \in Employee,\ employee.s \neq null$, sendo que um estafeta tem que ter uma posição estabelecida;
- $\forall\, employee \in Employee,\ employee.maxCargo > 0,\ employee.type \in \{\ 'car',\ 'bike',\ 'foot'\ \}\ ,\ employee.ready \in \{0,\ 1\}$;
- $\forall\, p_1, p_2 \in P,\ p_1 \neq p_2$, no sentido em que não haverá pedidos repetidos;
- $\forall\, p \in P,\ p.time \neq null,\ |p.checkPoints| > 1,\ p.cargo > 0$;

2.5.2 Dados de Saída

- $\forall\, task_1, task_2 \in Tasks,\ task_1 \neq task_2$;
- $\forall\, task \in Tasks,\ task.path \neq null, task.P \neq null,\ task.employee \neq null$, $|task.path| > 1$;
- $\forall\, task \in Tasks, \text{em}\ task.path$, os restaurantes terão de ser visitados antes da localização do cliente, em relação ao pedido associado a ambos;

2.6 Função Objetivo

A solução ótima para este problema reside, genericamente, na minimização da distância percorrida, em cada rota, por cada estafeta, numa dada tarefa. Assim, será necessário encontrar o mínimo de:

$$f(task) = \sum_{e(v_k, v_{k+1})} e.weight\ ,\ v_k, v_{k+1} \in task.path\ \wedge\ e \in E$$

Adicionalmente, para múltiplas tarefas a realizar em simultâneo, num dado intervalo de tempo, poderá surgir a necessidade de minimizar, também, as funções:

$$g = \sum_{task} f(task)\ ,\ task \in Tasks$$

$$h = |Tasks|$$

Para a função g, o mínimo poderá, eventualmente, ser atingido pela simples minimização de f, em todas as instâncias, sendo, por isso, a função f de maior prioridade, entre todas.

3. Perspetiva de Implementação

Em cada uma das fases de análise anteriormente deliberadas pode-se, seguramente, realçar como problema comum a determinação do *caminho mais curto entre dois vértices numa rede viária*. Em particular, enquadra-se perfeitamente nesta problemática a necessidade de, aquando da realização de um pedido, determinar o percurso que permite proceder à sua entrega, recorrendo ao trajeto de menor distância. Isto implicará:

- determinar o percurso transitável mais curto, que permita a cada um dos estafetas alcançar um ou mais restaurantes dos quais o pedido foi solicitado;
- calcular, no caso de pedidos realizados num só restaurante, o trajeto de menor distância entre o restaurante e o ponto de entrega especificado pelo cliente.

Assim, é pertinente analisar a variedade de algoritmos e alternativas de implementação disponíveis para o cálculo do caminho mais curto entre dois vértices. Só a realização desta análise prévia tornará possível perceber o impacto das vantagens e desvantagens de cada algoritmo e das suas variantes, no contexto da temática a ser trabalhada.
Salienta-se, portanto, que nenhum algoritmo a ser considerado na fase de implementação deve ser, ainda numa fase experimental, tomado como solução ideal, pois a sua aplicabilidade está dependente da dimensão e tipologia dos grafos de entrada e de uma análise cuidada da sua eficiência temporal e espacial, para cada caso.

Destaca-se ainda que, numa terceira fase, os resultados obtidos através da implementação dos algoritmos a ser analisados vão ser conciliados com as múltiplas restrições impostas pela temática. Pretende-se que, no processo de escolha de um estafeta para a realização de um pedido, a distância mínima que este precisa de percorrer para entregar o pedido em questão não seja o único fator determinante na sua escolha em detrimento da escolha de outro estafeta. Assim, o estafeta cuja distância seja a mínima obtida para a concretização de uma encomenda, não será obrigatoriamente selecionado para o realizar, sendo, também, fatores relevantes para a escolha do estafeta a capacidade que este pode transportar e o tipo de veículo por ele utilizado.

Algoritmos considerados

3.1.1 Dijkstra Unidirecional

A primeira alternativa de solução que pretendemos testar passa essencialmente pela implementação de uma das múltiplas variantes do algoritmo de Dijkstra.

