



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RAFAEL CAVALCANTI NETO

**CONTROLE REPETITIVO IMPLEMENTADO POR ESTRUTURAS  
REAL E COMPLEXA: UMA ABORDAGEM UNIFICADA**

Recife

2020

RAFAEL CAVALCANTI NETO

**CONTROLE REPETITIVO IMPLEMENTADO POR ESTRUTURAS  
REAL E COMPLEXA: UMA ABORDAGEM UNIFICADA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Área de Concentração:** Processamento de Energia

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis dos Santos Neves

Coorientador: Prof. Dr. Helber Elias Paz de Souza

Recife

2020

## RESUMO

A maior parte da geração, transmissão, distribuição e consumo de energia elétrica é feita utilizando corrente alternada, portanto, os conversores estáticos conectados à rede elétrica normalmente contêm um estágio de inversão. O desempenho dessa classe de conversores depende fortemente da estratégia de controle aplicada a malha de corrente do seu estágio de inversão. Em decorrência desse fato, o foco inicial desta tese é fazer um estudo das principais técnicas de controle de corrente baseadas no princípio do modelo interno e voltadas para inversores. Neste cenário, os RCs representam uma solução atrativa para realização do controle de sistemas com referência periódica ou sinais de perturbação com alto conteúdo harmônico. Nas últimas duas décadas, diversos trabalhos propuseram controladores repetitivos que possuem estruturas distintas, mas que cobrem a mesma aplicação alvo. Exemplos disso são os controladores repetitivos para controle de harmônicas ímpares propostos em (ESCOBAR *et al.*, 2005), (ESCOBAR *et al.*, 2006), (ZHOU *et al.*, 2006). Contudo, para que um projetista possa escolher qual dessas estruturas é a mais adequada para sua aplicação, ele deve ser, primeiramente, capaz de diferenciá-las. Dessa forma, esta tese propõe uma célula primitiva repetitiva (PRC), a partir da qual todos os controladores repetitivos avaliados durante a revisão bibliográfica podem ser decompostos. Como consequência dessa abordagem unificada, ao estudar as características operacionais da célula primitiva, pode-se inferir algumas características de estabilidade e desempenho das estruturas de controle repetitivo mais modernas. Após a proposta da PRC, uma análise teórica é desenvolvida sobre sua estabilidade entrada-saída, a partir da qual é realizado um estudo sobre suas configurações de implementação. Como desdobramento desta pesquisa, um RC real de ordem genérica ( $nk \pm m$  RC) foi proposto, o qual apresenta melhores características de estabilidade que os demais  $nk \pm m$  RC anteriormente propostos na literatura. As propostas teóricas são validadas através de simulação e experimentos, que utilizam um FAP em paralelo com uma rede elétrica trifásica para atenuar a distorção harmônica de corrente decorrente de um retificador trifásico a diodos. Finalmente, os controladores propostos e outras soluções encontradas na literatura são avaliadas em uma análise comparativa.

Palavras-chave: Controle repetitivo. Controlador complexo. Qualidade de energia. Filtro ativo de potência em paralelo.

## ABSTRACT

Generation, transmission, distribution and use of electrical energy has been made using alternating current. Thus, static converters connected to the grid generally contain an inversion stage. The performance of this class of converters strongly depends on the current control strategy used. As a result of this fact, the initial focus of this thesis is to study the main current control techniques (based on the internal model principle) that are used for inverters. In this scenario, repetitive controllers represent an attractive solution for regulating the periodic reference currents or rejecting periodic disturbances which might contain high harmonic content. In the last two decades, several repetitive controllers with distinct structures were proposed, mostly having the same target application. As an example, one can point out the repetitive controllers for the odd harmonic components proposed in (ESCOBAR *et al.*, 2005), (ESCOBAR *et al.*, 2006) and (ZHOU *et al.*, 2006). However, in order to choose among the many alternatives, the designer must be able to recognize their benefits or drawbacks. In this sense, this thesis presents a primitive repetitive cell (PRC), through which all repetitive controllers evaluated during the bibliographical review can be decomposed. As consequence of this unified approach, after studying the operational characteristics of the primitive cell, stability and performance characteristics of modern repetitive control structures can be inferred. After proposing the PRC, a theoretical analysis is developed about its input-output stability, leading to a study about its different implementation configurations. As a result of this research, a real generic  $nk \pm m$ -order RC ( $nk \pm m$  RC) is proposed, which has better stability characteristics than the others  $nk \pm m$  RCs previously proposed in the literature. The theoretical proposals are validated through simulation and experiments, which use a shunt active power filter applied to a three-phase electrical grid to attenuate the current harmonic distortion caused by a three-phase rectifier. Finally, the proposed controllers and other solutions found in the literature are evaluated in a comparative analysis.

Keywords: Repetitive control. Complex controller. Power quality. Shunt active power filter.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Exemplos de controladores repetitivos de ordem genérica propostos na última década. . . . .  | 20 |
| Figura 2 – Quantidade de resultados encontrados no <i>Google Scholar</i> (por ano) ao buscar palavras-chave relacionadas a controladores baseados em ações integral, ressonante e repetitiva. Pesquisa feita em 29/01/2020. . . . .   | 21 |
| Figura 3 – Resposta em frequência de $\mathfrak{F}\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\}$ com harmônica $h_s$ de sequência positiva. . . . .   | 28 |
| Figura 4 – Efeito dos sinais de entrada de controladores reais utilizados para o controle de plantas trifásicas. . . . .  | 29 |
| Figura 5 – Efeito dos sinais de entrada de controladores complexos utilizados para o controle de plantas trifásicas. Sinal de entrada no eixo $\alpha$ e nulo no eixo $\beta$ . . . . .   | 30 |
| Figura 6 – Diagrama de Bode de SOGI sintonizado em $\omega_0 = 60 \cdot 2\pi$ rad/s com distintos ganhos $K_i$ . . . . .  | 31 |
| Figura 7 – Diagrama de Bode dos SOGI e ROGI. . . . .  | 32 |
| Figura 8 – Núcleo gerador de sinais periódicos para sistemas de tempo contínuo. .   | 33 |
| Figura 9 – Núcleo gerador de sinais periódicos para sistemas de tempo discreto. .   | 33 |
| Figura 10 – Diagrama de blocos do RC convencional. . . . .  | 34 |
| Figura 11 – Gráfico de magnitude da resposta em frequência do RC convencional ( $a(s) = 1$ ). . . . .   | 34 |
| Figura 12 – Efeito da redução do atraso $T_0$ do RC convencional na sua resposta em frequência. . . . .   | 35 |
| Figura 13 – Resposta em frequência dos controladores $6k \pm 1$ RC e $6k + 1$ RC. . . .   | 36 |
| Figura 14 – Diagrama de polos e zeros para um SOGI e um ROGI. . . . .   | 38 |
| Figura 15 – Diagrama de polos e zeros do controlador $nk + m$ RC proposto em (ZIMANN <i>et al.</i> , 2019) projetado para compensar a família $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , com frequência de amostragem $f_s = 18$ kHz e frequência da fundamental $f_1 = 60$ Hz. . . . . | 39 |
| Figura 16 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para um ROGI com polo em $s = -j\omega_0$ . . . . .  | 40 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 17 – Diagrama de Nyquist da FTMA $T(z)$ , considerando um sistema de controle complexo de fase mínima. . . . .  | 41 |
| Figura 18 – Análise da estabilidade relativa do diagrama de Nyquist exibido na Figura 17. . . . .  | 41 |
| Figura 19 – Implementação do ROGI (tempo discreto) como proposto por Busada <i>et al.</i> (2012), onde $c_1 = \cos(\omega_0 T_s)$ e $c_2 = \sin(\omega_0 T_s)$ . . . . .   | 43 |
| Figura 20 – Implementação do $nk + m$ RC (tempo discreto) como proposto por Luo <i>et al.</i> (2016), onde $b_1 = \cos(2\pi \frac{m}{n})$ e $b_2 = \sin(2\pi \frac{m}{n})$ . . . . .   | 44 |
| Figura 21 – Espectro harmônico da corrente da fase $a$ de um retificador trifásico a diodos. . . . .   | 45 |
| Figura 22 – Espectro harmônico do vetor espacial das correntes de um retificador trifásico a diodos. . . . .   | 45 |
| Figura 23 – Gráfico de magnitude de um $6k \pm 1$ RC e um $6k + 1$ RC, ambos com mesmos ganhos e filtros passa-baixas. ①: Ambos RCs apresentam magnitude semelhante em torno das componentes de baixa frequência da família $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . ②: O RC complexo possui magnitude menor para componentes de alta frequência. . . . .                              | 47 |
| Figura 24 – Gráfico de magnitude de um $6k \pm 1$ RC e um $6k + 1$ RC, ambos com estabilidade relativa equivalentes e mesmos filtros passa-baixas. ③: O RC complexo possui magnitude maior em torno das componentes de baixa frequência da família $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . ④: Ambos RCs apresentam magnitude semelhantes para componentes de alta frequência. . . . . | 47 |
| Figura 25 – Diagrama de blocos de um sistema $\mathcal{G}$ , com entrada $u(t)$ e saída $y(t)$ . . .   | 51 |
| Figura 26 – Diagrama de blocos de um sistema SISO $\mathcal{G}$ , com $u(t) \in V(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ e $y(t) \in V(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ . . . . .  | 54 |
| Figura 27 – Exemplos de valores singulares e normas- $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .  | 60 |
| Figura 28 – Identificação da norma- $\mathcal{H}_\infty$ no diagrama de Nyquist de um sistema SISO. .  | 61 |
| Figura 29 – Diagrama de blocos do sistema utilizado para análise da estabilidade- $\mathcal{L}_p$ através do Teorema do Ganho Pequeno . . . . .  | 62 |
| Figura 30 – Diagrama de blocos de um sistema de controle simplificado, que consiste em um controlador, uma planta e um elemento de medição. . . . .  | 64 |
| Figura 31 – Efeito do uso da transformada rotacional em vetores espaciais. . . . .   | 68 |
| Figura 32 – Diagrama de blocos do controlador PI-SRF. . . . .  | 68 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 33 – Diagrama de blocos do controlador PI-MRI para compensação das harmônicas $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . . . . .   | 69 |
| Figura 34 – Diagrama de blocos de controladores P-SSIs em paralelo para compensação das harmônicas $H_s = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . . . . .   | 72 |
| Figura 35 – Deslocamento da resposta em frequência do SOGI devido à utilização de SRF. . . . .  | 73 |
| Figura 36 – Diagrama de blocos do controlador P-SSI-SRF para compensação das harmônicas $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . . . . .  | 74 |
| Figura 37 – Diagrama de blocos da estratégia de controle baseada em PI-RES para compensação das harmônicas $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . . . . .   | 74 |
| Figura 38 – Diagrama de blocos do controlador repetitivo. . . . .   | 76 |
| Figura 39 – Domínios de estabilidade para sistemas com RCs. . . . .   | 77 |
| Figura 40 – Diagrama de polos do RC convencional e do RC para controle das harmônicas ímpares, ambos com $N = 30$ . Análise feita em tempo discreto. . . . .  | 78 |
| Figura 41 – $nk \pm m$ RC proposto por Lu & Zhou (2011). . . . .  | 78 |
| Figura 42 – $nk \pm m$ RC proposto por Lu <i>et al.</i> (2014). . . . .   | 79 |
| Figura 43 – Implementação do ROGI em tempo discreto como proposto por Busada <i>et al.</i> (2012), onde $c_1 = \cos(\omega_0 T_s)$ e $c_2 = \sin(\omega_0 T_s)$ . O termo $c_2$ faz o acoplamento entre os eixos $\alpha$ e $\beta$ . . . . . | 81 |
| Figura 44 – Diagrama de blocos de ROGIs em paralelo para compensação das harmônicas $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . . . . .  | 82 |
| Figura 45 – Diagrama de blocos do $nk + m$ RC proposto por Luo <i>et al.</i> (2016). . .  | 82 |
| Figura 46 – Diagrama de blocos da implementação do $nk + m$ RC proposto por Luo <i>et al.</i> (2016), em que $b_1 = \cos(2\pi \frac{m}{n})$ e $b_2 = \sin(2\pi \frac{m}{n})$ . . . . .  | 83 |
| Figura 47 – Diagrama de blocos do $nk + m$ RC proposto por Zimann <i>et al.</i> (2019). .   | 83 |
| Figura 48 – Diagrama de blocos da implementação do $nk + m$ RC proposto por Zimann <i>et al.</i> (2019), em que $b_1 = \cos(2\pi \frac{m}{n})$ , $b_2 = \sin(2\pi \frac{m}{n})$ , $a_1 = Re\{1/\vec{a}\}$ e $a_2 = Im\{1/\vec{a}\}$ . . . . . | 84 |
| Figura 49 – Linha do tempo apresentando publicações relevantes relacionadas às estruturas de controle baseadas no princípio do modelo interno para sinais exógenos periódicos. . . . .  | 85 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 50 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + SOGI”. SOGI sintonizado para controlar 60 Hz, com frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . .   | 89 |
| Figura 51 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + Múltiplos SOGIs”. SOGIs sintonizados para controlar 60 Hz e 300 Hz, com frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . .   | 89 |
| Figura 52 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “RC Convencional” para parâmetros $a(z) = 1$ e $N = 30$ , com frequência de amostragem de 1,8 kHz. . . . .   | 89 |
| Figura 53 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk \pm m$ RC” proposto por Lu & Zhou (2011). Controlador sintonizado com parâmetros $n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . .               | 90 |
| Figura 54 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk \pm m$ RC” proposto por Lu <i>et al.</i> (2014). Controlador sintonizado com parâmetros $n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . .        | 90 |
| Figura 55 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + ROGI”. ROGI sintonizado para controlar 60 Hz (sequência-positiva), com frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . .  | 90 |
| Figura 56 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + Múltiplos ROGIs”. ROGIs sintonizado para controlar 60 Hz (sequência-positiva) e 300 Hz (sequência-negativa), com frequência de amostragem 18 kHz. . . . . | 91 |
| Figura 57 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk + m$ RC” proposto por Luo <i>et al.</i> (2016). Controlador sintonizado com parâmetros $n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . .         | 91 |
| Figura 58 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk+m$ RC” proposto por Zimann <i>et al.</i> (2019). Controlador sintonizado com parâmetros $n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . .        | 91 |
| Figura 59 – $nk \pm m$ RCs e $nk + m$ RCs apresentados no Capítulo 3. . . . .   | 94 |
| Figura 60 – Diagrama de blocos da estratégia de controle PSRC. . . . .  | 96 |
| Figura 61 – Diagrama de blocos da PRC proposta pelo autor. . . . .  | 97 |
| Figura 62 – Diagrama de blocos da PRC proposta pelo autor (tempo-discreto). . .   | 97 |
| Figura 63 – Resposta em frequência da PRC para $a = 0$ , $m = 0$ e $n$ variável. . . .  | 98 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 64 – Resposta em frequência da PRC para $a = 0$ , $n = 4$ e $m$ variável. . . . .  | 98  |
| Figura 65 – Diagrama de blocos do $nk \pm m$ RC proposto por Lu & Zhou (2011). . . . .  | 99  |
| Figura 66 – Diagrama de blocos da associação de PRCs de configuração genérica<br>que implementa o $nk \pm m$ RC proposto por Lu & Zhou (2011). . . . .  | 101 |
| Figura 67 – Diagrama de blocos do $nk \pm m$ RC proposto por Lu <i>et al.</i> (2014). . . . .   | 101 |
| Figura 68 – Diagrama de blocos da associação de PRCs de configuração genérica<br>que implementa o $nk \pm m$ RC proposto por Lu <i>et al.</i> (2014). . . . .   | 103 |
| Figura 69 – Diagrama de blocos do $nk + m$ RC proposto por Luo <i>et al.</i> (2016). . . . .  | 103 |
| Figura 70 – Diagrama de blocos do $nk + m$ RC proposto por Zimann <i>et al.</i> (2019). . . . .   | 104 |
| Figura 71 – Diagrama de blocos do $nk + m$ RC proposto em (NETO <i>et al.</i> , 2018). . . . .  | 105 |
| Figura 72 – Resposta em frequência da operação GDSC com $m = 1$ , $n = 6$ e $\vec{a} = 0,5$ .105  |     |
| Figura 73 – Diagrama de blocos da estrutura de PRCs em paralelo proposta. . . . .   | 107 |
| Figura 74 – Generalização dos $nk \pm m$ RCs a partir da estrutura de PRCs em paralelo.110  |     |
| Figura 75 – Mapeamento de polos e zeros do $nk \pm m$ RC ilustrado na Figura 74<br>para diferentes valores de $a$ . Controlador sintonizado com parâmetros<br>$n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . .   | 111 |
| Figura 76 – Lugar geométrico das raízes do $nk \pm m$ RC ilustrado na Figura 74<br>para diferentes valores de $a$ . Gráficos traçados considerando planta e<br>realimentação unitárias. Controlador sintonizado com parâmetros $n = 6$ ,<br>$m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . . | 112 |
| Figura 77 – Gráfico de magnitude da FTMA exibida na Equação (129), considerando<br>$K_2$ sendo gradualmente incrementado de 0 a $K_{rc}$ . . . . .  | 113 |
| Figura 78 – Mapeamento de polos e zeros do $nk + m$ RC cuja função de transferência<br>é dada pela Equação (130). Controlador sintonizado com parâmetros<br>$n = 6$ , $m = 1$ e frequência de amostragem 1,8 kHz. . . . .   | 115 |
| Figura 79 – Implementação em tempo-discreto do $nk + m$ RC de estrutura con-<br>figurável obtido a partir da PRC proposta. Parâmetros: $b_1 = \cos(\theta)$ ,<br>$b_2 = \sin(\theta)$ e $i_d = N/n$ . . . . .   | 116 |
| Figura 80 – Diagrama de blocos do $nk \pm m$ RC proposto. Controlador composto<br>por duas PRCs com $a = 1$ em paralelo. . . . .  | 117 |
| Figura 81 – Diagrama de blocos para implementação do $nk \pm m$ RC composto por<br>duas PRCs com $a = 1$ em paralelo. . . . .   | 118 |
| Figura 82 – Sistema de controle com o RC complexo . . . . .   | 122 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 83 – Diagrama de blocos equivalente ao diagrama do sistema com RC complexo   | 123 |
| Figura 84 – Diagrama de blocos do sinal de entrada da Figura 83. . . . .  | 124 |
| Figura 85 – Domínios de estabilidade para sistemas com PRC. Gráficos obtidos a partir do Teorema do Ganho Pequeno. . . . .  | 130 |
| Figura 86 – Vetor espacial do erro de um sistema com PRC $\mathcal{L}_2$ -estável. Resultados obtidos de simulação. . . . .   | 131 |
| Figura 87 – Vetor espacial do erro de um sistema com PRC $\mathcal{L}_2$ -instável. Resultados obtidos de simulação. . . . .  | 132 |
| Figura 88 – Diagrama de blocos de um sistema de controle com PRC modificada (tempo contínuo). . . . .   | 133 |
| Figura 89 – Domínios de estabilidade para sistema de controle com PRC modificada com $Q_1 = 0,5$ . . . . .  | 134 |
| Figura 90 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a PRC proposta acrescida de $Q_1 = 0,95$ . PRC é sintonizado com parâmetros $m = 0$ , $n = 1$ e $a = 1$ . . . . .   | 134 |
| Figura 91 – Domínios de estabilidade do sistema com RC complexo modificado ( $a = 0$ ). Planta com ganho repetitivo $G_m(s)$ é dada na Equação (174). .                                 | 135 |
| Figura 92 – Diagrama de blocos da PRC proposta acrescida do $Q_2(z)$ apresentado na Figura 175. . . . .   | 136 |
| Figura 93 – Vetor espacial do erro para sistema com PRC modificada com $a = 0$ , condições iniciais nulas, e $G_m(s)$ dada pela Equação (174). Resultados obtidos de simulação. . . . . | 138 |
| Figura 94 – Domínios de estabilidade e diagrama de Nyquist da planta mais ganho repetitivo referentes ao exemplo apresentado na Figura 93. . . . .                                      | 138 |
| Figura 95 – Efeito do filtro FIR que causa deslocamento linear de fase na PRC modificada. . . . .   | 139 |
| Figura 96 – Avaliação de filtro FIR genérico que causa deslocamento linear de fase. .   | 139 |
| Figura 97 – Diagrama de blocos da PRC com filtro FIR que causa deslocamento linear de fase. . . . .   | 140 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 98 – Compensação do efeito do filtro FIR causal. Avaliação feita em três situações distintas: Situação (I) – PRC sem filtro FIR; Situação (II) – Aplicação do filtro FIR causal na PRC, deslocamento linear de fase não compensado; Situação (III) – Aplicação do filtro FIR causal na PRC, deslocamento linear de fase compensado. . . . . | 141 |
| Figura 99 – Domínio de estabilidade de um sistema com PRC modificada com LPF $Q_2(z)$ e diagrama de Nyquist de $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$ , considerando o $G(z)$ apresentado em (185). Os gráficos são usados para avaliar o impacto de $K_{rc}$ e $a$ na estabilidade- $\ell_2$ do sistema usado como exemplo. . . . .                         | 142 |
| Figura 100 – Vetor espacial do erro dos sistemas referidos na Figura 99. Considerações: Condições iniciais nulas e LPF $Q_2(z)$ com frequência de corte $f_{3db} = 950$ Hz. Resultados obtidos a partir da simulação. . . . .  | 142 |
| Figura 101 – Domínio de estabilidade de um sistema com PRC modificada com LPF $Q_2(z)$ ( $a = 0,5$ ) e diagrama de Nyquist de $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$ , considerando o $G(z)$ apresentado em (185). Os gráficos são usados para explicar o impacto de $f_{3dB}$ na banda passante da PRC modificada. . . . .                                  | 143 |
| Figura 102 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o $G(z)$ apresentado em (185): Etapas 1 e 2. . . . .  | 144 |
| Figura 103 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o $G(z)$ apresentado em (185): Etapas 3 e 4. . . . .  | 145 |
| Figura 104 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o $G(z)$ apresentado em (185): Etapas 5 e 6. . . . .  | 145 |
| Figura 105 – Fluxograma do <i>script</i> de Matlab utilizado para implementar a Etapa 4. . . . .   | 146 |
| Figura 106 – Diagrama de blocos do $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$ e filtros FIR para aumento do domínio de estabilidade. . . . .  | 148 |
| Figura 107 – Representação simplificada da bancada experimental utilizada. . . . .   | 150 |
| Figura 108 – Apresentação da bancada experimental utilizada. . . . .   | 150 |
| Figura 109 – Diagrama de blocos completo do sistema de controle utilizado para obtenção de resultados experimentais. . . . .   | 152 |
| Figura 110 – Estratégia de geração das referências de corrente. . . . .  | 154 |
| Figura 111 – Correntes trifásicas que alimentam o retificador trifásico a diodos. . . . .  | 154 |
| Figura 112 – Espectro harmônico das corrente que alimentam o retificador trifásico a diodos utilizado para obtenção dos resultados experimentais. . . . .  | 155 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 113–Diagrama de blocos do sistema inicial utilizado para avaliar a PRC proposta (tempo-discreto). . . . .  | 156 |
| Figura 114–Diagrama de Nyquist de $G_m(z) = K_{rc} \cdot z^{-1} \cdot G_{zoh}(z)$ . . . . .   | 157 |
| Figura 115–Diagrama de blocos do sistema de controle com PRC modificada (tempo-discreto). . . . .   | 158 |
| Figura 116–Diagrama de blocos do sistema de controle com PRC modificada e avanço de fase (tempo-discreto). . . . .  | 159 |
| Figura 117–Diagrama de Nyquist da FTMA do sistema apresentado na Figura 116. $\psi$ representa o avanço de fase aplicado por $H_l(z)$ na frequência que define a margem de fase. . . . .  | 159 |
| Figura 118–Limite de magnitude (azul) e magnitude real (vermelho) do $Q_2(z)$ usado para a obtenção dos resultados experimentais. . . . .   | 160 |
| Figura 119–Correntes de rede, de carga e de saída de FAP (fase <i>a</i> ) antes e depois de habilitar a operação do inversor trifásico como FAP em paralelo. . . .  | 161 |
| Figura 120–Domínio de estabilidade do sistema com PRC com $a = 0,4$ ( $ Q_2  = 1$ ) e diagrama Nyquist de $G_{mf}(z)$ (em vermelho). . . . .  | 162 |
| Figura 121–Limite de magnitude (azul) e magnitude real (vermelho) do $Q_2(z)$ para os diferentes valores de $a$ avaliados experimentalmente. . . . .  | 163 |
| Figura 122–Espectro harmônico e THD das correntes de rede durante a operação em regime permanente do FAP e valores limite para as componentes harmônicas de corrente de acordo com a norma (IEEE..., 2014). . . .   | 164 |
| Figura 123–Diagrama de blocos dos controladores repetitivos avaliados. Ganhos repetitivos normalizados para apresentarem as decomposições em PRCs descritas na Tabela 12. . . . .   | 166 |
| Figura 124–Diagramas de blocos dos controladores repetitivos avaliados experimentalmente. Filtros $Q_2(z)$ (com deslocamento de fase nulo) utilizados para aumentar o domínio de estabilidade. . . . .  | 167 |
| Figura 125–Experimento: Correntes drenadas da rede considerando: controladores propostos por Hara <i>et al.</i> (1988), por Lu & Zhou (2011) (com ação proporcional), por Lu <i>et al.</i> (2014) (com ação proporcional) e solução baseada em duas PRCs com $a = 1$ em paralelo. . . . . | 172 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 126 – Experimento: Correntes drenadas da rede considerando: controladores propostos por Luo <i>et al.</i> (2016) (com ação proporcional) e por Zimann <i>et al.</i> (2019). São considerados também resultados quando implementados P+ Múltiplos SOGIs e P+Múltiplos ROGIs. . . . .                       | 173 |
| Figura 127 – Experimento: Espectro harmônico e THD das correntes drenadas da rede para: controladores propostos por Hara <i>et al.</i> (1988), por Lu & Zhou (2011) (com ação proporcional), por Lu <i>et al.</i> (2014) (com ação proporcional) e solução baseada em duas PRCs com $a = 1$ em paralelo. . . . . | 174 |
| Figura 128 – Experimento: Espectro harmônico e THD das correntes drenadas da rede para: controladores propostos por Luo <i>et al.</i> (2016) (com ação proporcional) e por Zimann <i>et al.</i> (2019). São considerados também resultados quando implementados P+ Múltiplos SOGIs e P+Múltiplos ROGIs. . . . .  | 175 |
| Figura 129 – Experimento: Correntes drenadas da rede ao acionar a geração de referências do FAP. Resultado obtido para o $nk + m$ RC proposto por Zimann <i>et al.</i> (2019). . . . .   | 176 |
| Figura 130 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para os controladores avaliados (PARTE 1). . . . .   | 177 |
| Figura 131 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para os controladores avaliados (PARTE 2). . . . .   | 178 |
| Figura 132 – Correntes de rede, de carga e de saída de FAP (fase <i>a</i> ) durante o transitório de carga. . . . .  | 179 |
| Figura 133 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para as estruturas de controle propostas pelo autor nesta tese durante um transitório de carga. . . . .  | 179 |
| Figura 134 – Diagrama do circuito de potência do esquema elétrico original. . . . .  | 195 |
| Figura 135 – Diagrama do circuito de potência do esquema elétrico modificado. . . . .  | 196 |

## LISTA DE TABELAS

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1 – Avaliação de funções quanto ao espaço- $\mathcal{L}_2$ .  | 52  |
| Tabela 2 – Avaliação de funções quanto aos espaços- $\mathcal{L}_2$ , $-\mathcal{L}_\infty$ , $-\mathcal{L}_{2e}$ e $-\mathcal{L}_{\infty e}$ .  | 53  |
| Tabela 3 – Definições de “função complexa limitada em energia” e de “norma- $\mathcal{H}_\infty$ de um sistema SISO” para sinais e sistemas de tempo contínuo e de tempo discreto.                       | 62  |
| Tabela 4 – Características necessária ao sistema de controle para que as especificações de desempenho sejam atendidas.   | 66  |
| Tabela 5 – Ordem e sequência das componentes harmônicas controladas pelo PI-MRI.   | 70  |
| Tabela 6 – Configurações para utilização de RC.  | 76  |
| Tabela 7 – Resumo das principais semelhanças e diferenças estruturais entre os esquemas de controle apresentados no Capítulo 3.  | 87  |
| Tabela 8 – Decomposição de algumas estratégias de controle repetitivo em estruturas de PRCs em paralelo.   | 108 |
| Tabela 9 – Resumo das principais semelhanças e diferenças estruturais entre os esquemas de controle apresentados nos Capítulos 3 e 4. Estratégia $nk \pm m$ RC baseada em PRCs com $a = 1$ em destaque.  | 119 |
| Tabela 10 – Avaliação de $\vec{r}_L(t)$ para $\vec{r}(t) = e^{j2\pi t/T_0}$ ( $\forall t \geq 0$ ), com $L = T_0/2$ e $\theta = \pi$ . Resultados obtidos a partir de simulação.                         | 125 |
| Tabela 11 – Parâmetros da montagem experimental.   | 151 |
| Tabela 12 – Controladores repetitivos avaliados com ganhos equivalentes (implementação em tempo-discreto) e suas respectivas decomposições em estruturas de PRCs em paralelo.                            | 165 |
| Tabela 13 – Controladores ressonantes avaliados (implementação em tempo-discreto) e as componentes harmônicas nas quais estes são sintonizados.  | 165 |
| Tabela 14 – Avaliação da estabilidade absoluta do sistema com os RCs exibidos na Figura 124. Todos os RCs avaliados com mesmos $K_{rc} = 0,060$ , $Q_2(z)$ e $H_l(z)$ . Resultados estáveis em destaque. | 168 |
| Tabela 15 – Ganhos utilizados para implementação experimental de cada controlador repetitivo avaliado. Todos os RCs utilizando os mesmos $Q_2(z)$ e $H_l(z)$ .   | 169 |

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 16 – Ganhos utilizados para implementação experimental das estratégias baseadas na ação ressonante real e complexa. . . . .  | 170 |
| Tabela 17 – Resumo da comparação de desempenho entre os esquemas de controle avaliados experimentalmente – Tabela ordenada pela classificação das estratégia de controle. . . . . | 181 |
| Tabela 18 – Resumo da comparação de desempenho entre os esquemas de controle repetitivo avaliados experimentalmente que são baseados nas mesmas PRCs. . . . .                     | 182 |

## SUMÁRIO

|          |   |    |
|----------|---|----|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>   | 18 |
| 1.1      | <i>OBJETIVO GERAL . . . . .</i>   | 21 |
| 1.2      | <i>CONTRIBUIÇÕES . . . . .</i>  | 22 |
| 1.3      | <i>ORGANIZAÇÃO TEXTUAL . . . . .</i>  | 22 |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA E TEÓRICA . . . . .</b>   | 24 |
| 2.1      | <i>ANÁLISE MATEMÁTICA DE VETORES ESPACIAIS . . . . .</i>  | 24 |
| 2.1.1    | Descrição matemática . . . . .  | 25 |
| 2.1.2    | Espectro harmônico de um vetor espacial . . . . .   | 27 |
| 2.2      | <i>CONTROLADORES REAIS E COMPLEXOS . . . . .</i>  | 28 |
| 2.2.1    | Controladores ressonantes . . . . .   | 30 |
| 2.2.2    | Controladores repetitivos . . . . .   | 32 |
| 2.2.3    | Características comuns aos controladores complexos . . . . .  | 37 |
| 2.2.4    | Controladores complexos aplicados a vetores espaciais . . . . .   | 44 |
| 2.3      | <i>ANÁLISE DE ESTABILIDADE . . . . .</i>  | 48 |
| 2.3.1    | Espaços- $\mathcal{L}_p$ e norma de sinais . . . . .  | 48 |
| 2.3.2    | Estabilidade- $\mathcal{L}_p$ . . . . .   | 53 |
| 2.3.3    | Norma- $\mathcal{L}_2$ induzida de um sistema . . . . .   | 57 |
| 2.3.4    | Teorema do Ganho Pequeno . . . . .  | 61 |
| <b>3</b> | <b>ESTRATÉGIAS DE CONTROLE BASEADAS NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO PARA APLICAÇÕES TRIFÁSICAS . . . . .</b> | 63 |
| 3.1      | <i>PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO . . . . .</i>  | 63 |
| 3.2      | <i>CONTROLADORES REAIS BASEADOS NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO . . . . .</i>                                | 66 |
| 3.2.1    | Controlador PI em referencial síncrono . . . . .  | 67 |
| 3.2.2    | Estruturas de controle baseadas em integrador senoidal . . . . .  | 71 |
| 3.2.3    | Estratégias de controle baseadas na utilização de integradores senoidais em referencial síncrono . . . . .  | 73 |
| 3.2.4    | Controlador repetitivo . . . . .  | 75 |
| 3.2.5    | Controladores repetitivos de ordem genérica . . . . .   | 77 |

|            |  |     |
|------------|--|-----|
| <b>3.3</b> | <b><i>CONTROLADORES COMPLEXOS BASEADOS NO PRINCIPIO DO MODELO INTERNO</i></b>                              | 79  |
| 3.3.1      | Estruturas de controle baseadas no integrador generalizado de ordem reduzida                               | 80  |
| 3.3.2      | Controlador repetitivo de ordem $nk + m$   | 81  |
| <b>3.4</b> | <b><i>ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</i></b>   | 84  |
| 3.4.1      | Comparação estrutural das estratégias de controle revisadas  | 85  |
| 3.4.2      | Comparação das respostas em frequência e dos mapeamentos de polos e zeros                                  | 88  |
| <b>3.5</b> | <b><i>CONCLUSÕES PARCIAIS</i></b>  | 92  |
| <b>4</b>   | <b>ABORDAGEM UNIFICADA PARA AVALIAÇÃO DE CONTROLADORES REPETITIVOS</b>                                     | 94  |
| <b>4.1</b> | <b><i>CÉLULA REPETITIVA PRIMITIVA DE ESTRUTURA GENÉRICA</i></b>  | 95  |
| 4.1.1      | Decomposição de $nk \pm m$ RCs em PRCs de configuração genérica  | 98  |
| 4.1.2      | Representação de $nk + m$ RCs a partir da PRC de configuração genérica                                     | 103 |
| <b>4.2</b> | <b><i>ESTRUTURA DE CÉLULAS REPETITIVAS PRIMITIVAS EM PARALELO</i></b>                                      | 107 |
| 4.2.1      | Estudo sobre os $nk \pm m$ RCs utilizando a estrutura proposta   | 109 |
| 4.2.2      | Estudo sobre os $nk + m$ RCs utilizando a estrutura proposta   | 114 |
| <b>4.3</b> | <b><i>EXEMPLO DO USO DA ESTRUTURA DE PRCs EM PARALELO PARA PROPOSTA DE NOVO CONTROLADOR REPETITIVO</i></b> | 116 |
| 4.3.1      | $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$  | 117 |
| <b>4.4</b> | <b><i>CONCLUSÕES PARCIAIS</i></b>  | 120 |
| <b>5</b>   | <b>AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DA CÉLULA REPETITIVA PRIMITIVA PROPOSTA</b>                                   | 121 |
| <b>5.1</b> | <b><i>AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE ENTRADA-SAÍDA DE SISTEMA DE CONTROLE COM A PRC PROPOSTA</i></b>            | 121 |
| 5.1.1      | Aplicação do Teorema do Ganho Pequeno a um sistema de controle repetitivo complexo                         | 122 |
| 5.1.2      | Domínios de estabilidade   | 128 |
| 5.1.3      | Célula repetitiva primitiva modificada   | 132 |
| <b>5.2</b> | <b><i>AVALIAÇÃO DA BANDA PASSANTE DA PRC ATRAVÉS DO DOMÍNIO DE ESTABILIDADE</i></b>                        | 141 |
| 5.2.1      | Projeto do filtro FIR $Q_2(z)$ utilizando o domínio de estabilidade do sistema com PRC modificada          | 143 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 5.2.2    | Posicionamento de filtros de deslocamento de fase nulo para aumento do domínio de estabilidade de estruturas de RC mais elaboradas . . . . . | 147 |
| 5.3      | <i>CONCLUSÕES PARCIAIS</i> . . . . .   | 147 |
| <b>6</b> | <b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE COMPARATIVA</b> 149  |     |
| 6.1      | <i>DESCRIÇÃO DA MONTAGEM</i> . . . . .   | 149 |
| 6.2      | <i>ESTRUTURA DE CONTROLE IMPLEMENTADA</i> . . . . .  | 151 |
| 6.2.1    | Geração de referência . . . . .  | 151 |
| 6.2.2    | Avaliação da família de componentes harmônicas a ser controlada . . . . .  | 154 |
| 6.3      | <i>AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DOMÍNIO DE ESTABILIDADE DA PRC PROPOSTA</i> . . . . .   | 155 |
| 6.3.1    | Seleção dos parâmetros $n$ , $m$ e $N$ e escolha do valor inicial para o parâmetro $a$ . . . . .   | 156 |
| 6.3.2    | Sintonia dos demais parâmetros do sistema com PRC modificada . . . . .   | 158 |
| 6.3.3    | Verificação do limite de magnitude de $Q_2(z)$ . . . . .   | 159 |
| 6.3.4    | Resultados experimentais para variações no parâmetro $a$ . . . . .   | 160 |
| 6.4      | <i>COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE CONTROLADORES DE AÇÃO REPETITIVA E RESSONANTE IMPLEMENTADOS EM REFERENCIAL ESTACIONÁRIO</i> . . . . .      | 164 |
| 6.4.1    | Parâmetros dos controladores repetitivos avaliados . . . . .   | 166 |
| 6.4.2    | Parâmetros dos controladores ressonantes avaliados . . . . .   | 169 |
| 6.4.3    | Análise de regime permanente . . . . .   | 171 |
| 6.4.4    | Análise de regime transitório . . . . .  | 176 |
| 6.4.5    | Resultados para transitório de carga . . . . .   | 179 |
| 6.4.6    | Comparação das estratégias de controle de corrente implementadas . . . . .   | 180 |
| 6.5      | <i>CONCLUSÕES PARCIAIS</i> . . . . .   | 182 |
| <b>7</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .  | 184 |
| 7.1      | <i>PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS</i> . . . . .  | 186 |
| 7.2      | <i>PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA REALIZADA</i> . . . . .   | 186 |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .   | 189 |
|          | <b>Anexo A – DIAGRAMAS DO CIRCUITO DE POTÊNCIA DO PAINEL ELÉTRICO</b> . . . . .  | 195 |

## 1 INTRODUÇÃO

Devido à crescente demanda por fontes renováveis de energia, tais como solar e eólica, um aumento significativo da quantidade de inversores trifásicos conectados à rede tem sido observado nas últimas décadas. Nessas aplicações, os inversores são responsáveis pela interface entre a fonte renovável e a rede elétrica, sendo frequentemente operados como inversores fonte de tensão, conforme exemplificado por Baroudi, Dinavahi & Knight (2007) e Mechouma, Azoui & Chaabane (2012). Uma vez que a tensão da rede é geralmente conhecida, a injeção de potência na rede elétrica é geralmente feita através do controle das correntes de saída do conversor. Por consequência, o desempenho dessa classe de conversores estáticos depende fortemente da estratégia de controle aplicada à sua malha de corrente (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998).

Diversas estratégias de controle foram propostas na literatura com o objetivo de controlar as correntes de saída em inversores trifásicos, ainda que esses sinais apresentem alto conteúdo harmônico. Em sua maioria, essas soluções são estruturas de controle lineares que apresentam ganho elevado em um conjunto de frequências selecionado pelo projetista, sendo assim aplicáveis a sistemas em que se deseja compensar correntes com componentes harmônicas de ordens conhecidas.

Dada a variedade de estratégias de controle propostas na literatura para obtenção de erro nulo em regime permanente para referências periódicas, faz-se necessário definir de forma clara quais as diferenças entre cada estratégia, de modo a possibilitar a seleção do esquema de controle apropriado para cada aplicação. De fato, a partir dessa distinção, torna-se possível definir quais as vantagens, desvantagens e aplicação alvo de cada estratégia. Nesse contexto, vários trabalhos fazem um estudo comparativo de estratégias de controle relevantes em sua época de publicação. Dois exemplos de trabalhos que desempenham esse papel são (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998) e (LIMONGI *et al.*, 2009).

No primeiro trabalho citado acima, Kazmierkowski & Malesani (1998) fazem uma revisão de técnicas de controle aplicáveis a inversores trifásicos, dividindo-as em lineares e não-lineares. Dentre os controladores pertencentes à primeira classe, o estudo incluiu a implementação de controladores proporcional-integral (PI) (implementados em referencial estacionário e síncrono) e controladores por realimentação de estados. Por outro lado, dentre as estratégias de controle não-lineares, o estudo contemplou controladores por

histerese e estratégias preditivas com otimização *online*. Apesar da relevância desse artigo, diversas estratégias que hoje são bastante consolidadas, por exemplo, o uso de controladores ressonantes, não foram abordadas.

Em contrapartida, no segundo trabalho citado acima, Limongi *et al.* (2009) revisaram as principais estratégias de controle linear utilizando como aplicação alvo um filtro ativo de potência (FAP) paralelo (ou *shunt*). Nesta aplicação, o inversor deve ser capaz de sintetizar correntes trifásicas com alto conteúdo harmônico, cujas componentes dependem da carga a ser alimentada. Por se tratar de um estudo mais recente que o feito por Kazmierkowski & Malesani (1998), o trabalho de Limongi *et al.* (2009) contempla alguns esquemas baseados em controladores ressonantes, além de incluir um controlador repetitivo que utiliza um filtro de alta seletividade para selecionar as componentes harmônicas a serem controladas.

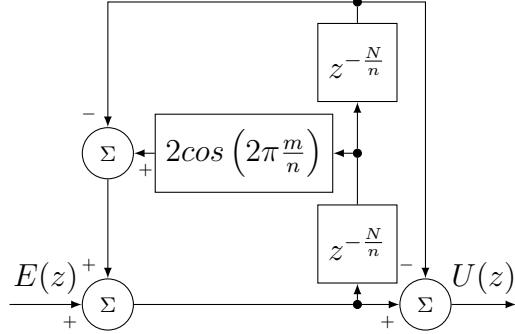
Na revisão realizada por Limongi *et al.* (2009), duas estratégias baseadas em integradores generalizados de segunda ordem (*second order generalized integrator* – SOGI), os quais implementam ações ressonantes, merecem ser ressaltadas: SOGIs em referencial estacionário (YUAN *et al.*, 2002); e SOGIs implementados em um referencial síncrono *dq* (BOJOI *et al.*, 2005). Essas estruturas foram destacadas porque, além de serem estratégias bastante utilizadas, a depender das harmônicas a serem compensadas, o uso do referencial síncrono resulta em uma menor quantidade de SOGIs para controlar a mesma família de componentes harmônicas, o que reduz significativamente o esforço computacional do esquema de controle quando comparado à sua implementação em referencial estacionário. Adicionalmente, ao utilizar a transformada de Park para implementação do referencial síncrono, a simetria dos espectros negativo e positivo, que caracteriza o controlador ser real, deixa de existir, transformando a estrutura de controle em complexa. Todavia, as discussões sobre as diferenças entre controladores reais e complexos só tornaram-se mais frequentes após a criação do integrador generalizado de ordem reduzida (*reduced order generalized integrator* – ROGI), proposto por Busada *et al.* (2012).

Ao avaliar os trabalhos de Kazmierkowski & Malesani (1998) e Limongi *et al.* (2009), observa-se que muitos esquemas de controle propostos recentemente não foram contemplados em seus estudos, como múltiplos ROGIs em paralelo e controladores repetitivos de ordem genérica. Sobre essa última classe de controladores, a quantidade de soluções baseadas na ação repetitiva aumentou significativamente nas últimas duas décadas, o que, por si só, justifica novos estudos comparativos. Para ilustrar esse aumento na quantidade

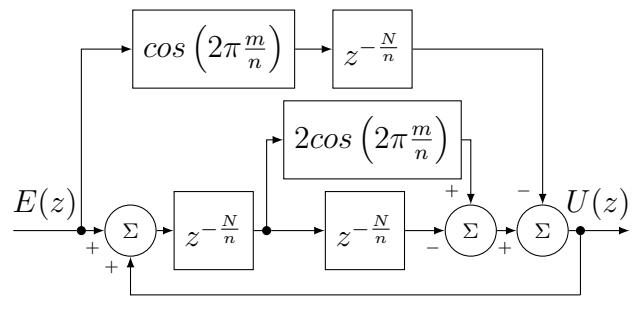
de estruturas de controle repetitivo, alguns exemplos de esquemas propostos na literatura são apresentados na Figura 1.

Figura 1 – Exemplos de controladores repetitivos de ordem genérica propostos na última década.

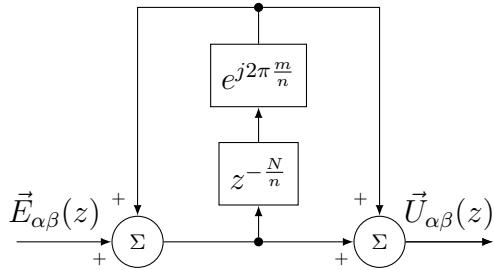
(a) Controlador repetitivo real proposto por Lu & Zhou (2011).



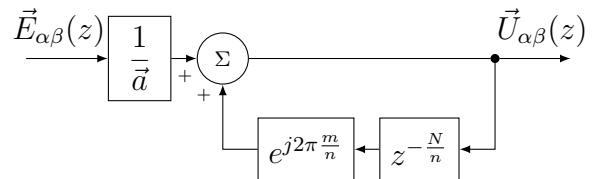
(b) Controlador repetitivo real proposto por Lu *et al.* (2014).



(c) Controlador repetitivo complexo proposto por Luo *et al.* (2016).



(d) Controlador repetitivo complexo proposto por Zimann *et al.* (2019).

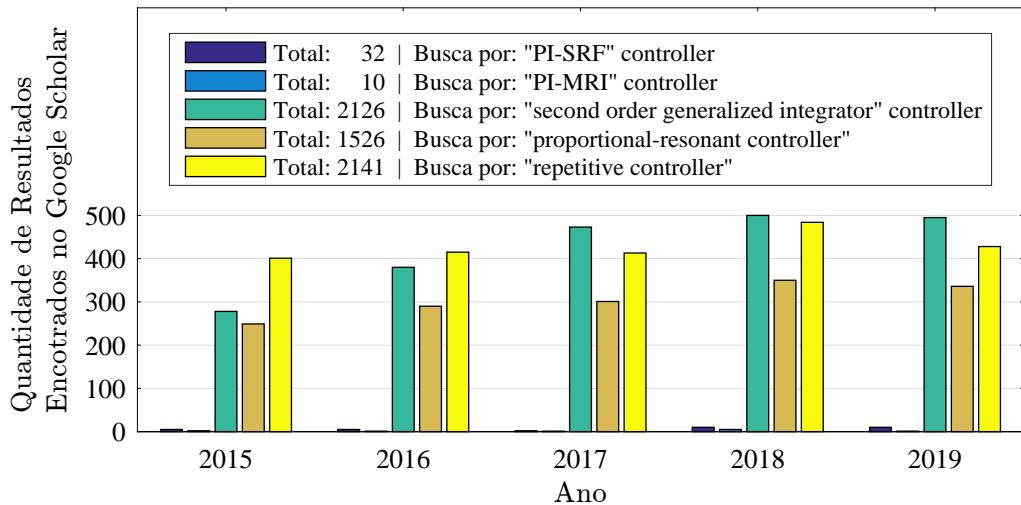


Fonte: Elaborada pelo autor.

Para entender a relevância dos controladores repetitivos no cenário recente de pesquisa, a Figura 2 apresenta a quantidade de resultados encontrados no *Google Scholar*, nos últimos cinco anos, ao buscar palavras-chave relacionadas a algumas estratégias de controle que podem ser utilizadas na malha de corrente de inversores trifásicos. Os controladores alvo dessa busca foram: PI aplicado em um referencial síncrono *dq*, ou PI-SRF (*synchronous reference frame*); PI com múltiplos integradores rotacionais, ou PI-MRI (*multiple rotating integrators*); controladores ressonantes, ou SOGIs; e controladores repetitivos. A partir da Figura 2 observa-se que existe um grande número de trabalhos que utilizam, propõem ou mencionam controladores repetitivos nos últimos cinco anos, o qual é, inclusive, significativamente maior que o número de trabalhos que abordam controladores PI. Dessa forma, observa-se novamente que é importante que pesquisas comparativas contemplam estruturas de controle repetitivo mais recentes.

Apesar das diversas propostas de controladores repetitivos de ordem genérica, como as exemplificadas na Figura 1, os autores descreverem suas características individuais,

Figura 2 – Quantidade de resultados encontrados no *Google Scholar* (por ano) ao buscar palavras-chave relacionadas a controladores baseados em ações integral, ressonante e repetitiva. Pesquisa feita em 29/01/2020.



Fonte: Elaborada pelo autor.

mas suas estruturas são tão distintas entre si que a avaliação comparativa de todas essas estruturas de uma forma coletiva é inviabilizada. Contudo, esse problema seria solucionado caso houvesse uma célula base que pudesse ser utilizada para decomposição dessa classe de controladores, como feito, por exemplo, por Fang Zheng Peng (2001) para definição de uma topologia de inversores multiníveis.

Dessa forma, observa-se a necessidade de desenvolver uma abordagem unificada para representação de controladores repetitivos (RCs) de ordem genérica, a qual deve contemplar tanto soluções reais quanto complexas. Além disso, é importante atualizar o estudo comparativo sobre estratégias utilizadas para o controle de corrente de inversores, realizado por (LIMONGI *et al.*, 2009), contemplando essa classe de controladores.

### 1.1 OBJETIVO GERAL

Devido à dificuldade associada à comparação de desempenho entre os diversos controladores repetitivos de ordem genérica propostos na literatura, o objetivo deste trabalho é propor uma abordagem unificada de representação de controladores repetitivos reais e complexos, a partir de uma célula repetitiva primitiva, que permita a avaliação de estruturas elaboradas de controle repetitivo. Para esse desenvolvimento, resultados obtidos em *software* de computação matemática e experimentalmente são utilizados como evidências para sustentar a abordagem teórica apresentada.

## 1.2 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições obtidas a partir deste trabalho são:

- a proposta de uma célula repetitiva primitiva (*primitive repetitive cell – PRC*), que possibilita a decomposição dos RCs propostos na literatura;
- a utilização de múltiplas PRCs em paralelo para obtenção de uma estrutura genérica de controle repetitivo;
- a caracterização e diferenciação das estruturas de controle repetitivo de ordem genérica a partir da PRC proposta; e
- a avaliação da estabilidade entrada/saída da célula repetitiva primitiva, o que possibilita compreender o impacto de cada parâmetro da PRC.

São contribuições secundárias desta tese de doutorado:

- a proposta de uma metodologia para seleção de parâmetros do filtro passa-baixa que normalmente é utilizado para melhorar as características de estabilidade de RCs;
- a caracterização e diferenciação de estruturas de controle reais e complexas, buscando evidenciar suas aplicações em sistemas elétricos;
- realizar uma comparação estrutural e experimental entre os principais controladores reais e complexos encontrados na literatura, incluindo os RCs de ordem genérica; e
- utilizar a estrutura genérica de controle repetitivo descrita neste trabalho para propor um controlador repetitivo real de ordem genérica ( $nk \pm m$  RC) que apresente melhores características de estabilidade que os demais RCs reais de ordem genérica propostos na literatura.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO TEXTUAL

A presente tese está organizada como indicado a seguir:

- No Capítulo 2 é desenvolvida uma fundamentação matemática que permite ao leitor compreender a notação utilizada durante o trabalho. Além disso, são abordados conceitos necessários para o entendimento da análise de estabilidade descrita no Capítulo 5;

- No Capítulo 3 é realizada uma revisão da literatura buscando as principais estratégias de controle aplicadas a inversores trifásicos, baseadas no uso de ação integral, ressonante e repetitiva. A partir dessa revisão, uma comparação estrutural é realizada entre as estratégias apresentadas, o que viabiliza a caracterização e diferenciação dos controladores reais e complexos;
- No Capítulo 4 é proposta uma abordagem unificada para representação de controladores repetitivos, o que é feito a partir de uma célula repetitiva primitiva (também proposta neste capítulo);
- No Capítulo 5 é apresentada uma análise da estabilidade entrada/saída da célula repetitiva primitiva proposta;
- No Capítulo 6, resultados experimentais são apresentados para validar as análises matemáticas realizadas nos capítulos anteriores;
- No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho, além de sugestões de trabalhos futuros que possam dar continuidade às propostas desta tese.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA E TEÓRICA

Antes de apresentar a revisão bibliográfica e propor uma abordagem unificada para representação de controladores repetitivos, é muito importante que o leitor conheça algumas características que são fundamentais para o entendimento deste trabalho.

Neste capítulo é inicialmente apresentada uma descrição matemática de vetores espaciais, os quais são utilizados nos capítulos seguintes como sinal de referência para sistemas de controle. Posteriormente, as principais diferenças entre controladores reais e complexos são abordadas, utilizando compensadores com ação ressonante e repetitiva para exemplificação. Por fim, alguns conceitos úteis para avaliação da estabilidade entrada-saída são introduzidos.

### 2.1 ANÁLISE MATEMÁTICA DE VETORES ESPACIAIS

Diferentemente dos sistemas monofásicos, em que a única informação relevante dos sinais exógenos para o projeto do controlador é sua decomposição espectral, em plantas trifásicas, muitas vezes, faz-se necessário conhecer a sequência de fases de cada componente harmônica a ser controlada. Para tanto, torna-se conveniente a utilização de vetores espaciais para a representação dos sinais de um sistema trifásico.

Os vetores espaciais foram inicialmente utilizados para caracterizar o fluxo magnético, as tensões e as correntes em máquinas elétricas trifásicas, o que, por consequência, possibilita a análise dinâmica dessas máquinas através de um conjunto reduzido de equações complexas. De fato, essa forma de representação proporciona uma notação compacta e de fácil manipulação algébrica quando comparada à abordagem utilizando variáveis reais em  $abc$ . Além disso, aquela possui uma interpretação gráfica simples, sendo de fundamental importância em diversas estratégias de acionamento de motores (NOVOTNY; LIPO, 1996) e na modelagem e controle de conversores estáticos em outras aplicações (NETO, 2018).

Portanto, dada a sua relevância, nas subseções a seguir são apresentadas a descrição matemática dos vetores espaciais e seu espectro harmônico. A aplicação desses conceitos é abordada na seção seguinte e utilizada no decorrer deste trabalho.

### 2.1.1 Descrição matemática

Um sistema trifásico é caracterizado por utilizar três tensões defasadas para alimentação de equipamentos e cargas elétricas. De forma genérica, os sinais de alimentação podem ser representados por um conjunto de sinais trifásicos periódicos desbalanceados e distorcidos, sendo possível representá-los em coordenadas  $abc$  pelo somatório de todas as suas componentes harmônicas. Por consequência, um conjunto de sinais trifásicos  $s_a(t)$ ,  $s_b(t)$  e  $s_c(t)$  pode ser representado por

$$\begin{cases} s_a(t) = \sum_{h=0}^{\infty} s_a^{(h)}(t); \\ s_b(t) = \sum_{h=0}^{\infty} s_b^{(h)}(t); \\ s_c(t) = \sum_{h=0}^{\infty} s_c^{(h)}(t), \end{cases} \quad (1)$$

em que a  $h$ -ésima componente harmônica da fase  $i$  ( $i = a, b$  ou  $c$ ) é descrita por

$$s_i^{(h)} = S_i^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)}) + S_o^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_o^{(h)}), \quad \text{para } i = a, b, c. \quad (2)$$

Nesta equação, as variáveis  $S_i^{(h)}$ ,  $\omega_1$  e  $\varphi_i^{(h)}$  representam a amplitude da componente harmônica  $h$ , a frequência fundamental e a fase do sinal, respectivamente. Por outro lado, o índice “ $o$ ” é utilizado para representar a componente homopolar.