Este algoritmo ganancioso poderá ser vantajoso, na medida em que procura, a cada iteração, obter o melhor resultado possível, minimizando a distância percorrida. Para além disso, é logicamente aplicável ao grafo que será utilizado como dado de entrada, já que este se trata de um grafo dirigido - cada aresta representa uma via unidirecional; e pesado - o peso de uma aresta representa uma distância.
A variante a implementar permite, recorrendo a uma fila de prioridades (heap com mínimo à cabeça) como estrutura auxiliar, obter a distância mínima desde o vértice de origem até todos os outros vértices do grafo, garantindo-se um tempo de execução de $O((|V| + |E|) \times log|V|)$. Este tempo resulta das $|V|$ operações executadas na fila de prioridade (inserções/extrações), realizadas, cada uma, em tempo logarítmico, e da utilização da operação "Decrease-Key", realizada, no máximo, uma vez por aresta, com um tempo também logarítmico, para a fila de $|V|$ elementos.
Note-se que, nas fases previamente definidas, há a necessidade de aplicar o algoritmo mais do que uma vez:

- considerando como vértice de origem a posição atual de cada um dos estafetas disponíveis para efetuar a entrega de um pedido;
- assumindo que o vértice de origem é o restaurante do qual foi solicitado o pedido.

No entanto, o que se pretende realmente é utilizar o algoritmo de Dijkstra como base para encontrar o caminho mais curto entre dois pontos, pelo que se termina o algoritmo quando se for processar o vértice que procuramos, uma otimização que evita continuar a processar vértices, quando já se descobriu o caminho pretendido.

Assim, como, nas duas primeiras fases de implementação, a escolha do estafeta a realizar o pedido depende exclusivamente da sua proximidade ao restaurante do qual este foi solicitado, é necessário determinar, em primeiro lugar, o caminho mais curto para cada um dos estafetas se deslocar até aos respetivos estabelecimentos, sendo o restaurante o vértice de destino. De seguida, aplica-se, novamente, o algoritmo, para encontrar o percurso mais curto do restaurante à morada escolhida para o ato de entrega, usando o vértice de destino correspondente à localização indicada pelo cliente.

Espera-se, ao aplicar este algoritmo, em alguns casos específicos, entre os quais, mapas de estradas com poucos vértices e distâncias curtas, obter tempos de execução razoáveis. No entanto, para trajetos longos e mapas de estradas complexos, a utilização do algoritmo de Dijkstra, na sua variante unidirecional, gerará, certamente, tempos de execução demasiado longos, o que nos levará, provavelmente, a experimentar otimizações e a optar por utilizar outros algoritmos na implementação final, procurando sempre obter o caminho mais curto para a entrega de um pedido com a maior eficácia temporal possível.

3.1.2 Dijkstra Bidirecional

Uma das otimizações que se procura explorar com mais detalhe na fase de implementação, para o algoritmo de Dijkstra, tendo em conta que o resultado esperado para a variante unidirecional não é o desejado, é a variante bidirecional. A execução alternada do algoritmo de Dijkstra, no sentido do vértice de origem para o de destino, e no sentido inverso, poderá trazer vantagens no que diz respeito ao tempo de execução, esperando-se que este seja reduzido para metade, em comparação com a variante do algoritmo que utiliza pesquisa unidirecional.
Esta melhoria deriva do facto de a área processada diminuir para metade, já que a pesquisa passa a ser

executada nas duas direções, mantendo-se sempre a distância mais curta descoberta até ao momento e verificando-se, ao processar uma aresta já processada previamente, na direção oposta, se foi descoberta uma distância menor.
Deste modo, a variante bidirecional do algoritmo de Dijkstra vai ser aplicada com o intuito de melhorar o tempo de cálculo do percurso mais curto entre o estafeta e o restaurante e, posteriormente, entre o restaurante e o local de entrega, no caso de pedidos que envolvam um só restaurante.