Conforme demonstrado em (NEVES *et al.*, 2009), ao utilizar a expansão de Euler nos termos não homopulares, a Equação (2) é reescrita por

$$s_i^{(h)} = S_i^{(h)} \frac{e^{j(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)})} + e^{-j(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)})}}{2} + S_o^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_o^{(h)}). \quad (3)$$

Portanto, tendo em vista que o vetor espacial de sinais trifásicos (avaliado a partir de um referencial  $abc$ ) é calculado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} (s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{-j\frac{2\pi}{3}}), \quad (4)$$

tem-se que a Equação (4) pode ser utilizada para representar as componentes harmônicas de (3) no referencial  $\alpha\beta$ , resultando em

$$\begin{aligned} \vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = & \frac{1}{3} \left[ S_a^{(h)} \left( e^{j(h\omega_1 t + \varphi_a^{(h)})} + e^{-j(h\omega_1 t + \varphi_a^{(h)})} \right) + S_b^{(h)} \left( e^{j(h\omega_1 t + \varphi_b^{(h)})} + e^{-j(h\omega_1 t + \varphi_b^{(h)})} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}} + \right. \\ & \left. S_c^{(h)} \left( e^{j(h\omega_1 t + \varphi_c^{(h)})} + e^{-j(h\omega_1 t + \varphi_c^{(h)})} \right) e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right] + \frac{2}{3} \left[ S_o^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_o^{(h)}) \right] \underbrace{\left( 1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right)}_{=0}. \end{aligned}$$

Uma vez que as componentes homopolares são eliminadas, a representação do vetor espacial obtido a partir da  $h$ -ésima componente harmônica do conjunto de sinais (1) é dada por

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = \frac{1}{3} \times \left[ e^{jh\omega_1 t} \left( S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) + e^{-jh\omega_1 t} \left( S_a^{(h)} e^{-j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{-j\varphi_b^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{-j\varphi_c^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \right]. \quad (5)$$

Ao analisar a expansão da exponencial complexa pela fórmula de Euler, e sabendo que  $\cos(\theta)$  é uma função par e  $\sin(\theta)$  é uma função ímpar, é possível representar  $e^{-j\theta}$  pelo seu conjugado (representado por um asterisco sobreescrito), isto é,

$$e^{-j\theta} = \cos(-\theta) + j\sin(-\theta) = \cos(\theta) - j\sin(\theta) = (e^{j\theta})^*. \quad (6)$$

Utilizando essa propriedade, é possível manipular a Equação (5) de forma a obter

$$\begin{aligned} \vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = & e^{jh\omega_1 t} \left[ \underbrace{\frac{1}{3} \left( S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right)}_{\tilde{S}_{\alpha\beta+}^{(h)}} \right] + \\ & e^{-jh\omega_1 t} \left[ \underbrace{\frac{1}{3} \left( S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)}_{\tilde{S}_{\alpha\beta-}^{(h)}} \right]^*. \end{aligned} \quad (7)$$

Considerando uma representação fasorial das componentes harmônicas, tem-se que

$$\tilde{S}_i^{(h)} = S_i^{(h)} e^{j\varphi_i^{(h)}}, \quad \text{para } i = a, b, c, \quad (8)$$

em que  $S_i^{(h)}$  e  $\varphi_i^{(h)}$  representam os valores de magnitude e ângulo de fase do fasor  $\tilde{S}_i^{(h)}$ , respectivamente. Logo, ao substituir (8) em (7), obtém-se

$$\begin{aligned} \vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = & e^{jh\omega_1 t} \left[ \underbrace{\frac{1}{3} \left( \tilde{S}_a^{(h)} + \tilde{S}_b^{(h)} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \tilde{S}_c^{(h)} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right)}_{\tilde{S}_{\alpha\beta+}^{(h)}} \right] + \\ & e^{-jh\omega_1 t} \left[ \underbrace{\frac{1}{3} \left( \tilde{S}_a^{(h)} + \tilde{S}_b^{(h)} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \tilde{S}_c^{(h)} e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)}_{\tilde{S}_{\alpha\beta-}^{(h)}} \right]^*. \end{aligned} \quad (9)$$

Os termos entre colchetes são os fasores de sequência positiva e negativa de Fortescue (FORTESCUE, 1918). Dessa forma, a Equação (9) pode ser reescrita como

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = e^{jh\omega_1 t} \tilde{S}_{\alpha\beta+}^{(h)} + e^{-jh\omega_1 t} \tilde{S}_{\alpha\beta-}^{(h)*}. \quad (10)$$

Assim, de forma genérica, um vetor espacial referente a uma componente harmônica qualquer de sequência positiva ou negativa é representado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)} = \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} e^{jh_s \omega_1 t}, \quad (11)$$

em que

$$h_s = \begin{cases} h, & \text{para sequência positiva} \\ -h, & \text{para sequência negativa} \end{cases}. \quad (12)$$

Visto que  $e^{jh_s\omega_1 t}$  (para  $h_s \in \mathbb{Z}$ ) forma uma base ortogonal, é possível representar um conjunto de sinais trifásicos periódicos qualquer, sem componentes homopolares, através da soma de vetores espaciais de componentes harmônicas  $\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$ . Portanto, tem-se que

$$\vec{s}_{\alpha\beta} = \sum_{h_s=-\infty}^{\infty} \vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}. \quad (13)$$

A partir da Equação (11) também observa-se que, como  $\tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$  é um fasor e  $e^{jh_s\omega_1 t}$  uma variável complexa que varia com o tempo, o vetor espacial referente a uma componente harmônica  $\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$  é matematicamente descrito como um sinal complexo. Portanto,  $\vec{s}_{\alpha\beta}$  também é um sinal complexo em que

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\{\vec{s}_{\alpha\beta}\} = s_\alpha \\ \operatorname{Im}\{\vec{s}_{\alpha\beta}\} = s_\beta \end{cases}. \quad (14)$$

### 2.1.2 Espectro harmônico de um vetor espacial

Avaliando inicialmente a transformada de Fourier do vetor espacial da componente harmônica genérica  $h_s$  (Equação (11)), tem-se que

$$\mathfrak{F}\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} e^{jh_s\omega_1 t} \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (15)$$

que, como  $\tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$  representa um número complexo constante, pode ser reescrita por

$$\mathfrak{F}\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega-h_s\omega_1)t} dt,$$

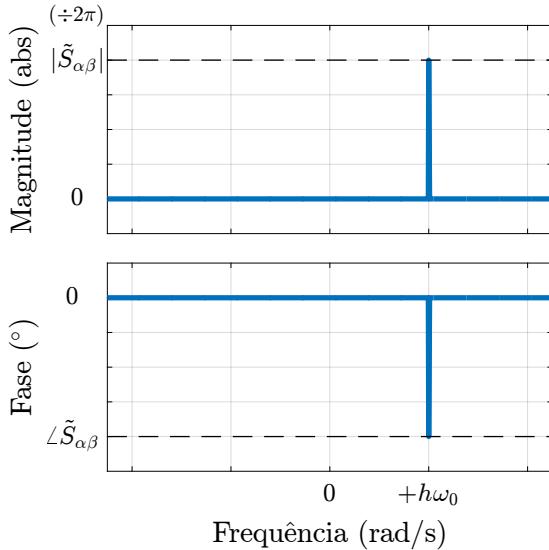
$$\mathfrak{F}\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = 2\pi \cdot \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} \cdot \delta(\omega - h_s\omega_1), \quad (16)$$

onde observa-se que a transformada de um vetor espacial de componente harmônica  $h_s$  é representada por um impulso deslocado em  $h_s\omega_1$ , com amplitude igual a  $2\pi \cdot |\tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)}|$ .

Os gráficos de magnitude e fase do espectro de um vetor espacial  $\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$  (para componente harmônica  $h_s$  de sequência positiva) são exibidos na Figura 3. A partir destes gráficos, observa-se que o espectro de um vetor espacial harmônico não apresenta

simetria em relação ao eixo das ordenadas. Essa característica é observada porque o vetor espacial  $\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$  é representado por um sinal complexo no domínio do tempo. É importante destacar que, para este tipo de representação, como pode ser observado em (12), frequências positivas representam componentes harmônicas de sequência positiva, enquanto as frequências negativas representam sequência negativa.

Figura 3 – Resposta em frequência de  $\Im\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\}$  com harmônica  $h_s$  de sequência positiva.



Fonte: Diagrama obtido no *software* Matlab R2015b.

Dada a propriedade de aditividade da transformada de Fourier, quando se avalia um vetor espacial com múltiplas componentes harmônicas, seu espectro harmônico será representado a partir de um somatório de impulsos, conforme a equação a seguir:

$$\Im\{\vec{s}_{\alpha\beta}\} = 2\pi \cdot \sum_{h_s=-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} \cdot \delta(\omega - h_s\omega_1). \quad (17)$$

Portanto, uma vez que os vetores espaciais harmônicos de sequência positiva e negativa que compõem  $\vec{s}_{\alpha\beta}$  normalmente possuem amplitudes distintas, o vetor espacial resultante também não apresentará simetria em relação ao eixo das ordenadas.

## 2.2 CONTROLADORES REAIS E COMPLEXOS

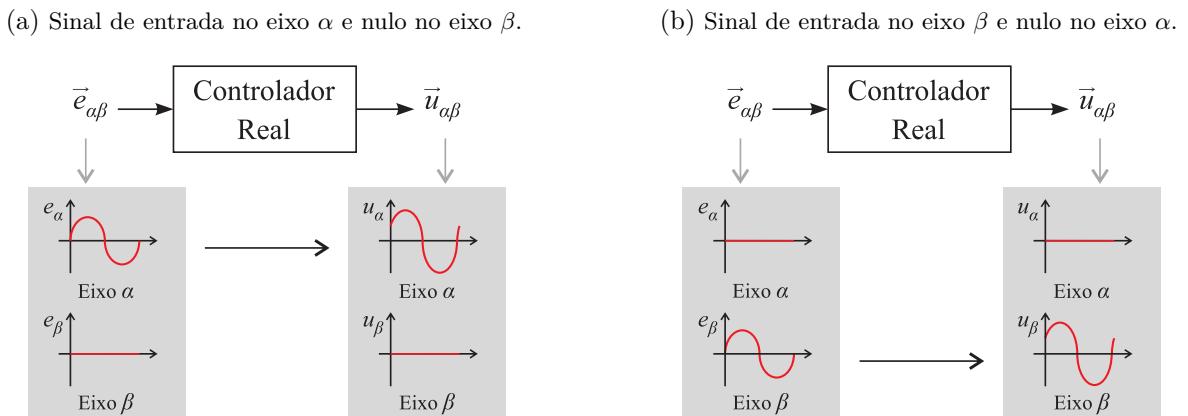
Haja vista que as soluções de controle aplicadas à malha de corrente de inversores conectados à rede são, em sua maioria, representadas por controladores reais ou complexos lineares, é importante que o leitor comprehenda o que caracteriza um controlador complexo, sendo capaz de distingui-lo dos compensadores reais. Para tanto, uma vez que controladores

podem ser considerados filtros, uma diferenciação inicial entre controladores reais e complexos pode ser feita a partir da distinção de filtros reais e complexos.

De forma geral, conforme indicado por Smith (2007) para filtros, um controlador real pode ser definido como uma função que mapeia todos os sinais reais para sinais reais. Ou seja, tanto domínio quanto contra-domínio da função são sinais reais. Um controlador complexo, por outro lado, pode produzir um sinal de saída complexo, mesmo quando o sinal de entrada é real.

Como as variáveis manipuladas em sistemas de controle com plantas encontradas em sistemas elétricos trifásicos normalmente são sinais reais (por exemplo, correntes e tensões de cada fase), durante muito tempo utilizaram-se apenas controladores reais para esse campo de atuação. Nessas aplicações, ao considerar implementação dos controladores no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , um controlador real faz com que apenas ações de controles no eixo  $\alpha$  ( $\beta$ ) sejam geradas a partir de entradas no eixo  $\alpha$  ( $\beta$ ), como ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Efeito dos sinais de entrada de controladores reais utilizados para o controle de plantas trifásicas.

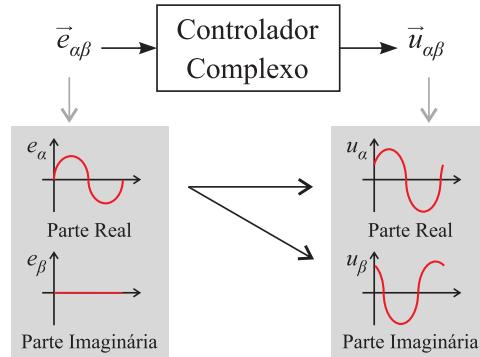


Fonte: Elaborada pelo autor.

Contudo, a utilização de vetores espaciais para representação de sinais trifásicos, apresentada na seção anterior, implica o uso de variáveis manipuladas complexas. Ao utilizar essa notação, controladores complexos passam a ser soluções válidas para sistemas de controle com plantas trifásicas. Nessas aplicações, ao considerar implementação dos controladores no referencial estacionário  $\alpha\beta$ , um controlador complexo acopla os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , fazendo com que ações de controle em ambos os eixo  $\alpha$  e  $\beta$  sejam geradas a partir de entradas em apenas um desses eixos, como ilustrado na Figura 5.

Duas estratégias de controle que possuem esquemas de implementação reais e complexos propostos na literatura são as ações ressonante e repetitiva, as quais são

Figura 5 – Efeito dos sinais de entrada de controladores complexos utilizados para o controle de plantas trifásicas. Sinal de entrada no eixo  $\alpha$  e nulo no eixo  $\beta$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

brevemente discutidas a seguir. A partir dessa discussão, as características comuns aos controladores complexos são evidenciadas e avaliadas.

### 2.2.1 Controladores ressonantes

A ação ressonante é uma estratégia de controle amplamente utilizada em sistemas que apresentam referências e/ou distúrbios senoidais. Isso ocorre porque sua função de transferência equivale ao modelo matemático de um sinal senoidal, portanto, segundo o princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975), sua implementação propicia a obtenção de erro nulo em regime permanente quando se tem sinais exógenos senoidais. Essa estratégia de controle pode ser implementada através de um integrador generalizado de segunda ordem (SOGI), também conhecido como integrador de sinais senoidais (*sinusoidal signal integrator* – SSI) ou controlador ressonante.

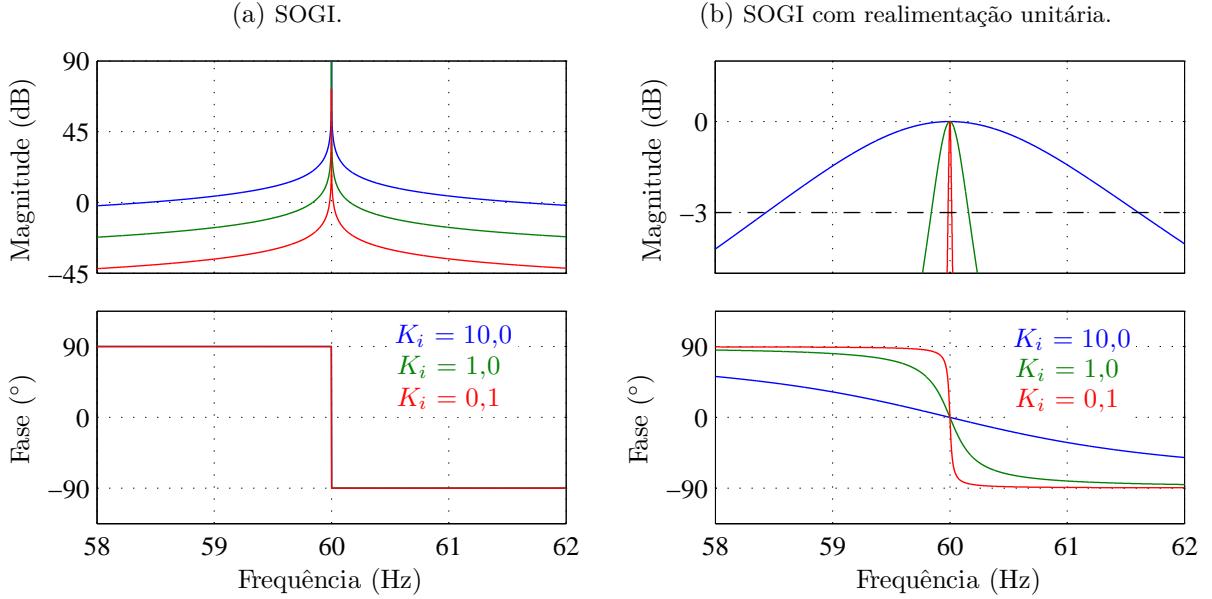
Quando se avalia a resposta em frequência de um SOGI, cuja função de transferência em tempo contínuo é definida por

$$C_{SOGI}^{(\omega_0)}(s) = \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (18)$$

observa-se que este controlador aplica um ganho elevado na frequência em que é sintonizado ( $\omega_0$ ), enquanto o ganho é atenuado à medida que se distancia desta frequência (Figura 6a). Essa característica é obtida devido à alocação de polos complexos conjugados sobre o eixo imaginário do plano complexo ( $s = \pm j\omega_0$ ).

O SOGI realimentado funciona como um filtro passa-faixa, conforme ilustrado na Figura 6b. Ao avaliar a resposta em frequência do SOGI em malha fechada, observa-se

Figura 6 – Diagrama de Bode de SOGI sintonizado em  $\omega_0 = 60 \cdot 2\pi$  rad/s com distintos ganhos  $K_i$ .



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2013a.

que sua banda de passagem, que representa a faixa de atuação do SOGI, é definida pela diferença entre as frequências de corte superior e inferior (cruzamento por  $-3$  dB) em torno da frequência de sintonia  $\omega_0$  (indicados na Figura 6b), cujas características dependem da sintonia do ganho ressonante  $K_i$ . Portanto, a seleção do ganho  $K_i$  apropriado para cada aplicação deve ser realizada observando o compromisso existente entre tempo de resposta, seletividade e estabilidade relativa desejadas.

A ação ressonante é frequentemente acrescida de uma ação proporcional em paralelo para aumentar a estabilidade relativa do sistema de controle. Ao fazer isso, o projetista obtém a seguinte função de transferência:

$$C(s) = K_p + \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (19)$$

onde  $K_p$  é utilizado para sintonizar zeros que auxiliam na estabilidade do sistema de controle. Como o ganho proporcional não altera a posição em que os polos são alocados, o controlador  $P + SOGI$  continua aplicando ganho elevado na frequência  $\omega_0$ .

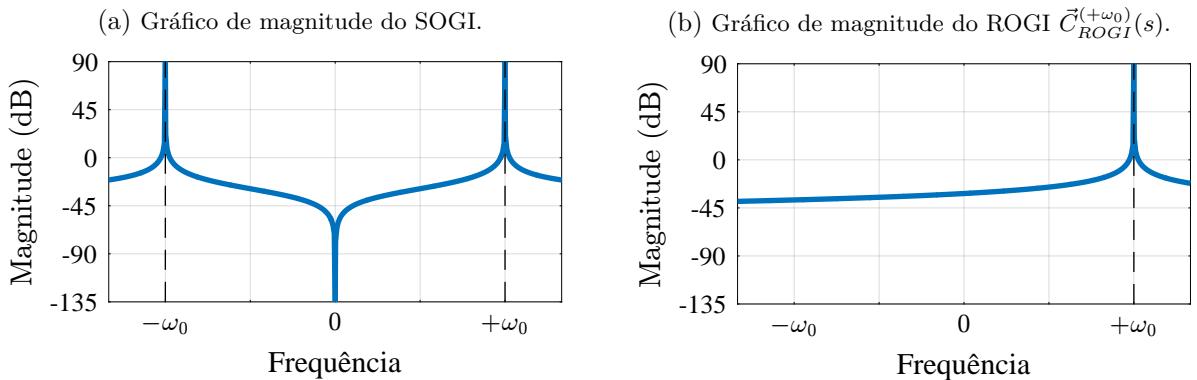
De volta à Equação (18), a resposta em regime permanente da função de transferência do SOGI (Figura 6a) pode ser obtida a partir de uma função de transferência senoidal, isto é, fazendo uma substituição de  $s$  por  $j\omega$ , onde  $\omega$  é a frequência (OGATA, 2010). Ao fazer essa substituição, a resposta em frequência obtida ao avaliar  $C_{SOGI}^{(\omega_0)}(j\omega)$  para  $\omega \in ] -\infty, \infty[$  apresenta simetria em torno de  $\omega = 0$ , o que é uma característica comum a qualquer controlador real.

Por outro lado, a ação ressonante complexa (implementada pelo ROGI) pode ser obtida a partir da decomposição do SOGI em frações parciais (ZENG *et al.*, 2014). De fato, ao utilizar dois ROGIs com mesmo ganho integral em paralelo, o primeiro com um polo alocado em  $s = -j\omega$  e o segundo com polo alocado em  $s = j\omega$ , uma estrutura equivalente ao SOGI é obtida:

$$C_{SOGI}^{(\omega_0)}(s) = \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2} = \underbrace{\frac{K_i}{s + j\omega_0}}_{\tilde{C}_{ROGI}^{(-\omega_0)}(s)} + \underbrace{\frac{K_i}{s - j\omega_0}}_{\tilde{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s)}. \quad (20)$$

Ao comparar o gráfico de magnitude da resposta em frequência desses dois controladores, observa-se que, diferentemente do SOGI, o ROGI não apresenta ganho elevado para ambas as “frequências positiva e negativa”. Essa característica pode ser observada na Figura 7. É importante destacar que ao utilizar dois ROGIs em paralelo para alocar polos nas mesmas posições que o SOGI aloca, o projetista pode selecionar ganhos  $K_i$  distintos para cada ROGI.

Figura 7 – Diagrama de Bode dos SOGI e ROGI.



Fonte: Diagramas obtidos no *software* Matlab R2015b.

As discussões sobre o que representa o ganho elevado em uma “frequência positiva” ou uma “frequência negativa” e sua aplicação no controle de plantas elétricas são feitas na Subseção 2.2.4.

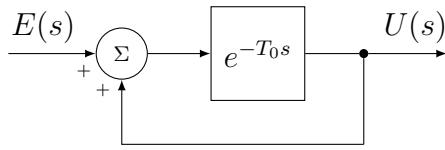
### 2.2.2 Controladores repetitivos

Diferentemente da ação ressonante, que é capaz de compensar uma única frequência, os controladores repetitivos (RCs) são projetados para controlar um conjunto de componentes harmônicas. Essa estratégia é baseada na implementação de um núcleo gerador de sinais periódicos, o qual possibilita a eliminação do erro em regime permanente para sinais

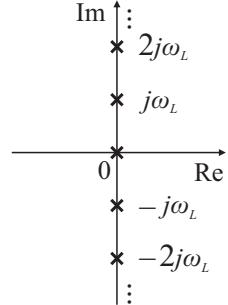
de referência periódicos, conforme o princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975). Na Figura 8 é exibido o diagrama de blocos e de polos do núcleo gerador de sinais periódicos utilizado no RC proposto em (HARA; OMATA; NAKANO, 1985).

Figura 8 – Núcleo gerador de sinais periódicos para sistemas de tempo contínuo.

(a) Diagrama de blocos.



(b) Diagrama de polos.



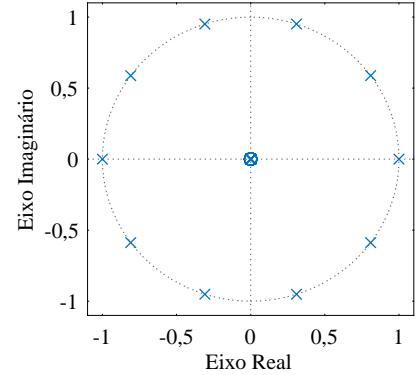
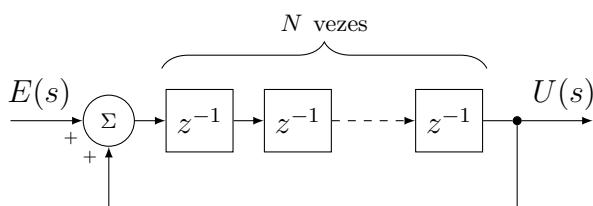
Fonte: Adaptado de (HARA; OMATA; NAKANO, 1985).

Em tempo discreto, esse gerador pode ser construído por uma sucessão de atrasos com realimentação positiva, conforme ilustrado na Figura 9a. Portanto, os polos alocados no plano- $s$  para sistema em tempo contínuo, exibido na Figura 8b, passam representados por  $N = f_s/f_1$  (frequência de amostragem sobre frequência fundamental) polos regularmente distribuídos no círculo unitário do plano- $z$ , quando avaliados para o sistema em tempo discreto (Figura 9b).

Figura 9 – Núcleo gerador de sinais periódicos para sistemas de tempo discreto.

(b) Diagrama de polos para  $N = 10$ .

(a) Diagrama de blocos.

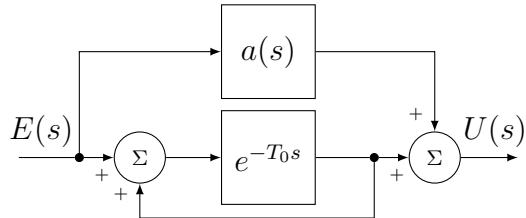


Fonte: Adaptado de (BOTTERÓN, 2005).

Conforme pode ser observado na Figura 8b, os polos do gerador de sinais periódicos são alocados sobre o eixo imaginário do plano complexo, sendo espaçados em  $\omega_L = 2\pi/T_0$ . A constante  $T_0$  representa o período do sinal que se deseja controlar e, consequentemente, o tempo atrasado pelo bloco  $e^{-T_0 s}$ . Portanto, apesar da vantagem de possibilitar o controle de múltiplas componentes harmônicas ao mesmo tempo, esta solução implica um tempo de resposta mínimo de  $T_0$ . Utilizando este gerador de sinais periódicos como base, Hara,

Omata & Nakano (1985) acrescentaram uma segunda malha direta com ganho  $a(s)$  no controlador (Figura 10), o que tornou possível alterar a alocação de zeros deste controlador (estrutura referida neste texto como RC convencional).

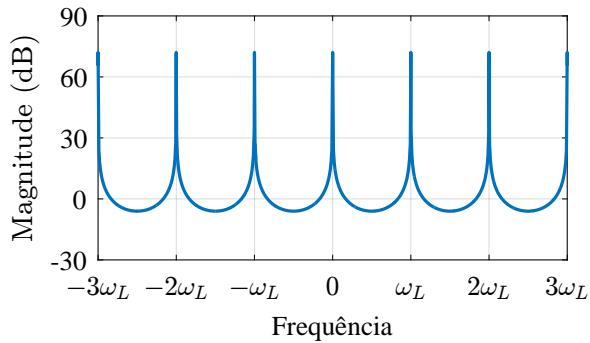
Figura 10 – Diagrama de blocos do RC convencional.



Fonte: Adaptado de (HARA; OMATA; NAKANO, 1985).

Uma vez que seus polos são alocados sobre o eixo imaginário, a resposta em frequência do RC convencional é caracterizada por apresentar ganho elevado em uma família periódica de componentes harmônicas, como exemplificado na Figura 11. Neste exemplo, o RC convencional seria capaz de compensar todas as componentes harmônicas. É importante ver que como esta solução é real, sua resposta em frequência é simétrica, como observado para o SOGI.

Figura 11 – Gráfico de magnitude da resposta em frequência do RC convencional ( $a(s) = 1$ ).



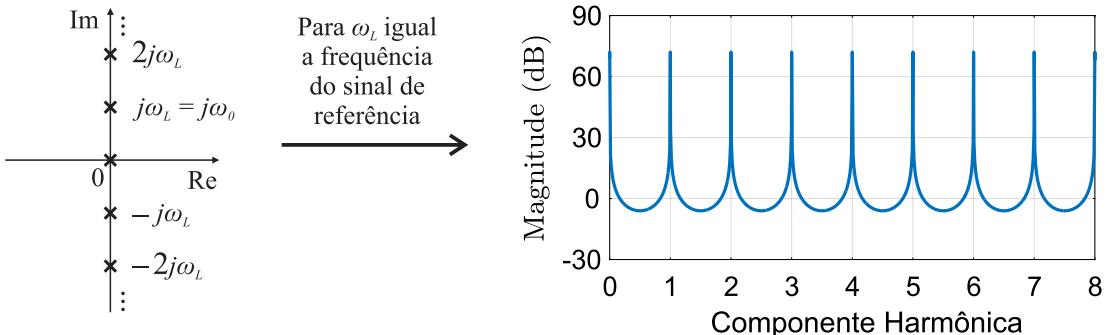
Fonte: Diagramas obtidos no *software* Matlab R2015b.

Ao mudar a disposição dos polos alocados sobre o eixo imaginário, sem que a frequência do sinal periódico de referência seja alterado, o projetista passa a selecionar a família de componentes harmônicas a ser controlada. Essa característica é ilustrada na Figura 12, onde, ao fazer  $\omega_L = 2\pi/(T_0)$  ( $\omega_L$  igual ao dobro da frequência do sinal de referência), apenas as componentes harmônicas pares passam a ser controladas.

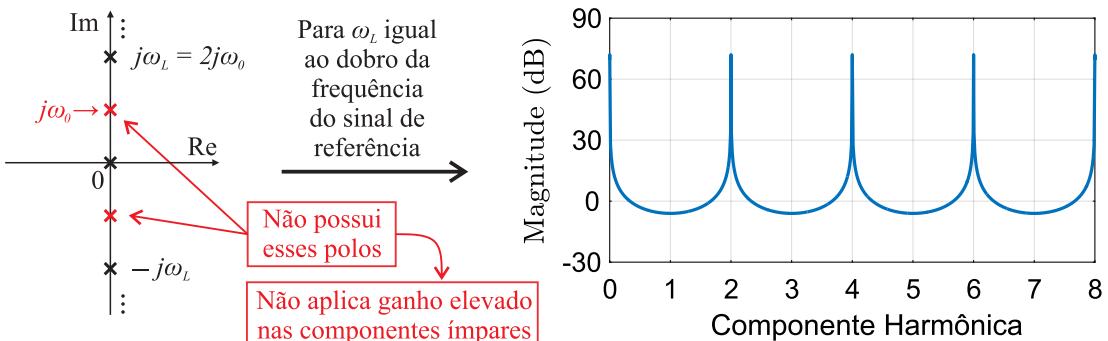
Diversos trabalhos na literatura apresentam soluções baseadas na ação repetitiva para obtenção de ganho elevado nas harmônicas de uma família escolhida pelo projetista. Exemplos de controladores com essa característica podem ser encontrados em (LU; ZHOU, 2011), (LU *et al.*, 2014) e (LUO *et al.*, 2016). Esses controladores ainda podem ser classificados

Figura 12 – Efeito da redução do atraso  $T_0$  do RC convencional na sua resposta em frequência.

(a) Resposta em frequência do RC convencional para  $\omega_L = 2\pi/T_0$ .



(b) Resposta em frequência do RC convencional para  $\omega_L = 2\pi/(T_0/2)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

como RCs reais ou complexos, sendo frequentemente referidos como  $nk \pm m$  RCs e  $nk + m$  RCs, respectivamente.

Um  $nk \pm m$  RC é um controlador repetitivo **real** de ordem genérica, isto é, possui todas as características comuns aos controladores reais e aplica ganho elevado na família de componentes harmônicas  $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$ . Isso significa que, escolhidos a periodicidade  $n$  e uma componente harmônica  $m$ , o projetista do sistema determina um conjunto de harmônicas a ser controlado. Para ilustrar essa seletividade, considere que para uma determinada aplicação o projetista selecionou  $n = 6$  e  $m = 1$ . Ao fazer isso torna-se possível controlar as componentes harmônicas da família  $H = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ , ou seja,  $H = \{1, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ . Todavia, por ser um controlador real, a resposta em frequência é simétrica, apresentando alto ganho para  $\{\dots, -11\omega_L, -7\omega_L, -5\omega_L, -\omega_L, \omega_L, 5\omega_L, 7\omega_L, 11\omega_L, \dots\}$ . Os parâmetros  $n$  e  $m$  escolhidos são diretamente indicados no mnemônico deste controlador, logo, para o exemplo dado, a estrutura de controle obtida é referida como  $6k \pm 1$  RC.

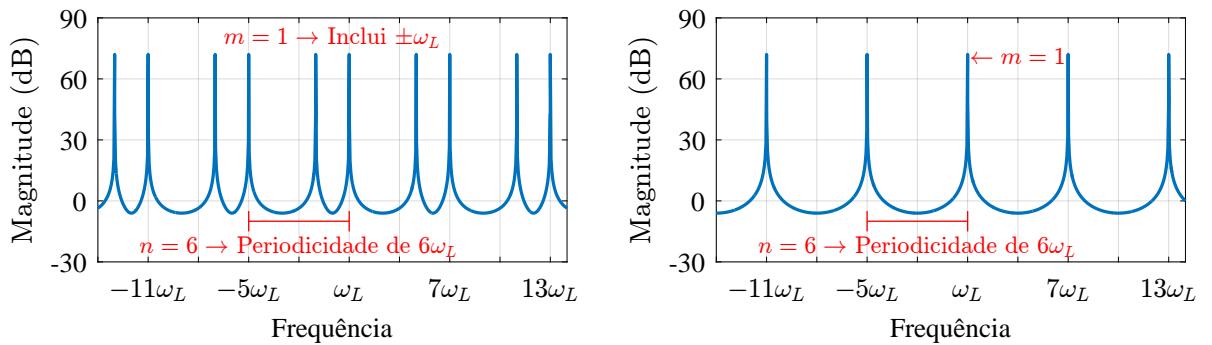
Um  $nk + m$  RC é um controlador repetitivo **complexo** de ordem genérica, isto é, possui todas as características comuns aos controladores complexos, as quais são discutidas

na subseção a seguir, e aplica ganho elevado na família de componentes harmônicas  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . Como sua resposta em frequência pode ser assimétrica, como observado para o ROGI, a variável  $k$  é definida como pertencente ao conjunto dos inteiros, para que possam ser mapeadas as frequências que apresentam ganho elevado tanto no espectro positivo quanto no espectro negativo. Para ilustrar essa característica, considere que para uma determinada aplicação o projetista selecionou  $n = 6$  e  $m = 1$ , ao fazer isso seleciona-se a família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , ou seja,  $H = \{\dots, -11, -5, 1, 7, 13, \dots\}$ , fazendo com que o controlador apresente alto ganho para  $\{\dots, -11\omega_L, -5\omega_L, \omega_L, 7\omega_L, 13\omega_L, \dots\}$ . Os parâmetros  $n$  e  $m$  escolhidos são diretamente indicados no mnemônico deste controlador, logo, para o exemplo dado, a estrutura de controle obtida é referida como  $6k + 1$  RC. É importante observar que, a depender do parâmetro  $m$ , a resposta em frequência pode se tornar simétrica ( $m = 0$  ou  $m$  múltiplo de  $n/2$ ), fazendo com que a estrutura torne-se real.

Para que essas duas classes de controladores não sejam confundidas ao decorrer deste trabalho, é importante que o leitor atente-se à família indicada em seus mnemônicos,  $nk \pm m$  RC e  $nk + m$  RC. Para fixação das informações apresentadas acima, os gráficos de magnitude da resposta em frequência dos  $6k \pm 1$  RC e  $6k + 1$  RC são exibidos na Figura 13. Nesta figura, observa-se que o  $6k \pm 1$  RC (real) é simétrico em relação a 0 Hz, enquanto o  $6k + 1$  RC (complexo) é assimétrico.

Figura 13 – Resposta em frequência dos controladores  $6k \pm 1$  RC e  $6k + 1$  RC.

- (a) Gráfico de magnitude do  $nk \pm m$  RC proposto em (NETO *et al.*, 2018a), com  $n = 6$  e  $m = 1$ . (b) Gráfico de magnitude do  $nk + m$  RC proposto em (ZIMANN *et al.*, 2019), com  $n = 6$  e  $m = 1$ .



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Ao aplicar qualquer  $nk \pm m$  RC em um sistema com sinais de referência que contêm apenas componentes harmônicas da família selecionada ( $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$ ), torna-se possível observar as vantagens dessa estrutura de controle em relação ao RC convencional. Além de proporcionar um controlador de ordem reduzida, o  $nk \pm m$  RC armazena um

número reduzido de amostras armazenadas e, consequentemente, apresenta uma resposta dinâmica mais rápida (LU; ZHOU, 2011; LU *et al.*, 2014).

De fato, a diferença na ordem do RC convencional e do  $nk \pm m$  RC pode ser melhor observada ao avaliar os controladores discretizados. Apesar de ser originalmente definido no domínio de Laplace, o RC convencional pode ser discretizado ao remapear seus polos (definidos por  $e^{-T_0 s}$ ) no plano  $z$  através de  $z^{-N}$ , em que  $N$  representa o número de amostras por período da fundamental. Ao fazer isso, o RC convencional proposto por (HARA; OMATA; NAKANO, 1985) (com  $a(s) = 0$ ) tem a seguinte função de transferência no domínio da transformada  $z$ :

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{z^{-N}}{(1 - z^{-N})}, \quad (21)$$

possuindo ordem  $N$ . Por outro lado,  $nk \pm m$  RCs como os propostos por Lu & Zhou (2011) e Lu *et al.* (2014) apresentam funções de transferência discretas com a seguinte equação característica:

$$1 - z^{-\frac{N}{n}} \cdot 2 \cdot \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) + z^{-2\frac{N}{n}} = 0. \quad (22)$$

que possui ordem  $2N/n$ , ou seja,  $n/2$  vezes inferior ao RC convencional. Vantagens semelhantes podem ser observadas ao comparar os  $nk + m$  RCs com os RCs convencionais, conforme discutido em (NETO, 2018).

As estratégias de controle baseadas na ação repetitiva são aprofundadas no próximo capítulo, onde é feita uma revisão dos controladores propostos na literatura.

### 2.2.3 Características comuns aos controladores complexos

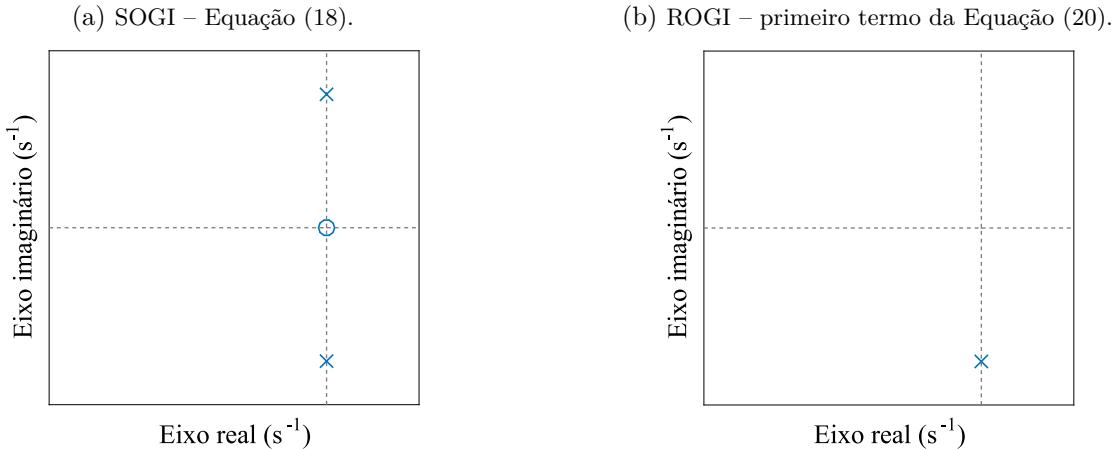
Os controladores complexos apresentam algumas características em comum quando aplicados em um sistema de controle no referencial estacionário  $\alpha\beta$ . As principais características são: o mapeamento de polos e zeros complexos sem os respectivos conjugados; a assimetria da resposta em frequência; e a existência de um acoplamento entre os eixos estacionários.

#### 2.2.3.1 Mapeamento de polos e zeros

Ao avaliar o diagrama de polos e zero de controladores reais e complexos, observa-se que: enquanto o controlador real aloca apenas polos reais ou complexos conjugados, os controladores complexos podem ter polos complexos sem os seus conjugados. Um exemplo

dessa característica é exibido na Figura 14, onde 14a mostra os polos e zeros de um SOGI enquanto 14b indica os polos e zeros de um ROGI.

Figura 14 – Diagrama de polos e zeros para um SOGI e um ROGI.



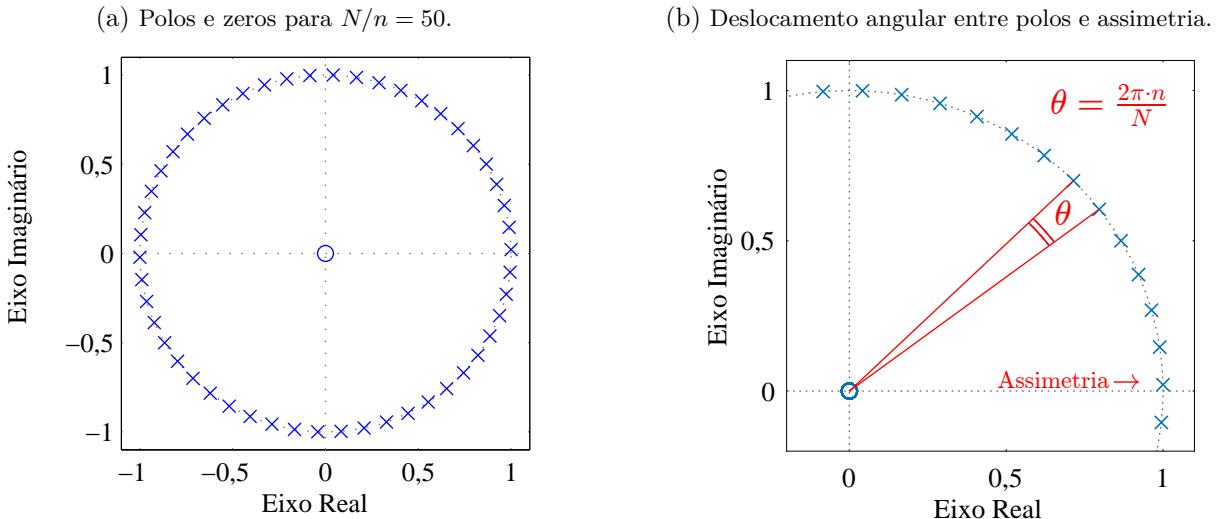
Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

É importante observar que para as ações ressonante e repetitiva em tempo contínuo, em que idealmente se busca a aplicação de ganho infinito em uma frequência (ou família de harmônicas), os polos são alocados sobre o eixo imaginário, conforme exemplificado nas Figuras 8 e 14. Contudo, para implementação dessas ações em tempo discreto, em que a transformada  $z$  é utilizada para representar a função de transferência do controlador, o eixo imaginário do plano- $s$  é remapeado na circunferência de raio unitário e centro  $(0, 0)$  do plano- $z$  (PROAKIS; MANOLAKIS, 1996).

Neste cenário, a ação repetitiva, que implicaria em um número infinito de polos regularmente espaçados sobre o eixo imaginário, passa a alocar uma quantidade finita de polos sobre a circunferência de raio unitário do plano- $z$ , com deslocamento angular constante entre eles. Porém, no caso do RC complexo, os polos alocados não são complexos conjugados, o que faz com que a alocação desses polos não seja simétrica em relação ao eixo real (por exemplo, Figura 15) (NETO, 2018).

Uma ferramenta de controle frequentemente utilizada para avaliar o comportamento de um sistema de controle a partir de seus polos é o método do lugar das raízes, desenvolvido por Evans no final da década de 1940 (EVANS, 1948; EVANS, 1950). Apesar de ser originalmente aplicada apenas a controladores reais, pesquisas recentes adaptaram-na para sistemas de controle complexo, como pode ser observado em (DòRIA-CEREZO; BODSON, 2016) e (DòRIA-CEREZO; SERRA; BODSON, 2019).

Figura 15 – Diagrama de polos e zeros do controlador  $nk + m$  RC proposto em (ZIMANN *et al.*, 2019) projetado para compensar a família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , com frequência de amostragem  $f_s = 18$  kHz e frequência da fundamental  $f_1 = 60$  Hz.



Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2013a*.

### 2.2.3.2 Assimetria de espectros

Conforme introduzido no início desta seção, uma das características que podem ser utilizadas para avaliar se um controlador é ou não complexo é sua resposta em frequência. Isso ocorre porque controladores complexos apresentam uma assimetria entre os espectros positivo e negativo, a qual é inexistente para estruturas de controle real.

Haja vista que a resposta em regime permanente da função de transferência de um controlador pode ser obtida a partir de uma função de transferência senoidal, ela pode ser avaliada através da substituição de  $s$  por  $j\omega$ , onde  $\omega$  é a frequência (OGATA, 2010). Ao fazer essa substituição e avaliar a magnitude da função de transferência para todo o espectro ( $\omega \in ]-\infty, \infty[$ ), observa-se que os controladores reais possuem espectro positivo ( $\omega > 0$ ) simétrico ao espectro negativo ( $\omega < 0$ ), o que decorre da simetria dos polos e zeros alocados. Analogamente, a existência de polos ou zeros complexos não conjugados implica respostas distintas para os espectros positivo e negativo.

Essa característica pode ser mais facilmente observada ao avaliar controladores complexos que alocam polos sobre o eixo imaginário, como o ROGI. Ao analisar a resposta em frequência de um ROGI que aloca seu polo em  $s = -j\omega_0$  (Figura 16a), observa-se que sua magnitude em dB é dada por:

$$\left| \vec{C}_{ROGI}^{(-\omega_0)}(j\omega) \right|_{dB} = 20 \cdot \log \left| \frac{K_i}{j\omega + j\omega_0} \right|, \quad (23)$$

avaliado para  $\omega \in ] -\infty, \infty[$ . A partir da Equação (23) conclui-se que a magnitude da resposta em frequência tenderá a infinito apenas para  $\omega = -\omega_0$  e diminuirá à medida que  $|\omega - \omega_0|$  aumentar, o que implica em espectros positivo e negativo assimétricos (Figura 16b).

### 2.2.3.3 Assimetria de Nyquist

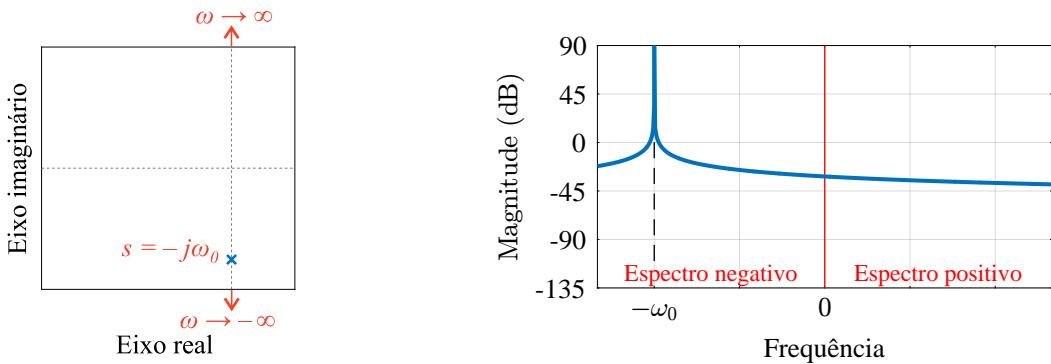
Uma vez que os espectros positivo e negativo são assimétricos, o diagrama de Nyquist do controlador complexo (ou mesmo da função de transferência de malha aberta – FTMA – do sistema de controle) também apresenta uma assimetria. Para evidenciar essa característica podemos avaliar o diagrama de Nyquist apresentado na Figura 17, onde um ROGI amortecido (ROGI com polo complexo, ao invés de puramente imaginário) aplica ganho elevado apenas no espectro negativo

Essa assimetria impacta diretamente os conceitos associados à avaliação da estabilidade relativa de sistemas de controle complexos. Para essa análise, o projetista deve avaliar ambos os espectros positivo e negativo separadamente, adotando as piores margens como indicadores de estabilidade do sistema completo (Figura 18a). Essa condição decorre do fato dessas faixas do espectro serem distintas e poderem, separadamente, indicar a instabilidade do sistema.

De fato, o sistema de controle será estável apenas se ambos os seus espectros positivo e negativo apontarem a estabilidade absoluta, o que está de acordo com os estudos apresentados em (HARNEFORS, 2007) e (SHEN *et al.*, 2012). Quanto à estabilidade relativa, deve-se avaliar as margens de fase (*MF*) e de ganho (*MG*) considerando separadamente

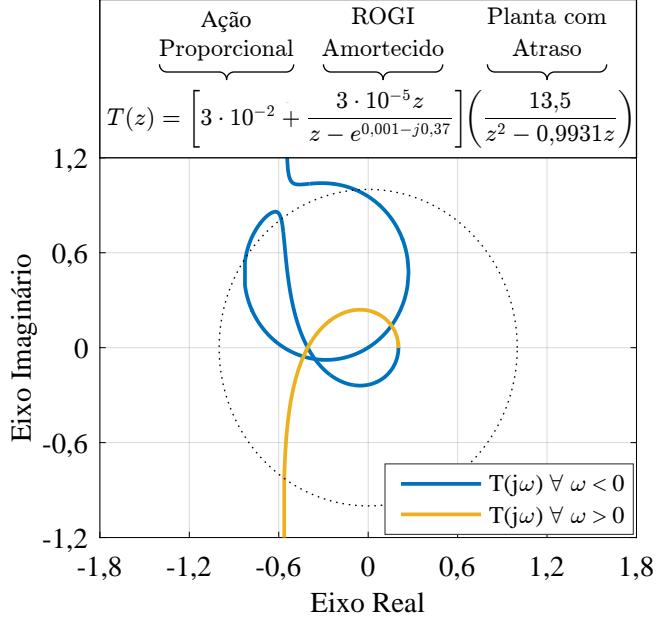
Figura 16 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para um ROGI com polo em  $s = -j\omega_0$ .

(a) Diagrama de polos e zeros. (b) Gráfico de magnitude da resposta em frequência.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 17 – Diagrama de Nyquist da FTMA  $T(z)$ , considerando um sistema de controle complexo de fase mínima.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

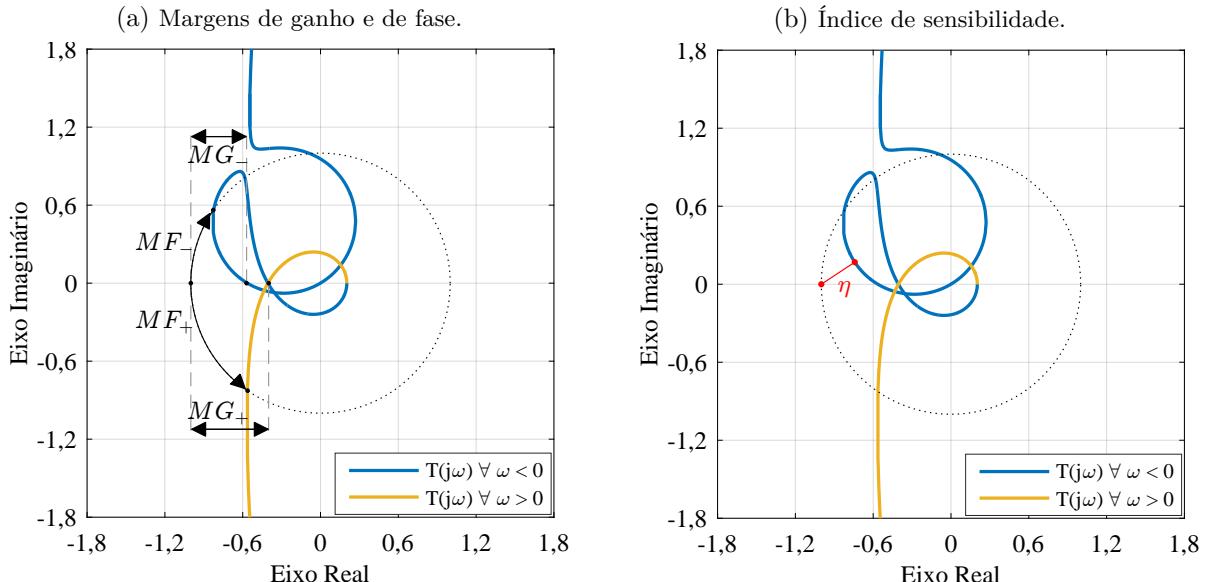
os espectros positivo ( $MF_+$  e  $MG_+$ ) e negativo ( $MF_-$  e  $MG_-$ ). Em seguida, adota-se como margens de fase e de ganho do sistema os seguintes valores:

$$MF = \min(MF_+, MF_-), \quad (24)$$

$$MG = \min(MG_+, MG_-)$$

em que  $\min(A_1, A_2)$  denota o menor valor entre  $A_1$  e  $A_2$ . Para o exemplo considerado na Figura 18a, tem-se  $MF = MF_-$  e  $MG = MG_-$  (NETO *et al.*, 2018b).

Figura 18 – Análise da estabilidade relativa do diagrama de Nyquist exibido na Figura 17.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Alternativamente, a estabilidade relativa pode ser avaliada para todo o espectro harmônico, em um único passo, através da avaliação da função sensibilidade (YEPES *et al.*, 2011). O valor máximo global do inverso da função da sensibilidade pode ser utilizado como indicador do grau de estabilidade relativa do sistema, sendo referido como  $\eta$  (índice de sensibilidade). Este índice indica a mínima distância entre o diagrama de Nyquist da FTMA do sistema de controle e o ponto crítico  $(-1, 0)$ , conforme exibido na Figura 18b.

#### 2.2.3.4 Acoplamento de eixos $\alpha$ e $\beta$

Em engenharia de sistemas de controle, a função de transferência de um sistema linear invariante no tempo é definida como sendo a relação da transformada de Laplace do sinal de saída e a transformada de Laplace do sinal de entrada, considerando nulas todas as condições iniciais. Ao trabalhar com sistemas complexos, este conceito deve incorporar a representação bidimensional dos sinais e sistemas envolvidos, o que é especialmente útil para compreender como é feita a implementação de um controlador complexo.

Assim, as partes real e imaginária de uma operação de ganho complexo podem ser representadas através de uma matriz da forma:

$$\vec{Y}_{\alpha\beta} = (a + jb) \cdot \vec{X}_{\alpha\beta} \Rightarrow \begin{bmatrix} Y_\alpha \\ Y_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix}, \quad (25)$$

ou seja, as operações realizadas por um controlador complexo podem ser avaliadas através de equações matriciais. A parte imaginária  $b$  (não existente em sistemas reais) acopla os eixos real e imaginário de referência, isto é, os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . Portanto, ao manipular a função de transferência de um controlador complexo para implementação escalar de ganhos complexos ou de polos e zeros complexos sem conjugado, obtém-se um acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .

Tomando como exemplo um ROGI descrito por

$$\vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s) = \frac{\vec{U}_{\alpha\beta}(s)}{\vec{E}_{\alpha\beta}(s)} = \frac{K_i}{s - j\omega_0}, \quad (26)$$

que possui um ganho constante real  $K_i$  e um polo imaginário  $s = j\omega_0$ , sua função de transferência pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot (s - j\omega_0) = \vec{E}_{\alpha\beta}(s) \cdot K_i,$$

$$\vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot s = \vec{E}_{\alpha\beta}(s) \cdot K_i + \vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot j\omega_0. \quad (27)$$

Assim, utilizando notação matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} U_\alpha(s) \\ U_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot s = \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot K_i + \begin{bmatrix} U_\alpha(s) \\ U_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix},$$

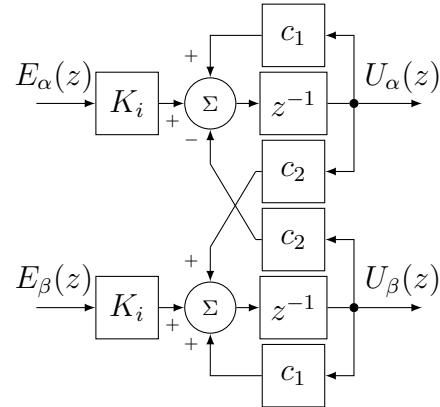
ou seja,

$$\begin{cases} U_\alpha(s) = 1/s \cdot [E_\alpha(s) \cdot K_i - U_\beta(s) \cdot \omega_0] \\ U_\beta(s) = 1/s \cdot [E_\beta(s) \cdot K_i + U_\alpha(s) \cdot \omega_0] \end{cases}. \quad (28)$$

Dessa forma,  $U_\alpha(s)$  depende de  $U_\beta(s)$  e vice-versa, implicando um acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$  (NETO *et al.*, 2018b).

A implementação do ROGI discreto, como proposto por Busada *et al.* (2012), é exibida na Figura 19, na qual pode ser observado este acoplamento (termo  $c_2$ ). Esse comportamento também pode ser observado para os RCs complexos, conforme ilustrado na Figura 20 (termo  $b_2$ ) para a estrutura proposta por (LUO *et al.*, 2016). A influência do acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$  interfere positivamente no sistema de controle, como é discutido na Subseção 2.2.4.

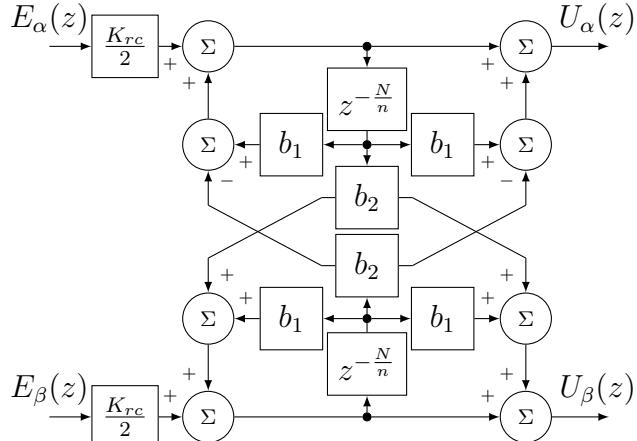
Figura 19 – Implementação do ROGI (tempo discreto) como proposto por Busada *et al.* (2012), onde  $c_1 = \cos(\omega_0 T_s)$  e  $c_2 = \sin(\omega_0 T_s)$ .



Fonte: Adaptado de (BUSADA *et al.*, 2012).

Apesar desta característica, ao adotar uma representação vetorial para os sinais de referência e de distúrbio, o sistema de controle MIMO (*multiple-input multiple-output*) com eixos estacionários acoplados pode ser simplificado em um sistema SISO (*single-input single-output*) complexo (LUO *et al.*, 2016). Contudo, é importante ressaltar que a implementação de controladores complexos em processadores de sinais digitais continua dependendo da representação MIMO (como exemplificado nas Figuras 19 e 20).

Figura 20 – Implementação do  $nk + m$  RC (tempo discreto) como proposto por Luo *et al.* (2016), onde  $b_1 = \cos(2\pi \frac{m}{n})$  e  $b_2 = \sin(2\pi \frac{m}{n})$ .



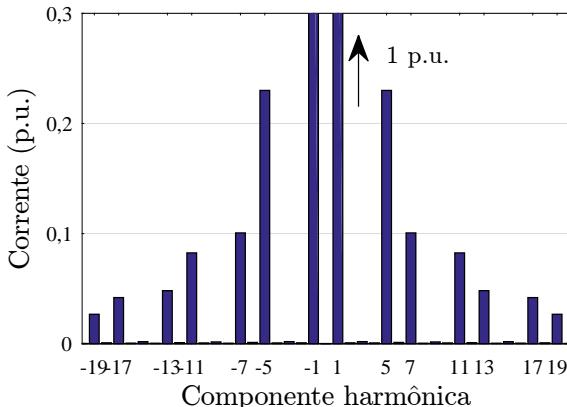
Fonte: Adaptado de (LUO *et al.*, 2016).

#### 2.2.4 Controladores complexos aplicados a vetores espaciais

Como os sistemas de controle aplicados à engenharia elétrica tradicionalmente possuem sinais reais como referências, a princípio pode parecer difícil perceber aplicações vantajosas para o uso de controladores complexos, todavia, isso muda ao considerar a notação de vetores espaciais. Conforme apresentado na Seção 2.1, uma vez que um vetor espacial é uma representação complexa de sinais trifásicos (que são reais), sua decomposição espectral mostra as componentes da sequência positiva em seu espectro positivo, enquanto as componentes harmônicas da sequência negativa são exibidas em seu espectro negativo. Portanto, utilizando vetores espaciais como referências do sistema de controle, os controladores complexos acabam sendo seletivos em frequência (porque aplicam ganho elevado em uma frequência selecionada pelo projetista) e em sequência (porque o ganho elevado pode ser aplicado no espectro negativo ou positivo).

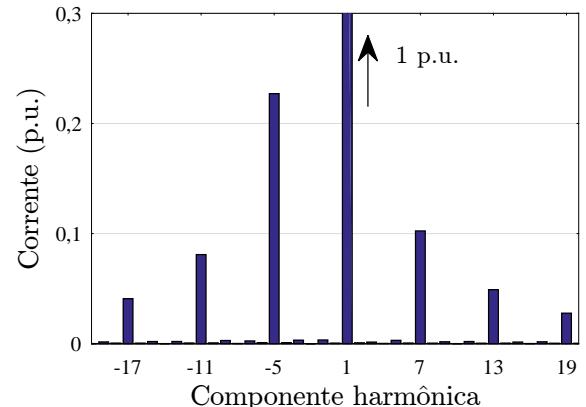
Para ilustrar esse conceito, é considerado a seguir um sistema em que um FAP em paralelo deve compensar as componentes harmônicas de corrente requeridas por um retificador trifásico a diodos. Ao avaliar as correntes demandadas pela carga não-linear em  $abc$ , observa-se que elas contêm todas as componentes harmônicas da família  $H = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$ , independentemente de qual seja a sequência de fases das tensões no ponto de acoplamento comum. Essa característica é ilustrada no espectro harmônico da corrente da fase  $a$  (Figura 21 – dados obtidos experimentalmente).

Figura 21 – Espectro harmônico da corrente da fase  $a$  de um retificador trifásico a diodos.



Fonte: Diagrama obtido a partir de resultados experimentais.

Figura 22 – Espectro harmônico do vetor espacial das correntes de um retificador trifásico a diodos.



Fonte: Diagrama obtido a partir de resultados experimentais.

Uma vez que as correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  são representadas por sinais reais, os espectros positivo e negativo são simétricos (Figura 21). Por consequência, controladores reais sintonizados nas frequências  $H = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$  podem ser aplicados nos referenciais  $abc$  ou  $\alpha\beta$  para compensar as correntes harmônicas. Contudo, ao utilizar a notação de vetores espaciais, torna-se possível distinguir as componentes harmônicas de sequência positiva e sequência negativa das correntes trifásicas. Para exemplificar este fato, a Figura 22 apresenta o espectro harmônico do vetor espacial obtido a partir das correntes demandadas pela mesma carga não-linear utilizada para obtenção da Figura 21. Como apresentado na Seção 2.1, esse vetor espacial é representado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta} = \sum_{h_s} \vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}, \quad (29)$$

em que  $h_s \in H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , ou seja,  $h_s \in H_s = \{\dots, -17, -11, -5, +1, +7, +13, +19, \dots\}$ , onde os sinais “+” e “-” indicam se a componente harmônica é de sequência positiva ou negativa.

Em decorrência da forma de representação apresentada acima, um controlador (real ou complexo) pode ser aplicado ao vetor espacial do erro (entrada complexa) em um sistema de controle. Entretanto, a utilização de controladores complexos implica uma solução seletiva em sequência que permite regular apenas as componentes harmônicas necessárias (LUO *et al.*, 2016). Além disso, em aplicações que requerem o controle de múltiplas componentes harmônicas, onde seria indicada a utilização de um controlador repetitivo ou de múltiplos controladores ressonantes em paralelo, a utilização de estruturas

de controle complexo proporciona ao projetista um melhor compromisso entre desempenho e estabilidade (NETO, 2018; ZIMANN *et al.*, 2019).

Um exemplo de controlador adequado para o cenário em que não se utilizam vetores espaciais (espectro ilustrado na Figura 21) é o  $nk \pm m$  RC (real) proposto em (NETO *et al.*, 2018a), cuja função de transferência é:

$$C_{Neto(2018)}^{(nk \pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{2 \left[ 1 - z^{-\frac{N}{n}} \cdot \cos \left( 2\pi \frac{m}{n} \right) \right]}{1 - z^{-\frac{N}{n}} \cdot 2 \cdot \cos \left( 2\pi \frac{m}{n} \right) + z^{-2\frac{N}{n}}}. \quad (30)$$

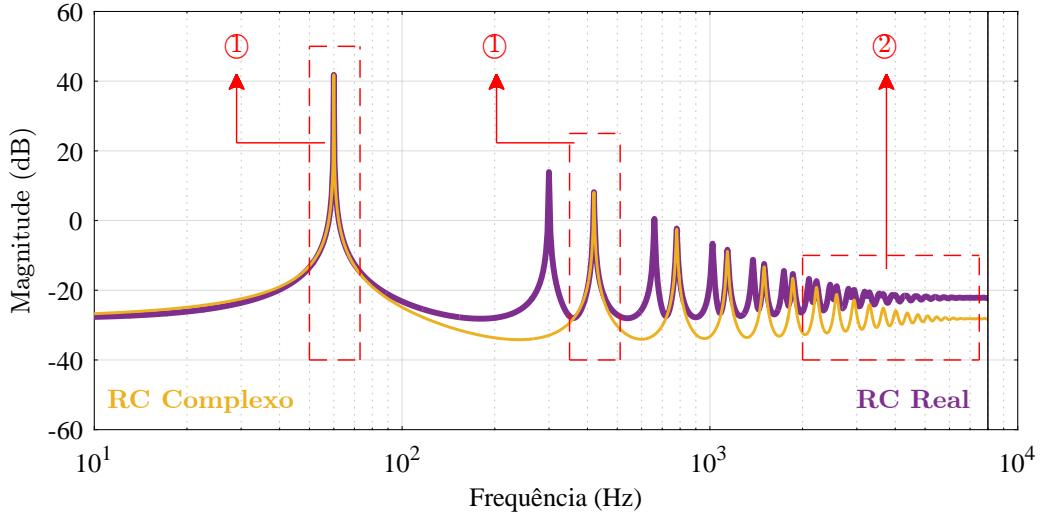
Embora  $nk \pm m$  RCs apresentem várias vantagens sobre o RC convencional,  $nk + m$  RCs podem levar a uma resposta dinâmica mais rápida do que  $nk \pm m$  RC (ZIMANN *et al.*, 2019). Para perceber essa característica, é importante que o leitor observe que o RC real representado pela Equação (30) pode ser decomposto em dois RCs complexos:

$$C_{Neto(2018)}^{(nk \pm m)}(z) = \underbrace{K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot z^{-\frac{N}{n}}}}_{\substack{\text{Equivalente a } nk + m \text{ RC} \\ \text{proposto por (ZIMANN } et al., 2019)}} + \underbrace{K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} \cdot z^{-\frac{N}{n}}}}_{\substack{\text{Equivalente a } nk - m \text{ RC} \\ \text{proposto por (ZIMANN } et al., 2019)}}. \quad (31)$$

Dessa forma, ao comparar o espectro positivo dos diagramas de Bode do  $nk + m$  RC (primeiro termo do lado direito da Equação (31)) e do  $nk \pm m$  RC (apresentado na Equação (30)), considerando os mesmos ganhos repetitivos e filtros passa-baixas (os quais, como será descrito adiante, são usados para aumentar a estabilidade relativa), observa-se que ambos os esquemas apresentam magnitudes semelhantes em torno das componentes harmônicas de baixa frequência que pertencem à família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , como mostrado na Figura 23. No entanto, o RC complexo possui uma magnitude menor para altas frequências. Então, se o mesmo ganho for usado para ambos os esquemas, a solução complexa levará a melhores características de estabilidade, sem alterações significativas no desempenho do sistema para componentes harmônicas de baixa frequência.

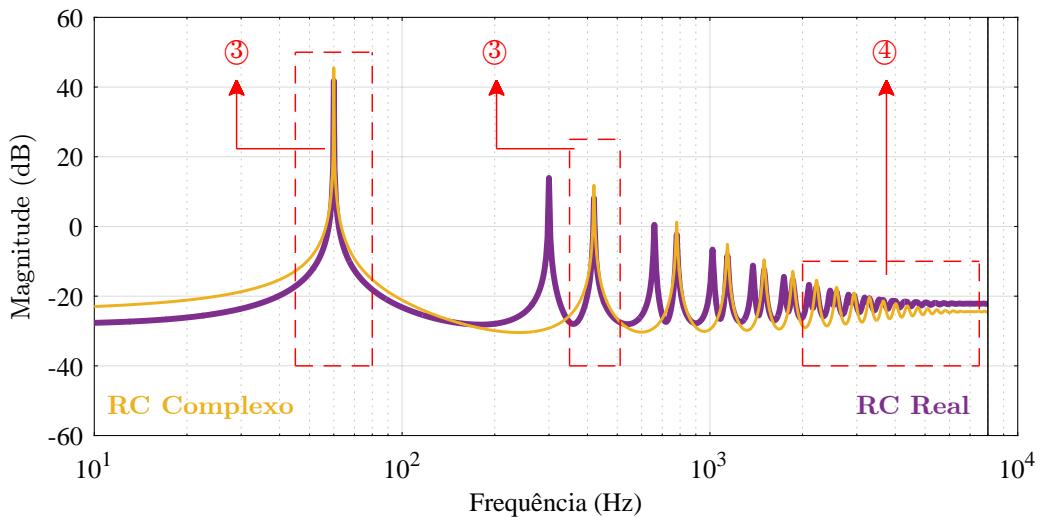
Portanto, se o ganho repetitivo do RC complexo for aumentado até que ambos os controladores possuam características de estabilidade relativa equivalentes (Figura 24), a diferença de magnitude em alta frequência será menor. Além disso, a magnitude em torno dos componentes que pertencem à família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  será maior para a solução complexa. Como consequência, o sistema de controle complexo terá menor erro em regime permanente, resposta transitória mais rápida e menor erro para pequenas alterações na frequência fundamental. Em outras palavras, um sistema de controle com RC complexo apresenta um compromisso menos restritivo entre desempenho e estabilidade que um sistema de controle com RC real.

Figura 23 – Gráfico de magnitude de um  $6k \pm 1$  RC e um  $6k + 1$  RC, ambos com mesmos ganhos e filtros passa-baixas. ①: Ambos RCs apresentam magnitude semelhante em torno das componentes de baixa frequência da família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . ②: O RC complexo possui magnitude menor para componentes de alta frequência.



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab R2015b

Figura 24 – Gráfico de magnitude de um  $6k \pm 1$  RC e um  $6k + 1$  RC, ambos com estabilidade relativa equivalentes e mesmos filtros passa-baixas. ③: O RC complexo possui magnitude maior em torno das componentes de baixa frequência da família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . ④: Ambos RCs apresentam magnitude semelhantes para componentes de alta frequência.



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab R2015b

Apesar das vantagens apresentadas acima, essa estratégia é indicada para sistemas trifásicos com referências cujo conjunto de componentes harmônicas de sequência positiva a serem controlados é diferente do conjunto de componentes de sequência negativa. Então, se as componentes harmônicas de ambas as sequências positiva e negativa a serem controladas forem as mesmas, como na família  $H_s = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (ou

seja,  $H_s = \{\dots, -7, -5, -1, +1, +5, +7 \dots\}$ , onde os sinais “+” e “-” indicam sequência positiva e negativa, respectivamente), dois controladores complexos poderiam ser usados em paralelo para realizar as tarefas de controle necessárias (por exemplo, um  $6k + 1$  RC e um  $6k - 1$  RC), mas seria equivalente a utilizar um RC real (por exemplo, um  $6k \pm 1$  RC), como mostrado nas Equações (30) e (31). Outra limitação é que, como os sistemas monofásicos não apresentam espectro harmônico assimétrico, as vantagens dos controladores complexos não podem ser totalmente exploradas em aplicações monofásicas.

## 2.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

A estabilidade entrada-saída do sistema de controle avaliado nesta tese é analisada através do Teorema do Ganho Pequeno (*Small-Gain Theorem*). Contudo, antes de apresentar este teorema, o que é feito na Subseção 2.3.4, faz-se necessário definir alguns conceitos acerca de norma de sinais, estabilidade e norma de sistemas, os quais possibilitam o entendimento da notação utilizada tanto na definição do Teorema do Ganho Pequeno quanto em sua aplicação.

### 2.3.1 Espaços- $\mathcal{L}_p$ e norma de sinais

Ao considerar as técnicas de controle clássicas, a estabilidade absoluta de um sistema é frequentemente avaliada em função da sua equação característica, observando a alocação dos polos da sua função de transferência, ou através de indicadores de estabilidade, analisando as margens de fase e de ganho. Contudo, em diversas aplicações é inviável a determinação da estabilidade utilizando estes critérios. Nestes cenários, a estabilidade entrada-saída representa um método analítico alternativo para a avaliação da estabilidade absoluta de sistemas de controle.

Considerando as condições iniciais nulas, um sistema é dito entrada-saída estável se qualquer entrada limitada resulta em uma saída também limitada (TOSCANO, 2013). Para entender a definição de "sinal limitado", faz-se necessário introduzir os conceitos de norma de sinais. Dessa forma, seja  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial, a função real  $\|v\|_{\mathcal{V}}$ , definida em  $\mathcal{V}$ , é dita **norma-** $\mathcal{V}$  se satisfaz às seguintes propriedades (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996):

1.  $\|v\|_{\mathcal{V}} \geq 0$  (positividade); (32)

$$2. \|v\|_{\mathcal{V}} = 0 \text{ se, e somente se, } v = 0; \quad (33)$$

$$3. \|\alpha v\|_{\mathcal{V}} = |\alpha| \|v\|_{\mathcal{V}}, \text{ para qualquer escalar } \alpha \text{ (homogeneidade);} \quad (34)$$

$$4. \|v_1 + v_2\|_{\mathcal{V}} \leq \|v_1\|_{\mathcal{V}} + \|v_2\|_{\mathcal{V}}, \text{ para qualquer } v_1 \in \mathcal{V} \text{ e } v_2 \in \mathcal{V}. \quad (35)$$

Baseado nesta notação, um sinal  $v$  é dito limitado se sua norma- $\mathcal{V}$  é limitada, isto é, se sua norma converge para um valor finito ( $\|v\|_{\mathcal{V}} < \infty$ ). Na literatura, diversos trabalhos utilizam o termo "espaço normado", do inglês *normed space*, para se referir ao par  $(\mathcal{V}, \|\cdot\|_{\mathcal{V}})$ .

Assim, uma vez que a função norma- $\mathcal{V}$  é definida em um espaço vetorial, torna-se essencial determinar os principais espaços de funções que contemplam sinais limitados.

### 2.3.1.1 Espaços- $\mathcal{L}_p$ e normas- $\mathcal{L}_p$

Os espaços de Lebesgue desempenham um importante papel no estudo da estabilidade de sistemas de controle (SCHAFT, 2017). Este fato ocorre porque ao analisar a norma- $\mathcal{L}_p$  dos sinais de entrada e saída de um sistema de controle, torna-se possível avaliar sua estabilidade entrada-saída.

Nesse contexto, um espaço- $\mathcal{L}_p$  é definido como o conjunto formado por todas as funções cujos valores absolutos elevados à  $p$ -ésima potência são Lebesgue integráveis, isto é,

$$\mathcal{L}_p = \left\{ f(t) \in \mathbb{R} : \int_0^{+\infty} |f(t)|^p dt < \infty \right\}. \quad (36)$$

Por consequência, a norma- $\mathcal{L}_p$  de um sinal  $f(t)$ , denotado por  $\|f\|_{\mathcal{L}_p}$ , pode ser calculada utilizando a seguinte equação:

$$\|f\|_{\mathcal{L}_p} = \left( \int_0^{+\infty} |f(t)|^p dt \right)^{1/p}, \quad (37)$$

em que  $1 \leq p < \infty$ . Além dos inúmeros espaços normados obtidos a partir da Equação (36), existe ainda o espaço normado  $(\mathcal{L}_{\infty}, \|\cdot\|_{\mathcal{L}_{\infty}})$ , cuja definição independe da integral apresentada na Equação (37), como será mostrado adiante. Haja vista que os espaços- $\mathcal{L}_2$  e - $\mathcal{L}_{\infty}$  são utilizados nas explicações desta tese, eles são brevemente discutidos a seguir.

### Espaço normado ( $\mathcal{L}_2, \|\cdot\|_{\mathcal{L}_2}$ )

Segundo Toscano (2013), o espaço- $\mathcal{L}_2$  é caracterizado por representar o conjunto de todas as funções quadrado-integráveis. Logo, o conjunto de funções que compõem este espaço é representado por

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ f(t) \in \mathbb{R} : \int_0^{+\infty} f(t)^2 dt < \infty \right\}, \quad (38)$$

e, consequentemente, a norma- $\mathcal{L}_2$  de um sinal  $f(t)$ , denotada por  $\|f\|_{\mathcal{L}_2}$ , é calculada por

$$\|f\|_{\mathcal{L}_2} = \sqrt{\int_0^{+\infty} f(t)^2 dt}, \quad (39)$$

em que o quadrado desta norma representa a energia total contida na função  $f(t)$ . Em geral, a maioria dos sinais processados em tempo real possuem energia finita, logo, esta norma é frequentemente utilizada para avaliação da estabilidade de sistemas de controle.

No caso de sinais multidimensionais, isto é  $f(t) = (f_1(t), \dots, f_j(t))^T \in \mathcal{L}_2^j$  com  $f_i(t) \in \mathcal{L}_2$  (para  $i = 1, \dots, j$ ), a norma- $\mathcal{L}_2$  é calculada por

$$\|f\|_{\mathcal{L}_2} = \left( \int_0^{+\infty} f(t)^T f(t) dt \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \int_0^{+\infty} \sum_{i=1}^j f_i(t)^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \sum_{i=1}^j \|f_i\|_{\mathcal{L}_2}^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (40)$$

Vale destacar que as funções complexas ( $f_{\mathbb{C}}(t) \in \mathbb{C}$ ) podem ser analisadas como sinais multidimensionais, definidos como  $f_{\mathbb{C}}(t) = Re\{f_{\mathbb{C}}(t)\} + i \cdot Im\{f_{\mathbb{C}}(t)\} = (Re\{f_{\mathbb{C}}(t)\}, Im\{f_{\mathbb{C}}(t)\})^T$ . Logo, a norma- $\mathcal{L}_2$  deste tipo de função pode ser calculada por

$$\begin{aligned} \|f_{\mathbb{C}}\|_{\mathcal{L}_2} &= \left[ \int_0^{+\infty} (Re\{f_{\mathbb{C}}(t)\}^2 + Im\{f_{\mathbb{C}}(t)\}^2) dt \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[ \int_0^{+\infty} |f_{\mathbb{C}}(t)|^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (41)$$

O fato demonstrado na Equação (41) permite o entendimento do espaço- $\mathcal{L}_2$  definido para funções complexas. Assim, este espaço é definido como o conjunto de todas as funções complexas absolutamente quadrado-integráveis, ou seja, o conjunto de funções representado por

$$\mathcal{L}_2 = \left\{ f_{\mathbb{C}}(t) \in \mathbb{C} : \int_0^{+\infty} |f_{\mathbb{C}}(t)|^2 dt < \infty \right\}. \quad (42)$$

É importante ressaltar que, de forma similar ao espaço- $\mathcal{L}_2$ , os demais espaços- $\mathcal{L}_p$  também podem ser definidos sobre o corpo dos complexos ( $\mathbb{C}$ ).

## Espaço normado $(\mathcal{L}_\infty, \|\cdot\|_{\mathcal{L}_\infty})$

O espaço- $\mathcal{L}_\infty$  é caracterizado por representar o conjunto de funções limitadas em amplitude, sem avaliação da limitação quanto ao consumo ( $\mathcal{L}_1$ ) ou à energia ( $\mathcal{L}_2$ ). Por consequência, não se utiliza integral de Lebesgue como feito para os espaços- $\mathcal{L}_p$  com  $1 \leq p < \infty$ . De fato, este espaço de funções é definido como

$$\mathcal{L}_\infty = \left\{ f(t) \in \mathbb{R} : \sup_{t \geq 0} |f(t)| < \infty \right\}, \quad (43)$$

em que  $\sup_{t \geq 0} |f(t)|$  representa o supremo da função  $|f(t)|$ , para  $t > 0$ . Assim, a norma- $\mathcal{L}_\infty$  de um sinal  $f(t)$  é denotada por

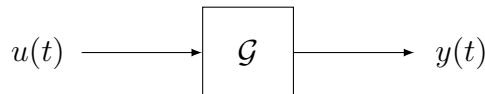
$$\|f\|_{\mathcal{L}_\infty} = \text{ess sup}_{t \geq 0} |f(t)|, \quad (44)$$

com  $\text{ess sup}_{t \geq 0} |f(t)|$  retratando o supremo essencial da função  $|f(t)|$ , para  $t > 0$ .

### 2.3.1.2 Espaço- $\mathcal{L}_p$ estendido

Ao avaliar um sistema  $\mathcal{G}$  (Figura 25), seus sinais de entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$  podem ser caracterizados quanto ao tipo de limitação, isto é, se estes são limitados em energia ou amplitude, por exemplo. Contudo, ao avaliar sinais periódicos ou constantes (que são maioria em sistemas de controle convencionais), observa-se que estes sinais não pertencem ao espaço- $\mathcal{L}_2$ . Assim, para a avaliação adequada desta classe de sinais, faz-se necessário expandir os espaços- $\mathcal{L}_p$  de modo a contemplá-la.

Figura 25 – Diagrama de blocos de um sistema  $\mathcal{G}$ , com entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

As funções periódicas e constantes só pertencem aos espaços- $\mathcal{L}_p$  ( $1 \leq p < \infty$ ) quando truncadas em um intervalo finito. De fato, ao tomar a função cosseno como exemplo, observa-se que apesar desta não pertencer ao espaço- $\mathcal{L}_2$  (conforme provado na primeira linha da Tabela 1), ao considerar apenas o intervalo de um período, esta função passa a pertencer ao espaço- $\mathcal{L}_2$  (conforme provado na segunda linha da Tabela 1). Através deste princípio, o conjunto de funções que compõem o espaço- $\mathcal{L}_{pe}$  é representado por

$$\mathcal{L}_{pe} = \left\{ f_T(t) \in \mathbb{R} : \int_0^T |f(t)|^p dt < \infty \right\}, \quad (45)$$

onde

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t), & 0 \leq t < T \\ 0, & t \geq T \end{cases}, \quad \text{para } T \in \mathbb{R}^+, \quad (46)$$

em que  $f_T(t)$  é chamada de truncamento de  $f(t)$  ao intervalo  $[0, T]$ . Este espaço  $\mathcal{L}_{pe}$  é frequentemente referido como expansão de  $\mathcal{L}_p$ , ou espaço  $\mathcal{L}_p$  expandido (SCHAFT, 2017).

Conforme apresentado na Equação (45), para cada  $p = 1, 2, \dots, \infty$ , o espaço  $\mathcal{L}_{pe}$  consiste em todas as funções mensuráveis  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , tais que  $f_T(t) \in \mathcal{L}_p$  para todo  $T$ , com  $0 \leq T < \infty$ . Quando comparado ao espaço- $\mathcal{L}_p$ , as principais características do espaço- $\mathcal{L}_{pe}$  são:

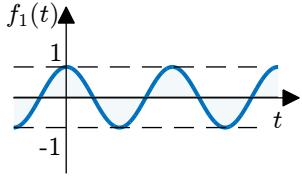
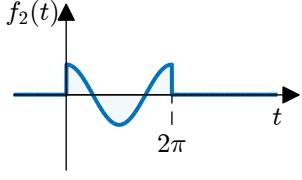
1.  $\mathcal{L}_p \subset \mathcal{L}_{pe}$ ;
2.  $\mathcal{L}_{pe}$  é um espaço linear, porém não é um espaço normado como  $\mathcal{L}_p$ .

Adicionalmente, ao avaliar a norma- $\mathcal{L}_p$  de um sinal truncado, tem-se que

$$\|f\|_{\mathcal{L}_p} = \lim_{T \rightarrow \infty} \|f_T\|_{\mathcal{L}_p}. \quad (47)$$

Na Tabela 2, algumas funções são classificadas como pertencentes aos espaços  $-\mathcal{L}_2$ ,  $-\mathcal{L}_\infty$ ,  $-\mathcal{L}_{2e}$  e  $-\mathcal{L}_{\infty e}$ . Através desses exemplos, torna-se possível fixar os conceitos de espaços- $\mathcal{L}_p$  e  $-\mathcal{L}_{pe}$  apresentados até este momento. Outra característica que deve ser notada nessa tabela é que, como  $\mathcal{L}_p$  é um subespaço de  $\mathcal{L}_{pe}$ , quando uma função não pertencer ao espaço- $\mathcal{L}_{pe}$  ela também não pertencerá ao espaço- $\mathcal{L}_p$ .

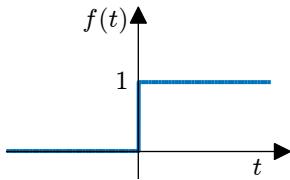
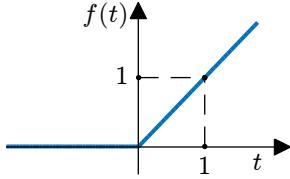
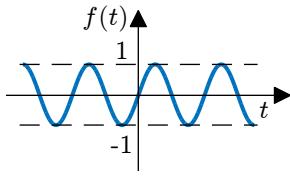
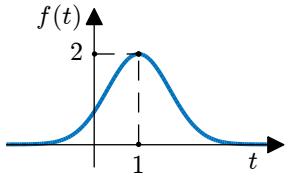
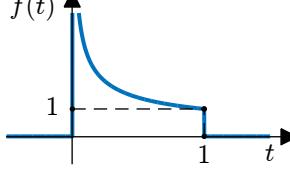
Tabela 1 – Avaliação de funções quanto ao espaço- $\mathcal{L}_2$ .

| Função  | Gráfico  | Espaço- $\mathcal{L}_2$   |
|---|--|---|
| Função cosseno:<br>$f_1(t) = \cos(t)$   |  | $\int_0^{+\infty} f_1(t)^2 dt = \infty$<br>Logo, $f_1(t) \notin \mathcal{L}_2$    |
| Cosseno truncado em $[0, 2\pi]$ :<br>$f_2(t) = \begin{cases} \cos(t), & \text{para } 0 \leq t < 2\pi \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$ |  | $\int_0^{+\infty} f_2(t)^2 dt = \pi < \infty$<br>Logo, $f_2(t) \in \mathcal{L}_2$ |

Fonte: Elaborada pelo autor.

O conceito de espaço- $\mathcal{L}_p$  expandido é especialmente importante para determinação da estabilidade- $\mathcal{L}_p$ , ganho- $\mathcal{L}_p$  e da norma de um sistema, como demonstrado a seguir.

Tabela 2 – Avaliação de funções quanto aos espaços- $\mathcal{L}_2$ ,  $-\mathcal{L}_\infty$ ,  $-\mathcal{L}_{2e}$  e  $-\mathcal{L}_{\infty e}$ .

| Função   | Gráfico  | Espaços- $\mathcal{L}_p$ e $-\mathcal{L}_{pe}$   |
|--|--|--|
| Degrau unitário:<br>$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{para } t \geq 0 \\ 0, & \text{para } t < 0 \end{cases}$   |    | $\in \mathcal{L}_\infty, \mathcal{L}_{\infty e}, \mathcal{L}_{2e}$<br>$\notin \mathcal{L}_2$ |
| Rampa unitária:<br>$f(t) = \begin{cases} t, & \text{para } t \geq 0 \\ 0, & \text{para } t < 0 \end{cases}$  |    | $\in \mathcal{L}_{\infty e}, \mathcal{L}_{2e}$<br>$\notin \mathcal{L}_\infty, \mathcal{L}_2$ |
| Função seno:<br>$f(t) = \sin(t)$   |   | $\in \mathcal{L}_\infty, \mathcal{L}_{\infty e}, \mathcal{L}_{2e}$<br>$\notin \mathcal{L}_2$ |
| Função gaussiana:<br>$f(t) = 2 \cdot e^{-(t-1)^2}$   |  | $\in \mathcal{L}_\infty, \mathcal{L}_{\infty e}, \mathcal{L}_{2e}, \mathcal{L}_2$            |
| Função $t^{-1/2}$ truncada em $(0, 1]$ :<br>$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}}, & \text{para } 0 < t \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$ |  | $\notin \mathcal{L}_\infty, \mathcal{L}_{\infty e}, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_{2e}$         |

Fonte: Elaborada pelo autor.

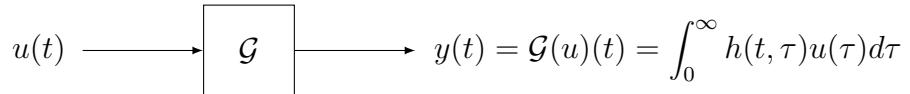
### 2.3.2 Estabilidade- $\mathcal{L}_p$

Dois conceitos são de fundamental importância para a avaliação da estabilidade entrada-saída de sistemas de controle utilizando o Teorema do Ganho Pequeno, são eles:

Estabilidade- $\mathcal{L}_p$  e ganho- $\mathcal{L}_p$ . Contudo, antes de apresentar esses conceitos, faz-se necessário definir o que é um sistema no âmbito de álgebra linear.

Um sistema pode ser analisado como sendo uma transformação linear, isto é, um mapeamento linear entre os elementos de um espaço vetorial  $V$  com os elementos de um espaço vetorial  $W$ , que atende às propriedades de aditividade e homogeneidade. Contudo, quando os espaços vetoriais  $V$  e  $W$  são coincidentes, essa transformação é chamada de operador linear. Um sistema SISO real é um exemplo de operador linear (Figura 26), visto que ambas a entrada e a saída do sistema são funções de domínio e contra-domínio reais. Em relação ao formalismo matemático, um espaço vetorial  $V$  que contempla funções do tipo  $f(t)$ , em que  $t$  pertence a  $\mathbb{R}^+$  e  $f(t)$  pertence a  $\mathbb{R}$ , pode ser representado por  $V(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ .

Figura 26 – Diagrama de blocos de um sistema SISO  $\mathcal{G}$ , com  $u(t) \in V(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$  e  $y(t) \in V(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme apresentado por Schaft (2017), o conceito de transformação linear pode ser avaliado considerando os espaços- $\mathcal{L}_p$ . Isto é, sejam os espaços- $\mathcal{L}_{pe}(U)$  e  $-\mathcal{L}_{pe}(Y)$  os conjuntos de todos os sinais de entrada e saída de um sistema MIMO, a transformação linear  $\mathcal{G}$  faz o mapeamento entre esses dois espaços, sendo assim representada por

$$\begin{aligned} \mathcal{G} : \mathcal{L}_{pe}(U) &\rightarrow \mathcal{L}_{pe}(Y), \\ u &\mapsto y = \mathcal{G}(u) \end{aligned} \tag{48}$$

em que  $U$  é um espaço linear com  $m$  dimensões,  $Y$  é um espaço linear com  $n$  dimensões,  $u \in \mathcal{L}_{pe}(U)$  e  $y \in \mathcal{L}_{pe}(Y)$ .

A partir dessa representação, um sistema  $\mathcal{G} : \mathcal{L}_{pe}(U) \rightarrow \mathcal{L}_{pe}(Y)$  é dito  $\mathcal{L}_p$ -estável se, ao aplicar em sua entrada um sinal limitado  $u \in \mathcal{L}_p(U)$ , obtém-se em sua saída um sinal também limitado  $y \in \mathcal{L}_p(Y)$ . Dessa forma, formalmente tem-se que

$$u \in \mathcal{L}_p(U) \Rightarrow \mathcal{G}(u) \in \mathcal{L}_p(Y), \tag{49}$$

ou seja, o sistema  $\mathcal{G}$  mapeia o subconjunto  $\mathcal{L}_p(U) \subset \mathcal{L}_{pe}(U)$  no subconjunto  $\mathcal{L}_p(Y) \subset \mathcal{L}_{pe}(Y)$  (SCHAFT, 2017). Em particular, um sistema  $\mathcal{L}_\infty$ -estável é dito BIBO-estável (*bounded-input, bounded-output*).

Esta definição de estabilidade- $\mathcal{L}_p$  é feita utilizando os espaços lineares  $U$  e  $Y$ , de dimensões  $m$  e  $n$ , de modo a contemplar sistemas MIMO. Porém, este conceito pode

ser mais facilmente compreendido ao considerar um sistema SISO, como o apresentado na Figura 26. Ao considerar o sistema SISO  $\mathcal{G} : \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ , por exemplo, tem-se que este sistema é dito  $\mathcal{L}_2$ -estável se, ao aplicar em sua entrada um sinal limitado em energia ( $u(t) \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ ), sua saída também for um sinal limitado em energia ( $y(t) \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ ).

Apesar da estabilidade- $\mathcal{L}_p$  ser caracterizada a partir dos sinais de entrada e saída de um sistema, a norma do sistema também pode ser utilizada para este propósito. Contudo, antes de avaliar a norma de um sistema, o leitor deve conhecer a definição de ganho- $\mathcal{L}_p$  finito.

### 2.3.2.1 Ganho- $\mathcal{L}_p$ finito

Segundo Schaft (2017), um sistema  $\mathcal{G}$  é dito ter ganho- $\mathcal{L}_p$  finito se existem constantes não-negativas  $\gamma_p$  e  $\beta_p$  tais que:

$$\|(\mathcal{G}(u))_T\|_{\mathcal{L}_p} \leq \gamma_p \|u_T\|_{\mathcal{L}_p} + \beta_p, \quad \forall T \geq 0, \forall u \in \mathcal{L}_{pe}(U). \quad (50)$$

Buscando facilitar a compreensão desta definição, a explicação a seguir é feita considerando um sistema SISO  $\mathcal{G} : \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ , de entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$ , com ganho- $\mathcal{L}_2$  finito. Por consequência, para o sistema considerado, existem constantes  $\gamma$  e  $\beta$  não-negativas que satisfazem a inequação:

$$\|y_T\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma \|u_T\|_{\mathcal{L}_2} + \beta, \quad \forall T \geq 0, \forall u(t) \in \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}). \quad (51)$$

Alternativamente, conforme apresentado em (SCHAFT, 2017), essa característica pode ser avaliada através da seguinte inequação:

$$\|y_T\|_{\mathcal{L}_2}^2 \leq \tilde{\gamma}^2 \|u_T\|_{\mathcal{L}_2}^2 + \delta, \quad \forall T \geq 0, \forall u(t) \in \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}), \quad (52)$$

em que  $\tilde{\gamma}^2$  e  $\delta$  também são constantes não-negativas.

Haja vista que a norma- $\mathcal{L}_2$  de um sinal representa a raiz quadrada da sua energia total,  $\|u_T\|_{\mathcal{L}_2}^2$  e  $\|y_T\|_{\mathcal{L}_2}^2$  podem ser utilizados como indicadores da energia total dos sinais de entrada e saída do sistema  $\mathcal{G}$ , respectivamente. Dessa forma, a Inequação (52) indica que a energia do sinal de saída  $y(t)$  do sistema avaliado não pode exceder a energia do sinal de entrada  $u(t)$  vezes uma constante  $\tilde{\gamma}^2$ , adicionada de uma constante  $\delta$ .

Ambas as constantes  $\tilde{\gamma}^2$  e  $\delta$  independem do  $u(t) \in \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$  adotado e do  $T$  utilizado para o truncamento dos sinais de entrada e saída. Logo, para quaisquer  $u(t)$  e  $T$

escolhidos, essas constantes devem satisfazer a Inequação (52). Dessa forma, as principais características decorrentes dessa inequação são:

- Para situações em que  $u(t)$  é identicamente nulo (isto é,  $u(t) = 0$  para todo  $t \in \mathbb{R}^+$ ), tem-se que

$$\|y_T\|_{\mathcal{L}_2}^2 \leq \delta,$$

ou seja, mesmo que  $T$  tenda a infinito,  $\|y_T\|_{\mathcal{L}_2}^2$  ainda deve ser limitado, o que implica  $y(t) \in \mathcal{L}_2$  e aponta que a energia do sinal de saída ser finita. Nesse contexto, a constante  $\delta$  limita a energia do sinal de saída decorrente de condições iniciais não-nulas do sistema. De fato, pode existir uma condição inicial do sistema que cause uma saída  $y(t)$  não-nula, ainda que a entrada  $u(t)$  seja identicamente nula;

- Em sistemas lineares, ao aplicar mais energia à entrada do sistema, maior será a energia do seu sinal de saída. Contudo, a energia da saída não deve exceder a energia de entrada vezes a constante  $\tilde{\gamma}^2$ . Assim, para sistemas com condições iniciais nulas, tem-se que

$$\|y_T\|_{\mathcal{L}_2}^2 \leq \tilde{\gamma}^2 \|u_T\|_{\mathcal{L}_2}^2, \quad \forall T \geq 0, \forall u(t) \in \mathcal{L}_{2e}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}). \quad (53)$$

É importante destacar que, visto que  $\delta$  depende de condições iniciais não-nulas, a Inequação (52) não descreve o comportamento de sistemas que possuem uma fonte interna de energia.

Voltando para a Inequação (50), a constante  $\gamma_p$ , que relaciona  $\|y_T\|_{\mathcal{L}_p}$  com  $\|u_T\|_{\mathcal{L}_p}$  para condições iniciais nulas, é definida como o ganho do sistema. Assim, ao considerar um sistema  $\mathcal{G}$  com condições iniciais nulas, Schaft (2017) define o ganho- $\mathcal{L}_p$  do sistema  $\mathcal{G}$  como sendo o menor ganho  $\gamma_p$  que satisfaz a Inequação (50). Formalmente, tem-se que

$$\gamma_p(\mathcal{G}) = \inf\{\gamma_p \mid \exists \beta_p, \text{ de modo que a Inequação (50) seja atendida}\}, \quad (54)$$

em que  $\inf$  indica o ínfimo de um conjunto de valores.

Se o ganho- $\mathcal{L}_p$  é limitado (daí o termo ganho- $\mathcal{L}_p$  finito), o sistema avaliado é  $\mathcal{L}_p$ -estável. Isto ocorre porque, para um sistema com ganho- $\mathcal{L}_p$  finito, a Equação (49) é verdadeira. Esse ganho pode ser obtido através da norma do sistema em função dos sinais de entrada e saída, sendo assim nomeada **norma- $\mathcal{L}_p$  induzida** do sistema. Por consequência, esta norma deve ser finita para que o sistema seja  $\mathcal{L}_p$ -estável.

### 2.3.3 Norma- $\mathcal{L}_2$ induzida de um sistema

Conforme mencionado na subseção anterior, a norma- $\mathcal{L}_p$  induzida de um sistema pode ser utilizada para avaliação da sua estabilidade- $\mathcal{L}_p$ . Contudo, duas normas se destacam para este tipo de avaliação: as normas- $\mathcal{L}_2$  e - $\mathcal{L}_\infty$  induzidas.

De fato, para sistemas MIMO lineares e invariantes no tempo (*linear time-invariant* – LTI), a norma- $\mathcal{L}_2$  induzida do sistema equivale à norma- $\mathcal{H}_\infty$  de sua matriz de transferência (ou função de transferência para sistemas SISO LTI), sendo assim uma medida bastante utilizada em teoria de controle moderno (BRASLAVSKY; MIDDLETON; FREUDENBERG, 1998). Entre suas principais aplicações, essa norma tem sido usada como métrica para problemas relacionados à redução da sensibilidade e controle robusto (KIM; HAGIWARA, 2015a).

Por outro lado, avaliar a máxima amplitude do sinal de saída (norma- $\mathcal{L}_\infty$ ) é muito importante na prática. Além dessa norma ser utilizada para indicar a BIBO-estabilidade de um sistema, ela também é útil na avaliação de perturbações persistentes limitadas (como os sinais em degrau e senoidais), frequentemente encontradas em sistemas de controle (KIM; HAGIWARA, 2015b). Apesar da sua importância, a norma- $\mathcal{L}_\infty$  induzida não é utilizada neste trabalho.

Buscando facilitar a discussão apresentada nesta subseção, dois sistemas LTI são utilizados. O primeiro, referido por  $\mathcal{G}$ , representa um sistema SISO, com função de transferência  $G(s)$  e resposta ao impulso  $g(t)$ . Em contrapartida o segundo, referido por  $\mathcal{V}$ , representa um sistema MIMO, com matriz de transferência  $V(s)$  e resposta ao impulso  $v(t)$ .

#### 2.3.3.1 Avaliação da estabilidade- $\mathcal{L}_2$ a partir da norma- $\mathcal{L}_2$ induzida

Conforme apresentado anteriormente, um sistema é dito  $\mathcal{L}_2$ -estável caso possua ganho- $\mathcal{L}_2$  limitado. Logo, ao considerar um sistema SISO LTI ( $\mathcal{G}$ ) que atende a essa característica, a Inequação (50) passa a ser avaliada por

$$\|(\mathcal{G}(u))_T\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma \|u_T\|_{\mathcal{L}_2} + \beta, \quad \forall T \geq 0, \forall u(t) \in \mathcal{L}_{2e}, \quad (55)$$

que, para condições iniciais nulas, pode ser reescrita como

$$\|(\mathcal{G}(u))_T\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma \|u_T\|_{\mathcal{L}_2}, \quad \forall T \geq 0, \forall u(t) \in \mathcal{L}_{\infty e}. \quad (56)$$

Portanto, o ganho do sistema deve atender à seguinte inequação:

$$\gamma \geq \frac{\|\mathcal{G}(u)\|_{\mathcal{L}_2}}{\|u\|_{\mathcal{L}_2}}. \quad (57)$$

Ao invés de avaliar o ganho do sistema para uma entrada em particular, pode-se determinar o menor ganho necessário a partir de um conjunto de sinais quadrado-integráveis que satisfaz a Inequação (57). Logo, quando se avalia a condição crítica de estabilidade, ou seja, a condição de contorno desta inequação, o ganho- $\mathcal{L}_2$  passa a ser definido como (TOSCANO, 2013):

$$\gamma_2(\mathcal{G}) = \|\mathcal{G}\|_{\mathcal{L}_2,ind} = \sup_{\substack{u(t) \in \mathcal{L}_2 \\ \|u\|_{\mathcal{L}_2} \neq 0}} \frac{\|\mathcal{G}(u)\|_{\mathcal{L}_2}}{\|u\|_{\mathcal{L}_2}}, \quad (58)$$

sendo também denominado de “norma- $\mathcal{L}_2$  induzida” do sistema. Esta medida indica a máxima amplificação que o sistema  $\mathcal{G}$  pode causar à sua entrada  $u(t)$  em termos de norma- $\mathcal{L}_2$ .

É importante destacar que a norma- $\mathcal{L}_2$  induzida de um sistema LTI corresponde à norma- $\mathcal{H}_\infty$  de sua função de transferência (KIM; HAGIWARA, 2015a). A definição e descrição matemática desta é aprofundada a seguir.

### 2.3.3.2 Norma- $\mathcal{H}_\infty$ e valores singulares

A norma- $\mathcal{H}_\infty$  é uma métrica definida no espaço- $\mathcal{H}_\infty$  de Hardy, o qual é um subespaço fechado em  $\mathcal{L}_\infty$ . Este espaço de Hardy é representado pelo conjunto das funções de variável complexa, como  $F(s)$ , que são analíticas e limitadas no semi-plano direito aberto (WEINMANN, 1991), ou seja,

$$|F(s)| < \epsilon \quad \forall Re\{s\} > 0. \quad (59)$$

Consequentemente, a norma- $\mathcal{H}_\infty$  é definida para o conjunto de funções de transferência racionais, próprias e estáveis, o qual é denotado por  $\mathcal{RH}_\infty$  (TOSCANO, 2013).

No contexto de sistemas de controle, a norma- $\mathcal{H}_\infty$  é utilizada para representar o máximo ganho de um sistema (independente de ser SISO ou MIMO), considerando suas entradas limitadas em energia. A caracterização do ganho de um sistema SISO, normalmente avaliado através do diagrama de Bode de sua função de transferência, pode ser estendida para sistemas MIMO. Para tanto, deve-se considerar os valores singulares da matriz de transferência do sistema, denotados por  $\sigma_i$ .

Segundo Toscano (2013), os valores singulares de um sistema MIMO  $\mathcal{V}$  são definidos como as raízes quadradas dos auto-valores de  $V(j\omega)V(-j\omega)^T$ , em que  $V(j\omega) = [V(s)]_{s=j\omega}$ . Ou seja, formalmente tem-se que

$$\sigma_i(V(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(V(j\omega)V(-j\omega)^T)} = \sqrt{\lambda_i(V(-j\omega)^TV(j\omega))}. \quad (60)$$

com  $i = 1, \dots, \min(n_u, n_y)$ , em que  $n_u$  representa o número de entradas e  $n_y$  indica o número de saídas do sistema MIMO. A matriz  $V(-j\omega)^T$  representa a transposta conjugada de  $V(j\omega)$ , sendo usualmente representada por  $V(j\omega)^*$ . As matrizes  $V(j\omega)V(j\omega)^*$  e  $V(j\omega)^*V(j\omega)$  são Hermitianas positivas semi-definidas, logo, seus auto-valores são não-negativos.

Denota-se ainda  $\bar{\sigma}(V(j\omega))$  como o maior valor singular de  $V(s)$  e  $\underline{\sigma}(V(j\omega))$  o menor valor singular. Dessa forma, tem-se

$$\bar{\sigma}(V(j\omega)) = \sigma_1(V(j\omega)) \geq \sigma_2(V(j\omega)) \geq \dots \geq \underline{\sigma}(V(j\omega)) \geq 0 \quad \forall \omega, \quad (61)$$

e, por consequência,

$$\bar{\sigma}(V(j\omega)) \geq \frac{\|\mathcal{V}(u)\|_{\mathcal{L}_2}}{\|u\|_{\mathcal{L}_2}} \geq \underline{\sigma}(V(j\omega)). \quad (62)$$

Isso significa que o ganho do sistema está entre o menor e o maior valor singular. Logo, quando se avalia a condição crítica de estabilidade dessa inequação, a norma- $\mathcal{H}_\infty$  passa a ser definida como (TOSCANO, 2013):

$$\|\mathcal{V}\|_{\mathcal{L}_2,ind} = \|V\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(V(j\omega)), \quad (63)$$

em que é considerada uma matriz de transferência própria e estável  $V(s) \in \mathcal{RH}_\infty^{n_y \times n_u}$ . Esta norma corresponde ao supremo do maior valor singular de  $V(j\omega)$ , conforme exemplificado na Figura 27a.

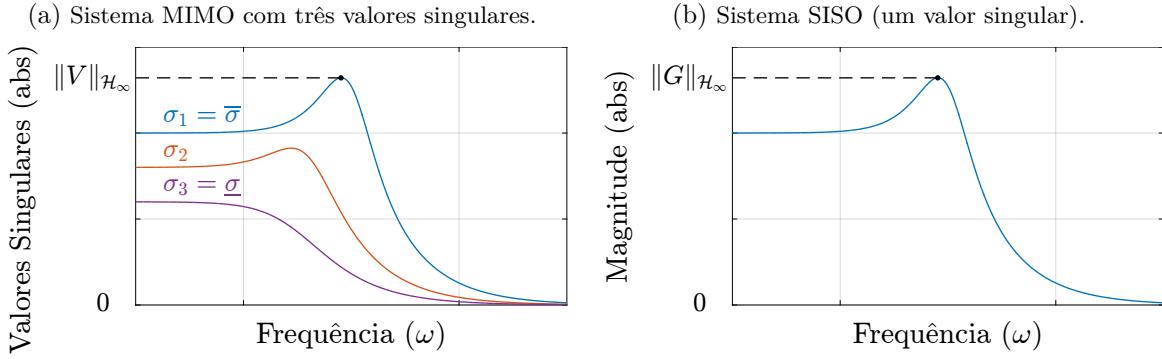
No caso de um sistema SISO  $\mathcal{G}$ , tem-se apenas um valor singular, representado pelo valor absoluto da sua função de transferência conforme exibido na Figura 27b. De fato, formalmente tem-se que (TOSCANO, 2013)

$$\sigma(G(j\omega)) = |G(j\omega)|, \quad (64)$$

o que faz com que  $\|G\|_{\mathcal{H}_\infty}$  seja calculada por

$$\|\mathcal{G}\|_{\mathcal{L}_2,ind} = \|G\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |G(j\omega)|. \quad (65)$$

Figura 27 – Exemplos de valores singulares e normas- $\mathcal{H}_\infty$ .



Fonte: Adaptada de (TOSCANO, 2013).

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da Equação (65), confirma-se que a norma- $\mathcal{H}_\infty$  existe apenas para sistemas que pertencem ao conjunto  $\mathcal{RH}_\infty$ . Esta característica é facilmente observada para sistemas SISO através dos seguintes fatos:

- Se existem polos alocados no eixo imaginário (sistema marginalmente estável), a resposta em frequência do sistema apresentará ganho infinito na frequência natural desses polos. Portanto, a norma  $\|G\|_{\mathcal{H}_\infty}$  não seria limitada;
- Se o sistema for impróprio, significa que tem mais zeros que polos. Consequentemente, quando a frequência tendesse a infinito, a magnitude da resposta em frequência também tenderia a infinito. Portanto, novamente a norma  $\|G\|_{\mathcal{H}_\infty}$  não seria limitada;
- Se existem polos alocados no semi-plano direito aberto do plano complexo, o sistema é naturalmente instável. Ainda que exista  $\sup_{\omega \in \mathbb{R}} |G(j\omega)|$ , este não representa mais a norma- $\mathcal{H}_\infty$  do sistema nem indica sua estabilidade- $\mathcal{L}_2$ .

### 2.3.3.3 Avaliação da norma- $\mathcal{H}_\infty$ de sistemas SISO através do diagrama de Nyquist

Como a norma- $\mathcal{H}_\infty$  de um sistema SISO é indicada através do máximo valor absoluto da função de transferência do sistema, esta é frequentemente avaliada através do seu diagrama de Bode. Contudo, também é possível avaliá-la através do diagrama de Nyquist do sistema.

O diagrama de Nyquist faz uso de um único gráfico polar com eixos real e imaginário para representação da resposta em frequência do sistema de controle. Para este tipo de análise, tem-se que

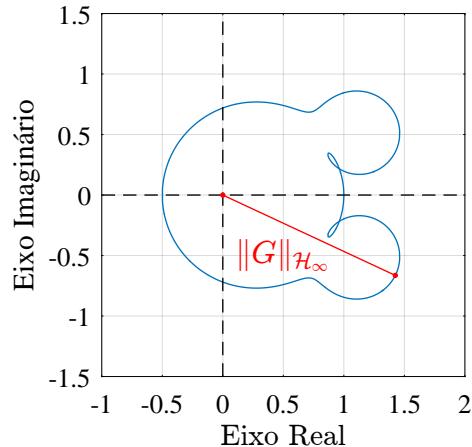
$$G(j\omega) = \operatorname{Re}\{G(j\omega)\} + j \cdot \operatorname{Im}\{G(j\omega)\}, \quad (66)$$

logo, a Equação (65) pode ser reescrita por

$$\|\mathcal{G}\|_{\mathcal{L}_2,ind} = \|G\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sqrt{\operatorname{Re}\{G(j\omega)\}^2 + \operatorname{Im}\{G(j\omega)\}^2}. \quad (67)$$

Assim, a norma- $\mathcal{H}_\infty$  de um sistema SISO pode ser avaliada através da máxima distância do diagrama de Nyquist à origem do plano complexo em que o diagrama é plotado. Um exemplo gráfico desta definição é apresentado na Figura 28.

Figura 28 – Identificação da norma- $\mathcal{H}_\infty$  no diagrama de Nyquist de um sistema SISO.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 2.3.4 Teorema do Ganho Pequeno

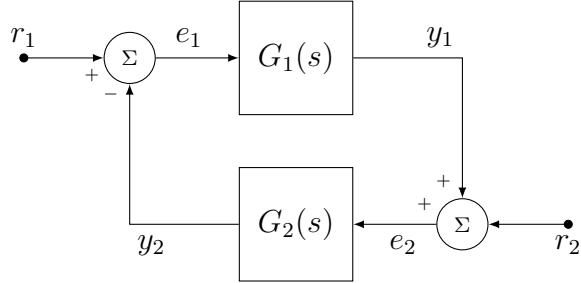
O Teorema do Ganho Pequeno desempenha um papel importante na teoria de controle robusto. Sua relevância decorre dele apresentar condições de suficiência para que entradas limitadas aplicadas em um sistema realimentado produzam saídas também limitadas. De fato, segundo o Teorema do Ganho Pequeno (DESOER, 1975), dados sistemas  $\mathcal{G}_1$  e  $\mathcal{G}_2$  com ganhos- $\mathcal{L}_p$  finitos, conectados por um laço de realimentação conforme exibido na Figura 29, o sistema completo em malha fechada é  $\mathcal{L}_p$ -estável se

$$\|\mathcal{G}_1\|_{\mathcal{L}_p,ind} \cdot \|\mathcal{G}_2\|_{\mathcal{L}_p,ind} < 1. \quad (68)$$

Consequentemente, se os sinais de entrada do sistema pertencem ao espaço- $\mathcal{L}_p$ , isto é  $r_1(t) \in \mathcal{L}_p$  e  $r_2(t) \in \mathcal{L}_p$ , os sinais de saída,  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , e de erro,  $e_1(t)$  e  $e_2(t)$ , também pertencerão ao espaço- $\mathcal{L}_p$ . Portanto, para avaliar a estabilidade- $\mathcal{L}_2$  do sistema realimentado apresentado na Figura 29, as condições do Teorema do Ganho Pequeno tornam-se:

- $\mathcal{G}_1$  e  $\mathcal{G}_2$  devem possuir ganho- $\mathcal{L}_p$  finito;

Figura 29 – Diagrama de blocos do sistema utilizado para análise da estabilidade- $\mathcal{L}_p$  através do Teorema do Ganho Pequeno



Fonte: Adaptado de (DESOER, 1975).

- $\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} \cdot \|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1$ . (69)

Este teorema tem grande importância na avaliação da estabilidade robusta porque, ao atender as condições apresentadas acima para estabilidade- $\mathcal{L}_2$ , os sinais de erro  $e_1(t)$  e  $e_2(t)$  (Figura 29) são limitados em energia. Isso significa que, em regime permanente, os sinais de erro tendem a zero. Outros pontos que devem ser ressaltados sobre este teorema são: ele pode ser aplicado tanto em sistemas de tempo contínuo quanto em sistemas de tempo discreto; ele contempla tanto sistemas SISO quanto sistemas MIMO (DESOER, 1975).