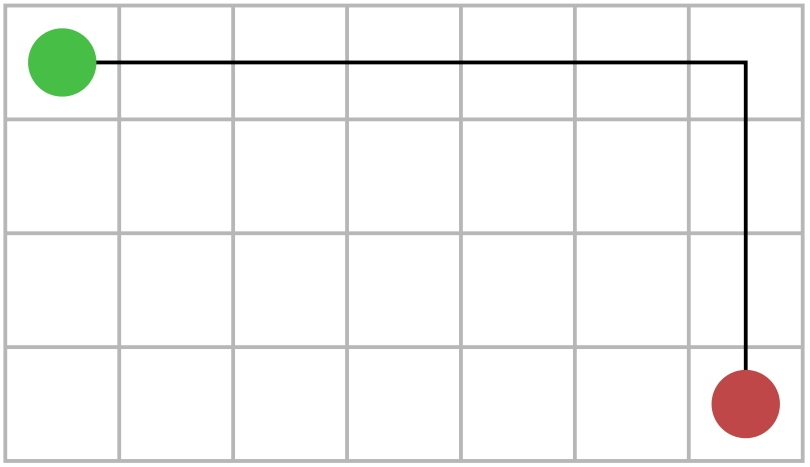
3.1.3 Algoritmo A*

O algoritmo A* será, também, objeto de estudo, na fase de implementação, não só por ser mais um algoritmo que permite, igualmente, calcular o caminho mais curto entre dois vértices, mas, essencialmente, pela sua performance se diferenciar do algoritmo de Dijkstra, pelo facto de recorrer a heurísticas para manipular os pesos das arestas e, assim, afetar os nós que são expandidos.
Antes de mais, é essencial escolher, cuidadosamente, a heurística a utilizar, porque esta desempenhará um papel determinante no comportamento do algoritmo e nos resultados obtidos.

Posto isto, tendo em conta as propriedades dos vértices dos grafos a tratar, foram consideradas três funções de heurística diferentes, que farão parte do processo de implementação e análise deste algoritmo em concreto. Todas elas atuarão em função das coordenadas dos pontos no mapa e darão, sempre, um valor aproximado menor que o custo real do percurso, entre os vértices escolhidos.

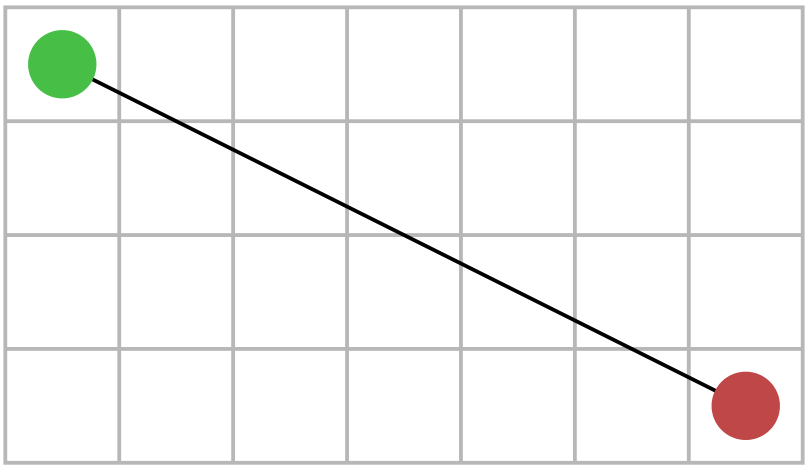
A primeira estratégia tem o nome de **Manhattan Distance** e calcula a distância, como número de quadrados percorridos, em ambas as direções, desde o ponto inicial, até ao final. Tem particular interesse em mapas com a forma de grelha e usa, para o efeito, a seguinte fórmula generalizada:

$$h = | x_{start} - x_{destination} | + | y_{start} - y_{destination} |$$



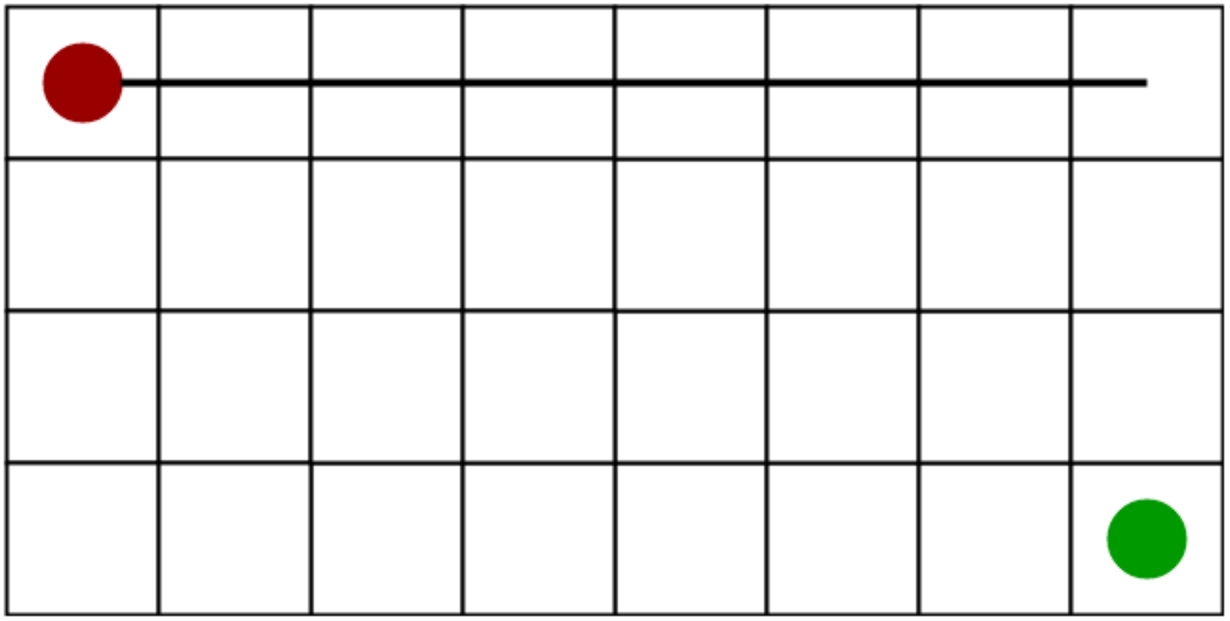
Outra estratégia, conhecida como **Euclidean Distance**, um pouco mais precisa que a anterior, explora o percurso em linha reta, demorando, em contrapartida, mais tempo a executar, por necessitar de explorar uma área maior. A sua função é representada na forma:

$$h = \sqrt{(x_{start} - x_{destination})^2 + (y_{start} - y_{destination})^2}$$



Por fim, existe também a **Diagonal Distance**. Esta última perde interesse real, quando comparada com as outras funções, porque tem a limitação de só poder ser usada em movimentos realizados numa direção apenas:

$$h = \max(abs(x_{start} - x_{destination}), abs(y_{start} - y_{destination}))$$



Este algoritmo em particular é conhecido por não garantir uma solução ótima em muitos casos. No entanto, os seus resultados serão avaliados, a par com os restantes algoritmos, tendo em conta, também, as diferentes funções de heurística aqui referidas.

3.1.4 Algoritmo Floyd-Warshall

O último algoritmo analisado será o de Floyd-Warshall. Este algoritmo de programação dinâmica atua diretamente no problema da distância mais curta, entre vértices, e baseia-se numa matriz, onde se encontra a menor distância entre cada par de vértices do grafo. O algoritmo retorna, como resultado, uma tabela de distâncias mínimas e, com uma simples modificação, garante, facilmente, informação adicional, como a reconstrução da matriz de predecessores de um determinado caminho, entre dois pontos.

Os custos são mais notórios em termos de memória, mas a compensação temporal permite que este seja um algoritmo ideal para ser usado no pré-processamento dos grafos. Depois de efetuado o pressuposto, com um tempo de execução $O(|V|^3)$, qualquer cálculo de distância se resumirá a uma simples *table lookup* na matriz de distâncias mínimas, o que o torna vantajoso, a longo prazo, em oposição aos algoritmos anteriores, que necessitariam de ser executados, de novo, a cada situação. A única inconveniência deste algoritmo poderá ser, nos casos específicos de mudança da constituição atómica dos grafos, como quando se registam arestas intransitáveis, com obras, ou obstáculos na via pública, ter que se pré-processar e reestruturar, de novo, os respetivos mapas, de maneira a identificar outros trajetos que evitem essas arestas.
Apesar disso, este algoritmo será, certamente, o escolhido para ser aplicado na fase final de implementação da aplicação, como descrito de seguida.