Quando se avaliam sistemas de controle de tempo discreto, as definições matemáticas apresentadas anteriormente precisam ser atualizadas. De fato, para que um sinal complexo de tempo discreto seja limitado em energia, este deve pertencer ao conjunto

$$\ell_2 = \left\{ f_d[i] \in \mathbb{C} : \sum_{i=0}^{+\infty} |f_d[i]|^2 < \infty \right\}. \quad (70)$$

Além disso, a função de transferência de um sistema de tempo discreto é representada utilizando o domínio da transformada  $z$ . Por consequência, sua norma- $\mathcal{H}_\infty$  é definida em função da frequência normalizada, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Definições de “função complexa limitada em energia” e de “norma- $\mathcal{H}_\infty$  de um sistema SISO” para sinais e sistemas de tempo contínuo e de tempo discreto.

|  | Tempo contínuo   | Tempo discreto  |
|--|--|---|
| Função complexa limitada em energia            | Se $\int_0^{+\infty}  f_c(t) ^2 dt < \infty$ , então $f_c(t) \in \mathcal{L}_2$  | Se $\sum_{i=0}^{+\infty}  f_d[i] ^2 < \infty$ , então $f_d[i] \in \ell_2$   |
| Norma- $\mathcal{H}_\infty$ de um sistema SISO | Se $G_c(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ , então $\ G_c\ _{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}}  G_c(j\omega) $ | Se $G_d(z) \in \mathcal{RH}_\infty$ , então $\ G_d\ _{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega_N \in (-\pi, \pi)}  G_d(e^{j\omega_N}) $ |

Fonte: Elaborada pelo autor.

### **3 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE BASEADAS NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO PARA APLICAÇÕES TRIFÁSICAS**

Conforme mencionado no Capítulo 1, diversos trabalhos na literatura propõem soluções capazes de rastrear sinais de referência periódicos para plantas trifásicas. De forma geral, para a aplicação dessas soluções, o projetista deve conhecer o conteúdo harmônico esperado para os sinais de referência e de distúrbio do sistema de controle. Esta necessidade é justificada pelo princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975), que demonstra que um sistema em malha fechada segue sua referência, sem erro em regime permanente, quando o modelo matemático desta está incluído no sistema realimentado. Complementarmente, ao incluir neste sistema o modelo matemático dos distúrbios de saída e entrada (que muitas vezes coincidem com o modelo matemático da referência), também torna-se possível rejeitar esses distúrbios.

Haja vista que as soluções supracitadas são, em sua maioria, representadas por controladores reais ou complexos lineares, uma breve revisão bibliográfica sobre as principais estratégias de controle baseadas no princípio do modelo interno para sistemas com referências ou distúrbios periódicos é apresentada a seguir.

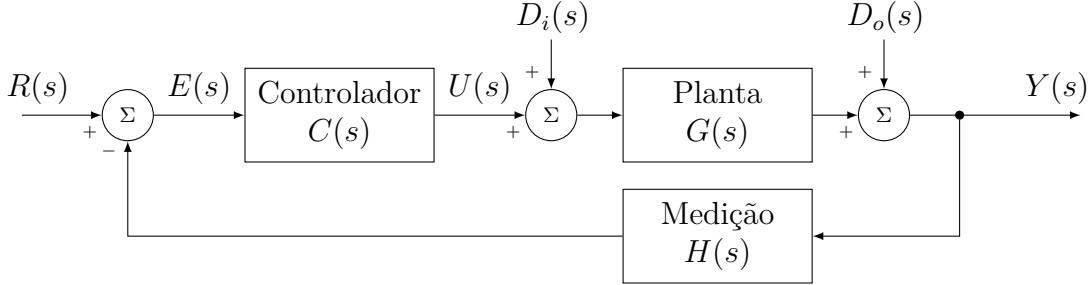
#### *3.1 PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO*

Segundo Dorf & Bishop (2009), um sistema de controle consiste, resumidamente, em componentes interconectados para formar uma configuração de sistema que possibilita a obtenção de uma resposta desejada para a saída da planta considerada. Esses componentes são selecionados de modo a possibilitar que o sistema atenda aos objetivos de controle e as especificações de funcionamento definidos por seu projetista.

Quando se considera a utilização de sistemas de controle realimentados, o controlador (que é um dos componentes acima mencionados) associa as informações da referência e da medição da saída da planta para ajustar a ação de controle e, por consequência, controlar a planta do sistema (SOARES, 2011), conforme exemplificado na Figura 30. Para o projeto desses controladores, grande parte dos livros técnicos sobre engenharia de controle clássico e moderno abordam como prática comum a utilização de modelos lineares e de especificações de desempenho, estabilidade e robustez desejadas para o sistema (CHEN, 1998; DORF; BISHOP, 2009; OGATA, 2010). Dentre essas especificações, destacam-se o

rastreamento da referência  $R(s)$  e a rejeição dos distúrbios de entrada  $D_i(s)$  e de saída  $D_o(s)$ , uma vez que estes são critérios necessários à maioria das aplicações de sistemas de controle.

Figura 30 – Diagrama de blocos de um sistema de controle simplificado, que consiste em um controlador, uma planta e um elemento de medição.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ambos o rastreamento da referência e a rejeição dos distúrbios podem ser classificados como robustos quando o sistema é capaz de rastrear ou rejeitar assintoticamente uma classe de sinais, ainda que haja variações paramétricas da planta (CHEN, 1998). A solução robusta para atender a estas especificações é obtida através da aplicação do princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975), o qual é fundamentado na inclusão dos modelos dos sinais exógenos ( $R(s)$ ,  $D_i(s)$  ou  $D_o(s)$ ) na malha realimentada do sistema de controle, estando assim contidos na FTMA do sistema.

Para exemplificar a aplicação deste princípio para o rastreamento da referência, o sistema de controle exibido na Figura 30 e uma referência  $r(t)$  em degrau são considerados a seguir. A função de transferência que relaciona o erro ao sinal de referência deste sistema é dada por

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{R(s) - H(s)Y(s)}{R(s)} = 1 - H(s) \cdot \text{FTMF}, \quad (71)$$

em que FTMF representa o acrônimo de “função de transferência de malha fechada”. Dessa forma, para calcular o erro em regime permanente ( $e_{rp}$ ) pode-se fazer uso do teorema do valor final (OPPENHEIM; WILLSKY; NAWAB, 2010), isto é,

$$\begin{aligned} e_{rp} &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} (1 - H(s) \cdot \text{FTMF}) \cdot s \cdot R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \text{FTMA}} \cdot s \cdot R(s) \end{aligned} \quad . \quad (72)$$

Todavia, para um sinal de referência em degrau, cuja função de transferência é representada por  $R(s) = r_{rp}/s$ , tem-se que a Equação (72) pode ser reescrita por

$$e_{rp} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \text{FTMA}} \cdot r_{rp}. \quad (73)$$

Conforme proposto por Francis & Wonham (1975), a FTMA deve incluir o modelo matemático da referência (neste caso  $1/s$ ) para a obtenção do erro nulo em regime permanente, isto é,  $e_{rp} = 0$ . No exemplo da Figura 30, caso a planta não apresente esta característica, faz-se necessário a utilização de um controlador integral no sistema de controle, isto é,

$$C(s) = \frac{K_i}{s}. \quad (74)$$

É importante destacar que, para um sistema de controle realimentado seguir assintoticamente um sinal de referência com erro nulo em regime permanente, além dele satisfazer o princípio do modelo interno, este deve também ser assintoticamente estável (FUKUDA; YODA, 2001).

Alternativamente, o rastreamento pode ser avaliado a partir da magnitude da FTMA na banda de frequências do sinal exógeno. Considerando novamente o sistema de controle apresentado na Figura 30, o erro gerado devido à aplicação de um sinal de referência é dado por

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}. \quad (75)$$

Assim, para que o erro seja limitado em amplitude na banda de frequências do sinal de referência  $[\omega_{r1}, \omega_{r2}]$ , faz-se necessário que

$$\left| \frac{E(j\omega)}{R(j\omega)} \right| = \left| \frac{1}{1 + C(j\omega)G(j\omega)H(j\omega)} \right| < \alpha_r(\omega) \leq 1, \quad \forall \omega \mid \omega \in [\omega_1, \omega_2]. \quad (76)$$

À medida que  $\alpha_r(\omega)$  tende a zero nas frequências de interesse, o erro em regime permanente torna-se cada vez menor. Por consequência, para obtenção de erro nulo no rastreamento de referências é necessário que  $\alpha_r(\omega) \ll 1$ , ou seja,

$$|1 + C(j\omega)G(j\omega)H(j\omega)| \geq \frac{1}{\alpha_r(\omega)} \gg 1, \quad \forall \omega \mid \omega \in [\omega_1, \omega_2]. \quad (77)$$

Dessa forma, visto que  $C(j\omega)G(j\omega)H(j\omega)$  representa a FTMA (que é representada a partir deste ponto como  $T(s)$ ), observa-se que

$$|1 + T(j\omega)| \approx |T(j\omega)| \gg 1, \quad \forall \omega \mid \omega \in [\omega_1, \omega_2]. \quad (78)$$

Essa estratégia pode ser realizada de forma análoga para avaliar a robustez do sistema de controle quanto rejeição a distúrbios de entrada e saída. Com base nesta análise, torna-se possível reunir um conjunto de diretrizes de projeto que asseguram que o sistema possua boas características de rastreamento de referência e rejeição de distúrbios (Tabela 4).

Tabela 4 – Características necessária ao sistema de controle para que as especificações de desempenho sejam atendidas.

| Especificações de Desempenho     | Característica necessária ao sistema de controle (na faixa de frequência de cada sinal) |
|----------------------------------|---|
| Rastreamento de referência       | $ T(j\omega)  \gg 1$  |
| Rejeição a distúrbios na entrada | $ C(j\omega)  \gg 1$  |
| Rejeição a distúrbios de saída   | $ T(j\omega)  \gg 1$  |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Consequentemente, ao aplicar o princípio do modelo interno para seleção do controlador de um determinado sistema de controle, observa-se que este apresentará ganho “infinito” na frequência de interesse do projetista, atendendo, se o sistema resultante for estável, às especificações de desempenho apresentadas na Tabela 4. Ao considerar sinais exógenos periódicos não constantes, três soluções típicas são comumente utilizadas no projeto de controladores:

- Ação integral em referencial síncrono;
- Ação ressonante; e
- Ação repetitiva.

As duas primeiras apresentam ganho infinito em uma frequência selecionada pelo projetista, enquanto a última exibe esta característica para uma família de componentes harmônicas, conforme discutido no capítulo anterior.

### 3.2 CONTROLADORES REAIS BASEADOS NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO

Baseada nas ações de controle indicadas na seção anterior, uma revisão bibliográfica é feita buscando as estruturas de controle real destinadas ao rastreamento e rejeição de sinais exógenos periódicos com múltiplas componentes harmônicas. Para tanto, o controle das correntes de saída de um FAP paralelo trifásico foi utilizado como aplicação de estudo. O resultado desta revisão é brevemente apresentado nas subseções seguintes. A comparação estrutural entre todas as estratégias abordadas, contemplando seus custos computacionais, é feita no final deste capítulo.

### 3.2.1 Controlador PI em referencial síncrono

A ação integral, se aplicada isoladamente, tende a diminuir as margens de estabilidade do sistema de controle. Para contrapor esse efeito, ela é geralmente acrescida de uma ação proporcional em paralelo, constituindo assim o controlador PI (OGATA, 2010). No domínio de Laplace este controlador é definido por

$$C_{PI}(s) = K_p + \frac{K_i}{s}, \quad (79)$$

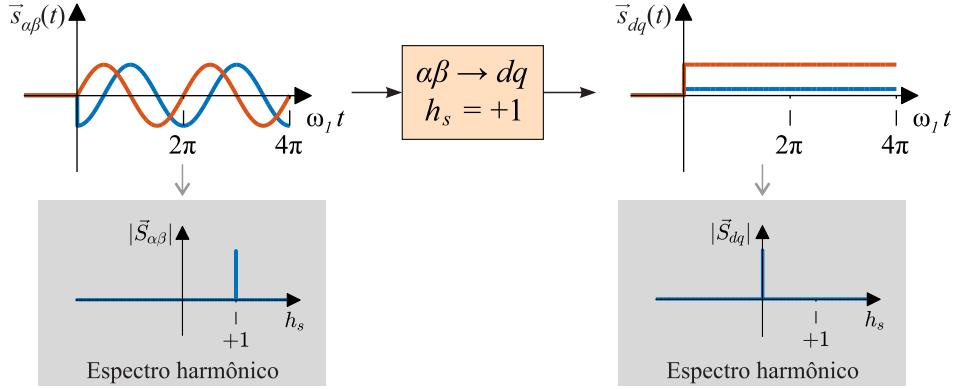
em que  $K_p$  e  $K_i$  são os ganhos das ações proporcional e integral, respectivamente.

Apesar do controlador PI ser uma solução simples e amplamente utilizada para sistemas com sinais exógenos constantes, o uso deste para grandezas senoidais não elimina o erro em regime permanente. Por esse motivo, o controlador PI pode ser implementado em um referencial síncrono  $dq$  alinhado com um vetor de referência. Por exemplo, ao considerar um inversor trifásico que deve injetar na rede apenas correntes de frequência fundamental e sequência-positiva (FFPS), o controle das correntes de saída pode ser feito utilizando o controlador PI em um referencial síncrono com o vetor tensão do ponto de acoplamento comum da rede trifásica.

Essa mudança de referencial estacionário para síncrono faz com que os sinais puramente senoidais sejam representados como sinais contantes, o que favorece a utilização de controladores PI. De fato, os blocos de transformação rotacional ( $\alpha\beta \rightarrow dq$ ), os quais são responsáveis por implementar essa mudança de referencial, provocam um deslocamento de  $-h_s$  no espectro harmônico do vetor espacial da sua entrada. Essa característica é exibida na Figura 31, onde sinais senoidais de FFPS nos eixos estacionários  $\alpha$  e  $\beta$  tornam-se sinais constantes nos eixos rotacionais  $d$  e  $q$ . Além do bloco apresentado nessa figura, sua transformação inversa ( $dq \rightarrow \alpha\beta$ ) também é utilizada a seguir, a qual possibilita transformar os sinais CC, no referencial  $dq$ , em sinais senoidais de frequência  $\omega_0 \cdot |h_s|$  (com  $\omega_0$  representando a frequência fundamental), no referencial  $\alpha\beta$  (deslocamento do espectro harmônico em  $+h_s$ ).

A estratégia supracitada é referida na literatura como controle PI-SRF, do inglês *proportional-integral controller in synchronous reference frame*, tendo sido utilizada em FAP em paralelo por Bhattacharya *et al.* (1996). A Figura 32 exibe o diagrama de blocos desta estratégia de controle, em que o parâmetro  $h_s$ , presente nos blocos de transformação rotacional ( $\alpha\beta \rightarrow dq$  e  $dq \rightarrow \alpha\beta$ ), indica a componente harmônica e a sequência de fases

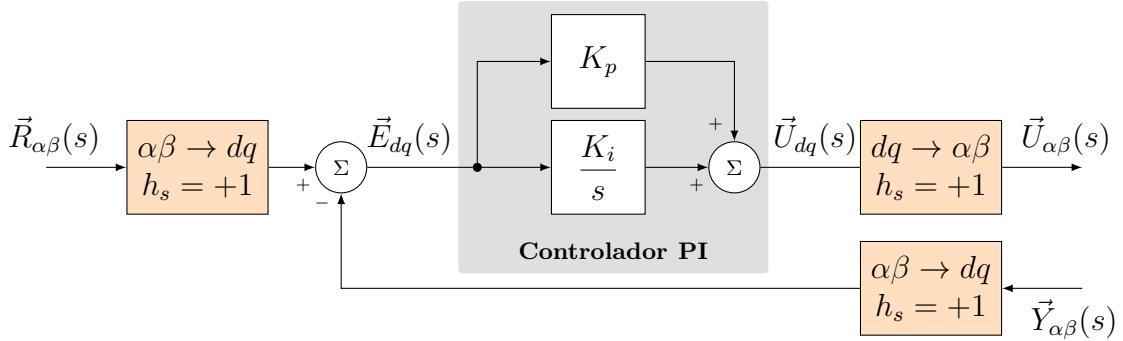
Figura 31 – Efeito do uso da transformada rotacional em vetores espaciais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

em que as transformações são sintonizadas. Vale destacar que  $\vec{R}(s)$ ,  $\vec{E}(s)$ ,  $\vec{U}(s)$  e  $\vec{Y}(s)$  são vetores espaciais, e, portanto, seus índices indicam se o referencial de representação do vetor é síncrono ( $dq$ ) ou estacionário ( $\alpha\beta$ ).

Figura 32 – Diagrama de blocos do controlador PI-SRF.



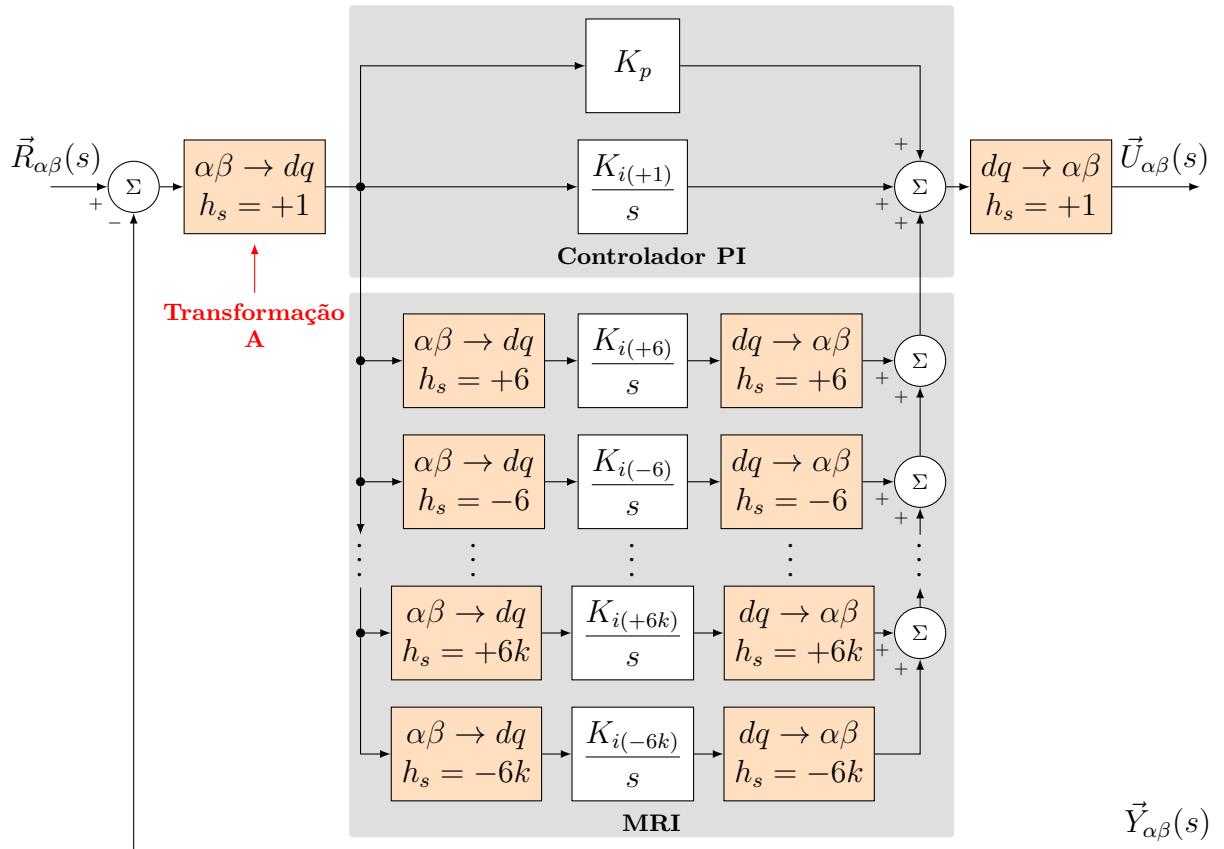
Fonte: Adaptado de (LIMONGI *et al.*, 2009).

Se a referência, assim como a tensão da rede, corresponderem a sinais trifásicos de componente FFPS, o vetor  $\vec{e}_{dq}(t)$  será constante e a ação integral implicará erro nulo em regime permanente (como no exemplo da Figura 31), desde que não haja distúrbios com componentes que não sejam FFPS. Isso ocorre porque esta estrutura de controle apresenta ganho infinito na componente harmônica  $+h_s$  devido à sintonia da transformação rotacional. Dessa forma, se a referência tiver outras componentes (ou se a tensão da rede não for FFPS), os sinais no referencial  $dq$  não serão constantes, portanto esta estratégia não possibilitará o rastreamento da referência e a rejeição aos distúrbios. De fato, um erro significativo estará presente no sistema de controle, levando a resultados de desempenho insatisfatórios, especialmente, em aplicações que apresentem alto conteúdo harmônico, como filtros ativos (BUSO; MALESANI; MATTAVELLI, 1998).

O espectro harmônico obtido a partir do controlador PI-SRF não é simétrico em relação ao eixo das ordenadas. Portanto, ao fazer uso de transformadas rotacionais, torna-se possível utilizar controladores reais (como o controlador PI) para obter uma estrutura de controle complexa, que é seletiva em frequência e sequência. Apesar dessa característica, a motivação para a proposta do PI-SRF foi simplesmente o controle de correntes senoidais com erro nulo em regime permanente.

Uma solução alternativa ainda baseada em controladores PI foi proposta por Bojyup *et al.* (1999) para contemplar as aplicações com alto conteúdo harmônico. Nesta solução, integradores são utilizados nos referenciais sintonizados por cada componente harmônica a ser compensada. Logo, cada integrador tem em sua entrada um sinal constante a ser regulado. Essa estrutura, conhecida por PI-MRI (*multiple reference integrator*), é exibida na Figura 33, considerando sua aplicação para o controle do vetor espacial das correntes de fase drenadas por um retificador trifásico a diodos (família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ).

Figura 33 – Diagrama de blocos do controlador PI-MRI para compensação das harmônicas  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .



Fonte: Adaptado de (LIMONGI *et al.*, 2009).

O referencial síncrono em que cada integrador do MRI opera é determinado a partir da combinação das transformações rotacionais presentes na malha direta de cada

integrador, ou seja, o referencial  $dq$  sincronizado pela “Transformação A” na componente FFPS (Figura 33) impacta tanto no controlador PI, quanto no MRI. A Tabela 5 apresenta essa característica para as componentes harmônicas consumidas por um retificador trifásico a diodos, analisando diferentes frequências e sequências de fase.

Tabela 5 – Ordem e sequência das componentes harmônicas controladas pelo PI-MRI.

| Componente harmônica<br>(referencial estacionário $\alpha\beta$ ) | Sequência | Componente harmônica<br>(referencial síncrono $dq$ ) |
|---|-----------|--|
| $1^\circ$   | +         | Componente contínua                                  |
| $5^\circ$   | -         | $6^\circ$  |
| $7^\circ$   | +         | $6^\circ$  |
| ...   | ...       | ...  |
| $6k - 1$  | -         | $6k$   |
| $6k + 1$  | +         | $6k$   |

Fonte: (GHETTI *et al.*, 2010).

Apesar de permitir selecionar quais componentes devem ser compensadas, o que ocorre devido à sua estrutura modular, o controlador PI-MRI acarreta um grande esforço computacional devido à utilização de várias transformações rotacionais (GHETTI *et al.*, 2010). Outro ponto importante a ser destacado é que, ao considerar a implementação digital, o controle das harmônicas de ordem elevada pode levar o sistema à instabilidade devido aos atrasos introduzidos pelo procedimento de amostragem (LIMONGI *et al.*, 2009).

Em relação ao esforço computacional, a transformação rotacional  $\alpha\beta \rightarrow dq$  pode ser implementada por:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}, \quad (80)$$

enquanto a transformação  $dq \rightarrow \alpha\beta$  é representada por:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}, \quad (81)$$

onde  $\theta$  é o angulo do vetor espacial usado como referencia para sincronização do referencial rotacional, usualmente obtido a partir de um PLL (*phase locked loop*). Dessa forma, as transformadas rotacionais usadas no PI-SRF requerem: 2 operações trigonométricas; 4 somas; e 8 produtos. Por outro lado, o controlador PI-MRI requer  $2 \cdot n_{mri}$  transformações

adicionais, onde  $n_{mri}$  é o número de integradores rotacionais a serem implementados. Quando considerando apenas as transformações rotacionais do PI-MRI, ele demanda:  $2 + 2 \cdot n_{mri}$  operações trigonométricas,  $4 + 4 \cdot n_{mri}$  somas e  $8 + 8 \cdot n_{mri}$  produtos. Somas e produtos adicionais são requeridos para implementar o ganho proporcional e as ações integrais de ambos os esquemas PI-SRF e PI-MRI, todavia, devem ser computadas considerando suas implementações em ambos os eixos  $d$  e  $q$ . Portanto, constata-se que o uso de transformada rotacionais acarreta em um aumento significativo do custo computacional.

Por fim, é importante perceber que as transformadas rotacionais acoplam os eixos estacionários  $\alpha$  e  $\beta$ , característica comum aos controladores complexos, conforme discutido no Capítulo 2.

### 3.2.2 Estruturas de controle baseadas em integrador senoidal

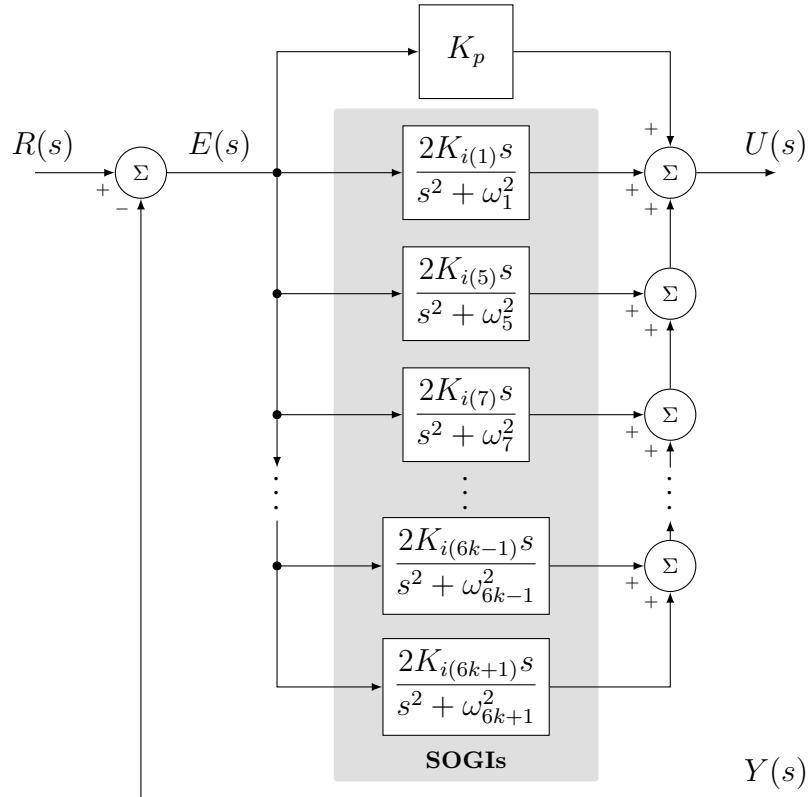
Conforme apresentado no Capítulo 2, o uso da ação ressonante possibilita a obtenção de erro nulo em regime permanente quando se tem referências e distúrbios puramente senoidais. Sua implementação pode ser realizada através de um SOGI, possuindo a seguinte função de transferência

$$C_{SOGI}^{(\pm\omega_0)}(s) = \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (82)$$

A ação ressonante desse integrador generalizado apresenta ganho infinito no par de frequências  $\pm\omega_0$ , garantindo erro nulo em regime permanente para referências senoidais com frequência  $\omega_0$ , para sequências de fases positiva e negativa. Quando comparado às estruturas apresentadas na subseção anterior, esta estratégia representa uma solução viável para a redução do indesejado esforço computacional resultante das transformações rotacionais.

Assim como para a ação integral, a ação ressonante é frequentemente acrescida de uma ação proporcional em paralelo para aumentar a estabilidade relativa do sistema de controle. Adicionalmente, múltiplos SOGIs podem ser utilizados em paralelo à ação proporcional, em que os polos de cada SOGI são alocados de modo a obter ganho infinito em componentes harmônicas distintas, presentes no sinal exógeno a ser controlado. Esta estrutura, cujo diagrama de blocos é exibido na Figura 34, é denominada como controladores P-SSIs em paralelo (YUAN *et al.*, 2002), onde  $\omega_i = i \omega_0$  (com  $\omega_0$  representando a frequência fundamental).

Figura 34 – Diagrama de blocos de controladores P-SSIs em paralelo para compensação das harmônicas  $H_s = \{6k \pm 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .



Fonte: Adaptado de (LIMONGI *et al.*, 2009).

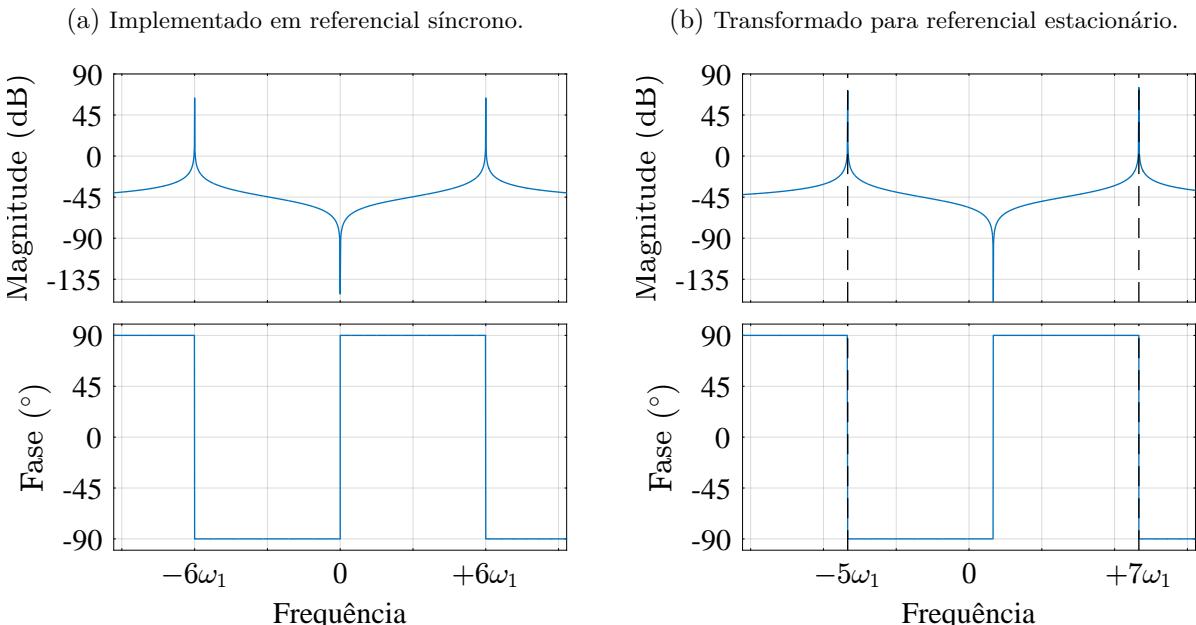
Apesar dos controladores P-SSIs possuírem como principal característica a seletividade em frequência, eles apresentam o mesmo ganho para as componentes de sequência-positiva e -negativa de mesma ordem, portanto, não são seletivos em sequência (não é uma estrutura de controle complexo). Vale destacar que essa estratégia depende de muitos integradores generalizados para resultar em um bom desempenho quando muitas componentes harmônicas precisam ser impostas pelo controlador, o que aumenta a complexidade de sintonia da mesma. Para tanto, ambos o diagrama de Nyquist e a função sensibilidade são indicados para o projeto de tal solução e para a avaliação da estabilidade relativa do sistema de controle (YEPES *et al.*, 2011).

Além do problema supracitado, a presença do atraso computacional gerado pelo procedimento de amostragem na implementação digital pode causar a instabilidade do sistema, o que ocorre principalmente devido aos SOGIs sintonizados em frequências elevadas (LIMONGI *et al.*, 2009). Este impedimento pode ser contornado através da compensação do atraso computacional em cada SOGI separadamente, conforme apresentado por Yepes *et al.* (2010).

### 3.2.3 Estratégias de controle baseadas na utilização de integradores senoidais em referencial síncrono

Em diversas aplicações, o projetista pode desejar controlar sinais trifásicos cujo vetor espacial contém apenas a componente fundamental e um conjunto típico de harmônicas, como, por exemplo, o vetor espacial referente às correntes de um retificador trifásico a diodos ( $H_s = \{6k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ). Para tanto, visando diminuir a quantidade de controladores ressonantes a serem implementados, é possível aplicar SOGI sintonizados em harmônicas da família  $H_s = \{6k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  em um referencial sincronizado na componente FFPS, de forma similar à estratégia PI-MRI. Ao fazer isso, as respostas de magnitude e fase dos SOGI s são deslocadas de modo a compensar as harmônicas da família  $H_s = \{6k+1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , conforme exibido na Figura 35.

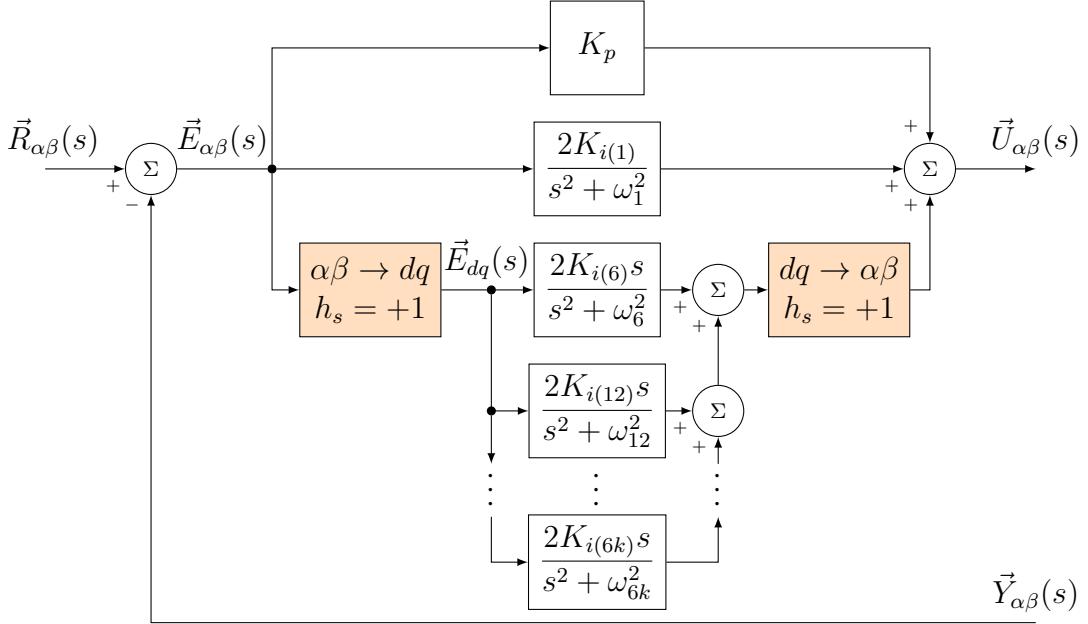
Figura 35 – Deslocamento da resposta em frequência do SOGI devido à utilização de SRF.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Com base no exposto, buscando diminuir o custo computacional decorrente da aplicação de múltiplos P-SSIs em paralelo, Bojoi *et al.* (2005) propuseram a estrutura P-SSI-SRF (Figura 36), que utiliza um SOGI implementado no referencial estacionário para controlar a componente FFPS, enquanto outros SOGI s são implementados em um referencial síncrono para controlar as demais harmônicas. Assim, ao custo computacional de uma transformação rotacional, esta estratégia permite compensar a família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  utilizando aproximadamente a metade dos SOGI s requeridos pela estrutura baseada em P-SSIs (LIMONGI *et al.*, 2009).

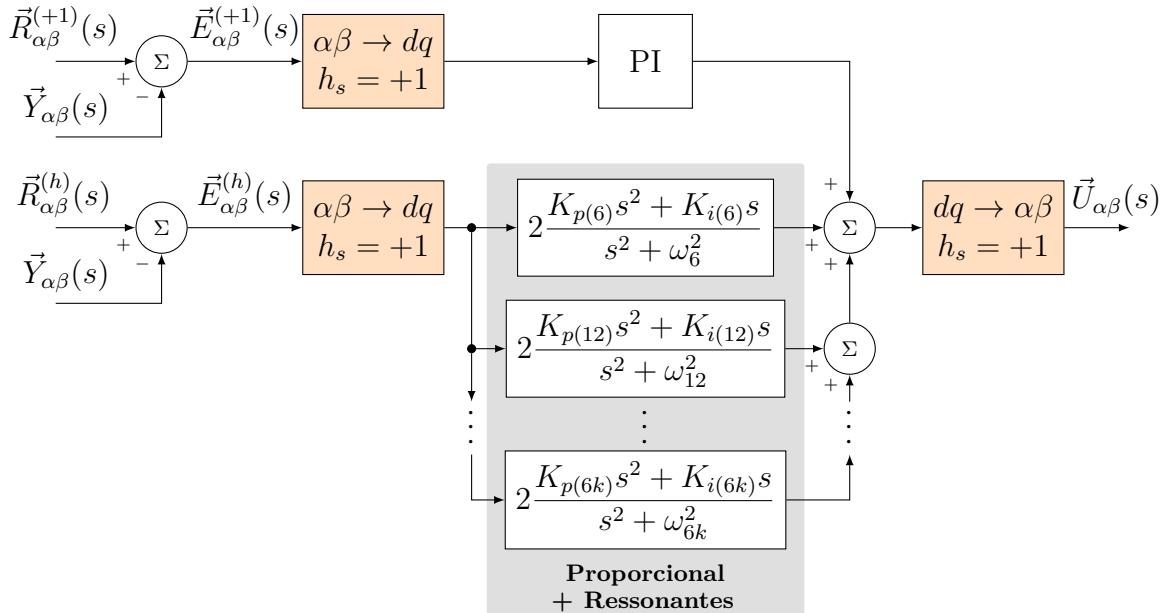
Figura 36 – Diagrama de blocos do controlador P-SSI-SRF para compensação das harmônicas  
 $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .



Fonte: Adaptado de (LIMONGI *et al.*, 2009).

Contudo, a transformação rotacional utilizada pelo controlador P-SSI-SRF para sincronização das componentes harmônicas pode ser estendida para o controle da componente FFPS. Ao fazer isso, o SOGI utilizado para compensar a FFPS deve ser substituído por um integrador simples. Esse artifício foi utilizado por Lascu *et al.* (2007) em um esquema de controle conhecido por PI-RES, cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura 37.

Figura 37 – Diagrama de blocos da estratégia de controle baseada em PI-RES para compensação das harmônicas  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .



Fonte: Adaptado de (LIMONGI *et al.*, 2009).

Outra característica deste último esquema é o desacoplamento das referências em duas componentes, que são:  $\vec{r}_{\alpha\beta}^{(+1)}(t)$ , que contém apenas a componente fundamental; e  $\vec{r}_{\alpha\beta}^{(h)}(t)$ , utilizada para compensação das demais componentes harmônicas. Para o controle dessas harmônicas, os parâmetros de cada controlador resonante são calculados utilizando a técnica de cancelamento de polos e zeros, realizada para cada frequência de interesse, o que resulta em uma boa estabilidade global (LASCU *et al.*, 2007).

Finalmente, é importante mencionar que a utilização da transformada rotacional faz com que a resposta em frequência do controlador apresente assimetria entre os espectros positivo e negativo (Figura 35). Por consequência, tem-se um controlador complexo cujos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  são acoplados pelas transformações rotacionais, como nas estruturas baseadas na ação integral em referencial síncrono.

### 3.2.4 Controlador repetitivo

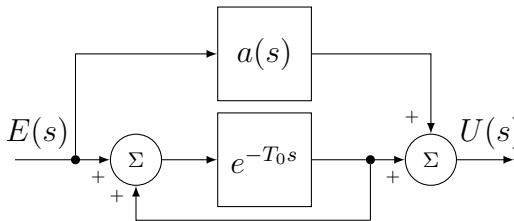
Inoue *et al.* (1981) propuseram um controlador que apresenta ganho elevado para uma frequência  $\omega_L = 2\pi/T_0$ , selecionada pelo projetista, e para todas suas harmônicas. Essa estratégia, denominada controle repetitivo (RC), possui um núcleo gerador de sinais periódicos que possibilita a eliminação do erro em regime permanente para sinais de referência periódicos, conforme o princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975).

Como discutido no Capítulo 2, baseado neste primeiro trabalho sobre RC, Hara, Omata & Nakano (1985) propuseram uma estrutura que utiliza um gerador de sinais periódicos, empregando um bloco de atraso  $e^{-T_0 s}$ , em paralelo com um ganho  $a(s)$  (Figura 38a), o que torna possível alterar a alocação de zeros deste controlador (referido neste trabalho como RC convencional). O trabalho de (HARA; OMATA; NAKANO, 1985) passou a ser referência nesta área de estudos por conta da sua abordagem da estabilidade entrada-saída do controlador, a qual permite ao leitor compreender o impacto do parâmetro  $a(s)$  no sistema de controle.

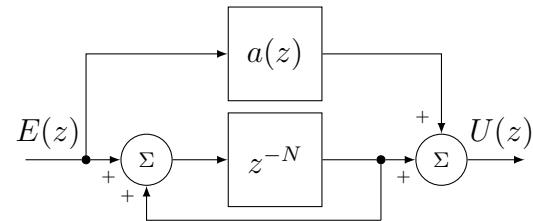
De fato, ao selecionar um valor entre 0 e 1 para o parâmetro  $a(s)$ , o projetista consegue definir a configuração utilizada para implementação do RC convencional. Contudo, é importante destacar que as três configurações mais utilizadas em trabalhos científicos são exibidas na Tabela 6. Segundo Hara *et al.* (1988), o domínio de estabilidade do sistema depende da configuração escolhida para a implementação do RC convencional. Assim, para

Figura 38 – Diagrama de blocos do controlador repetitivo.

(a) Em tempo contínuo.



(b) Em tempo discreto.



Fonte: Adaptado de (HARA; OMATA; NAKANO, 1985).

que o sistema seja estável, o diagrama de Nyquist da planta deve estar contido nas áreas sombreadas da Figura 39. Todavia, Hara *et al.* (1988) abordam apenas valores constantes reais para o parâmetro  $a(s)$ .

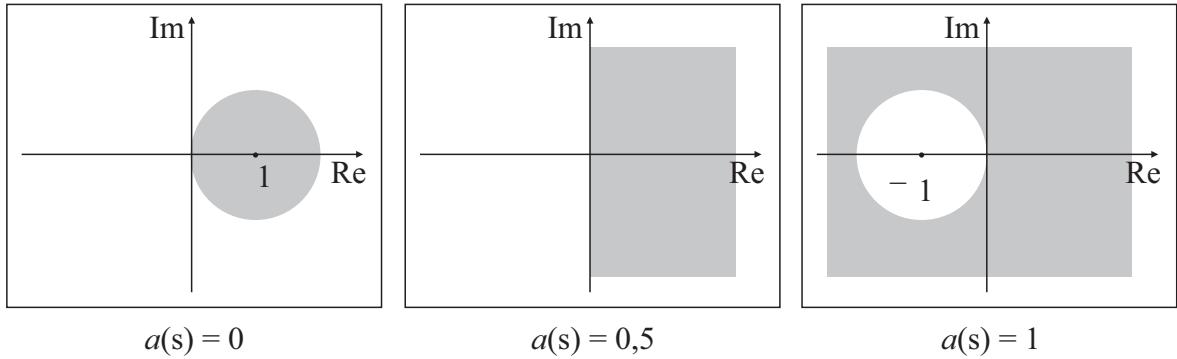
Tabela 6 – Configurações para utilização de RC.

| Config. | $a(s)$ | Função de transferência   | Diagrama de blocos |
|---------|--------|---|--------------------|
| 1       | 0      | $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{e^{-T_0 s}}{(1 - e^{-T_0 s})}$           |                    |
| 2       | 0,5    | $\frac{U(s)}{E(s)} = 0,5 \frac{(1 + e^{-T_0 s})}{(1 - e^{-T_0 s})}$ |                    |
| 3       | 1      | $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{(1 - e^{-T_0 s})}$                    |                    |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma vez que esses domínios de estabilidade não englobam a origem do plano complexo de Nyquist (ponto  $(0, 0)$ ), a utilização de RCs é restrita a plantas que possuam grau relativo 0 (número de polos menos números de zeros igual a zero) (GOODWIN; GRAEBE; SALGADO, 2000). Entretanto, estes domínios de estabilidade podem ser ampliados através da inserção de um filtro passa-baixas ou atenuação constante (ganho menor que 1) em cascata com o atraso do RC convencional, o que aumenta a sua aplicabilidade (HARA *et al.*

Figura 39 – Domínios de estabilidade para sistemas com RCs.



Fonte: Adaptado de (HARA *et al.*, 1988).

*al.*, 1988). Outra solução para esse problema pode ser obtida ao utilizar filtros com alta seletividade em frequência dentro do núcleo gerador de sinais periódicos, por exemplo o filtro baseado em transformada discreta de Fourier (MATTAVELLI; MARAFAO, 2004), que resulta em um RC de ordem genérica e domínio de estabilidade expandido.

### 3.2.5 Controladores repetitivos de ordem genérica

A ideia de alterar a família de componentes harmônicas em que o RC aplica ganho infinito, utilizada por Mattavelli & Marafao (2004), pode ser alternativamente implementada ao modificar os parâmetros do próprio RC. De fato, ao variar o tempo atrasado pelo bloco  $e^{-T_0 s}$  sem alterar a frequência do sinal de referência, o RC convencional passa a atuar em uma nova família de harmônicas, como apresentado no Capítulo 2 para aplicação de ganho elevado nas componentes harmônicas pares.

Outros exemplos da característica supracitada são os RCs que controlam apenas as componentes harmônicas ímpares (BOTTERÓN, 2005; ESCOBAR *et al.*, 2006; ZHOU *et al.*, 2006), que diminuem pela metade o número de polos alocados pelo sistema de controle (em comparação ao RC convencional). Para tanto, a realimentação do RC para controle das harmônicas ímpares deve ser negativa e o atraso do seu gerador de sinais periódicos deve ser reduzido pela metade (ZHOU *et al.*, 2006), resultando na seguinte função de transferência de tempo discreto:

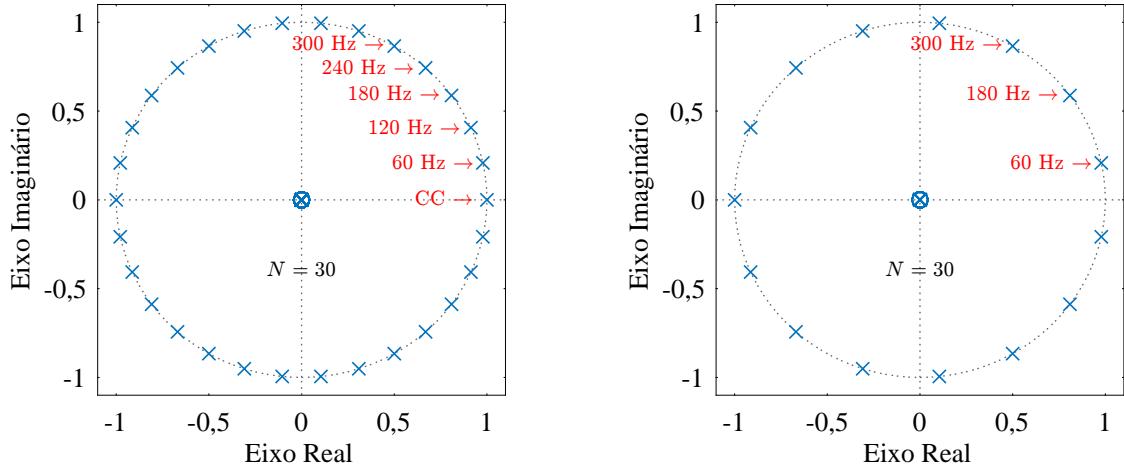
$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{z^{-\frac{N}{2}}}{1 + z^{-\frac{N}{2}}}. \quad (83)$$

Ao considerar  $N = f_s/f_1 = 30$  (frequência de amostragem sobre frequência da fundamental), pode-se observar que o novo controlador não aloca polos para as componentes harmônicas pares nem para componente CC (Figura 40). Contudo, para estruturas de controle repetitivo

mais elaboradas, torna-se complexo analisar o impacto da variação de seus parâmetros no sistema de controle.

Figura 40 – Diagrama de polos do RC convencional e do RC para controle das harmônicas ímpares, ambos com  $N = 30$ . Análise feita em tempo discreto.

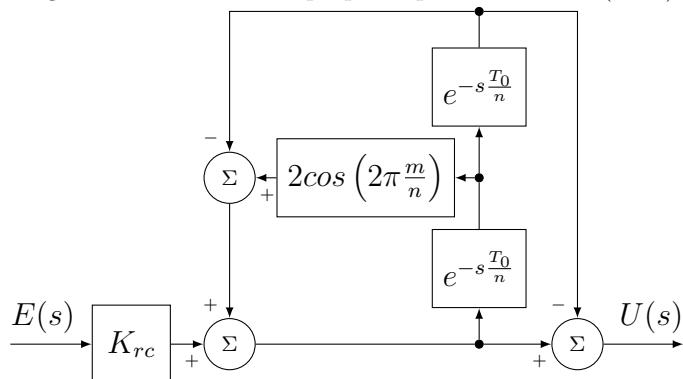
- (a) Mapa de polos do RC convencional. Controle feito em todas as harmônicas.  
(b) Mapa de polos do RC para controle das componentes ímpares.



Fonte: Diagramas obtidos no *software* Matlab R2015b.

Diversos trabalhos na literatura apresentam outras soluções baseadas em RC para obtenção de ganho infinito nas harmônicas de uma família genérica  $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$ . A maioria dessas soluções utilizam funções e ganhos reais, fazendo com que essas estratégias possam ser implementadas utilizando filtros reais. Exemplos de controladores com essa característica podem ser encontrados em (LU; ZHOU, 2011) e (LU *et al.*, 2014) (conhecidos por  $nk \pm m$  RCs), cujos diagramas de blocos são apresentados nas Figuras 41 e 42, respectivamente.

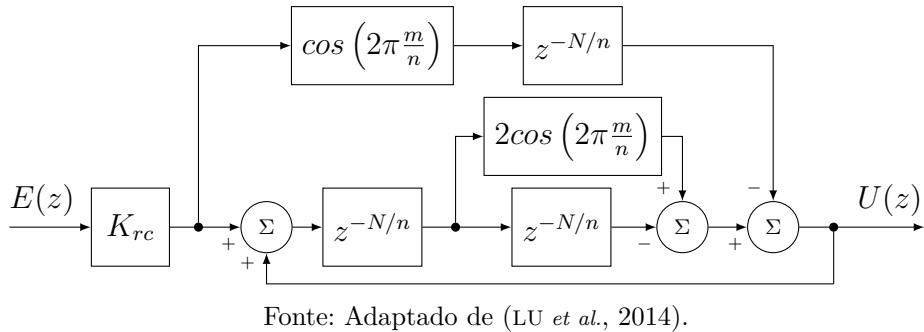
Figura 41 –  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011).



Fonte: Adaptado de (LU; ZHOU, 2011).

Segundo os estudos desenvolvidos por Lu & Zhou (2011) e Lu *et al.* (2014), em um sistema de controle com sinais exógenos que contêm apenas componentes harmônicas da família  $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$ , a utilização de um  $nk \pm m$  RC implica um número

Figura 42 –  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014).



como o controlador repetitivo de ordem  $nk+m$  (ou  $nk+m$  RC) (LUO *et al.*, 2016). Portanto, para selecionar a estratégia adequada para cada aplicação, o projetista deve avaliar o espectro harmônico do vetor espacial das referências trifásicas. As principais estruturas de controle complexo são brevemente apresentadas nas subseções a seguir.

### 3.3.1 Estruturas de controle baseadas no integrador generalizado de ordem reduzida

Conforme proposto em (BUSADA *et al.*, 2012) e ampliado em (ZENG *et al.*, 2014), um integrador implementado em um referencial síncrono  $dq$ , pode ser descrito por

$$\vec{U}_{dq}(s) = \vec{E}_{dq}(s) \cdot \frac{K_i}{s}. \quad (84)$$

em que  $\vec{E}(s)$  e  $\vec{U}(s)$  representam a entrada e a saída do integrador no domínio de Laplace, respectivamente. Contudo, visto que  $\vec{e}_{dq} = \vec{e}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\omega_0 t}$  e  $\vec{u}_{dq} = \vec{u}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\omega_0 t}$ , a Equação (84) pode ser reescrita como

$$\vec{U}_{\alpha\beta}(s + j\omega_0) = \vec{E}_{\alpha\beta}(s + j\omega_0) \cdot \frac{K_i}{s}. \quad (85)$$

Dessa forma, o ROGI é obtido ao fazer a substituição de variáveis  $s' \rightarrow s - j\omega_0$ :

$$\frac{\vec{U}_{\alpha\beta}(s)}{\vec{E}_{\alpha\beta}(s)} = \vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s) = \frac{K_i}{s - j\omega_0}. \quad (86)$$

Como descrito no Capítulo 2, a função de transferência do ROGI também pode ser obtida a partir da decomposição do SOGI em frações parciais (ZENG *et al.*, 2014):

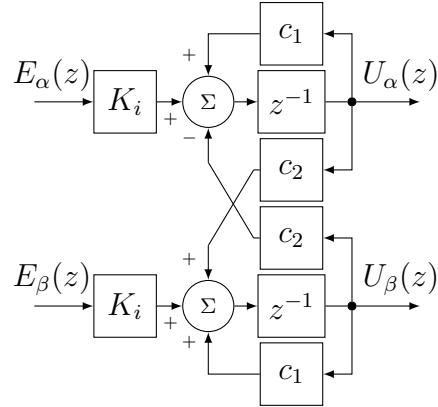
$$\vec{C}_{SOGI}^{(\pm\omega_0)}(s) = \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2} = \underbrace{\frac{K_i}{s + j\omega_0}}_{\vec{C}_{ROGI}^{(-\omega_0)}(s)} + \underbrace{\frac{K_i}{s - j\omega_0}}_{\vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s)}. \quad (87)$$

Quando se compara a resposta em frequência dessas duas soluções, observa-se que, enquanto o SOGI atua em ambas as componentes positiva e negativa, o ROGI atua em apenas uma delas, a qual é selecionada pelo projetista. Em contrapartida dois ROGIs podem ser implementados em paralelo para atuar nas mesmas frequências que o SOGI, o que ainda possibilita a seleção de ganhos distintos para cada ROGI. As respostas em frequência do SOGI e do ROGI são apresentadas na Subseção 2.2.1.

A utilização do ROGI em um dispositivo de tempo discreto exige a compensação do atraso computacional, visto que este pode instabilizar o sistema de controle. Assim, justamente para esse tipo de aplicação, um ROGI discreto com compensação de fase foi

proposto em (XIE *et al.*, 2017). Contudo, para avaliação do custo computacional, que é feita no final deste capítulo, a implementação do ROGI considerada é exibida na Figura 43. Nessa implementação, o termo  $c_2$  faz o acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .

Figura 43 – Implementação do ROGI em tempo discreto como proposto por Busada *et al.* (2012), onde  $c_1 = \cos(\omega_0 T_s)$  e  $c_2 = \sin(\omega_0 T_s)$ . O termo  $c_2$  faz o acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ .



Fonte: Adaptado de (BUSADA *et al.*, 2012).

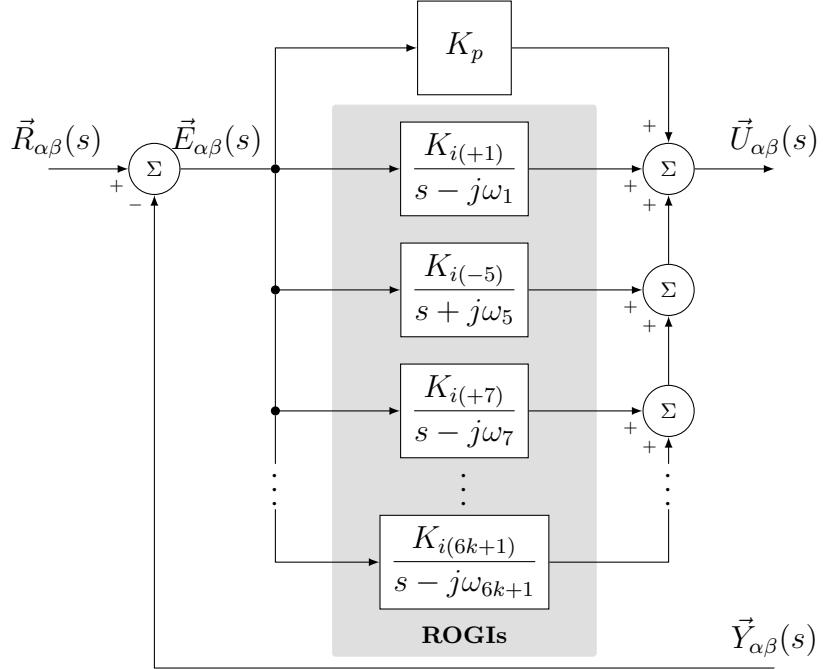
Outras estratégias de controle que implementam a ação ressonante complexa foram propostas na literatura. Entre elas, destacam-se: o controlador baseado na transformada de Fourier de vetores espaciais (NEVES *et al.*, 2014), por ser inherentemente discreto e ter sua fundamentação matemática voltada para plantas trifásicas elétricas; e o PI-SRF, apresentado na seção anterior.

Para aplicações em que muitas componentes harmônicas devem ser controladas, múltiplos ROGIs podem ser utilizados em paralelo (exatamente como apresentado na estratégia baseada em P-SSIs). Uma ação proporcional também é comumente acrescida em paralelo aos ROGIs, de modo a possibilitar a seleção da banda passante do sistema de controle. A Figura 44 exibe o diagrama de blocos desta estratégia.

### 3.3.2 Controlador repetitivo de ordem $nk + m$

Após avaliar o espectro harmônico dos vetores espaciais de referência e de distúrbio, caso o projetista perceba a necessidade de controlar componentes harmônicas de uma família periódica do tipo  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , resultados satisfatórios podem ser obtidos ao utilizar um controlador repetitivo complexo ( $nk + m$  RC) aplicado ao vetor espacial do erro (LUO *et al.*, 2016). Essa classe de controladores também é chamada na literatura de *space-vector repetitive controller* (SV-RC) (ZIMANN *et al.*, 2019).

Figura 44 – Diagrama de blocos de ROGI em paralelo para compensação das harmônicas  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .



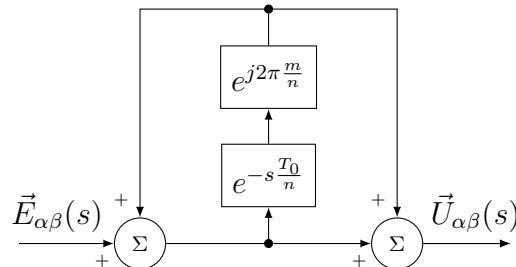
Fonte: Adaptado de (ZENG *et al.*, 2014).

Essa solução foi inicialmente proposta por Luo *et al.* (2016), apresentando a seguinte função de transferência:

$$\vec{C}_{RC}^{(nk+m)}(s) = \frac{1 + e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot e^{-s\frac{T_0}{n}}}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot e^{-s\frac{T_0}{n}}}, \quad (88)$$

em que  $n > m \geq 0$  e  $T_0$  representa o período da fundamental. O diagrama de blocos deste controlador complexo é exibido na Figura 45.

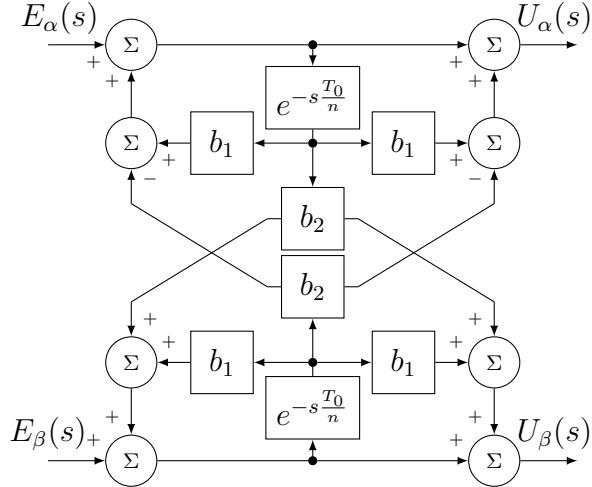
Figura 45 – Diagrama de blocos do  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016).



Fonte: Adaptado de (LUO *et al.*, 2016).

Como essa estrutura de controle é baseada no RC convencional (HARA *et al.*, 1988), é importante destacar que, para aumentar a estabilidade relativa do sistema, um filtro de resposta ao impulso finita (FIR) pode ser utilizado junto ao atraso do núcleo gerador de sinais periódicos ( $e^{-s\frac{T_0}{n}}$ ). Outro ponto a ser observado é que a existência de um ganho complexo ( $e^{j2\pi \frac{m}{n}}$ ) no controlador implica o acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , como pode ser observado no diagrama de blocos da implementação dessa estratégia (Figura 46).

Figura 46 – Diagrama de blocos da implementação do  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016), em que  $b_1 = \cos(2\pi \frac{m}{n})$  e  $b_2 = \sin(2\pi \frac{m}{n})$ .

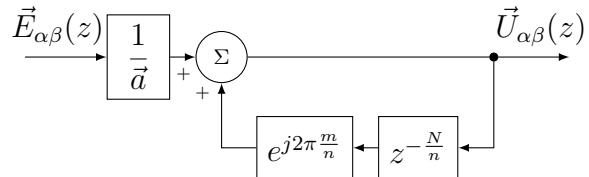


Fonte: Adaptado de (LUO *et al.*, 2016).

Assim como nas estratégias anteriores, faz-se necessário compensar o efeito do atraso computacional. Uma forma simples de mitigar este efeito é obtido ao utilizar um avanço de fase em cascata com o controlador repetitivo (ZIMANN *et al.*, 2019).

Buscando melhorar as características de estabilidade do controlador apresentado em (LUO *et al.*, 2016), Zimann *et al.* (2019) propuseram um RC complexo que apresenta um domínio de estabilidade maior que a proposta original de Luo *et al.* (2016). O diagrama de blocos deste controlador, denominado iGDSC, é apresentado na Figura 47. Outra solução que deve ser destacada é o RC complexo baseado no método de cancelamento de sinais por atrasos generalizados com ação *feedforward*, proposta em (NETO *et al.*, 2018). Neste artigo, Neto *et al.* (2018) apresentam pela primeira vez um RC complexo de estrutura configurável, como feito por Hara *et al.* (1988) para o RC convencional. Ambas as estratégias propostas em (NETO *et al.*, 2018) e (ZIMANN *et al.*, 2019) são de autoria (co-autoria) do autor desta tese, as quais representam casos particulares da estrutura configurável apresentada no capítulo a seguir.

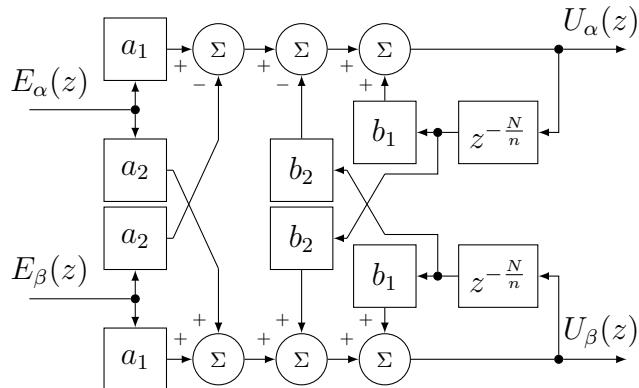
Figura 47 – Diagrama de blocos do  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019).



Fonte: Adaptado de (ZIMANN *et al.*, 2019).

Outros pontos a serem observados no  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019), cujo diagrama de blocos do controlador complexo é exibido na Figura 47, são: a existência de ganhos complexos  $e^{j2\pi\frac{m}{n}}$  e o ganho complexo  $1/\vec{a}$ . Conforme discutido anteriormente, esses ganhos implicam o acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , como pode ser observado no diagrama de blocos da implementação dessa estratégia (Figura 48).

Figura 48 – Diagrama de blocos da implementação do  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019), em que  $b_1 = \cos(2\pi\frac{m}{n})$ ,  $b_2 = \sin(2\pi\frac{m}{n})$ ,  $a_1 = \text{Re}\{1/\vec{a}\}$  e  $a_2 = \text{Im}\{1/\vec{a}\}$ .



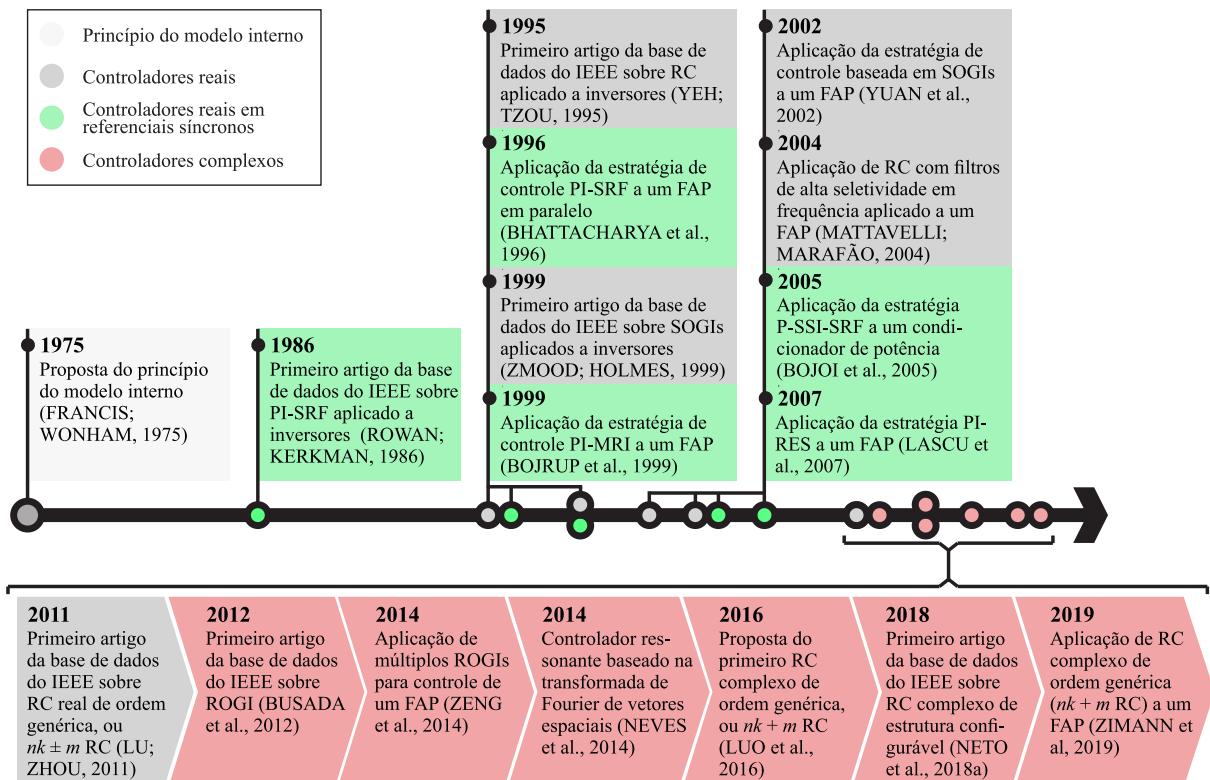
Fonte: Adaptado de (ZIMANN *et al.*, 2019).

### 3.4 ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Após apresentar as principais estratégias de controle baseadas no princípio do modelo interno e direcionadas a sinais exógenos periódicos, torna-se possível avaliar o desenvolvimento cronológico dessas estratégias quando aplicadas a inversores (e filtros ativos de potência) através de uma linha do tempo (Figura 49). Para tanto, além dos trabalhos científicos citados nas seções anteriores, que foram obtidos a partir de pesquisas “Survey” como (LIMONGI *et al.*, 2009), também foram adicionados trabalhos relevantes encontrados nas bases de dados do IEEE e do “Google Scholar” referentes à primeira utilização dessas técnicas em inversores.

Ao observar a Figura 49, algumas características da linha do tempo devem ser ressaltadas. Primeiramente, após a proposta do princípio do modelo interno, por muito tempo utilizou-se apenas controladores PI em referencial síncrono no controle de inversores. Esse fato decorre da maioria das estratégias de controle vetorial de motores elétricos serem realizados em referencial síncrono e dos sinais de referência serem compostos, predominantemente, apenas pela componente FFPS. Poucos trabalhos recentes sobre

Figura 49 – Linha do tempo apresentando publicações relevantes relacionadas às estruturas de controle baseadas no princípio do modelo interno para sinais exógenos periódicos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

PI-SRF e PI-MRI foram encontrados durante a revisão bibliográfica, conforme indicado no Capítulo 1.

Ainda em relação à linha do tempo, ao considerar as estratégias de controle real aplicadas a filtros ativos de potência, cujos sinais de referência possuem várias componentes harmônicas, observa-se que a maioria dos trabalhos científicos avaliados são datados entre as décadas de 1990 e 2000. Por outro lado, ao avaliar as estratégias de controle complexo (ou seja, obtenção de características complexas sem o uso de transformações rotacionais), o primeiro controlador aplicado a sistemas elétricos foi proposto em 2012 (ROGI), enquanto a primeira aplicação de  $nk + m$  RC em filtro ativo de potência é datada de 2019.

### 3.4.1 Comparação estrutural das estratégias de controle revisadas

A Tabela 7 foi preenchida com as principais características estruturais de cada controlador apresentado neste capítulo. As características consideradas nesta comparação são: (i) número total de células de memória usadas para implementar cada esquema de controle; (ii) aplicação alvo, que indica os harmônicos e as sequências de fases que cada

controlador é capaz de sintetizar; (*iii*) se o esquema de controle implicar um acoplamento entre eixos estacionários  $\alpha$  e  $\beta$ ; e (*iv*) o número total de somas, produtos e operações trigonométricas usadas para implementar cada controlador (custo computacional).

Os dados da Tabela 7 relacionados ao custo computacional foram calculados considerando os seguintes fatores:

- Os SOGIs são discretizados pelo método de Tustin, conforme apresentado em (RODRIGUEZ *et al.*, 2008);
- Os integradores (usados no PI-SRF e no PI-MRI) são implementados em tempo discreto pelo método *forward Euler*;
- Os controladores complexos são implementados conforme indicado nas Figuras 43, 46 e 48);
- Os RCs reais são implementados como indicado nos diagramas de blocos das Figuras 38a, 41 e 42;
- $n_{rog_i}$  é o número de ROGIs usados no esquema “P + Múltiplos ROGIs”;
- $n_{sog_i}$  é o número de SOGIs usados nos esquemas “P + Múltiplos SOGIs” e “P-SSI-SRF”;
- $n_{mri}$  é o número de integradores rotacionais usados no esquema “PI-MRI”;
- O parâmetro  $N$  (usado nos esquemas de controle repetitivo) representa o número de amostras por período fundamental. Esse parâmetro depende tanto da frequência da fundamental quanto da frequência de amostragem;
- O parâmetro  $NdE$  representa o número de eixos utilizados no sistema de controle, que é dependente do referencial selecionado para implementação dos controladores.

Os custos computacionais das transformações  $abc \rightarrow \alpha\beta$  e  $\alpha\beta \rightarrow abc$  não são computados na Tabela 7. No entanto, como apenas os esquemas PI-SRF, PI-MRI e P-SSI-SRF exigem transformações rotacionais, o custo computacional de tais operações é levado em consideração. A partir dessa tabela, observa-se que:

- Quando apenas uma sequência de fases deve ser controlada, seja ela positiva ou negativa, o uso de controladores complexos requer menos células de memória que controladores reais. Por exemplo, para controlar um único harmônico no referencial  $\alpha\beta$ , o esquema “P + ROGI” requer 2 células de memória, enquanto o esquema “P + SOGI” requer 8 células de memória;

Tabela 7 – Resumo das principais semelhanças e diferenças estruturais entre os esquemas de controle apresentados no Capítulo 3.

| Controladores Reais   |                                    |   |  |   |
|---|------------------------------------|---|--|---|
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**  | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas e produtos  |
| P + SOGI (ZMOOD; HOLMES, 1999)                              | $4 \cdot NdE^*$                    | Uma única harmônica (ambas sequências)  | ✗  | somas $\rightarrow 6 \cdot NdE^*$<br>prod. $\rightarrow 3 \cdot NdE^*$  |
| P + Múltiplos SOGIs (YUAN <i>et al.</i> , 2002)             | $4 \cdot n_{sogi} \cdot NdE^*$     | Múltiplas harmônicas (ambas sequências)   | ✗  | somas $\rightarrow (6 \cdot n_{sogi}) \cdot NdE^*$<br>prod. $\rightarrow (1 + 2 \cdot n_{sogi}) \cdot NdE^*$                        |
| RC Convencional (HARA <i>et al.</i> , 1988)                 | $N \cdot NdE^*$                    | Todas harmônicas (ambas sequências)   | ✗  | somas $\rightarrow 2 \cdot NdE^*$<br>prod. $\rightarrow 2 \cdot NdE^*$  |
| $nk \pm m$ RC (LU; ZHOU, 2011)                              | $2 \cdot \frac{N}{n} \cdot NdE^*$  | $h \in \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$<br>(ambas sequências para cada $h$ ) | ✗  | somas $\rightarrow 3 \cdot NdE^*$<br>prod. $\rightarrow 2 \cdot NdE^*$  |
| $nk \pm m$ RC (LU <i>et al.</i> , 2014)                     | $3 \cdot \frac{N}{n} \cdot NdE^*$  | $h \in \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$<br>(ambas sequências para cada $h$ ) | ✗  | somas $\rightarrow 3 \cdot NdE^*$<br>prod. $\rightarrow 3 \cdot NdE^*$  |
| Controladores Reais Implementados em Referenciais Síncronos |                                    |   |  |   |
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**  | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas, produtos e operações trigonométricas   |
| PI-SRF (BHATTACHARYA <i>et al.</i> , 1996)                  | 4                                  | Uma única harmônica (uma sequência)   | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas $\rightarrow 8$<br>prod. $\rightarrow 12$<br>op. trig. $\rightarrow 2$  |
| PI-MRI (BOJYUP <i>et al.</i> , 1999)                        | $4 + 4 \cdot n_{mri}$              | Múltiplas harmônicas (uma sequência para cada integrador rotacional)            | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas $\rightarrow 8 + 8 \cdot n_{mri}$<br>prod. $\rightarrow 12 + 10 \cdot n_{mri}$<br>op. trig. $\rightarrow 2 + 2 \cdot n_{mri}$ |
| P-SSI-SRF (BOJOI <i>et al.</i> , 2005)                      | $8 \cdot n_{sogi}$                 | Múltiplas harmônicas (fund.: ambas sequências; outras: uma sequência)           | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas $\rightarrow 4 + 12 \cdot n_{sogi}$<br>prod. $\rightarrow 10 + 4 \cdot n_{sogi}$<br>op. trig. $\rightarrow 2$                 |
| Controladores Complexos                                     |                                    |   |  |   |
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**  | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas e produtos  |
| P + ROGI (BUSADA <i>et al.</i> , 2012)                      | 2                                  | Uma única harmônica (uma sequência)   | ✓<br>(no controlador)                      | somas $\rightarrow 6$<br>prod. $\rightarrow 8$  |
| P + Múltiplos ROGIs (ZENG <i>et al.</i> , 2014)             | $2 \cdot n_{rogi}$                 | Múltiplas harmônicas (uma sequência cada ROGI)                                  | ✓<br>(no controlador)                      | somas $\rightarrow 6 \cdot n_{rogi}$<br>prod. $\rightarrow 2 + 6 \cdot n_{rogi}$  |
| $nk + m$ RC (LUO <i>et al.</i> , 2016)                      | $2 \cdot \frac{N}{n}$              | $h_s \in \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$<br>(uma sequência para cada $h_s$ )  | ✓<br>(no controlador)                      | somas $\rightarrow 8$<br>prod. $\rightarrow 8$  |
| $nk + m$ RC (ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)                   | $2 \cdot \frac{N}{n}$              | $h_s \in \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$<br>(uma sequência para cada $h_s$ )  | ✓<br>(no controlador)                      | somas $\rightarrow 6$<br>prod. $\rightarrow 8$  |

\* $NdE = 3$  para implementação usando o referencial  $abc$ ;  $NdE = 2$  para implementação usando o referencial  $\alpha\beta$ .

\*\* Ambas sequências  $\rightarrow$  O esquema controla AMBAS as sequências positiva e negativa;

Uma sequência  $\rightarrow$  O esquema controla apenas a sequência-positiva OU a sequência-negativa, mas não ambas.

- Os controladores baseados na ação repetitiva demandam menos somas e produtos que as soluções baseadas em múltiplos ressonantes (“P + Múltiplos SOGIs” ou “P + Múltiplos ROGIs”). Em contrapartida, é necessário um maior número de células de memória para implementar as ações repetitivas;
- Embora os controladores reais implementados em referencial síncrono apresentem comportamento complexo, o custo computacional das transformações rotacionais faz com que essa classe de controladores tenha as piores características em termos de número de somas, produtos e operações trigonométricas. Por esse motivo, essas estratégias de controle não são incluídas nas demais comparações feitas nesta tese.

### 3.4.2 Comparação das respostas em frequência e dos mapeamentos de polos e zeros

As Figuras 50-58 ilustram as diferenças do mapeamento de polos e zeros e da resposta em frequência entre controladores reais e complexos listados na Tabela 7. A partir dessas figuras torna-se possível confirmar a aplicação alvo de cada estratégia de controle.

Conforme discutido anteriormente, ao considerar que os controladores são aplicados a vetores espaciais, as componentes harmônicas presentes no espectro negativo passam a representar componentes de sequência-negativa, enquanto as componentes no espectro positivo representam sequência-positiva. Dessa forma, uma vez que os controladores reais aplicam ganho elevado em ambos os espectros negativo e positivo para as mesmas componentes harmônicas (Figuras 50b-54b), eles são capazes de controlar componentes de sequência-positiva e -negativa, ou ainda sinais formados pela combinação de ambas.

Nessas figuras também fica claro que estratégias de controle complexo implicam a assimetria do mapeamento de polos e zeros e da resposta em frequência, características que foram anteriormente discutidas no Capítulo 2. Ao considerar os  $nk + m$  RCs (Figuras 57 e 58), em que foram utilizados parâmetros  $n = 6$  e  $m = 1$ , observa-se que apenas as componentes pertencentes a família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -11, -5, +1, +7, +13, \dots\}$  apresentam ganho elevado.

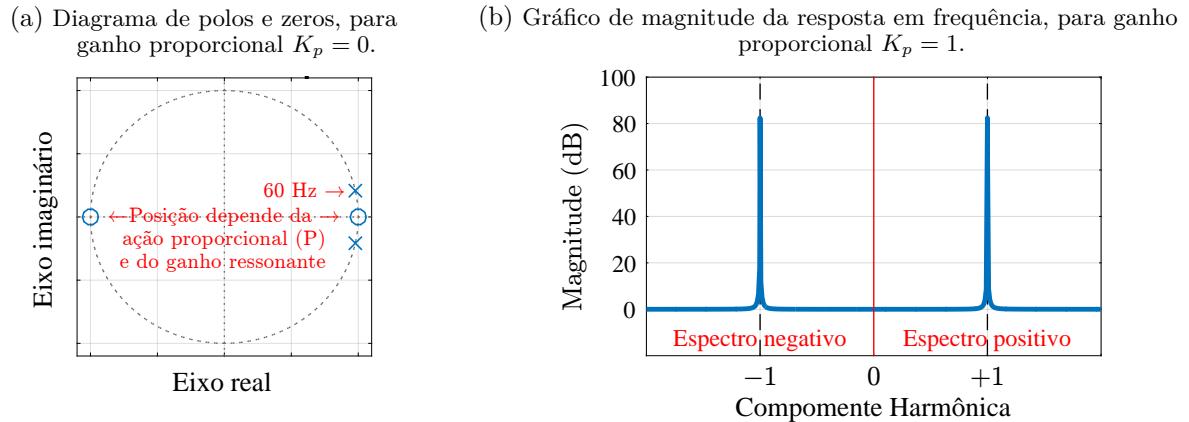
Nas soluções que fazem uso de ação proporcional, como o P + SOGI, o ganho proporcional  $K_p$  possibilita ao projetista escolher a posição dos zeros do controlador. De fato, tomando o caso apresentado na Figura 50a, em que o SOGI é discretizado utilizando o método Tustin *with prewarping* (YPEPES *et al.*, 2010), tem-se:

$$\begin{aligned} C_{SOGI}^{(\omega_0)}(z) &= K_p + K_i \underbrace{2 \cdot \frac{\sin(\omega_0 T_s)}{2\omega_0}}_{A_1} \cdot \underbrace{\frac{1 - z^{-2}}{1 - 2\cos(\omega_0 T_s) z^{-1} + z^{-2}}}_{A_2} \\ &\downarrow \\ C_{SOGI}^{(\omega_0)}(z) &= \frac{(K_p + K_i A_1) - K_p A_2 z^{-1} + (K_p - K_i A_1) \cdot z^{-2}}{1 - A_2 z^{-1} + z^{-2}}. \end{aligned} \quad (89)$$

Portanto, apesar do ganho  $K_i$  não afetar a posição dos zeros se  $K_p = 0$ , observa-se que adicionar um ganho proporcional diferente de 0 altera essa característica. Os zeros do P + SOGI (raízes do polinômio no numerador) passam a depender tanto de  $K_p$  quanto de  $K_i$  (Equação (89)). Por outro lado, o  $K_p$  determina a magnitude mínima da resposta do controlador. Ainda utilizando o P + SOGI como exemplo, ao considerar  $K_p = 1$  a

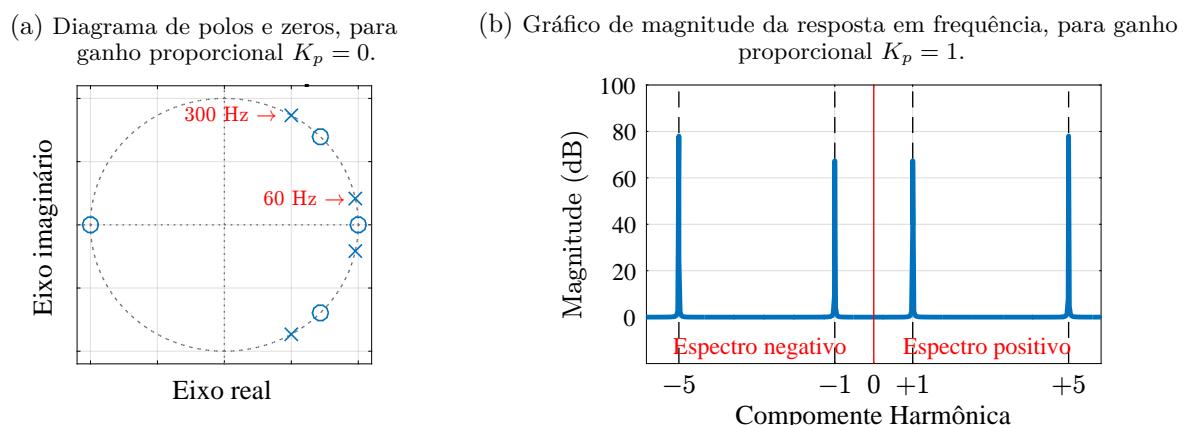
resposta em frequência passa a apresentar magnitude mínima de 0 dB (que equivale a ganho unitário), conforme exibido na Figura 50b.

Figura 50 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + SOGI”. SOGI sintonizado para controlar 60 Hz, com frequência de amostragem 1,8 kHz.



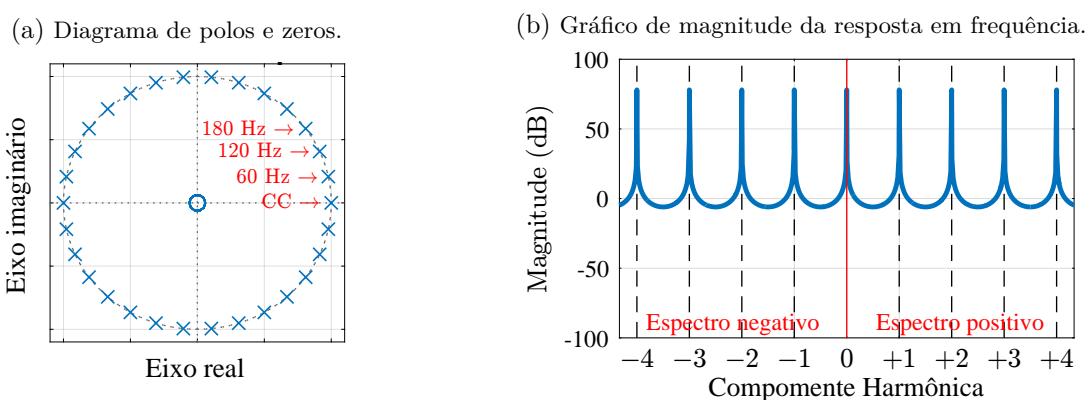
Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

Figura 51 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + Múltiplos SOGI”. SOGI sintonizados para controlar 60 Hz e 300 Hz, com frequência de amostragem 1,8 kHz.



Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

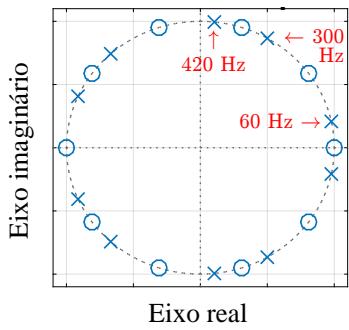
Figura 52 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “RC Convencional” para parâmetros  $a(z) = 1$  e  $N = 30$ , com frequência de amostragem de 1,8 kHz.



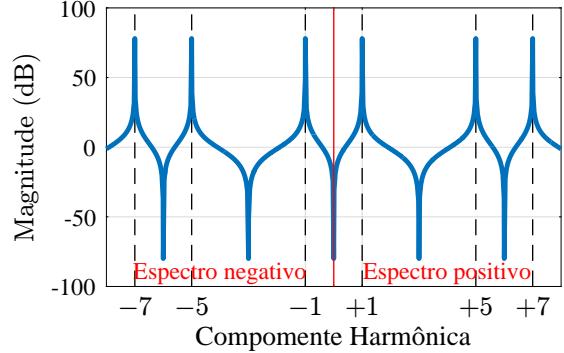
Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

Figura 53 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk \pm m$  RC” proposto por Lu & Zhou (2011). Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.

(a) Diagrama de polos e zeros.



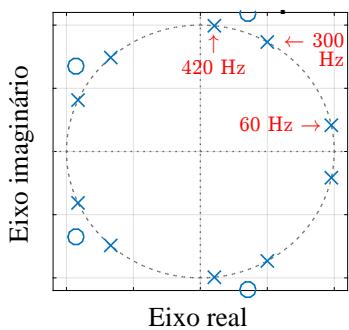
(b) Gráfico de magnitude da resposta em frequência.



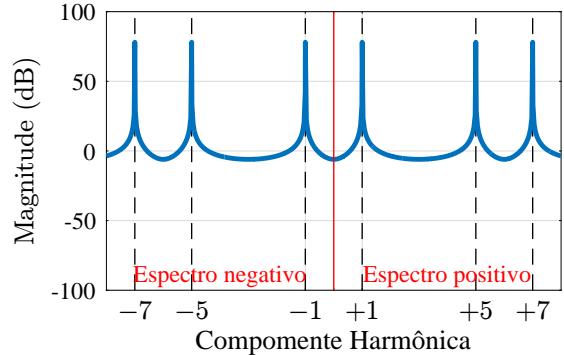
Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 54 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “ $nk \pm m$  RC” proposto por Lu et al. (2014). Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.

(a) Diagrama de polos e zeros, para ganho proporcional  $K_p = 0$ .



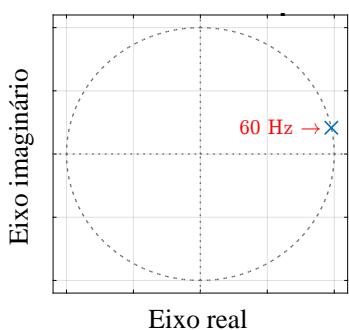
(b) Gráfico de magnitude da resposta em frequência, para ganho proporcional  $K_p = 1$ .



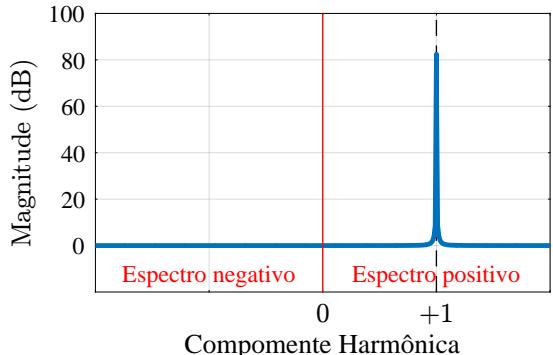
Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 55 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + ROGI”. ROGI sintonizado para controlar 60 Hz (sequência-positiva), com frequência de amostragem 1,8 kHz.

(a) Diagrama de polos e zeros, para ganho proporcional  $K_p = 0$ .

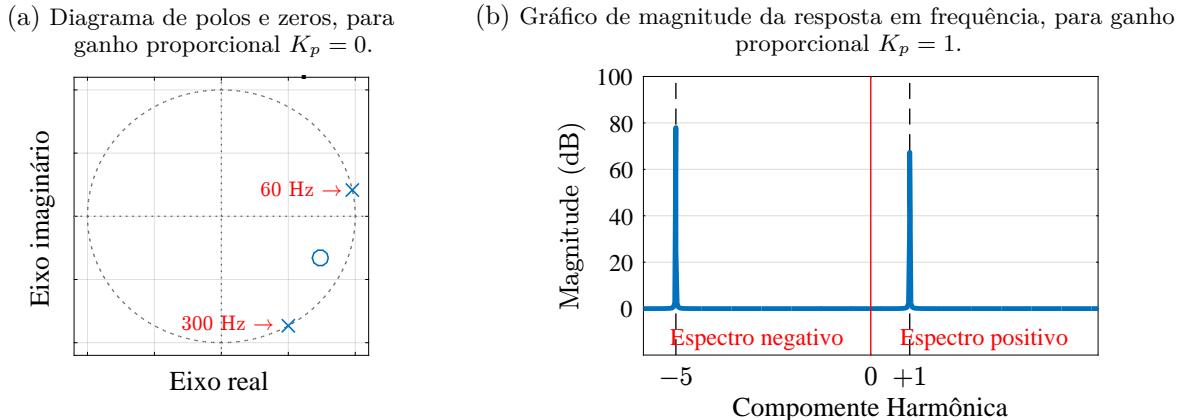


(b) Gráfico de magnitude da resposta em frequência, para ganho proporcional  $K_p = 1$ .



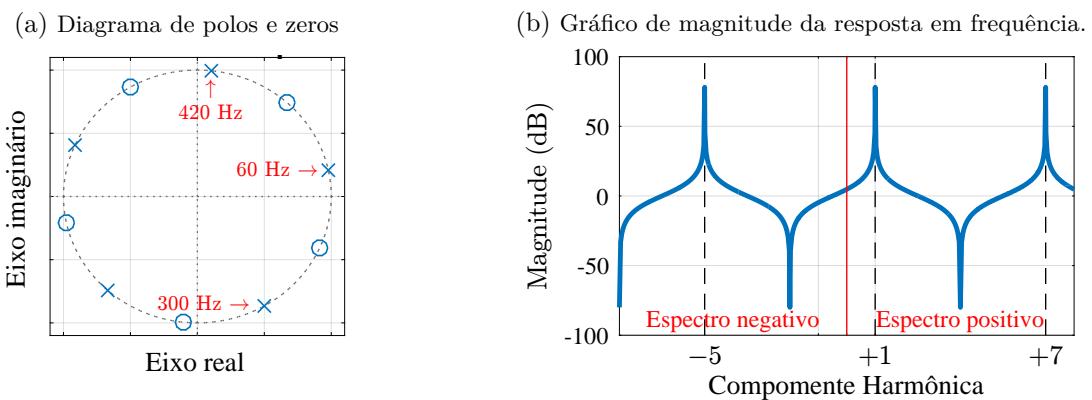
Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 56 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “P + Múltiplos ROGI”. ROGI sintonizado para controlar 60 Hz (sequência-positiva) e 300 Hz (sequência-negativa), com frequência de amostragem 18 kHz.



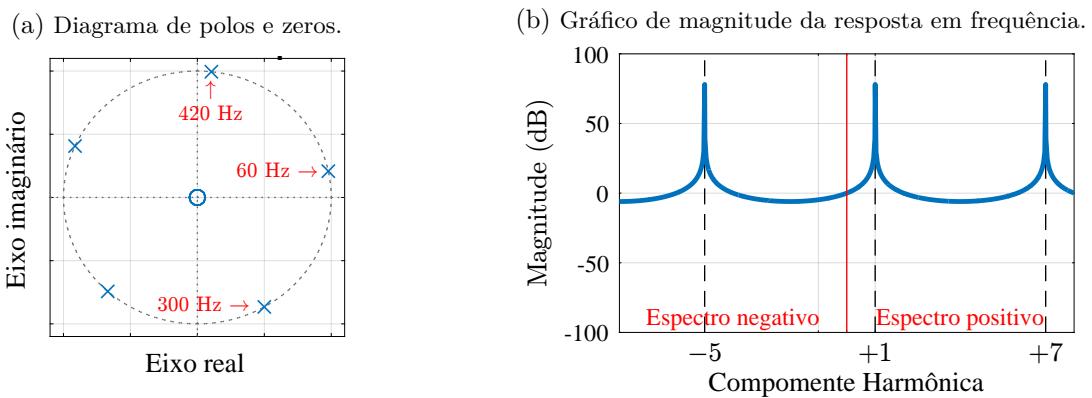
Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

Figura 57 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “nk + m RC” proposto por Luo *et al.* (2016). Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.



Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

Figura 58 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a estratégia “nk + m RC” proposto por Zimann *et al.* (2019). Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.



Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab R2015b*.

Apesar da discussão sobre alocação de zeros ter sido feita para o P + SOGI, algumas observações também devem ser direcionadas às estratégias baseadas em ação repetitiva. Ao comparar as Figuras 53a e 54a, as quais foram avaliadas sem ganho proporcional, observa-se que apesar desses controladores alocarem os polos nas mesmas posições, cada estratégia posiciona seus zeros de forma distinta. Essa mesma característica pode ser observada ao comparar as Figuras 57a e 58a, que representam RC complexos.

### 3.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Após uma análise crítica de diversos trabalhos científicos sobre estruturas baseadas no princípio do modelo interno que são utilizadas para controlar as correntes de saída de FAPs em paralelo, foi possível classificar as principais estratégias reais em três grupos distintos: controladores que implementam ação integral em referencial síncrono; controladores que implementam ação ressonante; e controladores que implementam ação repetitiva.

Apesar de bastante relevantes no acionamento de máquinas, a utilização de integradores em referenciais síncronos implica um grande custo computacional, além de dependerem fortemente de PLLs (*phase-locked loop*) para sincronismo do referencial. Devido a essa característica, associada ao baixíssimo número de trabalhos científicos publicados nos últimos 5 anos que utilizam esse tipo de solução (Figura 2), estes não são implementados nas comparações experimentais desta tese.

Em relação aos outros dois grupos, em aplicações que requerem o controle de um conjunto bem definido de componentes harmônicas, os controladores repetitivos demandam um menor custo computacional, apesar de necessitarem de um maior número de elementos de memória. Além disso, quando comparado a múltiplos ressonantes em paralelo, os RCs possuem menos parâmetros, o que normalmente facilita a sintonia do controlador.

Diversos trabalhos foram publicados na última década propondo diferentes estruturas de controle baseadas no RC convencional. De fato, existe um grande número de estruturas distintas que implementam a ação repetitiva. Durante essa revisão, por exemplo, foram encontradas: duas estruturas genéricas reais (LU; ZHOU, 2011; LU *et al.*, 2014); duas estruturas genéricas complexas (LUO *et al.*, 2016; ZIMANN *et al.*, 2019); dois esquemas de estrutura configurável (LU *et al.*, 2013; NETO *et al.*, 2018); e múltiplos RCs que desempenham funcionalidades mais específicas, como o controle de apenas componentes

harmônicas ímpares (BOTTERÓN, 2005; ESCOBAR *et al.*, 2006; ZHOU *et al.*, 2006). Como essas soluções são elaboradas, a comparação analítica entre os controladores dessa classe não é trivial.

Uma vez que esse grupo de controladores é relevante no meio científico, o que é confirmado pela quantidade de trabalhos que fazem referência ao controle repetitivo nos últimos cinco anos (Figura 2), é de suma importância que uma abordagem unificada seja desenvolvida para representação dessas soluções. Assim, espera-se que, a partir de um modelo unificado de controle repetitivo, a comparação analítica entre estruturas baseadas na ação repetitiva seja simplificada.

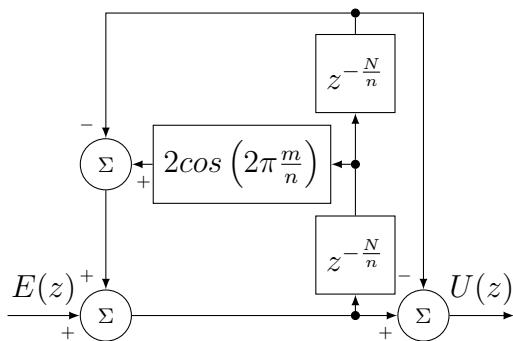
#### 4 ABORDAGEM UNIFICADA PARA AVALIAÇÃO DE CONTROLADORES REPETITIVOS

Conforme discutido no Capítulo 3, na última década diversas estruturas de controle repetitivo de ordem genérica foram propostas na literatura, porém, devido à complexidade desses esquemas, torna-se difícil compará-las analiticamente. De fato, ao avaliar os trabalhos científicos em que essas estruturas são propostas, observa-se que poucos abordam uma análise comparativa entre essas técnicas, e quando a fazem, ela é normalmente experimental, como em (ZIMANN *et al.*, 2019).

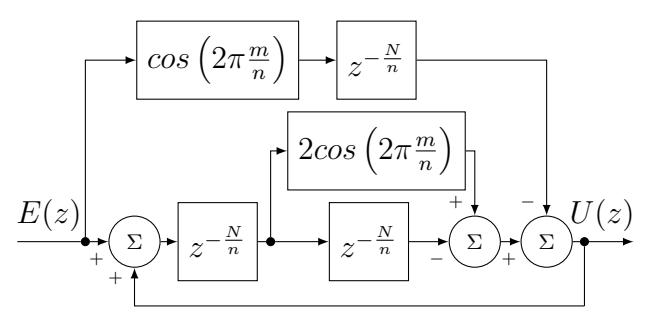
Outro ponto que deve ser notado pelo leitor é o fato de diferentes propostas de RCs que possuem a mesma aplicação alvo terem sido publicadas na literatura. Um exemplo desse fato é observado ao comparar os  $nk \pm m$  RCs propostos por Lu & Zhou (2011) e Lu *et al.* (2014) (ilustrados nas Figuras 59a e 59b), que são capazes de controlar as componentes harmônicas da mesma família ( $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ). Esse fenômeno também é observado para as soluções complexas, haja vista que os  $nk + m$  RCs propostos por Luo *et al.* (2016) e Zimann *et al.* (2019) (ilustrados nas Figuras 59c e 59d) controlam uma mesma família de harmônicas.

Figura 59 –  $nk \pm m$  RCs e  $nk + m$  RCs apresentados no Capítulo 3.

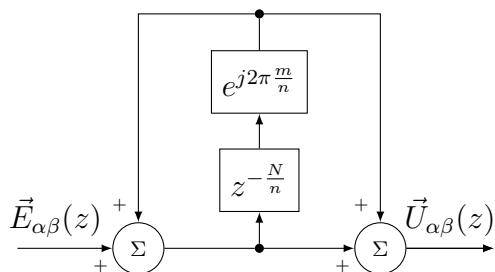
(a)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011).



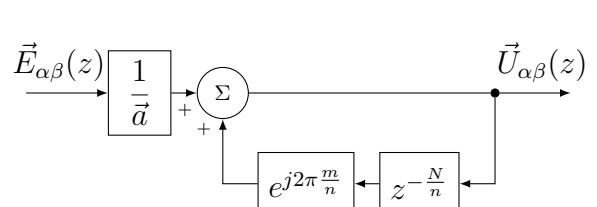
(b)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014).



(c)  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016).



(d)  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019).



Fonte: Elaborada pelo autor.

De fato, apenas observando os diagramas de blocos dessas estruturas, conforme apresentado na Figura 59, ou até mesmo suas funções de transferência, parece difícil compará-las analiticamente. Contudo, essa dificuldade poderia ser contornada com a proposta de uma célula base a partir da qual os controladores repetitivos apresentados pudessem ser decompostos (aqui referida como célula repetitiva primitiva, ou PRC – *primitive repetitive cell*).

Assim, no intuito de apresentar uma abordagem unificada para avaliação de controladores que implementam a ação repetitiva, o autor desta tese propõe uma PRC de estrutura configurável a partir da qual é possível decompor todas as estruturas de controle repetitivo (reais e complexas) apresentadas no capítulo anterior. A estrutura primitiva obtida a partir dessa análise tem suas características de estabilidade avaliadas no capítulo seguinte.

#### 4.1 CÉLULA REPETITIVA PRIMITIVA DE ESTRUTURA GENÉRICA

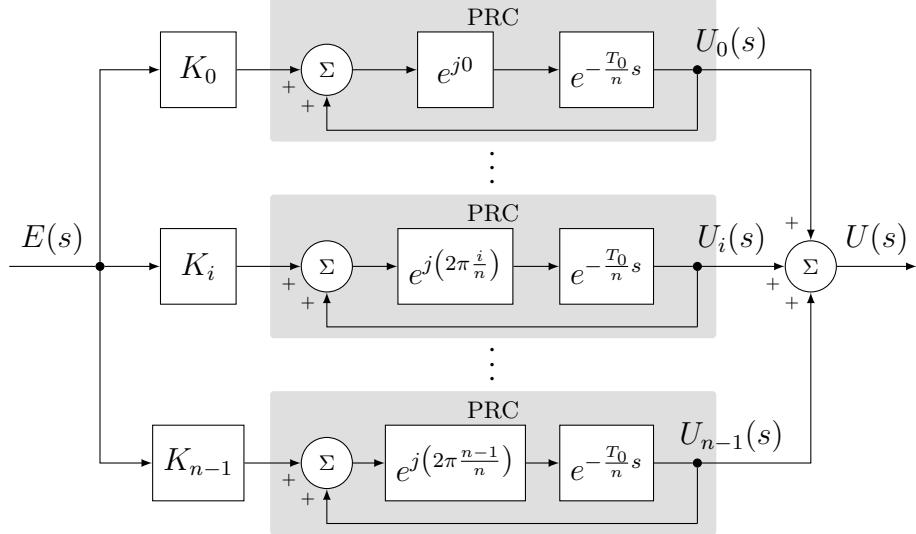
Em 2013, Lu *et al.* (2013) propuseram um esquema de controle repetitivo de estrutura paralela (*parallel structure repetitive control* – PSRC) que implementa a ação repetitiva convencional utilizando  $n$  RCs complexos em paralelo. Essa característica estrutural pode ser facilmente observada através do seu diagrama de blocos, apresentado na Figura 60. De fato, essa solução permite compensar a união das famílias  $H_j = \{nk+m_j \mid k \in \mathbb{Z}\}$  a partir da sintonia dos ganhos  $K_j$  ( $j = 0, 1, \dots, n-1$ ), os quais estão em cascata com os RCs utilizados. Contudo, uma vez que Lu *et al.* (2013) sugerem a utilização de ganhos  $K_j$  iguais, a soma das ações de controle complexas resultam em uma única ação de controle real  $u(t) = \mathcal{L}^{-1}\{U(s)\}$ , isto é, as partes imaginárias das ações de controle dos RCs complexos se cancelam:

$$\text{Im}\{u_0(t) + \dots + u_i(t) + \dots + u_{n_{Lu}-1}(t)\} = 0. \quad (90)$$

Por consequência, a resposta em frequência da estrutura completa se mantém simétrica ao eixo das ordenadas, sendo, portanto, classificada como estratégia de controle real. As estruturas complexas postas em paralelo podem ser vistas como células repetitivas primitivas, conforme indicado na Figura 60.

Ao reavaliar a PRC utilizada como base para o esquema de controle PSRC (LU *et al.*, 2013), um segundo caminho direto pode ser adicionado a essa estrutura primitiva de

Figura 60 – Diagrama de blocos da estratégia de controle PSRC.



Fonte: Adaptado de (LU *et al.*, 2013).

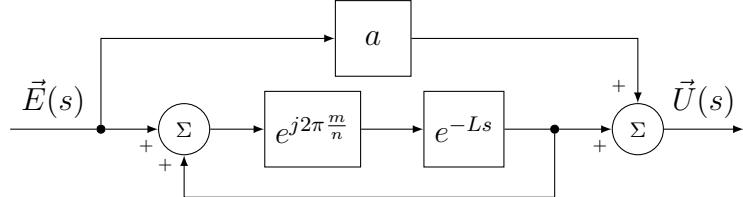
modo a possibilitar a seleção da configuração da PRC, exatamente como feito por Hara *et al.* (1988) para o RC convencional (Tabela 6 do Capítulo 3). O diagrama de blocos da estrutura obtida após essa modificação é exibido na Figura 61 e é caracterizado pelos seguintes parâmetros:

- Atraso genérico “ $e^{-Ls}$ ”: Ao utilizar um gerador de sinais periódicos com atraso genérico  $L = T_0/n$ , em que  $T_0$  representa o período da componente fundamental, a quantidade de elementos de memória requerida pela PRC é  $n$  vezes inferior à do RC convencional. Adicionalmente, o parâmetro  $n$  permite ao projetista selecionar a periodicidade da família de componentes harmônicas nas quais a PRC aplica ganho elevado, isto é, permite selecionar  $H_s = \{nk \mid k \in \mathbb{Z}\}$  em vez de  $H_s = \{k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ;
- Ganho complexo “ $e^{j2π\frac{m}{n}}$ ”: Quando se implementa um ganho complexo  $e^{j2π\frac{m}{n}}$  em cascata com o atraso do gerador de sinais periódicos  $e^{-Ls}$ , a resposta em frequência do controlador sofre uma translação na frequência. Portanto, este parâmetro permite ao projetista selecionar uma harmônica  $m$  de modo que a PRC aplique ganho elevado em todas as componentes harmônicas da família  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , onde  $m$  é restrinido a  $0 \leq m \leq (n - 1)$ ;
- Ganho “ $a$ ” em uma segunda malha direta: Ao selecionar um valor constante para o parâmetro  $a$ , a estrutura de controle e suas características de estabilidade são alteradas, conforme será matematicamente demonstrado no Capítulo 5. De fato, o controlador tem a alocação de seus zeros alterada ao variar  $a$ .

Consequentemente, a função de transferência da PRC proposta pode ser escrita como

$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a, s) = \frac{\vec{U}(s)}{\vec{E}(s)} = a + \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-\frac{T_0}{n}s}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-\frac{T_0}{n}s}}. \quad (91)$$

Figura 61 – Diagrama de blocos da PRC proposta pelo autor.



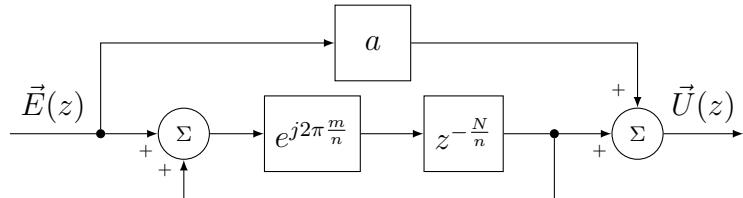
Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante notar que, assumindo  $n = 1$  e  $m = 0$ , essa PRC equivale ao RC convencional, sendo, portanto, capaz de representar o controlador proposto por (HARA *et al.*, 1988). Além disso, para uma análise em tempo discreto, o atraso genérico pode ser implementado como  $z^{-N/n}$ , em que  $N$  representa o número de amostras por período da componente fundamental ( $T_0$ ). Logo, sua função de transferência no domínio do tempo discreto é dada por

$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a, z) = \frac{\vec{U}(z)}{\vec{E}(z)} = a + \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-N/n}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-N/n}}, \quad (92)$$

que é obtida a partir do diagrama de blocos apresentado na Figura 62.

Figura 62 – Diagrama de blocos da PRC proposta pelo autor (tempo-discreto).

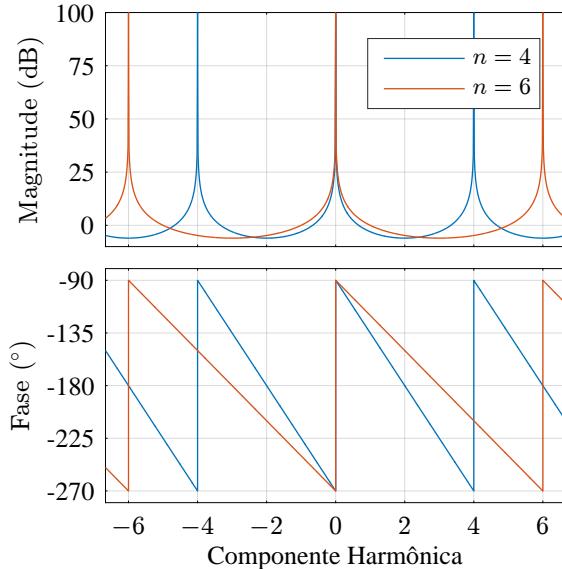


Fonte: Elaborada pelo autor.

O efeito do atraso genérico e do ganho complexo na resposta em frequência da PRC podem ser avaliados a partir da variação de  $n$  e  $m$ , conforme apresentado nas Figuras 63 e 64. De fato, observa-se que  $m$  seleciona uma componente harmônica e  $n$  determina a periodicidade da família em que a PRC aplica ganho elevado ( $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ).

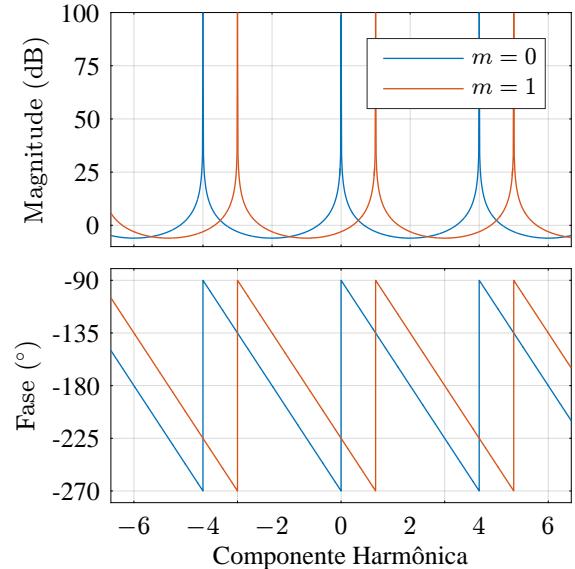
Uma vez que a PRC de configuração genérica foi introduzida, nas subseções seguintes estruturas mais elaboradas de controle repetitivo são decompostas em PRCs para demonstrar sua ampla aplicabilidade. Para tanto, são avaliadas separadamente as estruturas reais de controle repetitivo de ordem genérica ( $nk \pm m$  RC) e soluções complexas ( $nk + m$  RC).

Figura 63 – Resposta em frequência da PRC para  $a = 0$ ,  $m = 0$  e  $n$  variável.



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab R2015b.

Figura 64 – Resposta em frequência da PRC para  $a = 0$ ,  $n = 4$  e  $m$  variável.



Fonte: Diagrama obtido no *software* Matlab R2015b.

#### 4.1.1 Decomposição de $nk \pm m$ RCs em PRCs de configuração genérica

Ao utilizar múltiplas PRCs com periodicidade  $n$  em paralelo, o projetista do sistema de controle obterá uma estrutura capaz de controlar o conjunto de componentes harmônicas formado pela união das famílias  $H_j = \{nk + m_j \mid k \in \mathbb{Z}\}$  de cada PRC utilizada. Nos casos em que o conjunto selecionado contempla as mesmas componentes positivas e negativas, por exemplo  $H = \bigcup_{j=1,2,\dots} \{H_j\} = \{\dots, -5, -3, -1, +1, +3, +5, \dots\}$ , a estrutura obtida poderá ser implementada como uma estratégia de controle real (com sinais de referência e de ação de controle reais), conforme exemplificado no caso do PSRC (LU *et al.*, 2013). Essa abordagem de decomposição de RCs reais em PRCs também pode ser aplicada a RCs de ordem genérica que controlam as harmônicas da família  $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$ . De fato, este último conjunto de componentes harmônicas pode ser avaliado como a união das famílias  $H_1 = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  e  $H_2 = \{nk - m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , podendo ser controladas por duas PRCs distintas em paralelo.

Entretanto, para que um  $nk \pm m$  RC seja perfeitamente representado por uma associação de PRCs em paralelo, além da família de componentes harmônicas a serem compensadas por ambas as estruturas serem idênticas, suas funções de transferência também devem ser equivalentes. Assim, para demonstrar a versatilidade da PRC de

configuração genérica proposta neste capítulo, as decomposições dos  $nk \pm m$  RCs propostos por Lu & Zhou (2011) e Lu *et al.* (2014) são avaliadas a seguir.

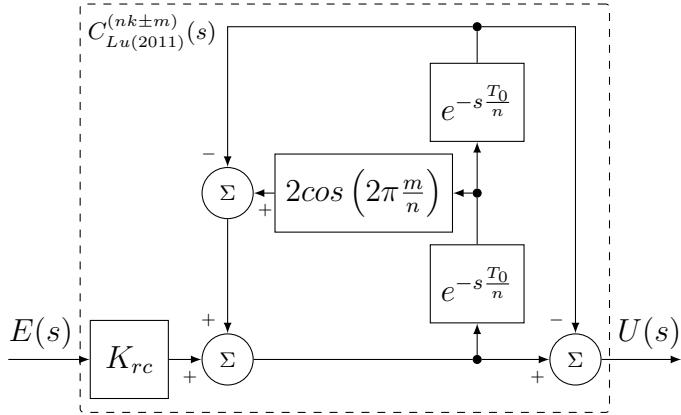
#### 4.1.1.1 Decomposição do $nk \pm m$ RC proposto por Lu & Zhou (2011)

O primeiro  $nk \pm m$  RC a ser decomposto em PRCs de configuração genérica será a solução real proposta em (LU; ZHOU, 2011), cuja função de transferência é dada por

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot \frac{1 - e^{-2s\frac{T_0}{n}}}{1 - 2 \cos\left(2\pi\frac{m}{n}\right) e^{-s\frac{T_0}{n}} + e^{-2s\frac{T_0}{n}}} \quad (93)$$

e cujo diagrama de blocos é exibido na Figura 65.

Figura 65 – Diagrama de blocos do  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011).



Fonte: Adaptado de (LU; ZHOU, 2011).

Haja vista que a expansão de Euler pode ser utilizada para representar a função cosseno como uma soma de exponenciais complexas, ou seja,

$$\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2},$$

a função de transferência apresentada na Equação (93) pode ser representada por

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot \frac{1 - e^{-2s\frac{T_0}{n}}}{1 - \left(e^{j2\pi\frac{m}{n}} + e^{-j2\pi\frac{m}{n}}\right) e^{-s\frac{T_0}{n}} + e^{-2s\frac{T_0}{n}}}. \quad (94)$$

Contudo, uma vez que  $e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot e^{-j2\pi \frac{m}{n}} = 1$ , o denominador da Equação (94) pode ser manipulado de modo a obter

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot \frac{1 - e^{-2s\frac{T_0}{n}}}{\left(1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)\left(1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)}. \quad (95)$$

A Equação (95) pode ser decomposta de modo que

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot \frac{A_1(s)}{\left(1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)} + K_{rc} \cdot \frac{A_2(s)}{\left(1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)}. \quad (96)$$

Logo, uma vez que a equação característica da PRC no domínio de Laplace é dada por  $1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-Ls} = 0$  (conforme observado na Equação (91)), espera-se que o  $nk \pm m$  RC proposto em (LU; ZHOU, 2011) possa ser decomposto em duas PRCs de configuração genérica em paralelo.

De fato, o primeiro termo da Equação (96) representará uma PRC que aplica ganho elevado nas componentes harmônicas da família  $H_1 = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , enquanto o segundo termo representará uma PRC que controla as componentes da família  $H_2 = \{nk - m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . Contudo, a configuração da PRC, que é indicada através do parâmetro  $a$ , só poderá ser obtida após a determinação dos polinômios  $A_1(s)$  e  $A_2(s)$ . Para tanto, uma solução para a equação

$$A_1(s) \cdot \left(1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right) + A_2(s) \cdot \left(1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right) = 1 - e^{-2s\frac{T_0}{n}} \quad (97)$$

é obtida ao considerar

$$\begin{cases} A_1(s) = 0,5 \left(1 + e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right) \\ A_2(s) = 0,5 \left(1 + e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right) \end{cases}. \quad (98)$$

Portanto, a Equação (96) pode ser reescrita como

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot 0,5 \cdot \frac{\left(1 + e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)}{\left(1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)} + K_{rc} \cdot 0,5 \cdot \frac{\left(1 + e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)}{\left(1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}\right)}. \quad (99)$$

Ao considerar uma PRC com  $a = 0,5$ , sua função de transferência pode ser representada por

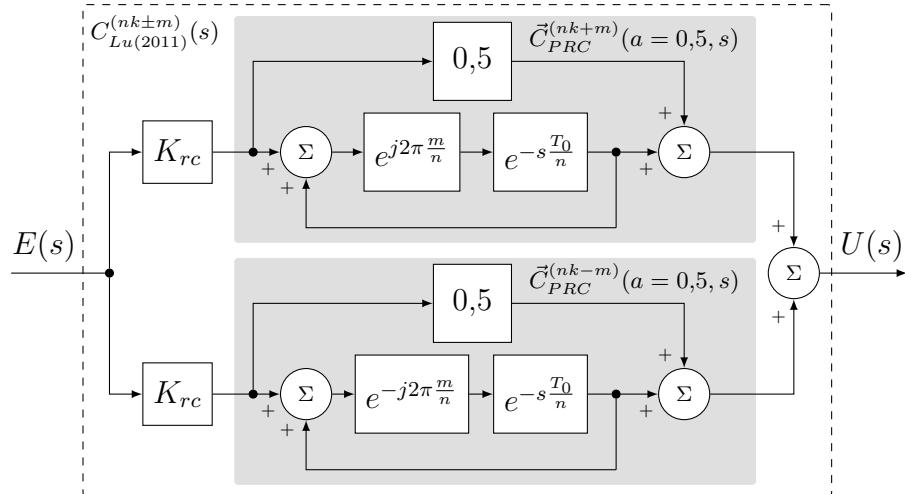
$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, s) = 0,5 + \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}} = 0,5 \cdot \frac{1 + e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} e^{-s\frac{T_0}{n}}}. \quad (100)$$

Consequentemente, a estratégia de controle proposta por Lu & Zhou (2011) equivale a utilizar duas PRCs de configuração genérica com  $a = 0,5$  em paralelo, isto é,

$$C_{Lu(2011)}^{(nk\pm m)}(s) = K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, s) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 0,5, s). \quad (101)$$

O diagrama de blocos dessa associação de PRCs é apresentado na Figura 66.

Figura 66 – Diagrama de blocos da associação de PRCs de configuração genérica que implementa o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011).



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.1.2 Decomposição do $nk \pm m$ RC proposto por Lu et al. (2014)

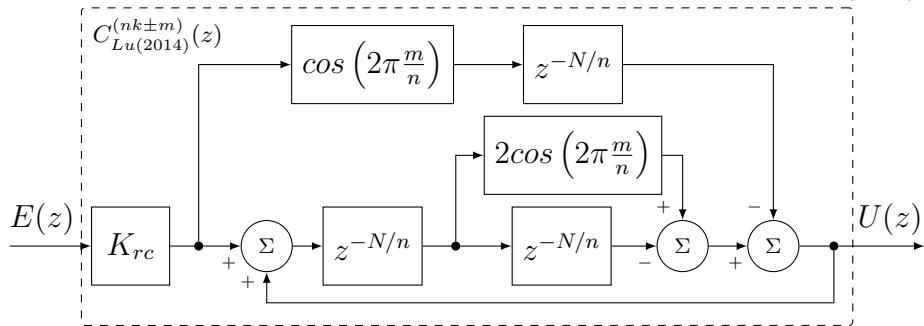
O  $nk \pm m$  RC proposto em (LU et al., 2014) tem função de transferência dada por

$$C_{Lu(2014)}^{(nk\pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{\cos\left(2\pi\frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} - z^{-2\frac{N}{n}}}{1 - 2\cos\left(2\pi\frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}}}, \quad (102)$$

cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura 67. Sua equação característica é equivalente à equação da estratégia de controle abordada na subsubseção anterior, portanto, esta pode ser decomposta utilizando a mesma estratégia. Por consequência, tem-se que

$$C_{Lu(2014)}^{(nk\pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{B_1(z)}{\left(1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right)} + K_{rc} \cdot \frac{B_2(z)}{\left(1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right)}. \quad (103)$$

Figura 67 – Diagrama de blocos do  $nk \pm m$  RC proposto por Lu et al. (2014).



Fonte: Adaptado de (LU et al., 2014).

De forma similar à observada para a solução proposta em (LU; ZHOU, 2011), o primeiro termo da Equação (95) retrata a PRC que controla as componentes harmônicas

da família  $H_1 = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , enquanto o segundo termo representa uma PRC que aplica ganho elevado nas componentes da família  $H_2 = \{nk - m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . Para tanto, os polinômios  $B_1(z)$  e  $B_2(z)$  devem ser uma solução para a equação:

$$B_1(z) \cdot \left(1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) + B_2(z) \cdot \left(1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) = \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} - z^{-2\frac{N}{n}} \quad (104)$$

Como a função cosseno pode ser decomposta em exponenciais complexas (expansão de Euler apresentada na subsubseção anterior), a Equação (104) pode ser rescrita por

$$B_1(z) \cdot \left(1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) + B_2(z) \cdot \left(1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) = \frac{e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} + e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{2} - z^{-2\frac{N}{n}}$$

↓

$$\begin{aligned} B_1(z) \cdot \left(1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) + B_2(z) \cdot \left(1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right) = \\ \frac{e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} - z^{-2\frac{N}{n}}}{2} + \frac{e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} - z^{-2\frac{N}{n}}}{2}. \end{aligned} \quad (105)$$

Contudo, uma vez que  $e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} \cdot e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} = z^{-2\frac{N}{n}}$ , uma solução para a Equação (105) é obtida ao considerar

$$\begin{cases} B_1(z) = \frac{1}{2} \cdot e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} \\ B_2(z) = \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} \end{cases}. \quad (106)$$

Portanto, a Equação (103) pode ser reescrita como

$$C_{Lu(2014)}^{(nk \pm m)}(z) = \frac{K_{rc}}{2} \cdot \frac{e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{\left(1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right)} + \frac{K_{rc}}{2} \cdot \frac{e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{\left(1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}\right)}. \quad (107)$$

Ao considerar uma PRC com  $a = 0$ , sua função de transferência (em tempo discreto) pode ser representada da seguinte forma:

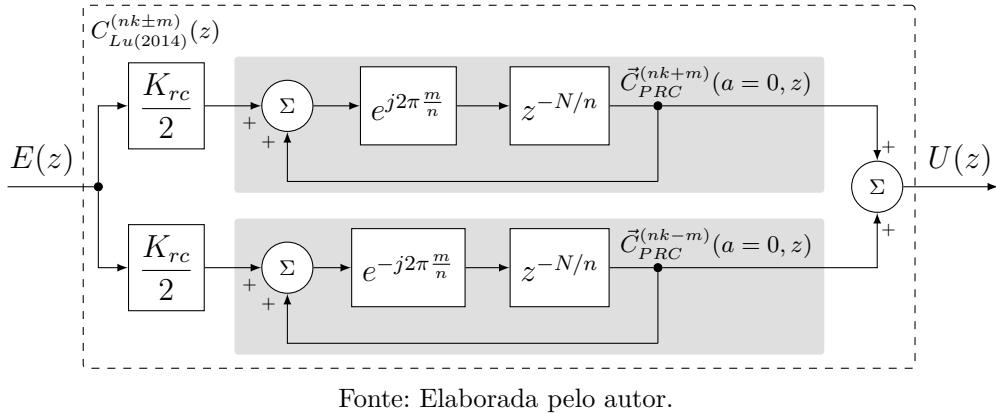
$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a=0, z) = \frac{e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}. \quad (108)$$

Logo, a estratégia de controle proposta por Lu *et al.* (2014) equivale a utilizar duas PRCs de configuração genérica com  $a = 0$  em paralelo, ambas com metade do ganho repetitivo do controlador original, isto é,

$$C_{Lu(2014)}^{(nk \pm m)}(z) = \frac{K_{rc}}{2} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a=0, z) + \frac{K_{rc}}{2} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a=0, z). \quad (109)$$

O diagrama de blocos dessa associação de PRCs é apresentado na Figura 68.

Figura 68 – Diagrama de blocos da associação de PRCs de configuração genérica que implementa o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014).



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.2 Representação de $nk + m$ RCs a partir da PRC de configuração genérica

Além de ser empregado na decomposição de  $nk \pm m$  RCs, a PRC de configuração genérica proposta neste capítulo também pode ser utilizada para representação dos  $nk + m$  RCs propostos na literatura. De fato, ao observar o RC complexo de ordem genérica apresentado por Luo *et al.* (2016), que possui função de transferência dada por

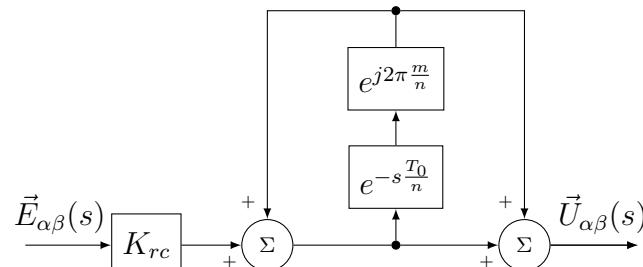
$$\vec{C}_{Luo(2016)}^{(nk+m)}(s) = K_{rc} \cdot \frac{1 + e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot e^{-s \frac{T_0}{n}}}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} \cdot e^{-s \frac{T_0}{n}}} \quad (110)$$

e diagrama de blocos exibido na Figura 69, sua função de transferência pode ser reescrita como

$$\vec{C}_{Luo(2016)}^{(nk+m)}(s) = 2 K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, s), \quad (111)$$

dado que a função de transferência da PRC de configuração genérica com  $a = 0,5$ , apresentada na Equação (100), possui um ganho natural de 0,5.

Figura 69 – Diagrama de blocos do  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016).



Fonte: Adaptado de (LUO *et al.*, 2016).

Ao considerar o controlador iGDSC ( $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019)), essa mesma característica pode ser observada. Para tanto, consideramos inicialmente a função de transferência deste controlador como sendo

$$\vec{C}_{Zimann(2019)}^{(nk+m)}(z) = \frac{K_a}{\vec{a}} \cdot \frac{1}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} \cdot z^{-\frac{N}{n}}}, \quad (112)$$

cujo diagrama de blocos é apresentado na Figura 70. Todavia, o ganho complexo  $\vec{a}$  pode ser incorporado ao ganho repetitivo ao fazer  $K_{rc} = K_a/\vec{a}$ , ou seja,

$$\vec{C}_{Zimann(2019)}^{(nk+m)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} \cdot z^{-\frac{N}{n}}}. \quad (113)$$

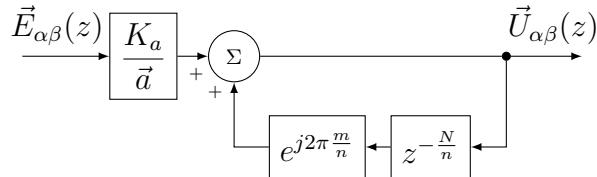
Consequentemente, uma vez que a função de transferência da PRC de configuração genérica com  $a = 1$  é dada por

$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z) = \frac{1}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}, \quad (114)$$

a função de transferência do controlador proposto por Zimann *et al.* (2019) pode ser reescrita como

$$\vec{C}_{Zimann(2018)}^{(nk+m)}(z) = K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z). \quad (115)$$

Figura 70 – Diagrama de blocos do  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019).



Fonte: Adaptado de (ZIMANN *et al.*, 2019).

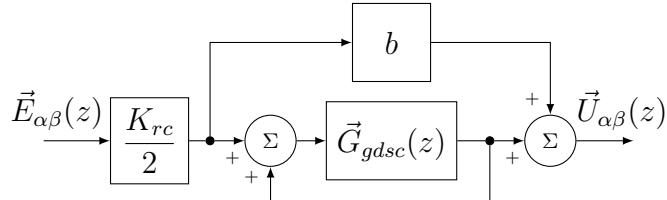
Na subseção a seguir é mostrado que, inclusive, o  $nk + m$  RC de estrutura configurável proposto na literatura em (NETO *et al.*, 2018) pode ser decomposto na PRC proposta nesta tese.

#### 4.1.2.1 Representação do $nk + m$ RC de estrutura configurável proposto por Neto *et al.* (2018)

Diferente dos demais controladores apresentados nesta subseção, o RC complexo proposto em (NETO *et al.*, 2018) é caracterizado por sua estrutura configurável. Como pode ser visto na Figura 71, esse esquema de controle consiste em: uma operação GDSC (*Generalized Delayed Signal Cancellation*) implementada no caminho direto de uma malha

com realimentação positiva unitária, responsável por selecionar a família de componentes harmônicas a serem controlados; e um ganho constante  $b$ , que é usado para selecionar a configuração de implementação, como feito para o RC convencional (HARA *et al.*, 1988).

Figura 71 – Diagrama de blocos do  $nk + m$  RC proposto em (NETO *et al.*, 2018).



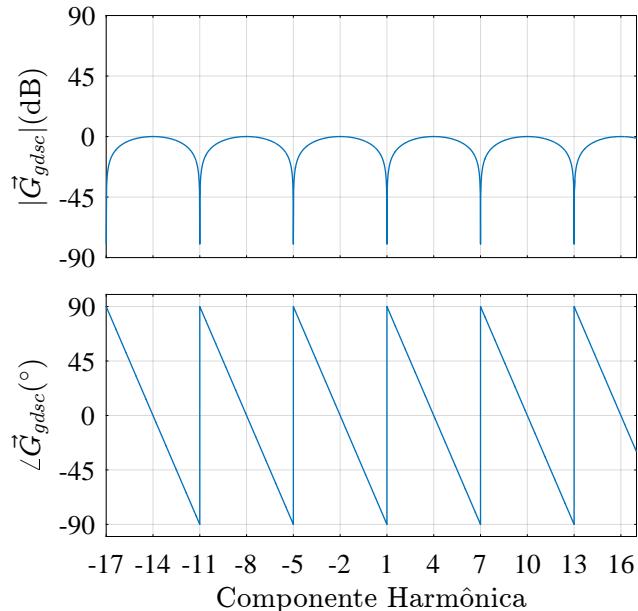
Fonte: Adaptado de (NETO *et al.*, 2018).

Uma operação GDSC é um filtro complexo capaz de cancelar todas as componentes harmônicas de uma família  $H_s = \{nk+m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , aplicando ganho nulo nessas harmônicas (Figura 72). A função de transferência desse filtro pode ser representada por (NEVES *et al.*, 2010):

$$\vec{G}_{gdsc}(z) = \vec{a}(1 + e^{j(2\pi \frac{m}{n} + \pi)} z^{-N/n}), \quad (116)$$

em que  $m$  e  $n$  são utilizados para selecionar a família de componentes harmônicas a ser cancelada e  $\vec{a}$  é usado para selecionar o ganho da operação GDSC.

Figura 72 – Resposta em frequência da operação GDSC com  $m = 1$ ,  $n = 6$  e  $\vec{a} = 0,5$ .



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab R2015b.

Ao considerar o inverso da Equação (116), o controlador resultante ( $nk + m$  RC proposto por (ZIMANN *et al.*, 2019) –  $\vec{C}_{Zimann(2019)}^{(nk+m)}(z)$ ) apresenta alto ganho na mesma

família que a operação GDSC aplica ganho nulo. Por outro lado, ao utilizar esse filtro na configuração apresentada na Figura 71, a seguinte função de transferência é obtida:

$$\vec{C}_{Neto(2018)}^{(nk+m)}(z) = \frac{K_{rc}}{2} \cdot \left[ b + \frac{\vec{G}_{gdsc}(z)}{1 - \vec{G}_{gdsc}(z)} \right], \quad (117)$$

onde é possível observar que o novo controlador apresenta alto ganho nas frequências em que  $|\vec{G}_{gdsc}(z)| = 1$  (em vez de  $|\vec{G}_{gdsc}(z)| = 0$  como feito na proposta de Zimann *et al.* (2019)).

Como a operação GDSC apresenta ganho unitário (0 dB) para as componentes harmônicas intermediárias àquelas em que a operação aplica ganho nulo, pode-se dizer que esse filtro apresenta ganho unitário para as componentes da família  $H_s = \{nk + (m - n/2) \mid k \in \mathbb{Z}\}$  quando  $\vec{a} = 0,5$  (conforme pode ser observado na Figura 72 para  $m = 1$  e  $n = 6$ ). Dessa forma, é possível fazer a substituição  $m_1 = m - n/2$  para que a família acima se torne  $H_s = \{nk + m_1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  quando  $\vec{a} = 0,5$ . Como consequência, ao usar essa nova notação, a operação GDSC pode ser reescrita como em termos de  $m_1$  ( $m = m_1 + n/2$ ):

$$\begin{aligned} \vec{G}_{gdsc}(z) &= \vec{a}(1 + e^{j(2\pi \frac{m_1+n/2}{n} + \pi)} z^{-N/n}), \\ &= 0,5 (1 + e^{j(2\pi \frac{m_1}{n} + 2\pi)} z^{-N/n}), \\ &= 0,5 (1 + e^{j2\pi \frac{m_1}{n}} z^{-N/n}). \end{aligned} \quad (118)$$

Logo, a Equação (117) pode ser reescrita como:

$$\vec{C}_{Neto(2018)}^{(nk+m_1)}(z) = \frac{K_{rc}}{2} \cdot \frac{b + 0,5 (1 + e^{j2\pi \frac{m_1}{n}} z^{-N/n}) (1 - b)}{(1 - 0,5) - 0,5 e^{j2\pi \frac{m_1}{n}} z^{-N/n}}, \quad (119)$$

que pode ser manipulada para obter:

$$\vec{C}_{Neto(2018)}^{(nk+m_1)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{\frac{(1+b)}{2} + \frac{(1-b)}{2} e^{j2\pi \frac{m_1}{n}} z^{-N/n}}{1 - e^{j2\pi \frac{m_1}{n}} z^{-N/n}}. \quad (120)$$

Uma vez que a PRC proposta nesta tese pode ser reescrita como

$$\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a, z) = \frac{a + (1 - a) e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-N/n}}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-N/n}}, \quad (121)$$

então, a partir das Equações (120) e (121), o leitor deve observar que a solução proposta em (NETO *et al.*, 2018) pode ser reescrita como

$$\vec{C}_{Neto(2018)}^{(nk+m_1)}(z) = K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m_1)}\left(a = \frac{1+b}{2}, z\right). \quad (122)$$

Portanto, observa-se que esse controlador pode ser utilizado para obter ambos os  $nk+m$  RCs propostos por Luo *et al.* (2016) e Zimann *et al.* (2019) a partir da seleção apropriada do

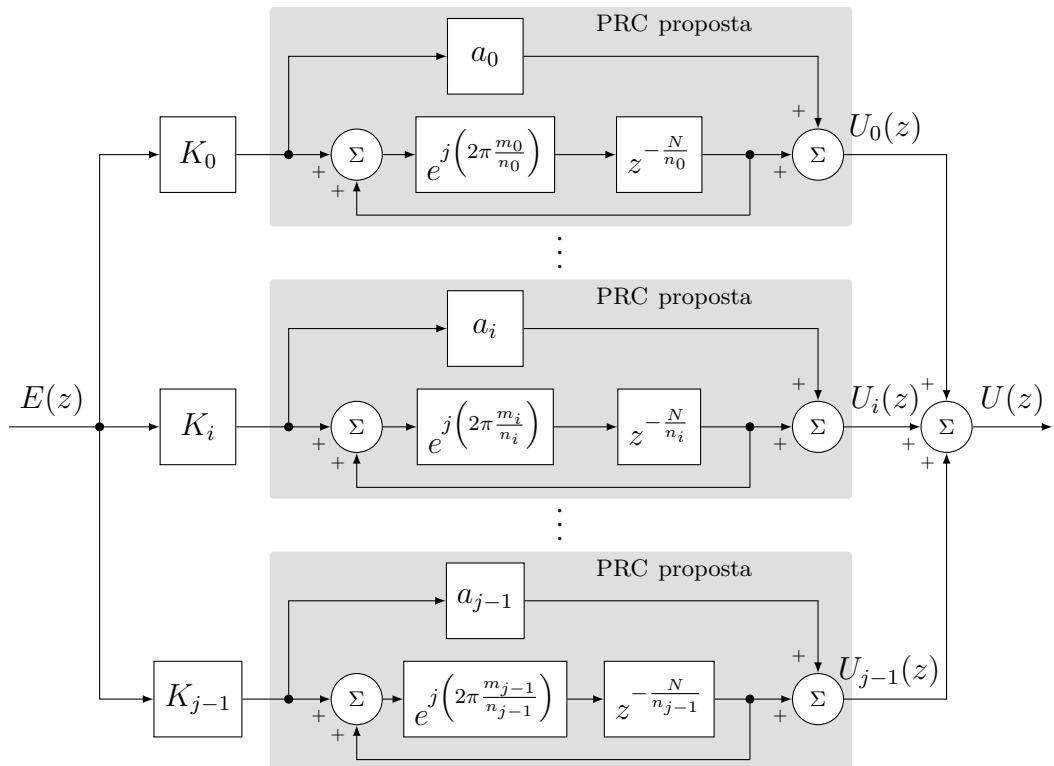
ganhos  $b$ . É importante que o leitor perceba que essa conclusão decorre da observação de que todos os três controladores abordados nesta subseção podem ser representados a partir da PRC proposta, o que evidencia a relevância dessa célula.

#### 4.2 ESTRUTURA DE CÉLULAS REPETITIVAS PRIMITIVAS EM PARALELO

Conforme demonstrado na seção anterior, a PRC de configuração genérica proposta neste capítulo pode ser utilizada como base para decomposição e representação de todos os  $nk \pm m$  RCs (reais) e  $nk + m$  RCs (complexos) apresentados no capítulo anterior. Contudo, estruturas como o PSRC (Figura 60) e os  $nk \pm m$  RCs requerem mais de uma PRC em paralelo para sua representação. Portanto, é apresentada a seguir uma estrutura de PRCs em paralelo que generaliza essa representação.

Considerando o PSRC como base, ao substituir as PRCs utilizadas por Lu *et al.* (2013) pela proposta nesta tese, a estrutura apresentada na Figura 73 é obtida. Como consequência, esse esquema é capaz de controlar as componentes da família  $H = \bigcup_{i=0, \dots, j-1} \{n_i k + m_i \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , com  $K_i$  e  $a_i$  como parâmetros a serem sintonizados. É importante perceber que o PSRC em tempo discreto torna-se um caso particular

Figura 73 – Diagrama de blocos da estrutura de PRCs em paralelo proposta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

da estrutura proposta, o qual é obtido fazendo:  $a_i = 0$  ( $i = 0, 1, \dots, j - 1$ );  $n_i = n_{Lu}$  ( $i = 0, 1, \dots, j - 1$ ); e  $m_i = i$  ( $i = 0, 1, \dots, j - 1$ ).

A Tabela 8 resume a decomposição das principais estratégias de controle repetitivo encontradas durante a revisão bibliográfica em estruturas de PRCs em paralelo. Nessa tabela constam os controladores cuja decomposição foi demonstrada na seção anterior, além de contemplar outros RCs de funções mais específicas, como: RCs para controle de harmônicas ímpares; e  $6k \pm 1$  RC.

Tabela 8 – Decomposição de algumas estratégias de controle repetitivo em estruturas de PRCs em paralelo.

| <b>Controladores avaliados<br/>(AUTORES, ANO)</b>                           | <b>Decomposição em PRCs</b>   |
|---|---|
| RC Convencional<br>(HARA <i>et al.</i> , 1988)                              | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(1k+0)}(a = a(s), s)$  |
| RC para controle de<br>harmônicas ímpares<br>(ESCOBAR <i>et al.</i> , 2005) | $2 K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(2k+1)}(a = 0,5, s)$   |
| RC para controle<br>de harmônicas ímpares<br>(ESCOBAR <i>et al.</i> , 2006) | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(2k+1)}(a = 1, s)$   |
| RC para controle<br>de harmônicas ímpares<br>(ZHOU <i>et al.</i> , 2006)    | $-K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(2k+1)}(a = 0, z)$  |
| $6k \pm 1$ RC<br>(TORRES-OLGUIN <i>et al.</i> , 2008)                       | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(6k+1)}(a = 0,5, s) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(6k-1)}(a = 0,5, s)$                 |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU; ZHOU, 2011)   | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, s) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 0,5, s)$                 |
| PSRC<br>(LU <i>et al.</i> , 2013)   | $\sum_{i=0}^{n_{Lu}-1} K_i \cdot \vec{C}_{PRC}^{(n_{Lu}k+i)}(a = 0, s)$   |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU <i>et al.</i> , 2014)                                  | $\frac{K_{rc}}{2} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0, z) + \frac{K_{rc}}{2} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 0, z)$ |
| $nk + m$ RC de<br>(LUO <i>et al.</i> , 2016)                                | $2 K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, s)$   |
| $nk + m$ RC de<br>estrutura configurável<br>(NETO <i>et al.</i> , 2018)     | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m_1)}\left(a = \frac{1+b}{2}, z\right), \text{ com } m_1 = m - n/2$                |
| $nk + m$ RC<br>(ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)                                | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z)$   |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como o elemento base para essa representação é a PRC, ao invés de um projetista necessitar conhecer todas as particularidades de cada controlador repetitivo da Tabela 8 para diferenciá-los, o projetista pode estudar as características funcionais da PRC, e utilizá-la para essa diferenciação.

Dois casos particulares que podem ser obtidos a partir de PRCs são as representações genéricas das classes de controladores  $nk \pm m$  RCs e  $nk + m$  RCs. Essas classes são brevemente discutidas utilizando a PRC como ponto de partida.

#### 4.2.1 Estudo sobre os $nk \pm m$ RCs utilizando a estrutura proposta

Como os  $nk \pm m$  RCs controlam uma família de componentes harmônicas que pode ser avaliada como a união das famílias  $H_0 = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  e  $H_1 = \{nk - m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , naturalmente a estrutura que implementa essa classe de controladores é formada por duas PRCs em paralelo com parâmetros  $n_0 = n_1 = n$  e  $m_0 = -m_1 = m$ . Portanto, a partir dessas considerações, a função de transferência da estrutura obtida é dada por:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_0 \cdot \underbrace{\left[ a_0 + \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \right]}_{\tilde{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a=a_0, z)} + K_1 \cdot \underbrace{\left[ a_1 + \frac{e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \right]}_{\tilde{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a=a_1, z)}. \quad (123)$$

Ao manipular a Equação (123), observa-se que

$$\begin{aligned} \frac{U(z)}{E(z)} &= (K_0 a_0 + K_1 a_1) + K_0 \cdot \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} + K_1 \cdot \frac{e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \\ &\downarrow \\ &= \frac{(1 - 2 \cos(2\pi\frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}})A + \overbrace{(K_0 e^{j2\pi\frac{m}{n}} + K_1 e^{-j2\pi\frac{m}{n}})}^{\oplus} z^{-\frac{N}{n}} - (K_0 + K_1) z^{-2\frac{N}{n}}}{(1 - 2 \cos(2\pi\frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}})}, \end{aligned} \quad (124)$$

em que  $A = K_0 a_0 + K_1 a_1$ . É importante que o leitor perceba que a equação característica da função de transferência apresentada na Equação (124) independe dos parâmetros  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $a_0$  e  $a_1$ . De fato, essa função de transferência aloca apenas polos sobre a circunferência de raio unitário, nas frequências referente às componentes da família  $H = \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$  (e seus conjugados). Pode-se, inclusive, observar que a equação característica acima referida é comum aos  $nk \pm m$  RCs propostos na literatura (Equações (93) e (102)).

Uma vez que os  $nk \pm m$  RCs são controladores reais, tanto seus polos quanto seus zeros devem ser reais ou complexos conjugados. Ao avaliar o termo  $\Phi$  da Equação (124) considerando a expansão de Euler, tem-se que:

$$\Phi = K_0 \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) + K_0 j \sin\left(2\pi \frac{m}{n}\right) + K_1 \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) - K_1 j \sin\left(2\pi \frac{m}{n}\right). \quad (125)$$

Portanto, um dos critérios para que não haja parte imaginária no numerador dessa função de transferência é  $K_0 = K_1 = K_{rc}$ . Ao fazer essa substituição a Equação (124) passa a ser reescrita como:

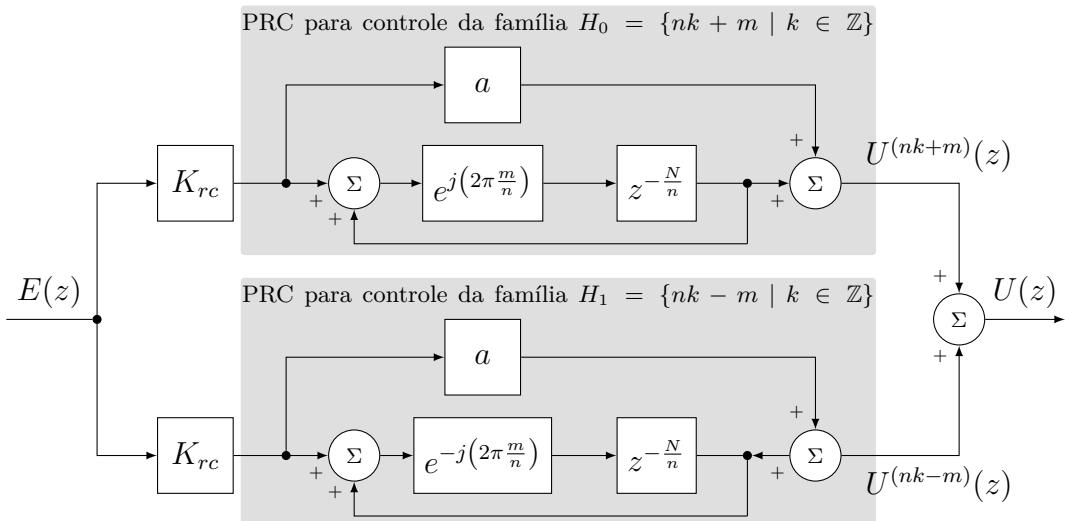
$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_{rc} \cdot \frac{(1 - 2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}})(a_0 + a_1) + 2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} - 2 z^{-2\frac{N}{n}}}{(1 - 2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}})}. \quad (126)$$

Finalmente, uma vez que os parâmetros  $a_0$  e  $a_1$  multiplicam o mesmo termo e deseja-se fazer a avaliação em termos da PRC proposta, é considerado a seguir  $a_0 = a_1 = a$ . Ao fazer essas considerações, a função de transferência apresentada na Equação (126) pode ser manipulada de modo a obter

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_{rc} \cdot \frac{2a - 2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}}(2a - 1) + z^{-2\frac{N}{n}}(2a - 2)}{(1 - 2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}})}. \quad (127)$$

O diagrama de blocos dessa classe de controladores, evidenciando a PRC proposta, é exibido na Figura 74.

Figura 74 – Generalização dos  $nk \pm m$  RCs a partir da estrutura de PRCs em paralelo.



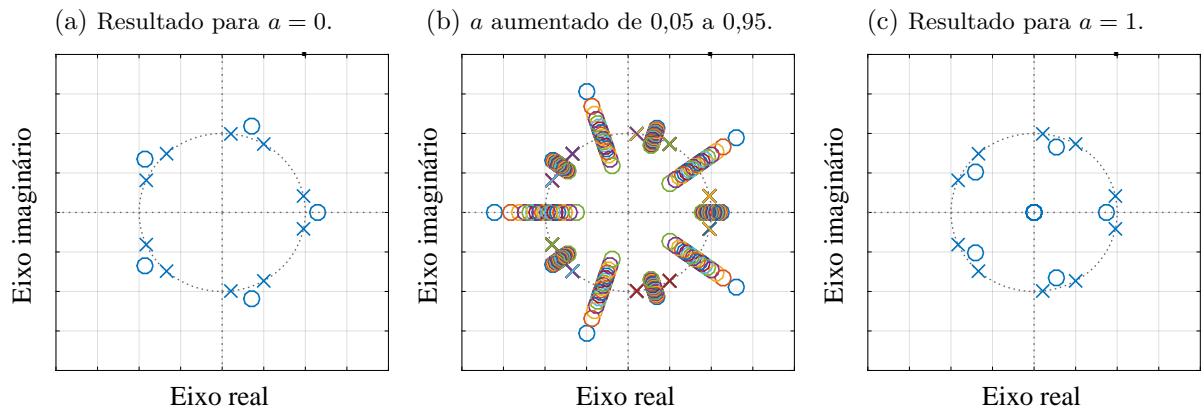
Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, o parâmetro  $a$  da PRC altera a disposição de zeros do esquema de controle. Para o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011), foi demonstrado na seção anterior que essa decomposição é obtida para  $a = 0,5$ , o que faz com que o termo

$[2 \cos(2\pi \frac{m}{n}) z^{-\frac{N}{n}} (2a - 1)]$  do numerador da função de transferência exibida na Equação (127) seja cancelado. Para o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014), foi demonstrado na seção anterior que sua decomposição é obtida para  $a = 0$ , o que faz com que o termo  $2a$  do numerador da função de transferência exibida na Equação (127) seja cancelado.

O efeito do parâmetro  $a$  na alocação dos zeros é exibido na Figura 75. Como pode-se observar na Figura 75a, ao considerar  $a = 0$  (tornando o esquema da Figura 74 equivalente ao  $nk \pm m$  RC proposto por (LU *et al.*, 2014)) a estrutura de controle aloca zeros no exterior da circunferência de raio unitário, resultando em um sistema de fase não mínima. À medida que o parâmetro  $a$  é incrementado (Figura 75b), os zeros são deslocados de modo a entrarem na circunferência de raio unitário, fazendo com que o controlador torne-se de fase mínima, tendo metade dos zeros convergindo para o ponto  $(0, 0)$  quando  $a = 1$  (Figura 75c).

Figura 75 – Mapeamento de polos e zeros do  $nk \pm m$  RC ilustrado na Figura 74 para diferentes valores de  $a$ . Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.

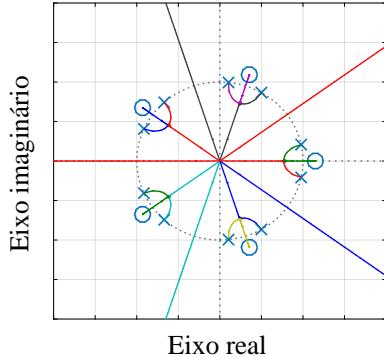


Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

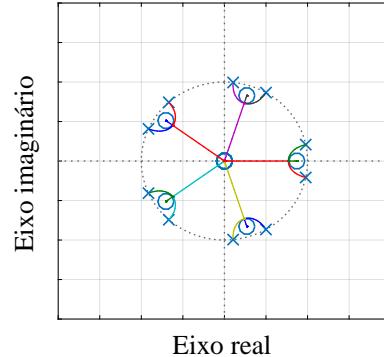
Ao avaliar o lugar geométrico das raízes do  $nk \pm m$  RC exibido na Figura 74 considerando tanto planta quanto realimentação unitárias (como feito em (MESSNER; KEMPF, 1996) para o RC convencional), pode-se observar o comportamento de seus polos tomando o ganho  $K_{rc}$  como parâmetro variado. Assim, a Figura 76a indica que, a partir de um certo ganho limite, o uso do  $nk \pm m$  RC formado através de PRCs com  $a = 0$  resulta na instabilidade do sistema (polos externos à circunferência de raio unitário). Por outro lado, essa característica não é observada quando os zeros são alocados no interior da circunferência, conforme exemplificado na Figura 76b para  $a = 1$ . Logo, avaliando a estrutura em relação às características de desempenho, o parâmetro  $a$  impacta diretamente a estabilidade do sistema.

Figura 76 – Lugar geométrico das raízes do  $nk \pm m$  RC ilustrado na Figura 74 para diferentes valores de  $a$ . Gráficos traçados considerando planta e realimentação unitárias. Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.

(a) Resultado para  $a = 0$ .



(b) Resultado para  $a = 1$ .



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

Baseado na discussão acima, e observando que o  $nk \pm m$  RC apresentado na Figura 74 possui a PRC como célula primitiva, algumas comparações quanto à estabilidade e ao desempenho do sistema podem ser feitas a partir do estudo aprofundado da PRC. Isso significa que, se estudos apontarem que a PRC com  $a = 0,5$  apresenta melhores características de estabilidade que a PRC com  $a = 0$ , espera-se que o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011) (que representa duas PRCs com  $a = 0,5$  em paralelo) também apresente melhores características de estabilidade que a solução proposta por Lu *et al.* (2014) (que representa duas PRCs com  $a = 0$  em paralelo).

Para avaliar o efeito de se controlar ambas as famílias  $H_1 = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  e  $H_2 = \{nk - m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  quando apenas a família  $H_1$  é necessária, será considerado adiante um sistema de controle repetitivo que implementa um  $6k + 1$  RC em paralelo com um  $6k - 1$  RC, ambos com mesmos filtros FIR para melhoria da estabilidade relativa do sistema. Uma vez que ao menos a família  $H_1$  deve ser controlada para que o sistema de controle atenda seu propósito, será considerado:

$$\begin{cases} K_1 \text{ constante, sendo igual a } K_{rc}; \\ K_2 \text{ variável, sendo gradualmente incrementado de 0 a } K_{rc}. \end{cases} \quad (128)$$

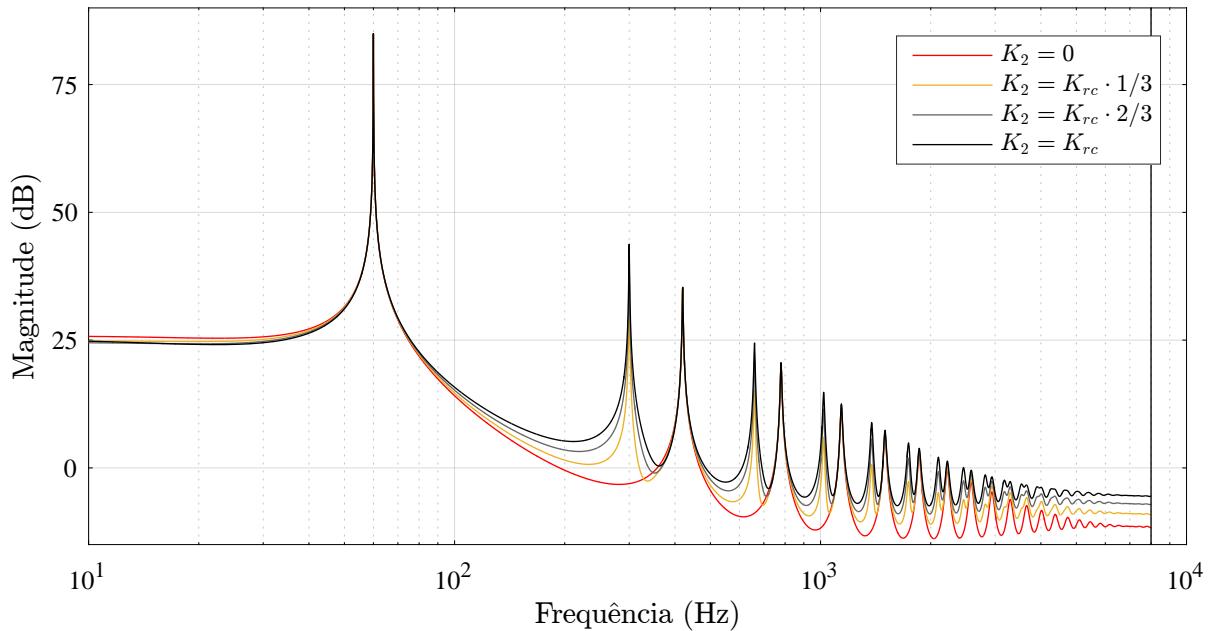
Este procedimento permite que o leitor observe o comportamento típico da resposta em frequência do  $nk + m$  RC e como ela é gradualmente alterada até se tornar um  $nk \pm m$

RC. Esse comportamento gradativo é apresentado na Figura 77, que apresenta o gráfico de magnitude da FTMA do sistema:

$$\text{FTMA} = \underbrace{\left[ K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{j\frac{\pi}{3}} z^{-\frac{N}{6}} Q(z)} + K_2 \cdot \frac{1}{1 - e^{-j\frac{\pi}{3}} z^{-\frac{N}{6}} Q(z)} \right]}_{\vec{C}_{PRC}^{(6k+1)}(a=1,z) \text{ com filtro FIR } Q(z)} \cdot G(z), \quad (129)$$

em que  $G(z)$  é a função de transferência no domínio da transformada  $z$  que modela a planta do sistema (filtro de saída do FAP, por exemplo).

Figura 77 – Gráfico de magnitude da FTMA exibida na Equação (129), considerando  $K_2$  sendo gradualmente incrementado de 0 a  $K_{rc}$ .



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab R2015b.

Como as duas PRCs estão sendo utilizadas em paralelo, a influência de ambas, escalonadas pelos ganhos  $K_{rc}$  e  $K_2$ , são somadas para compor a resposta da estrutura. De fato, ao comparar na Figura 77 as curvas obtidas para uma única PRC ( $K_2 = 0$ ) e duas PRCs com mesmo ganho em paralelo ( $K_2 = K_{rc}$ ), observa-se que ambos os esquemas apresentam resposta de magnitude semelhante em torno das componentes harmônicas de baixa frequência que pertencem à família  $H_1 = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (o que habilita ambos a sintetizar vetores espaciais com essa decomposição), diferenciando-se quanto à aplicação de ganho elevado nas componentes da família  $H_2 = \{6k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

Contudo, uma importante diferença de magnitude também é observada nas altas frequências. A estrutura baseada em uma única PRC ( $K_2 = 0$ ) apresenta menor magnitude para altas frequências, fato que decorre da inexistência do ganho adicional oriundo do controle das componentes da família  $H_2$ , obtido ao adicionar a segunda PRC ao sistema

de controle. Consequentemente, ao aumentar o número de PRCs em paralelo, maior será o ganho da associação para as altas frequências, o que impacta negativamente sua estabilidade.

#### 4.2.2 Estudo sobre os $nk + m$ RCs utilizando a estrutura proposta

Para avaliação dos  $nk + m$  RCs, a célula primitiva proposta neste trabalho pode ser diretamente abordada como um controlador repetitivo complexo de ordem e estrutura genéricas, ou seja, um  $nk + m$  RC de estrutura configurável (como feito em (NETO *et al.*, 2018)). Assim, a função de transferência do controlador em tempo discreto é dada por:

$$\frac{\vec{U}_{\alpha\beta}(z)}{\vec{E}_{\alpha\beta}(z)} = K_{rc} \cdot \left[ a + \frac{e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \right]. \quad (130)$$

Conforme discutido nos Capítulos 2 e 3, o  $nk + m$  RC tem como objetivo atuar em um sistema através de uma ação de controle complexa  $\vec{u}_{\alpha\beta}$  que é calculada a partir do erro complexo  $\vec{e}_{\alpha\beta}$ , ambos normalmente representados utilizando uma notação de vetores espaciais. Portanto, esse controlador tem como foco, pelo menos inicialmente, a aplicação em sistemas de controle trifásicos.

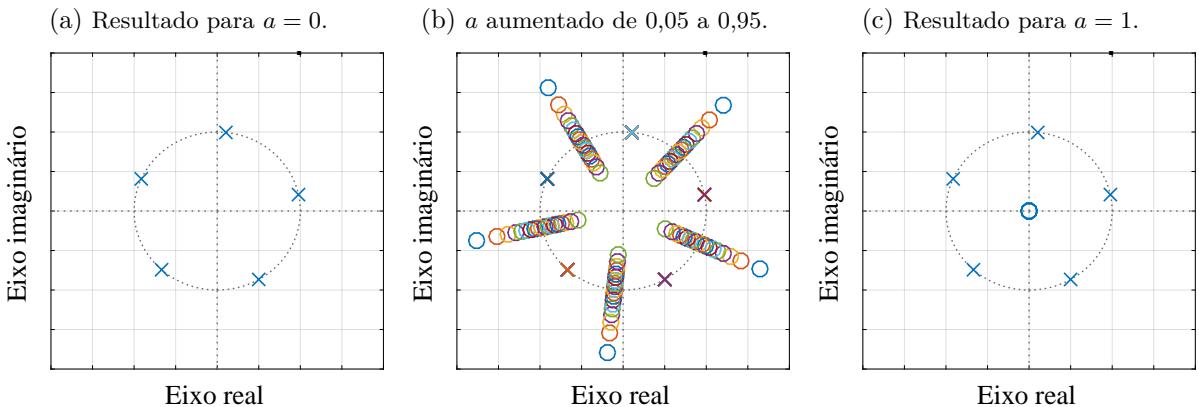
A Equação (130) pode ser manipulada de modo a ser reescrita como:

$$\frac{\vec{U}_{\alpha\beta}(z)}{\vec{E}_{\alpha\beta}(z)} = K_{rc} \cdot \frac{a + (1-a) e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}}. \quad (131)$$

Portanto, como observado para o  $nk \pm m$  RC formado por PRCs, o  $nk + m$  RC implementado pela Equação (131) tem a posição de seus polos independente dos parâmetros  $K_{rc}$  e  $a$ . Além disso, a distribuição de zeros segue um padrão semelhante ao apresentado para o  $nk \pm m$  RC formado por PRCs, conforme pode ser observado na Figura 78. Apesar dessa semelhança, o leitor deve atentar-se que, por ser uma estrutura de controle complexo, o mapeamento de polos e zeros não é simétrico com relação ao eixo real.

A fim de possibilitar a implementação desta estratégia em um processador digital de sinais (DSP – *digital signal processor*) e sua aplicação embarcada em conversores, faz-se necessário apresentar sua representação escalar. Para tanto, esse controlador complexo monovariável pode ser manipulado com o propósito de ser obter uma representação real multivariável. Ao fazer isso, o  $nk + m$  RC que apresenta função de transferência (131) passa a apresentar entradas  $e_\alpha$  e  $e_\beta$ , e saídas  $u_\alpha$  e  $u_\beta$ , conforme indicado na subsubseção a seguir.

Figura 78 – Mapeamento de polos e zeros do  $nk + m$  RC cuja função de transferência é dada pela Equação (130). Controlador sintonizado com parâmetros  $n = 6$ ,  $m = 1$  e frequência de amostragem 1,8 kHz.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

#### 4.2.2.1 Implementação do $nk + m$ RC de estrutura configurável obtido a partir da PRC proposta

Para entender como implementar o  $nk + m$  RC obtido a partir da PRC proposta em um DSP, faz-se necessário avaliar a equação de diferença que o representa. Dessa forma, é importante perceber que a Equação (131) pode ser implementada por

$$\vec{u}_{\alpha\beta}[i] = K_{rc} a \vec{e}_{\alpha\beta}[i] + K_{rc} (1 - a) e^{j\theta} \vec{e}_{\alpha\beta}[i - i_d] + e^{j\theta} \vec{u}_{\alpha\beta}[i - i_d], \quad (132)$$

em que  $\vec{u}_{\alpha\beta}[i]$  representa a amostra atual do vetor espacial da ação de controle,  $\vec{e}_{\alpha\beta}[i]$  indica a amostra atual do vetor espacial do erro,  $\theta = 2\pi \frac{m}{n}$  e  $i_d = \frac{N}{n}$ .

É importante destacar que as operações matemáticas complexas, tais como a multiplicação pelo ganho complexo  $e^{j\theta}$ , podem ser implementadas através de um sistema matricial de segunda ordem, conforme apresentado na Subsubseção 2.2.3.4. Adicionalmente, os vetores espaciais  $\vec{u}_{\alpha\beta}[i] = u_{\alpha}[i] + j u_{\beta}[i]$  e  $\vec{e}_{\alpha\beta} = e_{\alpha}[i] + j e_{\beta}[i]$  podem ser representados como matrizes  $2 \times 1$ . Portanto, a Equação (132) pode ser representada em notação matricial como

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha}[i] \\ u_{\beta}[i] \end{bmatrix} = K_{rc} \cdot a \cdot \begin{bmatrix} e_{\alpha}[i] \\ e_{\beta}[i] \end{bmatrix} + K_{rc} \cdot (1 - a) \cdot \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} e_{\alpha}[i - i_d] \\ e_{\beta}[i - i_d] \end{bmatrix} + \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} u_{\alpha}[i - i_d] \\ u_{\beta}[i - i_d] \end{bmatrix}, \quad (133)$$

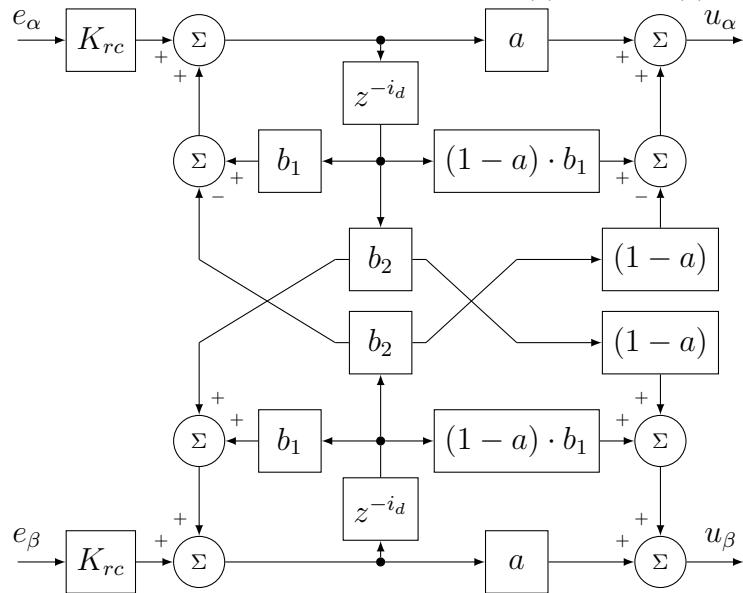
onde

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 \\ b_2 & b_1 \end{bmatrix}, \quad (134)$$

para  $b_1 = \cos(\theta)$  e  $b_2 = \sin(\theta)$ .

Assim, a Figura 79 exibe o diagrama de blocos do  $nk + m$  RC de estrutura configurável obtido a partir da PRC proposta, utilizando uma rede de implementação baseada na forma direta II (OPPENHEIM, 1999). A partir dessa figura, observa-se que o controlador complexo apresenta um acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ , característica que é naturalmente esperada para controladores complexos (Subsubseção 2.2.3.4).

Figura 79 – Implementação em tempo-discreto do  $nk + m$  RC de estrutura configurável obtido a partir da PRC proposta. Parâmetros:  $b_1 = \cos(\theta)$ ,  $b_2 = \sin(\theta)$  e  $i_d = N/n$ .



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.3 EXEMPLO DO USO DA ESTRUTURA DE PRCs EM PARALELO PARA PROPOSTA DE NOVO CONTROLADOR REPETITIVO

Conhecendo a decomposição dos RCs propostos na literatura (Tabela 8), o leitor pode perceber a ausência de algumas combinações de PRCs, como, por exemplo, um  $nk \pm m$  RC baseado em duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo. Como especulado na seção anterior, o parâmetro  $a$  impacta diretamente as características de estabilidade do sistema, logo, a estrutura supracitada pode ser vantajosa em relação aos demais  $nk \pm m$  RCs.

Dessa forma, nesta seção, a estrutura de PRCs em paralelo proposta é utilizada para compor um  $nk \pm m$  RC com as características acima mencionadas. A partir dessa análise o leitor poderá perceber que essa abordagem unificada, além ser capaz de ser usada para decomposição de RCs já existente, pode ser empregada na proposta de estruturas repetitivas inéditas. O estudo comparativo entre a estrutura proposta nesta seção com as demais propostas na literatura é feita no Capítulo 6.

### 4.3.1 $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$

Um  $nk \pm m$  RC pode ser formado usando duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo, seguindo a estrutura exibida na Figura 80 (NETO *et al.*, 2018a). Ao fazer isso, a função de transferência da estrutura de controle obtida pode ser escrita por

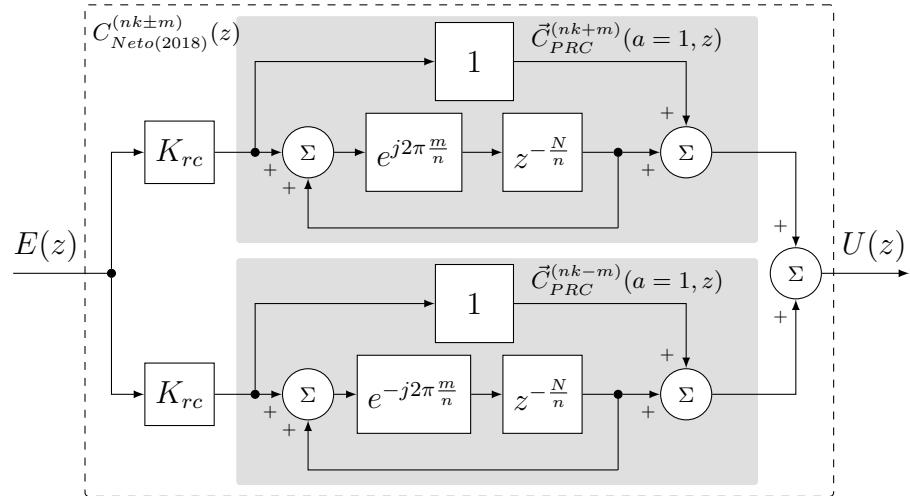
$$C_{Proposta}^{(nk\pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 1, z), \quad (135)$$

onde as funções de transferência  $\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z)$  e  $\vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 1, z)$  são calculadas por:

$$\begin{cases} \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z) = K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \\ \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 1, z) = K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \end{cases}, \quad (136)$$

em que  $n$  e  $m$  são números inteiros (com  $n > m \geq 0$ ). Além disso, vale destacar que o parâmetro  $N$  representa o número de amostras por período da fundamental do sinal de referência, isto é,  $N$  equivale à frequência de amostragem dividida pela frequência fundamental do sinal de referência.

Figura 80 – Diagrama de blocos do  $nk \pm m$  RC proposto. Controlador composto por duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, ao substituir a Equação (136) em (135), a função de transferência do  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$  passa a ser representada pela seguinte expressão:

$$C_{Proposta}^{(nk\pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \left( \frac{1}{1 - e^{j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} + \frac{1}{1 - e^{-j2\pi\frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}}} \right), \quad (137)$$

que pode ser reescrita como

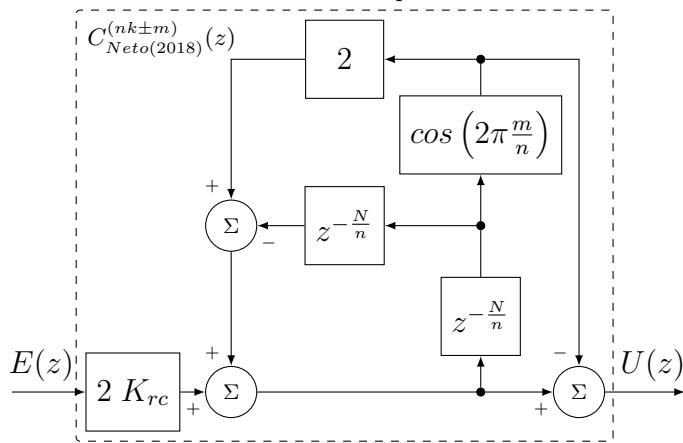
$$C_{Proposta}^{(nk\pm m)}(z) = K_{rc} \cdot \frac{2 - (e^{j2\pi\frac{m}{n}} + e^{-j2\pi\frac{m}{n}}) z^{-\frac{N}{n}}}{1 - (e^{j2\pi\frac{m}{n}} + e^{-j2\pi\frac{m}{n}}) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}}}. \quad (138)$$

Contudo, a partir da fórmula de Euler, observa-se que  $2 \cdot \cos(\theta) = e^{j\theta} + e^{-j\theta}$ . Logo, a Equação (138) pode ser manipulada de modo a obter:

$$C_{Proposta}^{(nk \pm m)}(z) = 2 K_{rc} \cdot \frac{1 - \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}}}{1 - 2 \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} + z^{-2\frac{N}{n}}}, \quad (139)$$

cujo diagrama de blocos é exibido na Figura 81.

Figura 81 – Diagrama de blocos para implementação do  $nk \pm m$  RC composto por duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir do diagrama de blocos acima exibido, observa-se que o mínimo tempo de resposta deste esquema de controle é  $2 T_0/n$  (em que  $T_0$  representa o período da componente fundamental do sinal a ser controlado), haja vista que o maior atraso em cascata para esta estrutura é  $2 N/n$ . Portanto, para  $n > 2$ , o  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$  deve apresentar menor tempo de resposta do que um RC convencional que possui mesmo ganho repetitivo  $K_{rc}$ . Essa característica é verificada experimentalmente no Capítulo 6.

Outro ponto que deve ser ressaltado é que, uma vez que os RCs são geralmente implementados em processadores digitais de sinais, um total de  $2 N/n < N$  (para  $n > 2$ ) elementos de memória são necessários para a implementação do esquema apresentado na Figura 81. Dessa forma, a estratégia de controle proposta requer menos elementos de memória que os RCs convencionais e que o  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014), o qual requer um total de  $3 N/n$  elementos de memória para sua implementação.

Para facilitar a comparação estrutural entre esse  $nk \pm m$  RC e as demais estruturas propostas na literatura, a Tabela 7 é reapresentada a seguir incluindo o  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$  (Tabela 9). A linha em destaque da Tabela 9 representa o  $nk \pm m$  RC proposto nesta seção.

Tabela 9 – Resumo das principais semelhanças e diferenças estruturais entre os esquemas de controle apresentados nos Capítulos 3 e 4. Estratégia  $nk \pm m$  RC baseada em PRCs com  $a = 1$  em destaque.

| Controladores Reais   |                                    |  |  |   |
|---|------------------------------------|--|--|---|
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**   | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas e produtos  |
| P + SOGI<br>(ZMOOD; HOLMES, 1999)                           | $4 \cdot NdE^*$                    | Uma única harmônica (ambas as sequências)  | ✗  | somas → $6 \cdot NdE^*$<br>prod. → $3 \cdot NdE^*$  |
| P + Múltiplos SOGIs<br>(YUAN <i>et al.</i> , 2002)          | $4 \cdot n_{sogi} \cdot NdE^*$     | Múltiplas harmônicas (ambas as sequências)   | ✗  | somas → $(6 \cdot n_{sogi}) \cdot NdE^*$<br>prod. → $(1 + 2 \cdot n_{sogi}) \cdot NdE^*$              |
| RC Convencional<br>(HARA <i>et al.</i> , 1988)              | $N \cdot NdE^*$                    | Todas harmônicas (ambas as sequências)   | ✗  | somas → $2 \cdot NdE^*$<br>prod. → $2 \cdot NdE^*$  |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU; ZHOU, 2011)                           | $2 \cdot \frac{N}{n} \cdot NdE^*$  | $h \in \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$<br>(ambas as sequências para cada $h$ ) | ✗  | somas → $3 \cdot NdE^*$<br>prod. → $2 \cdot NdE^*$  |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU <i>et al.</i> , 2014)                  | $3 \cdot \frac{N}{n} \cdot NdE^*$  | $h \in \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$<br>(ambas as sequências para cada $h$ ) | ✗  | somas → $3 \cdot NdE^*$<br>prod. → $3 \cdot NdE^*$  |
| $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$                   | $2 \cdot \frac{N}{n} \cdot NdE^*$  | $h \in \{nk \pm m \mid k \in \mathbb{N}\}$<br>(ambas as sequências para cada $h$ ) | ✗  | somas → $3 \cdot NdE^*$<br>prod. → $3 \cdot NdE^*$  |
| Controladores Reais Implementados em Referenciais Síncronos |                                    |  |  |   |
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**   | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas, produtos e operações trigonométricas   |
| PI-SRF<br>(BHATTACHARYA <i>et al.</i> , 1996)               | 4                                  | Uma única harmônica (uma sequência)  | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas → 8<br>prod. → 12<br>op. trig. → 2  |
| PI-MRI<br>(BOJYUP <i>et al.</i> , 1999)                     | $4 + 4 \cdot n_{mri}$              | Múltiplas harmônicas (uma sequência para cada integrador rotacional)               | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas → $8 + 8 \cdot n_{mri}$<br>prod. → $12 + 10 \cdot n_{mri}$<br>op. trig. → $2 + 2 \cdot n_{mri}$ |
| P-SSI-SRF<br>(BOJOI <i>et al.</i> , 2005)                   | $8 \cdot n_{sogi}$                 | Múltiplas harmônicas (fund.: ambas as sequências; outras: uma sequência)           | ✓<br>(na transf. de Park)                  | somas → $4 + 12 \cdot n_{sogi}$<br>prod. → $10 + 4 \cdot n_{sogi}$<br>op. trig. → 2                   |
| Controladores Complexos                                     |                                    |  |  |   |
| Esquema de Controle   | Número total de células de memória | Aplicação alvo**   | Acoplamento entre eixos $\alpha$ e $\beta$ | Número de somas e produtos  |
| P + ROGI<br>(BUSADA <i>et al.</i> , 2012)                   | 2                                  | Uma única harmônica (uma sequência)  | ✓<br>(no controlador)                      | somas → 6<br>prod. → 8  |
| P + Múltiplos ROGIs<br>(ZENG <i>et al.</i> , 2014)          | $2 \cdot n_{rog}$                  | Múltiplas harmônicas (uma sequência a cada ROGI)                                   | ✓<br>(no controlador)                      | somas → $6 \cdot n_{rog}$<br>prod. → $2 + 6 \cdot n_{rog}$  |
| $nk + m$ RC<br>(LUO <i>et al.</i> , 2016)                   | $2 \cdot \frac{N}{n}$              | $h_s \in \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$<br>(uma sequência para cada $h_s$ )     | ✓<br>(no controlador)                      | somas → 8<br>prod. → 8  |
| $nk + m$ RC<br>(ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)                | $2 \cdot \frac{N}{n}$              | $h_s \in \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$<br>(uma sequência para cada $h_s$ )     | ✓<br>(no controlador)                      | somas → 6<br>prod. → 8  |

\* $NdE = 3$  para implementação usando o referencial  $abc$ ;  $NdE = 2$  para implementação usando o referencial  $\alpha\beta$ .

\*\* Ambas as sequências → O esquema controla AMBAS as sequências positiva e negativa;

Uma sequência → O esquema controla apenas a sequência positiva OU a sequência negativa, mas não ambas.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O uso de DSPs adiciona à dinâmica do sistema um atraso computacional de tempo unitário, que muitas vezes pode causar instabilidade do sistema de controle devido ao seu deslocamento de fase. Para atenuar este efeito, um avanço de fase  $H_l(z)$  pode ser posto em cascata com o  $C_{Proposta}^{(nk \pm m)}(z)$ , conforme discutido e exemplificado em (NETO, 2018), (NETO *et al.*, 2018) e (ZIMANN *et al.*, 2019).

#### 4.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

Conforme apresentado neste capítulo, a célula repetitiva primitiva proposta neste trabalho pode ser utilizada para decomposição de todos os controladores repetitivos avaliados (Tabela 8). Portanto, caso o projetista do sistema de controle conheça a PRC proposta e entenda a influência que cada um dos seus parâmetros desempenha no controlador, ele pode utilizar a PRC como ferramenta para a distinção das diversas estratégias de controle repetitivo propostas na literatura.

Os parâmetros  $m$  e  $n$  da PRC determinam a família de componentes harmônicas a ser controlada por ela, vide Figuras 63 e 64. Por outro lado, o ganho do controlador ( $K_{rc}$ ) impacta diretamente a magnitude da sua resposta em frequência. Dessa forma, resta um parâmetro chave para que se possa entender completamente a PRC: o ganho  $a$  presente na sua segunda malha direta.

Basicamente, o parâmetro  $a$  representa uma relação constante entre o gerador de sinais periódicos do controlador repetitivo e uma ação proporcional. De fato, como o ganho  $K_{rc}$  é aplicado a ambos, uma vez definido o parâmetro  $a$ , o núcleo gerador de sinais periódicos sempre apresentará ganho  $1/a$  do ganho correspondente ao caminho direto em que o  $a$  está posicionado (característica que independe do  $K_{rc}$  escolhido). Portanto, assim como a ação proporcional possibilita a alocação dos zeros em controladores PI, P + SOGIs e P + ROGIs, o parâmetro  $a$  pode ser utilizado para posicionar os zeros da PRC.

Durante o estudo sobre  $nk \pm m$  RCs utilizando a PRC proposta, observou-se que a alocação dos zeros muda significativamente o lugar geométrico das raízes, impactando, por consequência, os indicadores de estabilidade do sistema de controle. Assim, para compreender o impacto do parâmetro  $a$  na PRC proposta, pode-se avaliar a influência desse parâmetro na estabilidade entrada-saída do sistema de controle, como feito por (HARA *et al.*, 1988) para o RC convencional.

## 5 AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE DA CÉLULA REPETITIVA PRIMITIVA PROPOSTA

Alguns objetivos de controle podem ser definidos em termos do tamanho dos sinais de entrada e saída do sistema de controle, sendo exemplos disso a BIBO-estabilidade e a estabilidade- $\mathcal{L}_2$ . Para viabilizar a avaliação desse tipo de característica, é importante que o leitor compreenda as métricas apropriadas, capazes de mensurar os tamanhos dos sinais do sistema. Neste sentido, os espaços de Lebesgue ( $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots, \mathcal{L}_p$ ) são frequentemente utilizados para definir essas métricas, denominadas normas- $\mathcal{L}_p$ . Outro conceito importante relacionado a essa abordagem é o de tamanho de um sistema LTI, que pode ser utilizado na determinação da estabilidade absoluta de sistemas de controle. Ambos os conceitos são utilizados como base para a técnica de controle  $\mathcal{H}_\infty$  e para o estudo de robustez de sistemas de controle (TOSCANO, 2013), tendo sido brevemente discutidos no Capítulo 2.

Dessa forma, as normas acima mencionadas são utilizadas para determinação do domínio de estabilidade da PRC de estrutura configurável, proposta no Capítulo 4. Para tanto, o Teorema do Ganho Pequeno (DESOER, 1975) é utilizado no intuito de avaliar o impacto do parâmetro  $a$  na estabilidade entrada-saída do sistema de controle repetitivo complexo resultante (sistema de controle com apenas uma PRC como controlador). Por fim, ainda neste capítulo, baseado na avaliação de estabilidade realizada, o autor apresenta uma metodologia para projeto de filtro FIR para melhoria das características de estabilidade de um sistema com RC.

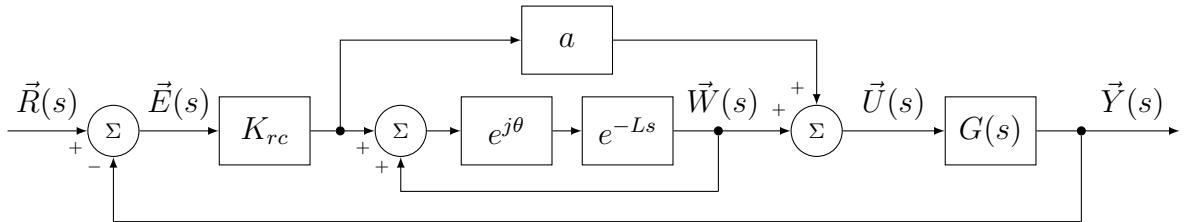
### 5.1 AVALIAÇÃO DA ESTABILIDADE ENTRADA-SAÍDA DE SISTEMA DE CONTROLE COM A PRC PROPOSTA

A análise da condição de convergência do erro, ou condição de estabilidade, para o sistema de controle repetitivo complexo pode ser feita conforme apresentado por Hara *et al.* (1988) para o RC convencional. Portanto, a estabilidade entrada-saída do sistema de controle repetitivo complexo é avaliada através do Teorema do Ganho Pequeno, conforme apresentado a seguir.

### 5.1.1 Aplicação do Teorema do Ganho Pequeno a um sistema de controle repetitivo complexo

Considerando um sistema de controle que contém a PRC proposta neste trabalho em sua malha direta (em tempo contínuo), como o exibido na Figura 82, a sua estabilidade- $\mathcal{L}_2$  pode ser avaliada através do Teorema do Ganho Pequeno. Para isso, torna-se importante representá-lo de forma equivalente ao diagrama da Figura 29. Vale destacar que  $\vec{R}(s)$ ,  $\vec{Y}(s)$  e  $\vec{E}(s)$  representam as transformadas de Laplace dos sinais de referência  $\vec{r}(t)$ , de saída  $\vec{y}(t)$  e de erro  $\vec{e}(t)$ , respectivamente. Além disso, a planta  $G(s)$  é representada por uma função de transferência própria e  $a$  é um ganho constante.

Figura 82 – Sistema de controle com o RC complexo



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da Figura 82, torna-se possível obter as seguintes equações:

$$\vec{E}(s) = \vec{R}(s) - \vec{Y}(s), \quad (140)$$

$$\vec{Y}(s) = G(s) \vec{U}(s) + \vec{Y}(s), \quad (141)$$

$$\vec{U}(s) = K_{rc} \cdot a \cdot \vec{E}(s) + \vec{W}(s), \quad (142)$$

$$\vec{W}(s) = e^{j\theta} e^{-Ls} [\vec{W}(s) + K_{rc} \cdot \vec{E}(s)] + \vec{W}(s), \quad (143)$$

em que  $\vec{Y}(s)$  e  $\vec{W}(s)$  são as transformadas de Laplace das respostas de  $G(s)$  e  $e^{-Ls}$  dadas as condições iniciais, respectivamente. Por outro lado, as Equações (140)–(142) ainda podem ser reescritas como

$$\vec{Y}(s) = \vec{R}(s) - \vec{E}(s), \quad (144)$$

$$\vec{U}(s) = \frac{\vec{Y}(s)}{G(s)} - \frac{\vec{Y}(s)}{G(s)}, \quad (145)$$

$$\vec{W}(s) = \vec{U}(s) - K_{rc} \cdot a \cdot \vec{E}(s). \quad (146)$$

Finalmente, ao substituir as Equações (144)–(146) em (143), a seguinte equação é obtida:

$$\vec{E}(s) = e^{j\theta} e^{-Ls} \cdot \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \cdot \vec{E}(s) + \frac{\vec{D}_e(s)}{1 + a G_m(s)}, \quad (147)$$

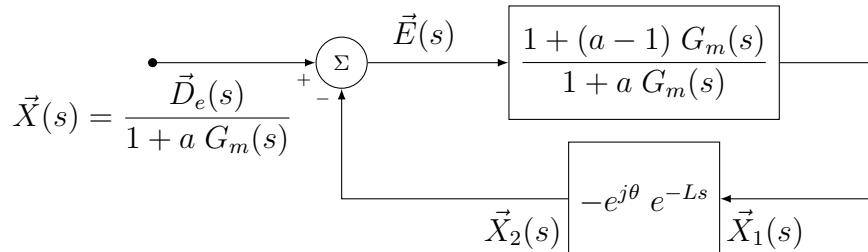
em que

$$\vec{D}_e(s) = (1 - e^{j\theta} e^{-Ls}) [\vec{R}(s) - \bar{Y}(s)] - \bar{W}(s) G(s), \quad (148)$$

$$G_m(s) = K_{rc} \cdot G(s). \quad (149)$$

A partir da Equação (147), observa-se que o sistema com PRC pode ser alternativamente representado pelo diagrama de blocos da Figura 83. Consequentemente, pode-se avaliar sua estabilidade entrada-saída utilizando o Teorema do Ganho Pequeno apresentado no Capítulo 2.

Figura 83 – Diagrama de blocos equivalente ao diagrama do sistema com RC complexo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como o vetor espacial de erro do sistema de controle repetitivo complexo deve ser limitado em energia para obtenção de erro nulo em regime permanente, torna-se conveniente avaliar sua estabilidade entrada-saída considerando o espaço de funções  $\mathcal{L}_2$ , ou seja, sua estabilidade- $\mathcal{L}_2$ . Dessa forma, de acordo com o Teorema do Ganho Pequeno (DESOER, 1975), se

- $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\vec{D}_e(s)}{1 + a G_m(s)} \right\}$  pertencer ao espaço- $\mathcal{L}_2$ ;
  - $G_1(s) = \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)}$  e  $G_2(s) = -e^{j\theta} e^{-Ls}$  possuírem ganhos- $\mathcal{L}_2$  finitos;
  - $\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} \cdot \|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1$ ;

então o erro do sistema será limitado em energia, isto é,

$$\vec{e}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\vec{E}(s)\} \in \mathcal{L}_2.$$

em que  $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$  representa a transformada inversa de Laplace.

Uma vez que o Teorema do Ganho Pequeno também é aplicável a sistemas de controle de tempo discreto, estas três condições também podem ser obtidas para PRCs de tempo discreto. Dessa forma, ao considerar a planta discretizada  $G(z)$  e a Equação (149) reescrita como  $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$ , as condições acima descritas tornam-se:

1.  $\mathcal{Z}^{-1} \left\{ \frac{\vec{D}_e(z)}{1 + a G_m(z)} \right\}$  pertencer ao espaço- $\ell_2$ ;
2.  $G_1(z) = \frac{1 + (a - 1) G_m(z)}{1 + a G_m(z)}$  e  $G_2(z) = -e^{j\theta} z^{-N/n}$  possuírem ganhos- $\ell_2$  finitos;
3.  $\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} \cdot \|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1$ .

em que  $\mathcal{Z}^{-1}\{\cdot\}$  representa a transformada- $z$  inversa.

Estas três condições de suficiência para que o sinal de erro seja limitado em energia são aprofundadas a seguir. A fim de facilitar a compreensão do leitor, todas as conclusões sobre essas condições são apresentadas em Subsubseção 5.1.1.4.

#### 5.1.1.1 Condição 1: Entrada do sistema pertencente ao espaço- $\mathcal{L}_2$

Ao considerar o diagrama de blocos da Figura 83, o sinal de entrada do sistema equivalente é definido por

$$\vec{x}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{(1 - e^{j\theta} e^{-Ls})}{1 + a G_m(s)} \cdot [\vec{R}(s) - \bar{Y}(s)] - \frac{G(s)}{1 + a G_m(s)} \cdot \bar{W}(s) \right\}. \quad (150)$$

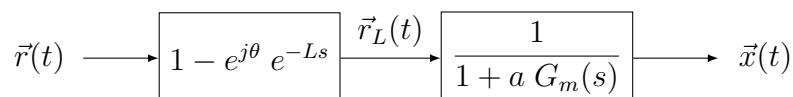
Este vetor espacial pode ser avaliado considerando duas hipóteses distintas: quando o sistema possui condições iniciais nulas; e quando o sistema possui condições iniciais não-nulas.

Para condições iniciais nulas, a Equação (150) pode ser reescrita como

$$\vec{x}(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{(1 - e^{j\theta} e^{-Ls})}{1 + a G_m(s)} \cdot \vec{R}(s) \right\}, \quad (151)$$

conforme exibido no diagrama de blocos da Figura 84. Uma vez que neste trabalho o sistema de controle com PRC é avaliado para vetores espaciais que representam sinais trifásicos,  $\vec{r}(t)$  representa um sinal complexo periódico.

Figura 84 – Diagrama de blocos do sinal de entrada da Figura 83.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, dado que  $\vec{r}_L(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\vec{R}_L(s)\}$ , a função de transferência que relaciona  $\vec{R}_L(s)$  com  $\vec{R}(s)$  equivale a uma operação do método de cancelamento de sinais por atrasos generalizados, do inglês *generalized delayed signal cancellation* – GDSC (NEVES *et al.*,

2010). Assim, os parâmetros  $\theta$  e  $L$  podem ser selecionados de modo que as componentes harmônicas de  $\vec{r}(t)$  sejam canceladas. Para tanto, considerando que o vetor espacial tenha apenas componentes harmônicas pertencentes à família  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$ , faz-se

$$L = \frac{T_0}{n}$$

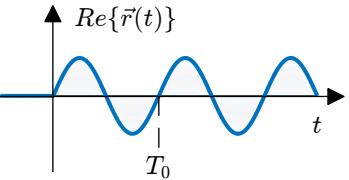
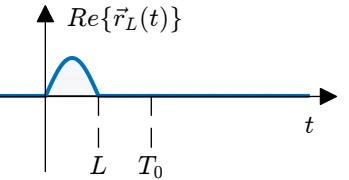
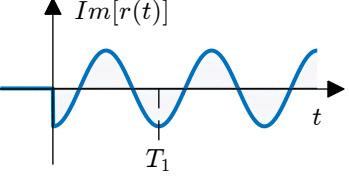
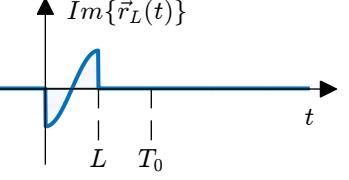
e

$$\theta = 2\pi \frac{m}{n},$$

em que  $T_0$  representa o período da componente fundamental do vetor espacial.

Ao fazer isso, o sinal  $\vec{r}_L(t)$  apresentará valor nulo para  $t \geq L$  ( $L \in \mathbb{R}^+$ ), isto é,  $\vec{r}_L(t)$  será o trucamento de  $\vec{r}(t)$  ao intervalo  $[0, L]$ , sendo portanto limitada em energia ( $\vec{r}_L(t) \in \mathcal{L}_2$ ). Um exemplo simulado deste efeito é apresentado na Tabela 10, o qual exibe as partes real e imaginária de  $\vec{r}_L(t)$  para  $\vec{r}(t) = e^{j2\pi t/T_0}$  ( $\forall t \geq 0$ ), considerando  $L = T_0/2$  e  $\theta = \pi$  (ou seja,  $n = 2$  e  $m = 1$ ). Finalmente, ao avaliar o segundo bloco da Figura 84, observa-se que, se  $\frac{1}{1+a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty$ , então um sinal  $\vec{r}_L(t)$  limitado em energia resulta em  $\vec{x}(t)$  também limitado em energia, isto é,  $\mathcal{L}^{-1}\{\vec{X}(s)\} \in \mathcal{L}_2$ .

Tabela 10 – Avaliação de  $\vec{r}_L(t)$  para  $\vec{r}(t) = e^{j2\pi t/T_0}$  ( $\forall t \geq 0$ ), com  $L = T_0/2$  e  $\theta = \pi$ . Resultados obtidos a partir de simulação.

| Sinal                                    | $\vec{r}(t)$  | $\vec{r}_L(t)$  |
|--|---|---|
| <u>Parte Real:</u><br>Eixo $\alpha$      |  |  |
| <u>Parte Imaginária:</u><br>Eixo $\beta$ |  |  |

Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

Por outro lado, para condições iniciais não-nulas, essa avaliação deve ser feita a partir da Equação (150), ou seja, deve-se considerar  $\bar{Y}(s)$  e  $\bar{W}(s)$ . Como  $\bar{y}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\bar{Y}(s)\}$  e  $\bar{w}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\bar{W}(s)\}$  representam as condições iniciais do sistema e são limitadas, e seguindo a mesma estratégia apresentada para o caso de condições iniciais nulas, faz-se necessário que  $\frac{G(s)}{1+a G_m(s)}$  seja estável para que a saída  $\vec{x}(t)$  seja limitada em energia.

Uma vez que  $\frac{G(s)}{1+a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty$  implica  $\frac{1}{1+a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty$ , conclui-se que, se a função de transferência  $\frac{G(s)}{1+a G_m(s)}$  for própria e estável, e o sinal de entrada  $\vec{r}(t)$  possuir apenas componentes harmônicas que possam canceladas pelo bloco  $(1-e^{j\theta} e^{-Ls})$  (indicando que  $\vec{r}_L(t)$  será limitado em energia, isto é,  $\vec{r}_L(t) \in \mathcal{L}_2$ ), tem-se que  $\mathcal{L}^{-1}\{\vec{X}(s)\} \in \mathcal{L}_2$ . É importante destacar que, quando não satisfeita esta condição, o sistema não apresentará erro limitado em energia (DESOER, 1975).

Ao considerar a PRC de tempo discreto, isto é, o atraso  $e^{-Ls}$  sendo implementado como  $z^{-N/n}$ , a função de transferência  $\vec{R}_L(z)/\vec{R}(z)$  passa a representar uma operação discreta do método GDSC (NEVES *et al.*, 2010). Dessa forma, no cenário de implementação do sistema de controle em tempo discreto, a condição  $\frac{G(z)}{1+a G_m(z)} \in \mathcal{RH}_\infty$  deve ser atendida.

### 5.1.1.2 Condição 2: Sistemas $\mathcal{G}_1$ e $\mathcal{G}_2$ pertencentes a $\mathcal{RH}_\infty$

Conforme apresentado no Capítulo 2, um sistema SISO  $\mathcal{G}$  possui ganho- $\mathcal{L}_2$  finito (ou norma- $\mathcal{H}_\infty$ ) se sua função de transferência  $G(s)$  for própria e estável, isto é, se  $G(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ . Consequentemente, a segunda condição do Teorema do Ganho Pequeno é atendida se  $G_1(s) \in \mathcal{RH}_\infty$  e  $G_2(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ .

Portanto, ao observar a função de transferência do sistema  $\mathcal{G}_1$ , definida previamente como

$$G_1(s) = \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)},$$

nota-se que ela pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{1 + a G_m(s) - G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \\ &= 1 - \frac{G_m(s)}{1 + a G_m(s)}. \end{aligned} \quad (152)$$

Consequentemente, se  $\frac{G_m(s)}{1+a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty$ , então a condição  $G_1(s) \in \mathcal{RH}_\infty$  é satisfeita.

Quanto ao sistema  $\mathcal{G}_2$ , ao avaliar a transformada inversa de Laplace de  $\vec{X}_2(s)$  (Figura 83), tem-se que

$$\begin{aligned} \vec{x}_2(t) &= \mathcal{L}^{-1}\{\vec{X}_2(s)\} \\ &= \mathcal{L}^{-1}\{G_2(s) \vec{X}_1(s)\}. \\ &= -e^{j\theta} \vec{x}_1(t - L) \end{aligned} \quad (153)$$

A Equação (153) indica que o sistema  $\mathcal{G}_2$  atrasa sua entrada em  $L$  segundos, aplicando um ganho constante  $-e^{j\theta}$ . Como o sistema é estável e tem ganho constante para qualquer frequência considerada, então tem-se que a condição  $G_2(s) \in \mathcal{RH}_\infty$  é sempre atendida.

Por outro lado, quando considerando a PRC de tempo discreto, a Equação (153) é avaliada como  $\vec{x}_2[i] = -e^{j\theta} \vec{x}_1[i - n/n]$ . Portanto, ao utilizar o controlador de tempo discreto, torna-se possível chegar às mesmas conclusões sobre a *Condição 2* que foram obtidas para o sistema de tempo contínuo.

#### 5.1.1.3 Condição 3: $\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} \cdot \|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1$

Ao avaliar a norma  $\|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty}$  utilizando a propriedade de homogeneidade (Equação (34)), tem-se que

$$\|G_2\|_{\mathcal{H}_\infty} = \| -e^{j\theta} e^{-Ls} \|_{\mathcal{H}_\infty} = | -e^{j\theta} | \cdot \|e^{-Ls}\|_{\mathcal{H}_\infty}. \quad (154)$$

Dessa forma, dado que  $| -e^{j\theta} | = 1$  (para qualquer  $\theta$ ) e que

$$\|e^{-Ls}\|_{\mathcal{H}_\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |e^{-j\omega L}| = 1, \quad (155)$$

então a norma- $\mathcal{H}_\infty$  do sistema  $\mathcal{G}_2$  é unitária. Consequentemente, a terceira condição é satisfeita quando

$$\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} = \left\| \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \right\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1. \quad (156)$$

Quanto às PRCs de tempo discreto, a Equação (155) é substituída por  $\|z^{-N/n}\|_{\mathcal{H}_\infty} = 1$ . Portanto, a *Condição 3* ainda leva a  $\|G_1\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1$  como requisito quando o sistema de controle é de tempo discreto.

#### 5.1.1.4 Resumo das Condições 1, 2 e 3

A partir da abordagem apresentada, torna-se possível estreitar as três condições de suficiência para que o sinal de erro seja limitado em energia, decorrentes do Teorema do Ganho Pequeno. De fato, para sistemas de tempo contínuo, quando o vetor espacial dos sinais de referência ( $\vec{r}(t)$ ) possui conteúdo harmônico apenas nas componentes da família  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  e observando que os parâmetros  $L$  e  $\theta$  da PRC são calculados por

$$L = \frac{T_0}{n} \quad \text{e} \quad \theta = 2\pi \frac{m}{n}, \quad (157)$$

tem-se que as *Condições 1, 2 e 3* tornam-se:

$$\rightarrow \frac{G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty; \text{ e} \quad (158)$$

$$\rightarrow \left\| \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \right\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1. \quad (159)$$

Por outro lado, para um sistema com PRC de tempo discreto, estas condições são:

$$\rightarrow \frac{G_m(z)}{1 + a G_m(z)} \in \mathcal{RH}_\infty; \text{ e} \quad (160)$$

$$\rightarrow \left\| \frac{1 + (a - 1) G_m(z)}{1 + a G_m(z)} \right\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1. \quad (161)$$

Vale destacar que, se a *Condição 1* é válida, os critérios de estabilidade entrada-saída para PRCs torna-se equivalentes aos critérios da proposta de (HARA *et al.*, 1988).

É importante que o leitor perceba que qualquer desvio da frequência fundamental em torno de  $1/T_0$  implica que a *Condição 1* não será satisfeita. De fato, se  $T_0$  não é o período fundamental do vetor espacial de referência  $\vec{r}(t)$ , então  $\vec{r}_L(t)$  não será limitado em energia, o que resulta em  $\vec{e}(t) \notin \mathcal{L}_2$ .

Uma vez que a análise da estabilidade entrada-saída dos sistemas de tempo contínuo e tempo discreto levam a condições equivalentes, a abordagem matemática nas subseções seguintes será conduzida usando a notação de tempo contínuo.

### 5.1.2 Domínios de estabilidade

Considerando que a Equação (158) seja atendida, a condição de estabilidade- $\mathcal{L}_2$  apresentada na Inequação (159) possibilita a determinação do domínio de estabilidade do sistema de controle realimentado. Esse domínio representa uma região do plano complexo em que o diagrama de Nyquist da planta vezes o ganho complexo ( $G_m(s) = K_{rc} G(s)$ ) deve estar contido para que a Inequação (159) seja satisfeita.

Assim, com base na condição

$$\left\| \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \right\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1,$$

tem-se que

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \left| \frac{1 + a G_m(j\omega) - G_m(j\omega)}{1 + a G_m(j\omega)} \right| < 1. \quad (162)$$

Para a simplificação da notação, é adotado a seguir  $X = \operatorname{Re}\{G_m(j\omega)\}$  e  $Y = \operatorname{Im}\{G_m(j\omega)\}$ . Logo, a Inequação (162) pode ser reescrita por

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sqrt{\frac{(1 + \operatorname{Re}\{a\} X - \operatorname{Im}\{a\} Y - X)^2 + (\operatorname{Re}\{a\} Y + \operatorname{Im}\{a\} X - Y)^2}{(1 + \operatorname{Re}\{a\} X - \operatorname{Im}\{a\} Y)^2 + (\operatorname{Re}\{a\} Y + \operatorname{Im}\{a\} X)^2}} < 1. \quad (163)$$

Como a Inequação (163) representa a condição crítica de estabilidade, o domínio de estabilidade é obtido ao considerar a função de transferência completa, e não apenas seu supremo. Por consequência, o domínio de estabilidade é determinado através da seguinte inequação:

$$\frac{(1 + \operatorname{Re}\{a\} X - \operatorname{Im}\{a\} Y - X)^2 + (\operatorname{Re}\{a\} Y + \operatorname{Im}\{a\} X - Y)^2}{(1 + \operatorname{Re}\{a\} X - \operatorname{Im}\{a\} Y)^2 + (\operatorname{Re}\{a\} Y + \operatorname{Im}\{a\} X)^2} < 1. \quad (164)$$

Desenvolvendo a Inequação (164), obtém-se

$$\begin{aligned} & 1 + 2 \cancel{\operatorname{Re}\{a\} X} - 2 \cancel{\operatorname{Im}\{a\} Y} - 2 X + \cancel{\operatorname{Re}\{a\}^2 X^2} - 2 \cancel{\operatorname{Re}\{a\} \operatorname{Im}\{a\} X Y} - \\ & 2 \operatorname{Re}\{a\} X^2 + \cancel{\operatorname{Im}\{a\}^2 Y^2} + \cancel{2 \operatorname{Im}\{a\} X Y} + X^2 + \cancel{\operatorname{Re}\{a\}^2 Y^2} + \\ & \cancel{2 \operatorname{Re}\{a\} \operatorname{Im}\{a\} X Y} - 2 \operatorname{Re}\{a\} Y^2 + \cancel{\operatorname{Im}\{a\}^2 X^2} - \cancel{2 \operatorname{Im}\{a\} X Y} + Y^2. \\ & < 1 + 2 \cancel{\operatorname{Re}\{a\} X} - 2 \cancel{\operatorname{Im}\{a\} Y} + \cancel{\operatorname{Re}\{a\}^2 X^2} - 2 \cancel{\operatorname{Re}\{a\} \operatorname{Im}\{a\} X Y} + \\ & \cancel{\operatorname{Im}\{a\}^2 Y^2} + \cancel{\operatorname{Re}\{a\}^2 Y^2} + 2 \cancel{\operatorname{Re}\{a\} \operatorname{Im}\{a\} X Y} + \cancel{\operatorname{Im}\{a\}^2 X^2} \end{aligned}$$

Ao retirar desta inequação os termos cancelados, esta pode ser reescrita como

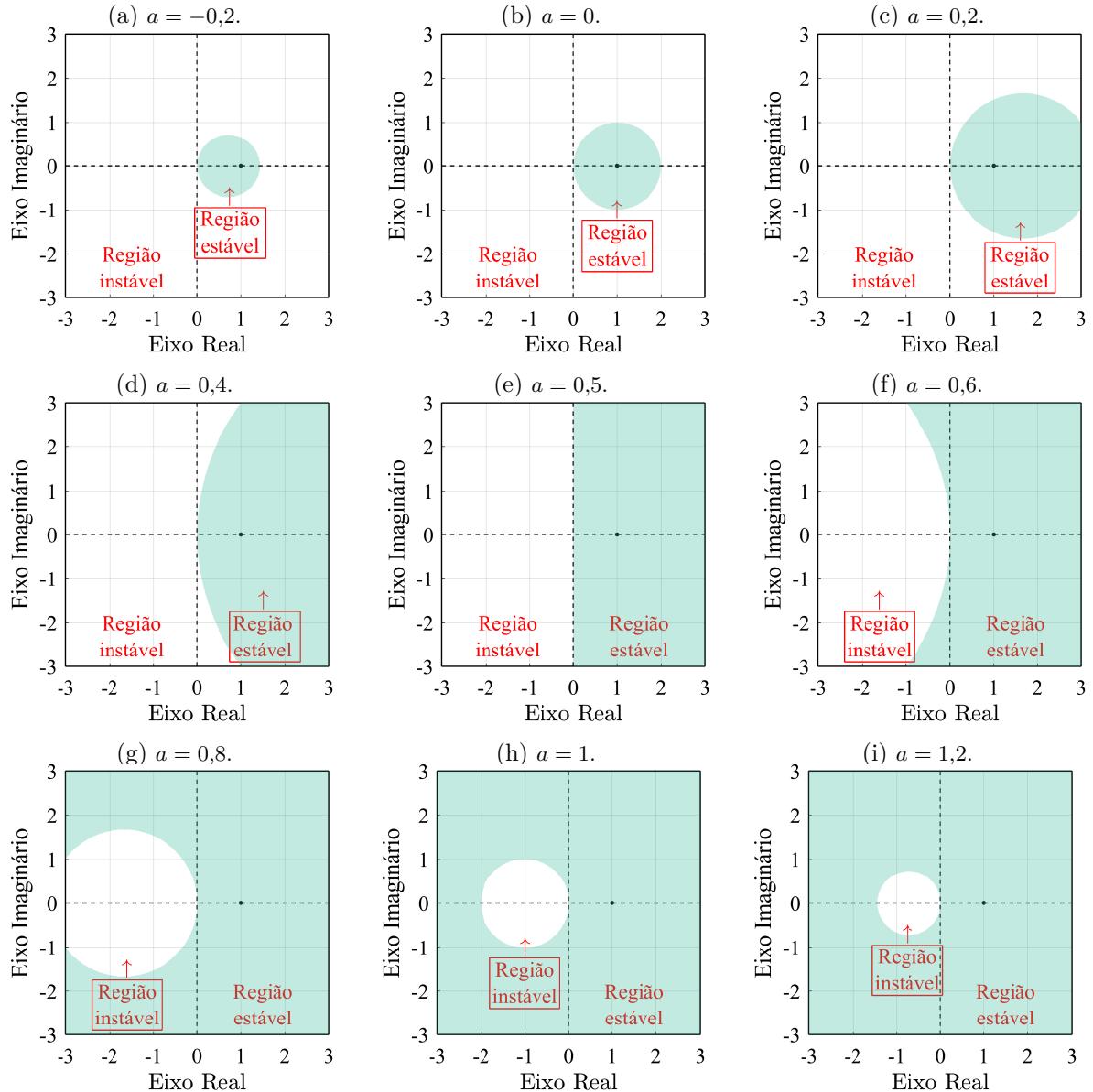
$$(1 - 2 \operatorname{Re}\{a\}) X^2 - 2 X + (1 - 2 \operatorname{Re}\{a\}) Y^2 < 0. \quad (165)$$

Visto que a parte imaginária de  $a$  é cancelada,  $a$  deve ser utilizada como uma constante real, conforme proposto por (HARA *et al.*, 1988) para RCs convencionais. Assim, o domínio de estabilidade do sistema de controle realimentado depende do parâmetro  $a$ , como exemplificado na Figura 85. Contudo, vale destacar que as três principais configurações de PRCs são obtidas para  $a = 0$ ,  $a = 0,5$  e  $a = 1$ . Esta relevância decorre do fato da maioria dos RCs propostos na literatura poderem ser decompostos em PRCs com estes parâmetros, conforme apresentado na Tabela 8.

A seguir, um exemplo é apresentado para ilustrar a avaliação da estabilidade absoluta através do domínio de estabilidade do sistema com PRC. Para  $a = 0$ , a condição de estabilidade apresentada na Inequação (165) é calculada por

$$\operatorname{Re}\{G_m(j\omega)\}^2 - 2 \operatorname{Re}\{G_m(j\omega)\} + \operatorname{Im}\{G_m(j\omega)\}^2 < 0, \quad (166)$$

Figura 85 – Domínios de estabilidade para sistemas com PRC. Gráficos obtidos a partir do Teorema do Ganho Pequeno.



Fonte: Gráficos obtidos no *software Matlab R2015b*.

que representa a região interna à circunferência descrita por

$$(Re\{G(j\omega)\} - 1)^2 + (Im\{G(j\omega)\})^2 = 1, \quad (167)$$

exibida do gráfico da Figura 85b. Por outro lado, para  $a = 0,5$ , a condição de estabilidade é calculada por

$$-2Re[G(j\omega)] < 0 \quad \rightarrow \quad Re[G(j\omega)] > 0, \quad (168)$$

que representa o semi-plano direito do plano complexo de Nyquist, conforme exibido no gráfico da Figura 85e. Dessa forma, considerando essas duas configurações de PRCs com as

seguintes características: vetor espacial de referência  $\vec{r}(t) = e^{j2\pi t/T_0}$  ( $\forall t \geq 0$ ); parâmetros  $n = 2$ ,  $m = 1$  e  $K_{rc} = 1$ ; e planta com função de transferência dada por

$$G(s) = \frac{4s + 1}{s + 2};$$

tem-se que o sistema de controle será  $\mathcal{L}_2$ -estável apenas para a configuração com  $a(s) = 0,5$ , haja vista o diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$  está contido na região sombreada para esta configuração.

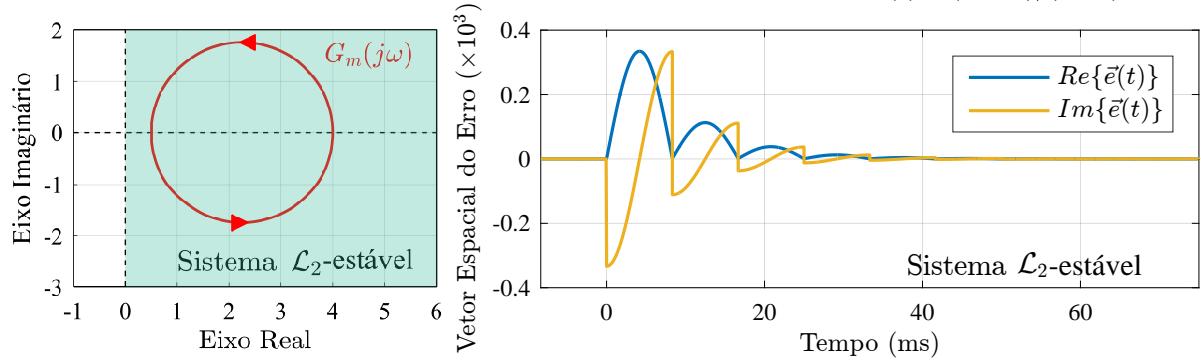
Este exemplo foi simulado para permitir a análise de convergência do erro do sistema. Assim, a Figura 86 exibe o domínio de estabilidade e os sinais de erro para o sistema com PRC com  $a = 0,5$ , o qual é  $\mathcal{L}_2$ -estável, enquanto a Figura 87 apresenta estes mesmos gráficos para o sistema com PRC com  $a = 0$ , o qual é  $\mathcal{L}_2$ -instável. Conforme pode ser observado nas Figuras 86a e 86b, quando o diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$  está contido no domínio de estabilidade do sistema, ambas as partes real e imaginária do vetor espacial do erro  $\vec{e}(t)$  convergem para zero. Por outro lado, se o diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$  não está contido no domínio de estabilidade (Figura 87b), seu erro  $e(t)$  diverge (Figura 87b).

Ao avaliar as Equações (160) e (161), observa-se que esses mesmos domínios de estabilidade são obtidos quando se utilizam sistemas com PRC de tempo discreto. Todavia, estes domínios devem conter toda a curva  $G_m(e^{j\omega_N})$  (para  $\omega_N \in [-\pi, \pi]$ ). Outro ponto importante que deve ser notado é o fato da origem do plano de Nyquist não ser contemplada por nenhum dos domínios de estabilidade apresentados. Isto ocorre porque o par  $(Re\{G_m(j\omega)\} = 0, Im\{G_m(j\omega)\} = 0)$  não satisfaz a Inequação (165), independentemente do  $a$  selecionado. Consequentemente, assim como no RC convencional,

Figura 86 – Vetor espacial do erro de um sistema com PRC  $\mathcal{L}_2$ -estável. Resultados obtidos de simulação.

(a) Domínio de estabilidade ( $a = 0,5$ ) e diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$ .

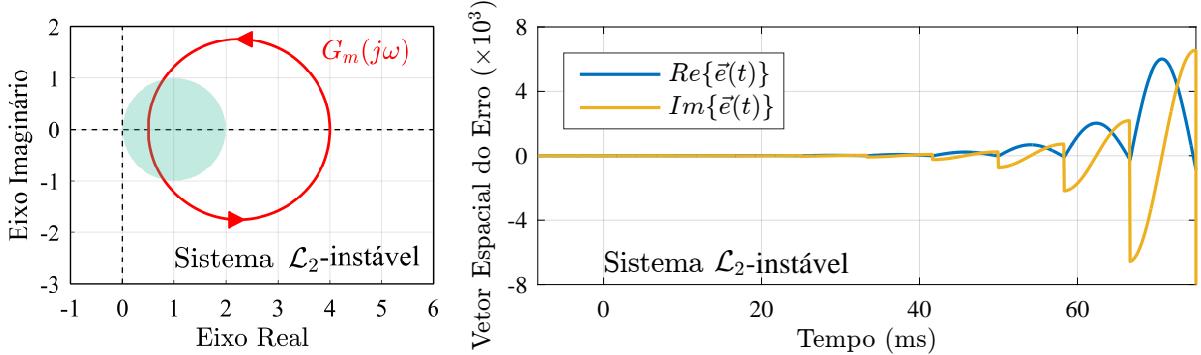
(b) Vetor espacial do erro do sistema com PRC com  $a = 0,5$ , condições iniciais nulas, e  $G_m(s) = (4s + 1)/(s + 2)$ .



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 87 – Vetor espacial do erro de um sistema com PRC  $\mathcal{L}_2$ -instável. Resultados obtidos de simulação.

- (a) Domínio de estabilidade ( $a = 0$ ) e diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$ .  
 (b) Vetor espacial do erro do sistema com PRC com  $a = 0$ , condições iniciais nulas, e  $G_m(s) = (4s + 1)/(s + 2)$ .



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

a PRC também só pode ser aplicada para o controle de plantas com grau relativo nulo, ou seja, que apresentem mesma quantidade de polos e zeros.

### 5.1.3 Célula repetitiva primitiva modificada

A maioria das aplicações dos sistemas de controle em eletrônica de potência caracterizam-se por possuírem plantas com função de transferência estritamente própria, isto é, plantas com grau relativo maior que zero. Para esses sistemas, a PRC proposta deve ter suas condições de estabilidade flexibilizadas para que seu domínio de estabilidade conte a origem do plano complexo de Nyquist.

Como feito para RCs convencionais, as condições de estabilidade de uma PRC são flexibilizadas ao reduzir o ganho do laço em que seu gerador de sinal periódico encontra-se. Isso pode ser feito adicionando uma atenuação constante ou um filtro passa-baixas (MICHELS; GRÜNDLING, 2005), que são referidos neste trabalho como  $Q(s)$ , juntamente com o elemento de atraso da PRC (Figura 88). Assim, as condições (158) e (159) podem ser reescritas como:

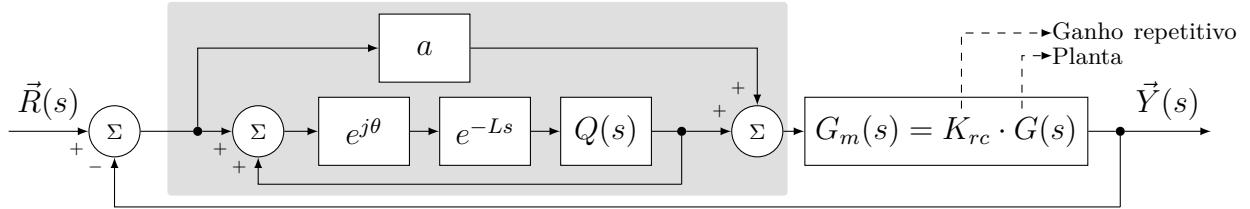
$$\rightarrow \frac{G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \in \mathcal{RH}_\infty; e \quad (169)$$

$$\rightarrow \left\| Q(s) \cdot \frac{1 + (a - 1) G_m(s)}{1 + a G_m(s)} \right\|_{\mathcal{H}_\infty} < 1. \quad (170)$$

Antes de apresentar os domínios de estabilidade para sistemas com PRCs modificadas, é importante notar que a Equação (169) deve ser atendida. Dessa forma, usando a mesma estratégia da subseção anterior, o novo domínio pode ser calculado por

$$X^2 \cdot f_1(a, |Q(j\omega)|) + Y^2 \cdot f_1(a, |Q(j\omega)|) + X \cdot f_2(a, |Q(j\omega)|) < 1 - |Q(j\omega)|^2, \quad (171)$$

Figura 88 – Diagrama de blocos de um sistema de controle com PRC modificada (tempo contínuo).  
PRC modificada (tempo contínuo)



Fonte: Elaborada pelo autor.

em que

$$\begin{cases} f_1(a, |Q(j\omega)|) = a^2 |Q(j\omega)|^2 - 2 a |Q(j\omega)|^2 - a^2 + |Q(j\omega)|^2 \\ f_2(a, |Q(j\omega)|) = 2 a |Q(j\omega)|^2 - 2 |Q(j\omega)|^2 - 2 a \end{cases}. \quad (172)$$

As consequências de usar uma atenuação constante ou um LPF como  $Q(s)$  são brevemente discutidas a seguir.

#### 5.1.3.1 $Q(s)$ como uma atenuação constante

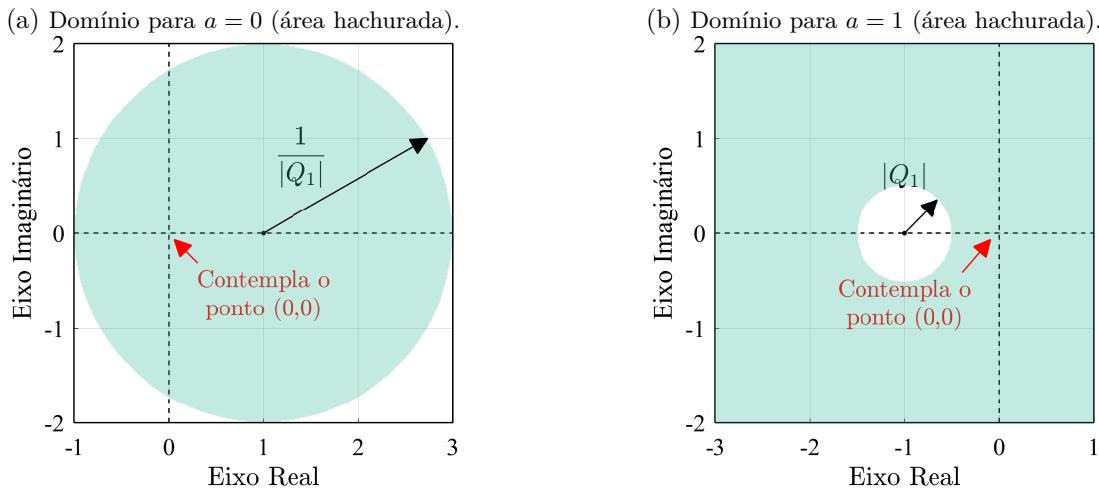
Para facilitar a compreensão do leitor, sempre que  $Q(s)$  for utilizado como uma atenuação constante, este será substituído por  $Q_1$ . Assim, ao substituir o elemento de atraso  $e^{-Ls}$  por  $Q_1 e^{-Ls}$  (para  $Q_1$  uma constante inferior a 1), quanto menor for  $Q_1$  maior será o domínio de estabilidade do sistema. Esta característica pode ser verificada comparando as Figuras 85b e 85h com as Figuras 89a e 89b. Estas duas últimas mostram os domínios de estabilidade para sistemas com PRC modificada ( $Q_1 = 0,5$ ), com parâmetros  $a = 0$  e  $a = 1$ . Como pode ser observado, ambos os domínios da Figura 89 contemplam a origem do plano complexo.

Uma vez que, para o sistema com a PRC modificada, o vetor espacial  $\vec{D}_e(s)$  será definido como

$$\vec{D}_e(s) = (1 - e^{j\theta} Q_1 e^{-Ls}) [\vec{R}(s) - \bar{Y}(s)], \quad (173)$$

deve-se notar que o termo  $(1 - e^{j\theta} Q_1 e^{-Ls})$  não mais representará o método GDSC. Por consequência, o truncamento do vetor espacial de referência  $\vec{r}(t)$  (apresentado na Tabela 10) não ocorrerá e a *Condição 1* não será satisfeita. Portanto, mesmo que o sistema permaneça estável,  $\vec{e}(t) \notin \mathcal{L}_2$ . De fato, se as Equações (169) e (170) forem satisfeitas para uma constante  $Q_1$ , o vetor espacial do erro  $\vec{e}(t)$  não diverge, porém, também não converge para zero. Para minimizar esse problema, é recomendável usar  $0,95 \leq Q_1 \leq 0,99$  (MICHELS;

Figura 89 – Domínios de estabilidade para sistema de controle com PRC modificada com  $Q_1 = 0,5$ .

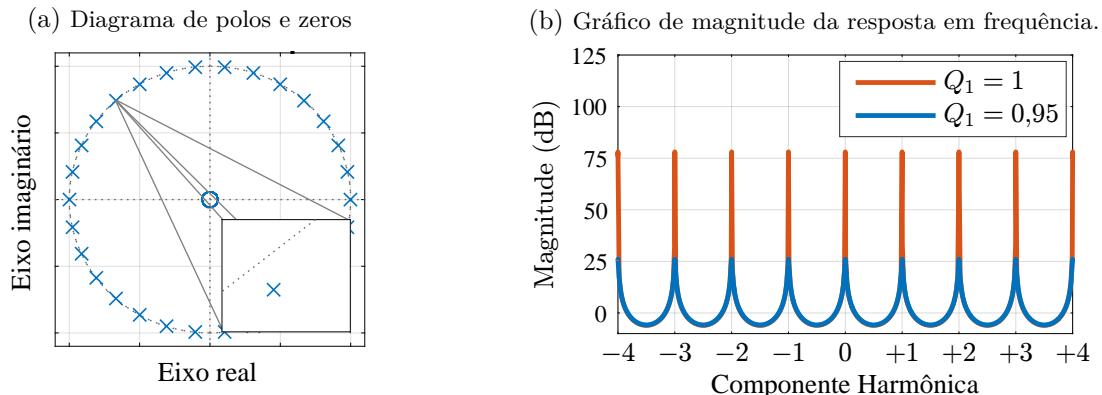


Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

GRÜNDLING, 2005), o que acaba restringindo muito o aumento do ganho repetitivo vista que o domínio de estabilidade aumentará pouco para essa faixa de valores de  $Q_1$ .

Ao considerar o uso de  $Q_1 < 1$  para o aumento da região de estabilidade, os polos alocados pela PRC são deslocados para dentro da circunferência de raio unitário (Figura 90a). Como consequência, a PRC com  $Q_1 < 1$  aplica um menor ganho nas componentes harmônicas da família para a qual foi projetada (Figura 90b).

Figura 90 – Diagrama de polos e zeros e resposta em frequência para a PRC proposta acrescida de  $Q_1 = 0,95$ . PRC é sintonizado com parâmetros  $m = 0$ ,  $n = 1$  e  $a = 1$ .



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab R2015b.

### 5.1.3.2 $Q(s)$ como um filtro passa baixas

Para facilitar a compreensão do leitor, sempre que  $Q(s)$  for utilizado como uma LPF, este será substituído por  $Q_2(s)$ . Dessa forma, um LPF pode ser usado para aumentar o domínio de estabilidade enquanto mantém o vetor espacial de erro limitado em energia. Para tanto, a condição de estabilidade mostrada na Equação (170) deve ser satisfeita para

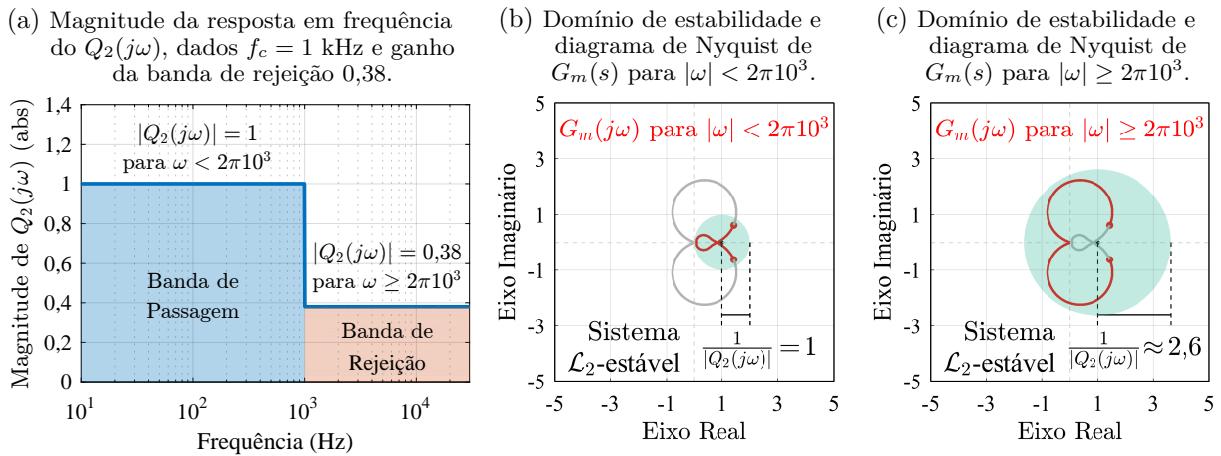
todo  $\omega$ , independentemente das características do LPF. Este fato pode ser facilmente entendido ao considerar um LPF hipotético com ganho unitário em sua banda de passagem, atenuação constante (ganho menor que 1) em sua banda de rejeição e frequência de corte  $\omega_c = 2\pi f_c$  (Figura 91a), conforme exemplificado a seguir.

Para todas as frequências nas quais o LPF possui um ganho não unitário, o sistema com PRC modificada leva a um erro de regime permanente não nulo, como discutido quando  $Q_1$  foi considerado. Então, idealmente, o LPF deve apresentar uma faixa de passagem com ganho unitário tão ampla quanto possível. Fazendo isso, todas as referências periódicas cujas componentes harmônicas estão abaixo da frequência de corte do LPF levam a um erro limitado em energia ( $\vec{e}(t) \in \mathcal{L}_2$ ). Por exemplo, ao considerar um sistema hipotético com RC complexo modificado com  $a = 0$  e

$$G_m(s) = \frac{550s^2 + 3,459 \cdot 10^7 s + 2,171 \cdot 10^9}{s^3 + 2628s^2 + 5,911 \cdot 10^7 s + 3,635 \cdot 10^{10}}, \quad (174)$$

a frequência de corte máxima aceitável para o LPF  $Q_2(s)$  é em torno de  $f_c = 1$  kHz, como mostrado na Figura 91. Isso ocorre porque, quando  $|Q_2(j\omega)| = 1$ , o diagrama de Nyquist de  $G_m(j\omega)$  está contido no domínio de estabilidade apenas no espectro de frequências contemplado pela banda de passagem do LPF, isto é, para  $|\omega| < \omega_c$  (Figuras 91a e 91b). Por outro lado, a máxima magnitude aceitável para a banda de rejeição do LPF é limitada, haja vista que o  $|Q_2(j\omega)|$  deve ser reduzido o suficiente para que o domínio de estabilidade contenha o diagrama de Nyquist de  $G_m(j\omega)$  para  $|\omega| \geq \omega_c$ , conforme pode ser visto nas Figuras 91a e 91c.

Figura 91 – Domínios de estabilidade do sistema com RC complexo modificado ( $a = 0$ ). Planta com ganho repetitivo  $G_m(s)$  é dada na Equação (174).



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

Uma vez que um LPF ideal tem um deslocamento de fase nulo para todas as frequências na sua banda de passagem, é importante que essa característica seja obtida

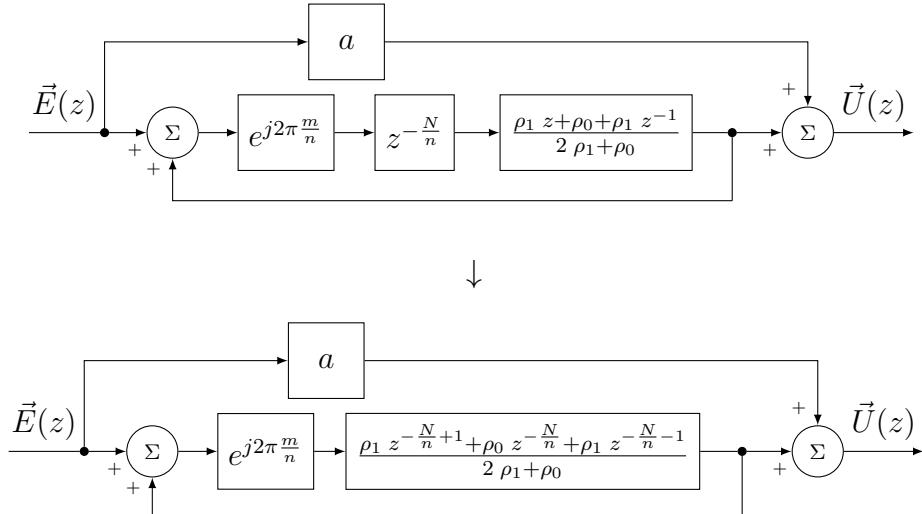
para o  $Q_2(s)$ . Caso essa condição não seja satisfeita, o filtro  $Q_2(s)$  acabará modificando as frequências em que a PRC aloca seus polos, como exemplificado em (NETO, 2018). Como a violação do domínio de estabilidade normalmente ocorre em altas frequências (vide Figura 91b), a aplicação do LPF melhora a robustez do sistema sem que haja perda da capacidade de controle das harmônicas de baixa frequência (BOTTERÓN, 2005; MICHELS, 2006).

Uma solução frequentemente utilizada para implementação do  $Q_2(s)$ , é o LPF de resposta ao impulso finita (FIR – *finite impulse response*) com deslocamento de fase nulo, feito para sistemas em tempo discreto ( $Q_2(z)$ ). Essa solução é normalmente implementada pelo filtro de segunda ordem, simétrico e não-causal, que possui a seguinte função de transferência:

$$Q_2(z) = \frac{\rho_1 z + \rho_0 + \rho_1 z^{-1}}{2 \rho_1 + \rho_0}, \quad (175)$$

cujas condições para seleção do  $\rho_0$  e  $\rho_1$  são discutidas em (MICHELS, 2006). Todavia, como esse filtro é posicionado em cascata com o bloco de atraso do gerador de sinais periódicos da PRC, ele torna-se implementável (sendo referido como filtro pseudo não-causal), como ilustrado na Figura 92.

Figura 92 – Diagrama de blocos da PRC proposta acrescida do  $Q_2(z)$  apresentado na Figura 175.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Apesar de grande parte dos trabalhos científicos que fazem uso de filtro FIR para melhorar a robustez de controladores repetitivos utilizarem o filtro de segunda ordem apresentado na Equação (175), uma solução mais geral é o filtro de ordem  $M$  dado por:

$$Q_2(z) = b_{\frac{M}{2}} z^{\frac{M}{2}} + b_{\frac{M}{2}-1} z^{(\frac{M}{2}-1)} + \cdots + b_0 + \cdots + b_{\frac{M}{2}-1} z^{-(\frac{M}{2}-1)} + b_{\frac{M}{2}} z^{-\frac{M}{2}}. \quad (176)$$

Como todos os filtros FIR utilizados nesta tese foram projetados utilizando a função “*fir1()*” do Matlab 2015b, os únicos parâmetros necessários para o projeto são: a ordem e a frequência de corte do filtro.

Um exemplo é dado a seguir para ilustrar a convergência do erro  $\vec{e}(t)$  utilizando uma PRC com filtro FIR. Para tanto, os resultados apresentados foram obtidos em simulação. Considerando a planta apresentada na Equação (174) e uma PRC (modificada) com  $a = 0$ , os seguintes resultados são obtidos:

- Ao utilizar  $Q_1 = 1$ , o vetor espacial do erro  $\vec{e}(t)$  diverge, conforme exibido na Figura 93a. Isto ocorre porque o diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$  não estará inteiramente contido no domínio de estabilidade (Figura 94a);
- Para  $Q_1 = 0,38$ , o diagrama de Nyquist de  $G_m(s)$  estará inteiramente contido no domínio de estabilidade apesar do ganho não ser unitário (Figura 94b). Portanto, o sistema não é instável mas o vetor espacial  $\vec{e}(t)$  também não converge para zero, conforme pode ser observado na Figura 93b;
- Ao considerar o sistema equivalente de tempo-discreto, para  $Q_2(z)$  sendo um LPF FIR descrito por

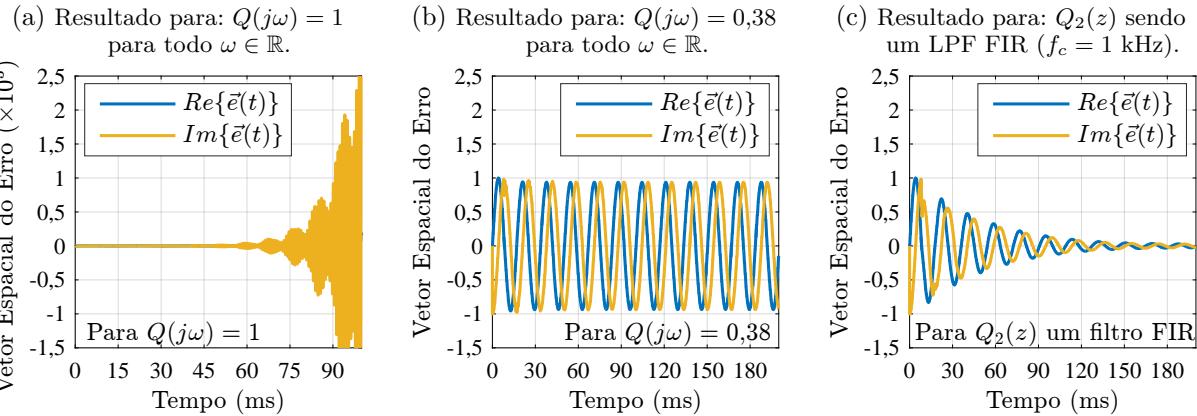
$$Q_2(z) = 0,02226 z^3 + 0,09105 z^2 + 0,2335 z + 0,3064 + 0,2335 z^{-1} + 0,09105 z^{-2} + 0,02226 z^{-3}, \quad (177)$$

o erro do sistema converge para zero (Figura 93c) se a referência (e perturbações) tiver apenas componentes com frequência abaixo da frequência de corte do filtro  $Q_2(z)$ , resultando em  $\vec{e}(t) \in \mathcal{L}_2$ . Isto ocorre porque neste caso o domínio de estabilidade contempla o diagrama de Nyquist da planta vezes o ganho repetitivo em todo o espectro de frequências, conforme é exibido na Figura 94c. É importante destacar que na Figura 94c a superfície plotada é utilizada para ilustrar a superfície que delimita o domínio de estabilidade para todo o espectro de frequências, diferentemente das figuras anteriores, em que a superfície representava o próprio domínio de estabilidade. Além disso, a linha tracejada azul pode ser utilizada como guia do ponto  $(0, 0)$  do plano complexo em toda extensão do espectro.

É importante destacar que alguns trabalhos utilizam o filtro FIR em sua forma causal, ou seja, a Equação (176) transforma-se em

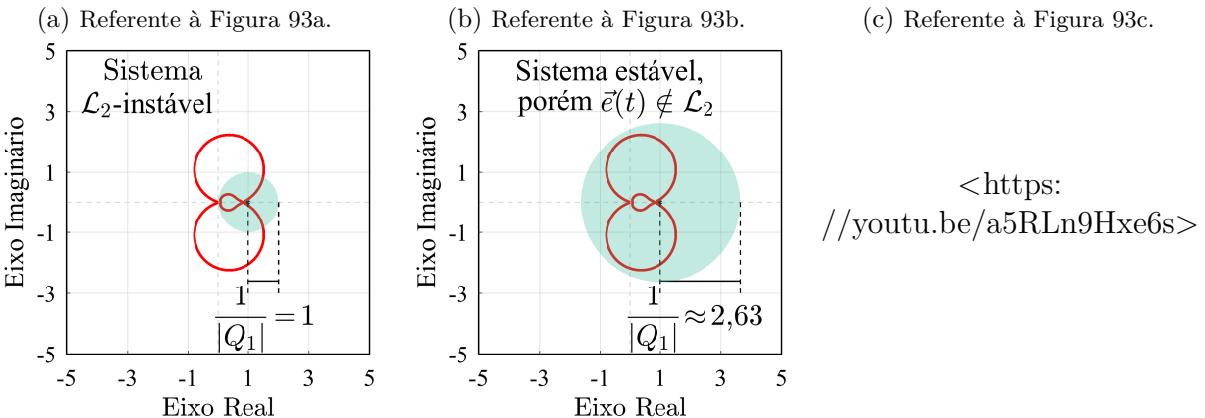
$$Q_2(z) = b_{\frac{M}{2}} + b_{\frac{M}{2}-1}z^{-1} + \cdots + b_0z^{-\frac{M}{2}} + \cdots + b_{\frac{M}{2}-1}z^{-(M-1)} + b_{\frac{M}{2}}z^{-M}, \quad (178)$$

Figura 93 – Vetor espacial do erro para sistema com PRC modificada com  $a = 0$ , condições iniciais nulas, e  $G_m(s)$  dada pela Equação (174). Resultados obtidos de simulação.



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

Figura 94 – Domínios de estabilidade e diagrama de Nyquist da planta mais ganho repetitivo referentes ao exemplo apresentado na Figura 93.



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

resultando em um filtro FIR que causa deslocamento linear de fase. Para esse tipo de filtro, faz-se necessário realizar a compensação do deslocamento de fase obtido.

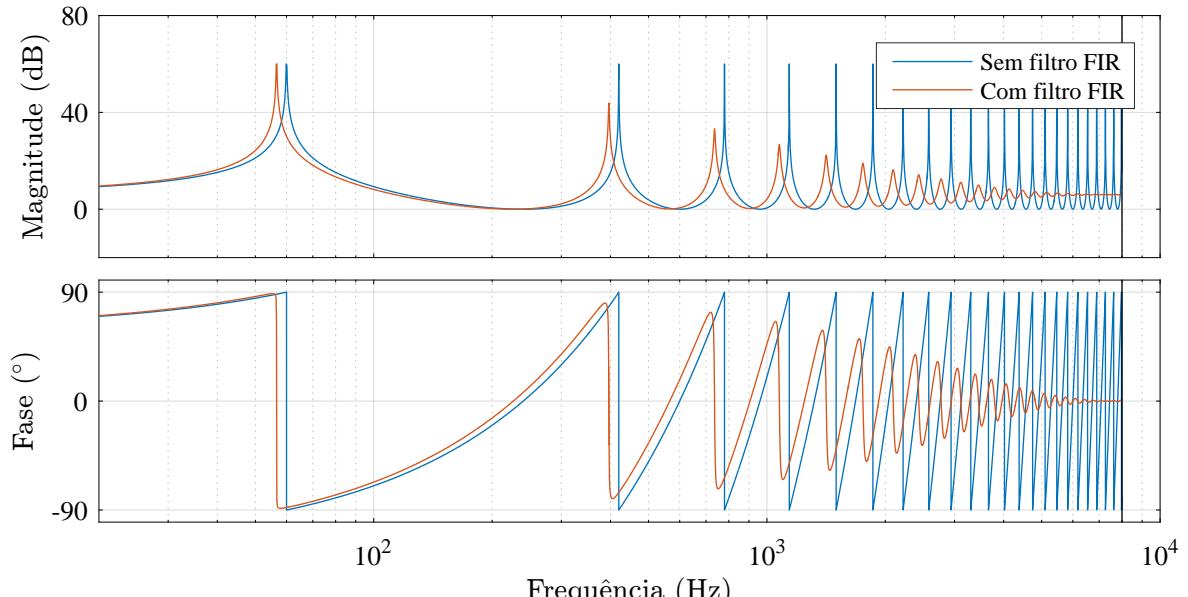
#### 5.1.3.3 Compensação do deslocamento de fase causado pelo filtro FIR

A utilização do filtro FIR apresentado na Equação (178) para a ampliação do domínio de estabilidade causa um deslocamento linear de fase no núcleo gerador de sinais periódicos da PRC. Como consequência, a frequência em que os polos são alocados pela PRC também são deslocados, gerando uma resposta em frequência que aplica ganhos elevados em frequências diferentes das projetadas, conforme ilustrado na Figura 95.

Esse filtro pode ser avaliado utilizando notação vetorial. Ao fazer isso,  $z^{-1}$  pode ser substituído por um deslocamento negativo de fase  $\phi = (2\pi/N)$ . Assim, ao somar  $(M + 1)$

<<https://youtu.be/a5RLn9Hxe6s>>

Figura 95 – Efeito do filtro FIR que causa deslocamento linear de fase na PRC modificada.



Fonte: Diagrama obtido no software Matlab 2015b.

amostras deslocadas desse vetor, escalonadas pelos coeficientes  $b_l$ , tem-se que seu ganho pode ser calculado por:

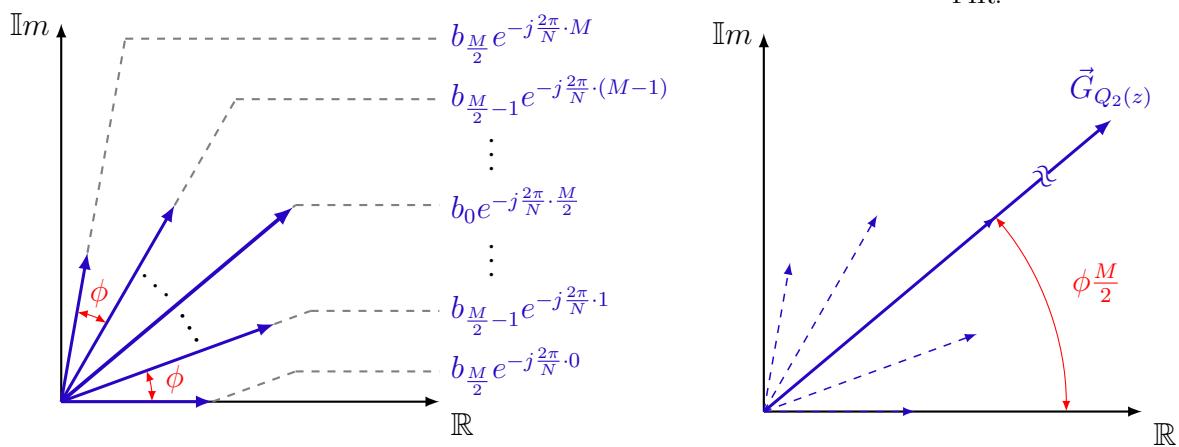
$$\vec{G}_{Q_2(z)} = b_{\frac{M}{2}} + b_{\frac{M}{2}-1} e^{-j \frac{2\pi}{N}} + \cdots + b_0 e^{-j \frac{2\pi}{N} \frac{M}{2}} + \cdots + b_{\frac{M}{2}-1} e^{-j \frac{2\pi}{N} (M-1)} + b_{\frac{M}{2}} e^{-j \frac{2\pi}{N} M}, \quad (179)$$

cuja representação no plano complexo pode ser observada na Figura 96.

Figura 96 – Avaliação de filtro FIR genérico que causa deslocamento linear de fase.

(a) Termos do filtro FIR, em notação vetorial.

(b) Resultado da soma dos termos do filtro FIR.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Devido à simetria existente em torno do termo  $b_0 e^{-j \frac{2\pi}{N} \frac{M}{2}}$ , o ganho do filtro FIR avaliado apresenta ângulo de fase  $\phi(M/2)$ . Assim, caso a entrada do filtro seja um vetor de componente harmônica, que apresenta magnitude constante e rotação com velocidade  $h\omega_1$ , o filtro causa um deslocamento linear de fase  $h\phi(M/2)$ . Esse mesmo resultado pode ser

obtido analiticamente a partir da Equação (179). Dessa forma, ao colocar os coeficientes simétricos em evidência e analisar o ganho para uma harmônica  $h$ , obtém-se:

$$\vec{G}_{Q_2(z)}^{(h)} = b_{\frac{M}{2}} \left( 1 + e^{-jh\frac{2\pi}{N}M} \right) + b_{\frac{M}{2}-1} \left( e^{-jh\frac{2\pi}{N}} + e^{-jh\frac{2\pi}{N}(M-1)} \right) + \cdots + b_0 e^{-jh\frac{2\pi}{N}\frac{M}{2}}, \quad (180)$$

que pode ser representado de forma mais concisa por

$$\vec{G}_{Q_2(z)}^{(h)} = \left\{ b_0 + \sum_{l=1}^{\frac{M}{2}} b_l \left[ e^{jh\frac{2\pi}{N}l} + e^{-jh\frac{2\pi}{N}l} \right] \right\} e^{-jh\frac{2\pi}{N}\frac{M}{2}}. \quad (181)$$

Finalmente, dado que  $e^{j\alpha} + e^{-j\alpha} = 2 \cos(\alpha)$ , o ganho do filtro FIR é calculado por

$$\vec{G}_{Q_2(z)}^{(h)} = \left[ b_0 + \sum_{l=1}^{\frac{M}{2}} 2 b_l \cos \left( h \frac{2\pi}{N} l \right) \right] e^{-jh\frac{2\pi}{N}\frac{M}{2}}. \quad (182)$$

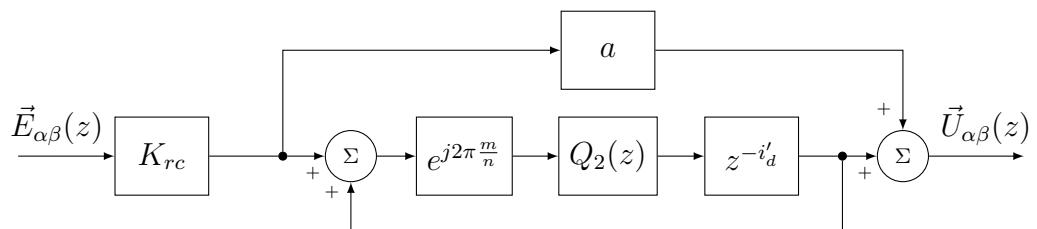
O termo  $e^{-jh\frac{2\pi}{N}\frac{M}{2}}$  comprova que o deslocamento de fase gerado pelo filtro é  $h\phi(M/2)$ , sendo linearmente proporcional à ordem da harmônica  $h$ .

O atraso  $z^{-i_d}$  da PRC de tempo discreto também produz um deslocamento linear de fase. Dessa forma, o parâmetro  $i_d$  pode ser alterado de modo a compensar o erro de fase causado pelo filtro FIR e, consequentemente, preservar as frequências em que os polos são alocados. Portanto, para que a PRC compense o efeito do filtro FIR (Figura 97), a quantidade de amostras atrasadas pelo gerador de sinais periódicos deve ser

$$i'_d = i_d - \frac{M}{2}. \quad (183)$$

O gráfico de magnitude do diagrama de Bode da PRC com o efeito do filtro FIR causal sendo compensado é apresentado na Figura 98.

Figura 97 – Diagrama de blocos da PRC com filtro FIR que causa deslocamento linear de fase.

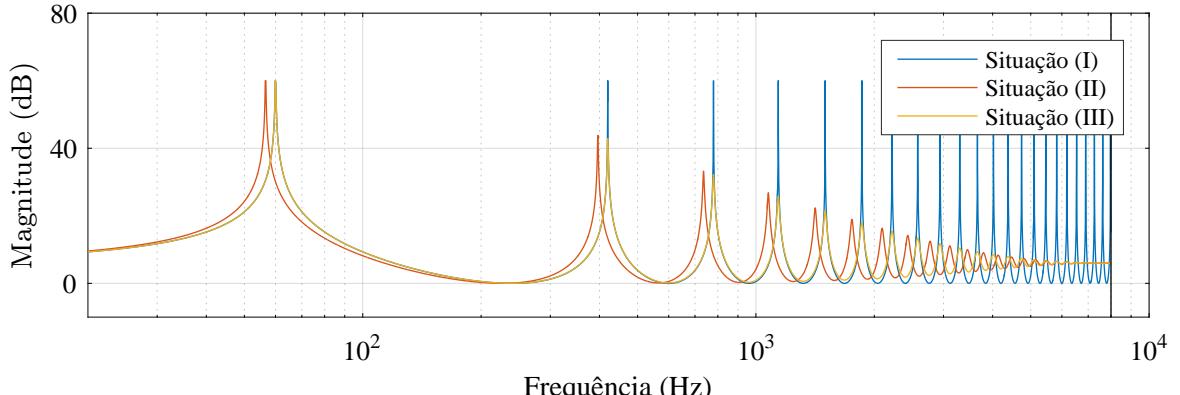


Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante que o leitor perceba que quando o termo intermediário do filtro FIR ( $b_0 z^{-\frac{M}{2}}$ ) está em cascata ao atraso de  $i'_d$  amostras da PRC, tem-se que:

$$b_0 z^{-\frac{M}{2}} \cdot z^{-\left(\frac{N}{n} - \frac{M}{2}\right)} \rightarrow b_0 z^{-\frac{N}{n}}. \quad (184)$$

Figura 98 – Compensação do efeito do filtro FIR causal. Avaliação feita em três situações distintas:  
 Situação (I) – PRC sem filtro FIR; Situação (II) – Aplicação do filtro FIR causal na PRC,  
 deslocamento linear de fase não compensado; Situação (III) – Aplicação do filtro FIR causal  
 na PRC, deslocamento linear de fase compensado.



Fonte: Diagrama obtido no *software Matlab* 2015b.

Portanto, ao utilizar um filtro FIR causal com a compensação do deslocamento de fase descrita nesta subsubseção, uma estrutura equivalente àquela apresentada na Figura 92 é obtida.

## 5.2 AVALIAÇÃO DA BANDA PASSANTE DA PRC ATRAVÉS DO DOMÍNIO DE ESTABILIDADE

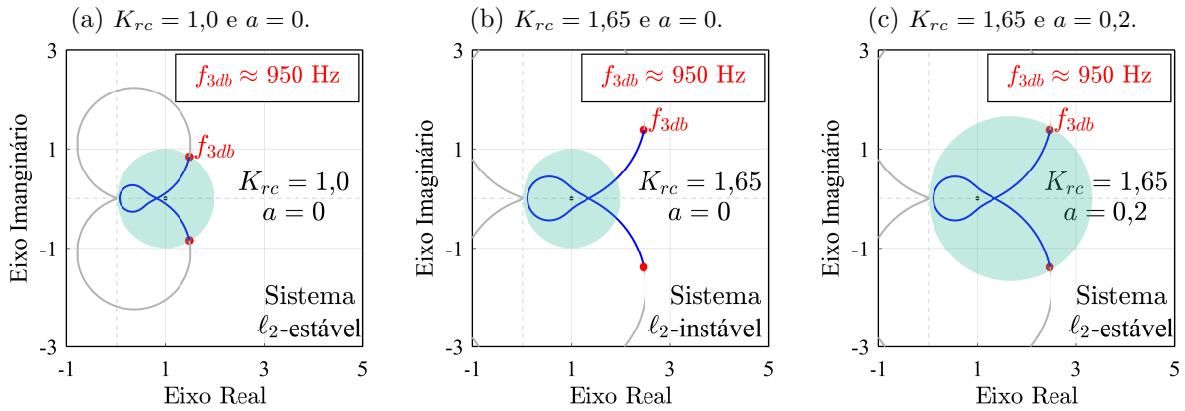
A análise da estabilidade- $\mathcal{L}_2$  (e estabilidade- $\ell_2$ ) apresentada na seção anterior pode ser utilizada para avaliar a banda passante da PRC modificada. Isso significa que, a partir dela, o projetista pode estimar até qual componente harmônica da família  $H_s = \{nk + m \mid k \in \mathbb{Z}\}$  a PRC modificada será capaz de controlar. Entretanto, o leitor deve estar ciente de que a banda passante da PRC modificada é avaliada a partir da frequência de corte do filtro FIR usado para aumentar seu domínio de estabilidade, de modo que não deve ser confundida com a largura de banda do sistema em malha fechada.

Nesse contexto, o domínio de estabilidade do sistema com PRC deve conter o diagrama de Nyquist de  $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$  na banda passante inteira do filtro  $Q_2(z)$ , caso contrário, o sistema será  $\ell_2$ -instável. De fato, ao considerar um sistema com PRC modificada, a frequência de corte do filtro  $Q_2(z)$  ( $f_{3db}$ ) fica limitada à maior frequência cujo diagrama de Nyquist ainda se mantém no domínio de estabilidade. Para exemplificar essa característica, é considerado a seguir um sistema hipotético com PRC modificada (tempo discreto), com parâmetros  $a = 0$ ,  $K_{rc} = 1$  e

$$G(z) = \frac{0,1741 z^3 + 0,1201 z^2 - 0,171 z - 0,117}{z^3 - 1,663 z^2 + 1,474 z - 0,7091}. \quad (185)$$

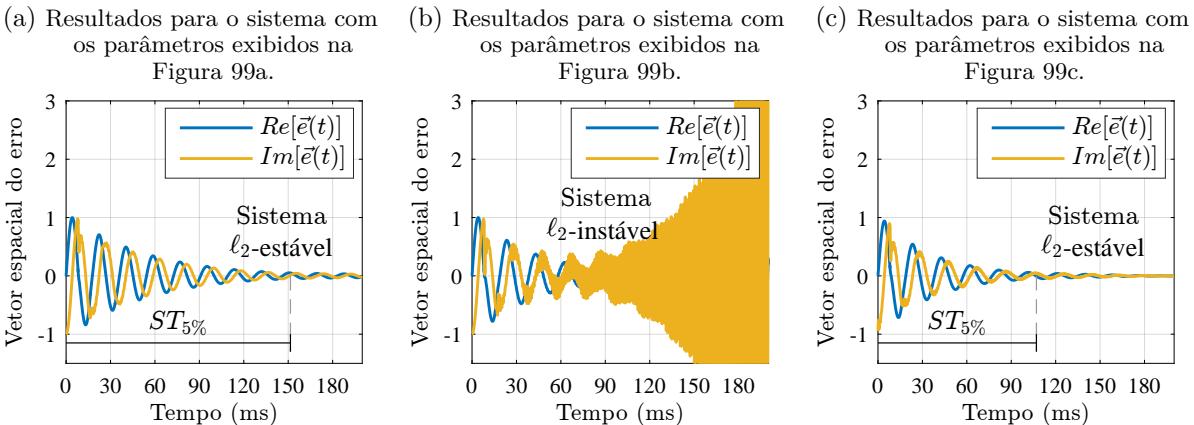
Ao fazer isso,  $f_{3db}$  é limitada a 950 Hz, como pode ser visto na Figura 99a. Portanto, o sistema será estável e o vetor espacial do erro convergirá para zero (Figura 100a).

Figura 99 – Domínio de estabilidade de um sistema com PRC modificada com LPF  $Q_2(z)$  e diagrama de Nyquist de  $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$ , considerando o  $G(z)$  apresentado em (185). Os gráficos são usados para avaliar o impacto de  $K_{rc}$  e  $a$  na estabilidade- $\ell_2$  do sistema usado como exemplo.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

Figura 100 – Vetor espacial do erro dos sistemas referidos na Figura 99. Considerações: Condições iniciais nulas e LPF  $Q_2(z)$  com frequência de corte  $f_{3db} = 950$  Hz. Resultados obtidos a partir da simulação.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

No entanto, se o ganho repetitivo for aumentado para  $K_{rc} = 1,65$ , o que pode ser feito para aumentar a largura de banda do sistema em malha fechada (buscando diminuir o tempo de acomodação), observa-se que a faixa de frequências abaixo de  $f_{3db}$  não mais estará inteiramente contida no domínio de estabilidade (Figura 99b). Como consequência, o sistema com PRC modificada torna-se instável (Figura 100b).

Nesse cenário, surgem duas soluções:

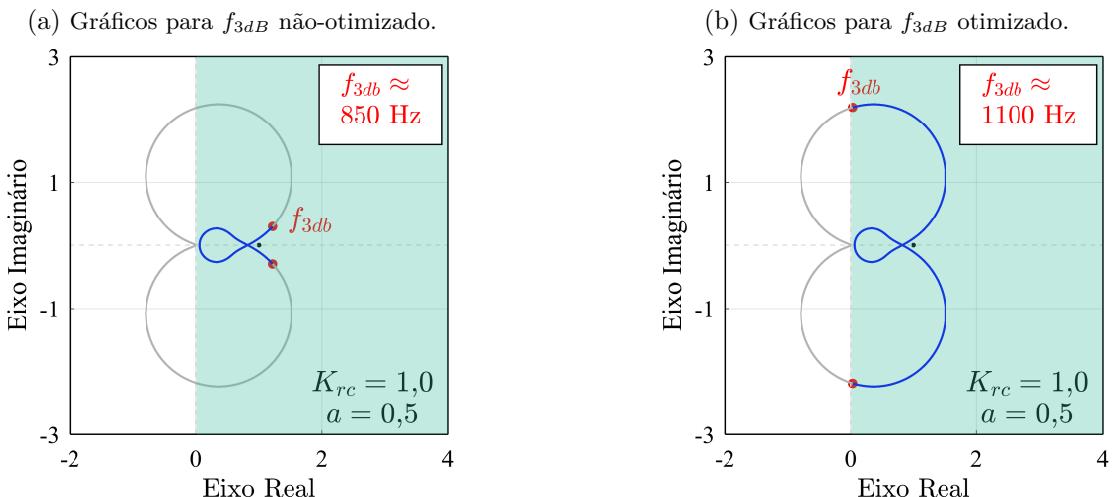
- a frequência de corte  $f_{3db}$  pode ser reduzida, tornando o sistema  $\ell_2$ -estável ao custo de reduzir a ordem da maior componente harmônica que poderá ser compensada; ou

- o parâmetro  $a$  pode ser aumentado até que o domínio de estabilidade do sistema conte com toda a banda passante do  $Q_2(z)$  selecionado anteriormente (Figura 99c).

Para as duas soluções, o tempo de assentamento de 5% ( $ST_{5\%}$ ) é reduzido dado que o ganho  $K_{rc}$  é aumentado. Esta característica pode ser observada ao comparar as figuras 100a e 100c.

Conforme mencionado acima, o número de componentes harmônicas compensadas pela PRC é determinado pela frequência de corte  $f_{3dB}$  do filtro  $Q_2(z)$ . Isso acontece porque, para frequências maiores que  $f_{3dB}$ , a magnitude de  $Q_2(z)$  é significativamente reduzida, levando a um erro considerável em regime permanente (como no exemplo mostrado na Figura 93b para  $Q_1(j\omega) = 0,38$ ). Portanto, após selecionar os parâmetros  $a$  e  $K_{rc}$ , a frequência de corte  $f_{3dB}$  deve ser aumentada para o limite permitido pelo domínio de estabilidade do sistema para otimizar o desempenho do sistema (Figura 101).

Figura 101 – Domínio de estabilidade de um sistema com PRC modificada com LPF  $Q_2(z)$  ( $a = 0,5$ ) e diagrama de Nyquist de  $G_m(z) = K_{rc} \cdot G(z)$ , considerando o  $G(z)$  apresentado em (185). Os gráficos são usados para explicar o impacto de  $f_{3dB}$  na banda passante da PRC modificada.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

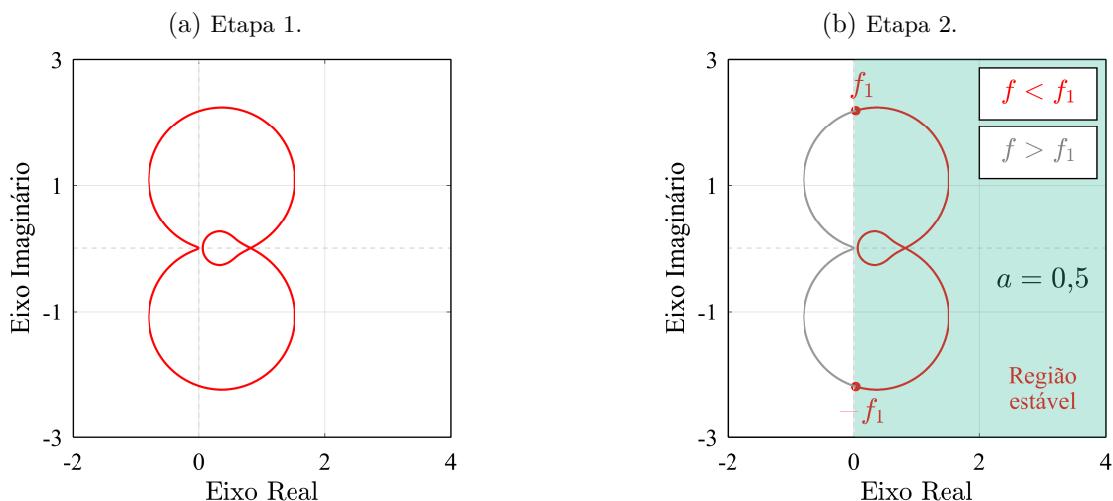
### 5.2.1 Projeto do filtro FIR $Q_2(z)$ utilizando o domínio de estabilidade do sistema com PRC modificada

A partir da discussão apresentada nesta seção, é possível selecionar os parâmetros da PRC modificada (tempo discreto) seguindo as etapas:

1. Traça-se o diagrama de Nyquist de  $G_m(z)$  (Figura 102a);

2. O parâmetro  $a$  é selecionado de modo que o espectro de baixa frequência do diagrama de Nyquist esteja contido no domínio de estabilidade (Figura 102b);
3. O ganho repetitivo  $K_{rc}$  é selecionado para sintonizar a frequência mais alta que naturalmente estará contida no domínio de estabilidade. Essa frequência será usada como frequência de corte  $f_{3dB}$  do filtro  $Q_2(z)$  (Figura 103a);
4. O projetista deve diminuir  $|Q_2|$  enquanto avalia a mudança na faixa de frequência do diagrama de Nyquist contemplada pelo domínio de estabilidade. Ao fazer isso, é possível determinar o limite de magnitude de  $Q_2(z)$  para todo o espectro de frequências (Figura 103b);
5. Com a curva plotada na Etapa 4, a ordem  $M$  necessária ao filtro  $Q_2(z)$  pode ser estimada a partir do decaimento observado após a frequência  $f_{3dB}$ . Para tanto, pode-se modelar a equação da reta que tangencia o decaimento (reta em verde na Figura 104a), e calcular qual o decaimento esperado para uma década. A ordem  $M$  pode ser calculada sabendo que o filtro FIR causa um decaimento de  $-20 \cdot M$  dB/década após sua frequência de corte e que  $M$  deve ser par (para manter a simetria do filtro);
6. Com  $M$  e  $f_{3dB}$ , o filtro FIR  $Q_2(z)$  é projetado utilizando a função *fir1()* do Matlab (Figura 104b).

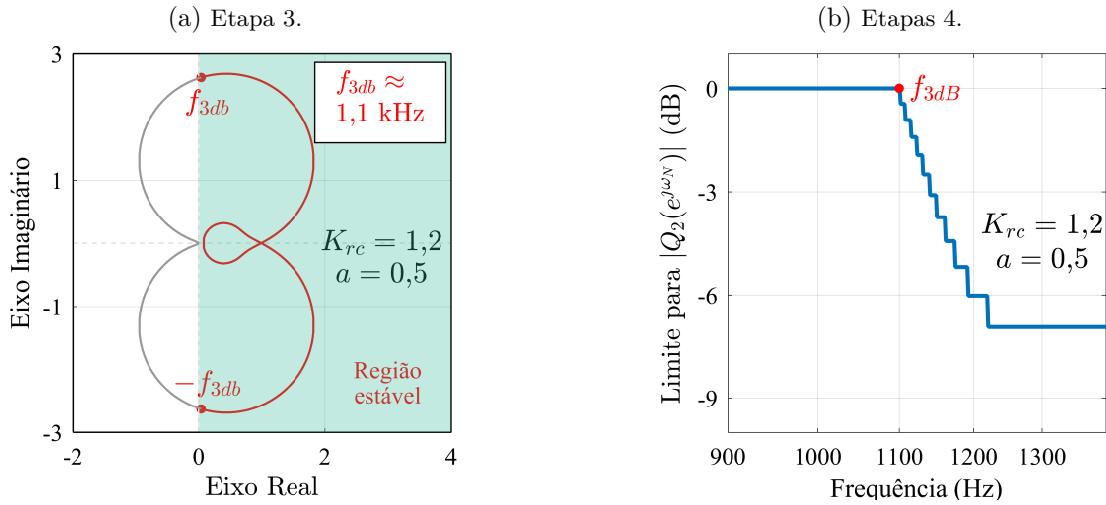
Figura 102 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o  $G(z)$  apresentado em (185):  
Etapas 1 e 2.



Fonte: Diagramas obtidos no *software Matlab* 2015b.

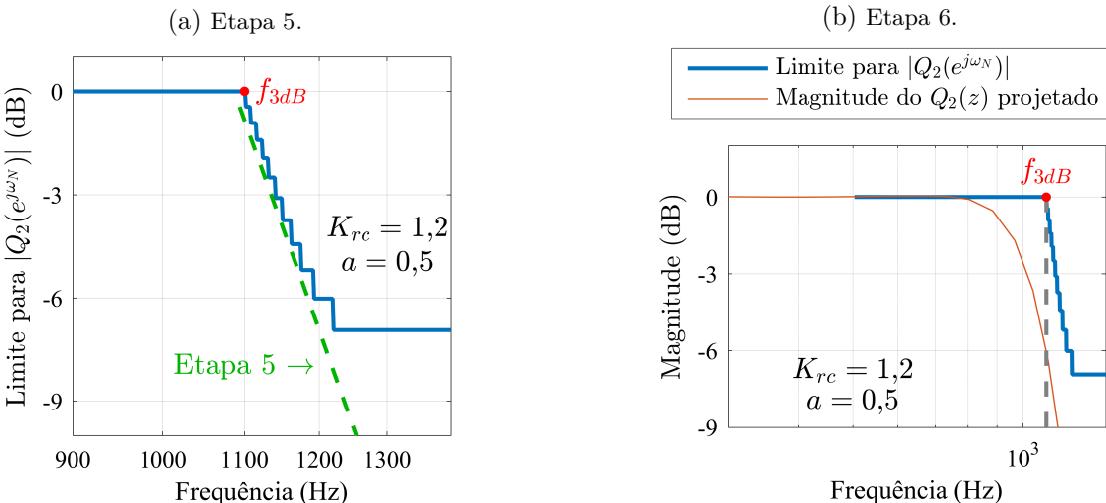
A função *fir1()* do Matlab utiliza uma janela de Hamming para fazer um filtro causal de fase linear, fazendo com que seja necessária a compensação do seu deslocamento de fase (apresentada na Subsubseção 5.1.3.3). Além disso, a frequência de corte especificada

Figura 103 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o  $G(z)$  apresentado em (185):  
Etapas 3 e 4.



Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

Figura 104 – Exemplo de projeto de filtro FIR otimizado considerando o  $G(z)$  apresentado em (185):  
Etapas 5 e 6.



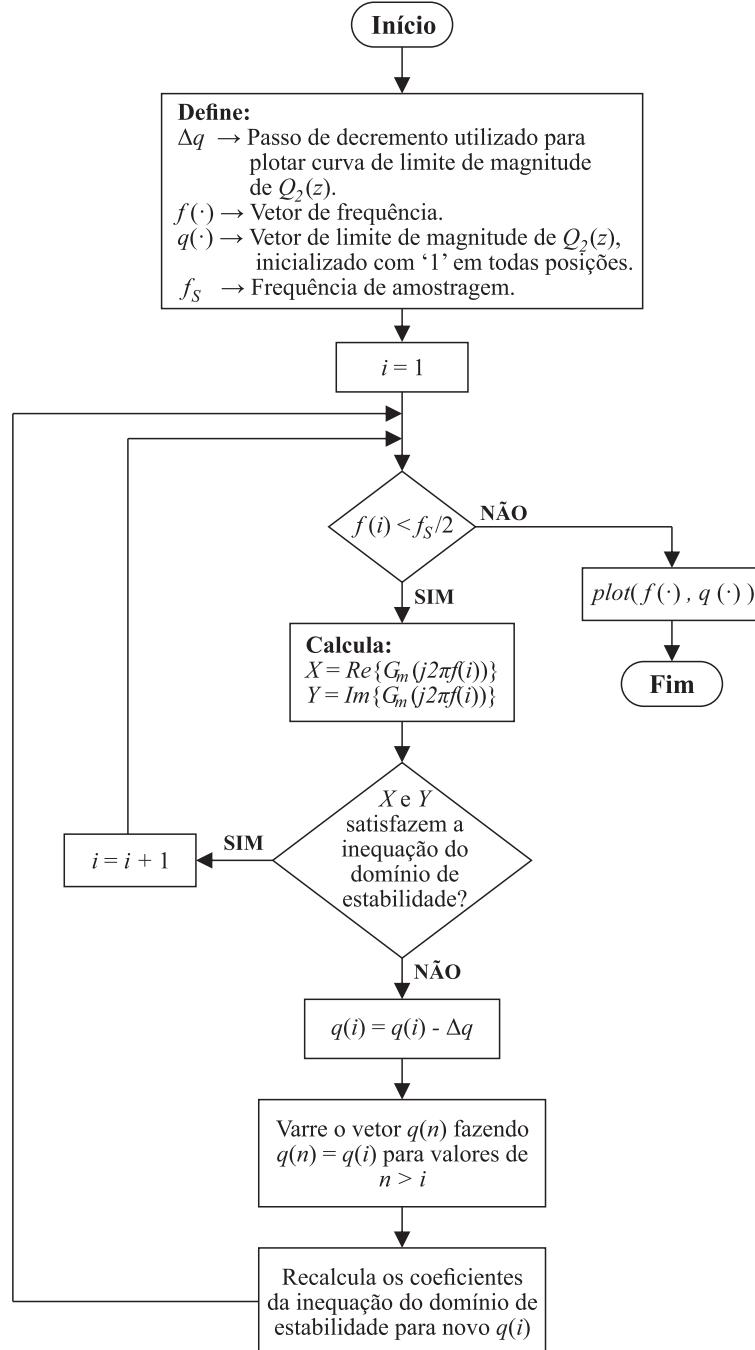
Fonte: Diagramas obtidos no software Matlab 2015b.

nessa função é a frequência na qual o ganho do filtro é de  $-6$  dB (MATHWORKS, 2019), o que está de acordo com os gráficos plotados na Figura 104b.

A Etapa 4 do algoritmo acima descrito foi implementada através de um *script* de Matlab. Este foi programado para realizar uma varredura no diagrama de Nyquist verificando até que frequência a inequação que define o domínio de estabilidade é satisfeita. Ao encontrar uma frequência que não atende à inequação (o que ocorre quando o diagrama de Nyquist está fora do domínio de estabilidade), o ganho absoluto da curva limite da magnitude de  $Q_2(z)$  é decrescente (como ocorre no gráfico da Figura 103b, na frequência  $f_{3db}$ ). O efeito desse decréscimo é computado alterando a inequação do domínio de estabilidade, o qual passará a contemplar uma nova faixa do diagrama de Nyquist. Em

seguida, a varredura continua realizando o mesmo processo cada vez que a inequação que define o domínio de estabilidade não for atendida. Um fluxograma desse processo é exibido na Figura 105.

Figura 105 – Fluxograma do *script* de Matlab utilizado para implementar a Etapa 4.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Finalmente, a partir da metodologia apresentada, o projetista do sistema de controle obterá valores operacionais para os parâmetros  $a$ ,  $K_{rc}$  e  $Q_2(z)$ . No entanto, após esse processo, a estabilidade relativa ainda pode ser utilizada para ajuste fino desses parâmetros.

### 5.2.2 Posicionamento de filtros de deslocamento de fase nulo para aumento do domínio de estabilidade de estruturas de RC mais elaboradas

Estruturas mais elaboradas de controle repetitivo, como os  $nk \pm m$  RC, também podem conter filtros FIR para melhoria das características de estabilidade do sistema. Uma forma simples de saber onde posicionar os filtros para esses esquemas mais elaborados é fazer sua decomposição em um estrutura de PRCs em paralelo, e, em seguida, posicionar um filtro FIR em cada PRC da estrutura. Por fim, basta obter a função de transferência da estrutura de controle obtida.

Para demonstrar esse procedimento, são considerados adiante o  $nk \pm m$  RC proposto no Capítulo 4, que é baseado em PRCs com  $a = 1$  em paralelo, e um filtro FIR de deslocamento de fase nulo, com coeficientes simétricos, dado por

$$Q_2(z) = b_{\frac{M}{2}} z^{\frac{M}{2}} + b_{\frac{M}{2}-1} z^{(\frac{M}{2}-1)} + \cdots + b_0 + \cdots + b_{\frac{M}{2}-1} z^{-(\frac{M}{2}-1)} + b_{\frac{M}{2}} z^{-\frac{M}{2}}, \quad (186)$$

em que  $M$  é um número par. Assim, uma vez que o  $nk \pm m$  RC descrito no Capítulo 4 equivale a duas PRCs em paralelo, vide a Equação (135), ao acrescentar um filtro FIR no núcleo gerador de sinais periódicos de cada PRC, tem-se que

$$\begin{aligned} C_{Proposta}^{(nk \pm m)}(z) \text{ com } Q_2(z) = & \\ \underbrace{K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} Q_2(z)}}_{\vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a=1,z) \text{ com } Q_2(z)} + & \\ \underbrace{K_{rc} \cdot \frac{1}{1 - e^{-j2\pi \frac{m}{n}} z^{-\frac{N}{n}} Q_2(z)}}_{\vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a=1,z) \text{ com } Q_2(z)}. & \end{aligned} \quad (187)$$

Consequentemente, ao desenvolver a equação acima, obtém-se

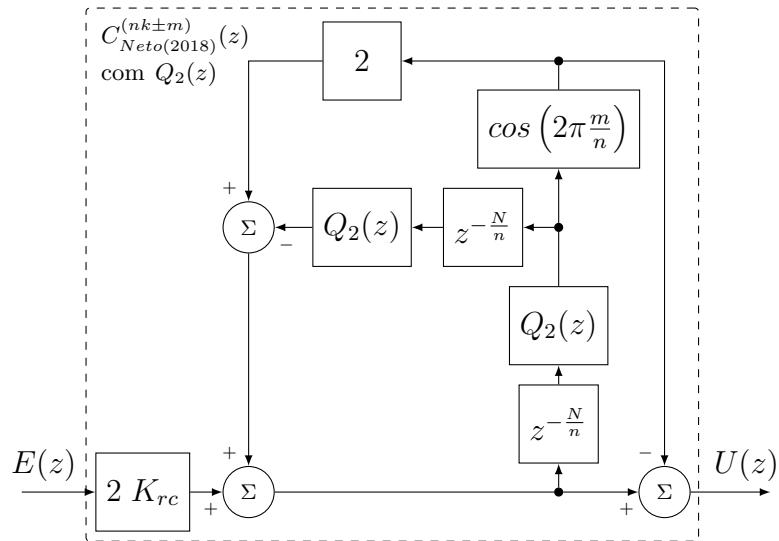
$$C_{Proposta}^{(nk \pm m)}(z) \text{ com } Q_2(z) = 2 K_{rc} \cdot \frac{1 - \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} Q_2(z)}{1 - 2 \cos\left(2\pi \frac{m}{n}\right) z^{-\frac{N}{n}} Q_2(z) + z^{-2\frac{N}{n}} [Q_2(z)]^2}. \quad (188)$$

O diagrama de blocos que implementa este controlador é exibido na Figura 106.

## 5.3 CONCLUSÕES PARCIAIS

A partir da avaliação da estabilidade entrada-saída do sistema com PRC, observa-se que o parâmetro  $a$  da PRC proposta é responsável por selecionar o domínio de estabilidade do sistema de controle. Quanto maior for esse parâmetro, maior será o domínio de estabilidade do sistema. Contudo, para  $a > 1$  tem-se uma estrutura de controle que equivale a uma PRC com  $a = 1$  em paralelo com uma ação proporcional.

Figura 106 – Diagrama de blocos do  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$  e filtros FIR para aumento do domínio de estabilidade.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com este estudo, torna-se possível entender como distinguir controladores repetitivos baseados em PRCs de diferentes  $a$  em termos de suas características de estabilidade. Um exemplo disso é observado ao comparar os  $nk + m$  RCs propostos por Luo *et al.* (2016) e Zimann *et al.* (2019) que, conforme demonstrado no capítulo anterior, podem ser representados como PRCs com  $a = 0,5$  e  $a = 1$ , respectivamente. Essas duas soluções controlam as mesmas componentes harmônicas, contudo, pelo que foi apresentado neste capítulo, a solução proposta por Zimann *et al.* (2019) apresenta melhores características de estabilidade.

Outro ponto relevante que decorre deste estudo é que, ao melhorar as características de estabilidade do sistema com PRC, seu ganho repetitivo pode ser maior. Portanto, o parâmetro  $a$  impacta o compromisso entre estabilidade e desempenho, estabelecendo uma relação menos restritiva entre esses dois critérios de projeto à medida que  $a$  é aumentado. Essas características são verificadas experimentalmente no Capítulo 6.

Por fim, ao retornar à revisão bibliográfica, pode-se observar que apenas  $nk \pm m$  RCs baseados em PRCs com  $a = 0$  e  $a = 0,5$  haviam sido propostos na literatura (LU; ZHOU, 2011; LU *et al.*, 2014). Dessa forma, seguindo as conclusões obtidas neste capítulo, uma comparação experimental entre o  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$ , proposto no capítulo anterior, e os  $nk \pm m$  RCs propostos por Lu & Zhou (2011) e Lu *et al.* (2014) fortifica a discussão levantada sobre o parâmetro  $a$  da PRC, enquanto mostra o potencial da célula primitiva proposta para definição de novos controladores repetitivos.

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE COMPARATIVA

Neste capítulo, são apresentados os resultados experimentais obtidos para validar as análises matemáticas realizadas nos capítulos anteriores e a relevância da PRC proposta. Para tanto, faz-se necessário abordar também a modelagem da planta utilizada para avaliação das propostas do autor.

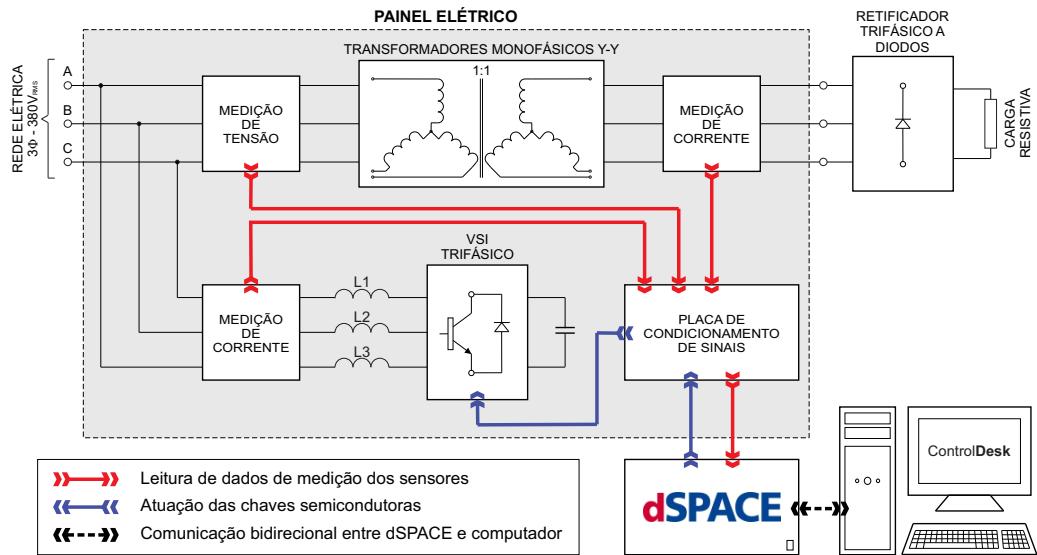
### 6.1 DESCRIÇÃO DA MONTAGEM

As estruturas de controle descritas neste trabalho foram comparadas utilizando uma montagem disponível no laboratório experimental do Grupo de Eletrônica de Potência e Acionamentos Elétricos (GEPAE) da UFPE. Essa montagem consiste em dois inversores trifásicos conectados em uma estrutura *back-to-back*, possibilitando sua atuação como FAPs em série e em paralelo. Contudo, devido à necessidade de medir as correntes consumidas pela carga, algumas modificações foram realizadas visando o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis da montagem original. Ambos os diagramas do circuito de potência da montagem original e modificada estão disponíveis no Anexo A.

Uma vez que se desejava aproveitar os sensores e suas conexões com a placa de condicionamento de sinais disponíveis da montagem original, a carga não-linear é conectada à rede através dos transformadores do FAP em série, de relação de espiras 1 : 1. Dessa forma, as indutâncias de dispersão desses transformadores são consideradas como indutâncias da carga. Conforme apresentado na Figura 107, os dados de medição dos sensores são enviados à placa de condicionamentos de sinais, que pré-processa a informação analógica e a envia para o dSPACE. A estratégia de controle é implementada em Simulink e gravada no dSPACE, que processa as variáveis medidas e calcula a ação de controle. Finalmente, as chaves semicondutoras do inversor trifásico são atuadas de acordo com essa ação de controle.

Como o dSPACE envia e recebe informações do computador em tempo de execução através do *software* ControlDesk, torna-se possível armazenar quaisquer variáveis do sistema, bem como alterar dinamicamente parâmetros do sistema de controle. Todos os gráficos exibidos no ControlDesk são armazenados como um *workspace* do Matlab. Portanto, parte dos resultados experimentais apresentados neste capítulo são plotados

Figura 107 – Representação simplificada da bancada experimental utilizada.