3.1.5 Abordagens consideradas na Fase III

Na terceira fase, o caso em que se consideram múltiplos restaurantes no mesmo pedido, poderá ser visto como uma generalização do típico "Travelling Salesman Problem", pois o objetivo é encontrar o menor caminho possível para que cada estafeta visite todos os restaurantes associados a um pedido apenas uma vez, acrescentando-se a restrição de existir um ponto de origem e de destino predeterminados, respetivamente a posição inicial do estafeta e a morada de entrega do pedido.

A alternativa mais direta para resolver o problema seria aplicar um algoritmo "brute-force" que testasse todas os percursos possíveis, preservando, a cada iteração, aquele caminho que apresentasse uma distância mais curta. No entanto, esta solução é impraticável pelo seu elevado tempo de execução, $O(n!)$, até para grafos pouco densos.

Também são conhecidas alternativas de solução para o problema recorrendo a algoritmos de programação dinâmica que, apesar de revelarem melhorias, em comparação com a solução "brute-force", ainda apresentam um tempo exponencial $O(2^n \times n^2)$, tendo, para além disso, complexidade espacial elevada, $O(2^n \times n)$, o que nos leva a descartá-los, para o efeito desejado.

A alternativa, que, à partida, nos parece a mais viável, tendo em conta os conhecimentos adquiridos até agora, baseia-se numa abordagem gananciosa, já que procura, em cada iteração, escolher a solução ótima, ou seja, neste caso, escolher o restaurante mais perto do anterior. Assim, tendo como vértice de origem a posição de cada estafeta, procurar-se-ia construir o percurso até à morada de entrega do pedido, escolhendo, a cada iteração, o restaurante de menor distância. No entanto, para esta abordagem gananciosa será necessário calcular previamente as distâncias entre os vários pontos do grafo. Para isso, pensamos recorrer ao algoritmo de Floyd-Warshall, referido anteriormente, obtendo, assim, o caminho mais curto entre todos os pares de vértices, que será usado, posteriormente, para determinar o caminho de cada estafeta, alcançando todos os restaurantes e, por fim, a morada do cliente.

4. Conclusão Preliminar

Terminado o processo de análise e discussão dos diversos algoritmos e sua aplicabilidade, ficam, assim, estabelecidos os próximos objetivos, relacionados com a sua implementação.

Seguir-se-á a materialização dos vários tópicos aqui enunciados, juntamente com um processo de teste exaustivo das múltiplas alternativas e seus resultados. Esperamos, com o produto final, alcançar a solução ótima do problema que nos foi proposto resolver e terminar não só com a melhor escolha para o algoritmo principal do programa, mas também com uma versão da app *EatExpress* totalmente funcional.

Destacamos, por fim, o contributo e o esforço equilibrado de todos os membros do grupo. As discussões e apresentações de diferentes pontos de vista foram frequentes, o que proporcionou um entendimento mais profundo da matéria a todos os elementos.

5. Referências

- “Introduction to Algorithms”, 3rd Edition, T.H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest , C. Stein., MIT Press, 2009
- “Data Structures and Algorithm Analysis in Java”, Second Edition, Mark Allen Weiss, Addison Wesley, 2006
- Algoritmo A*, https://brilliant.org/wiki/a-star-search/#heuristics
- A*’s Use of the Heuristic, http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/Heuristics.html
- Implementation of A*, *from Red Blob Games*, https://www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/implementation.html
- Nicholas Swift, Easy A* (star) Pathfinding, https://medium.com/@nicholas.w.swift/easy-a-star-pathfinding-7e6689c7f7b2
- Algoritmo de Floyd-Warshall, https://brilliant.org/wiki/floyd-warshall-algorithm/
- Floyd Warshall Algorithm | DP-16, https://www.geeksforgeeks.org/floyd-warshall-algorithm-dp-16/
- Travelling salesman problem, https://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem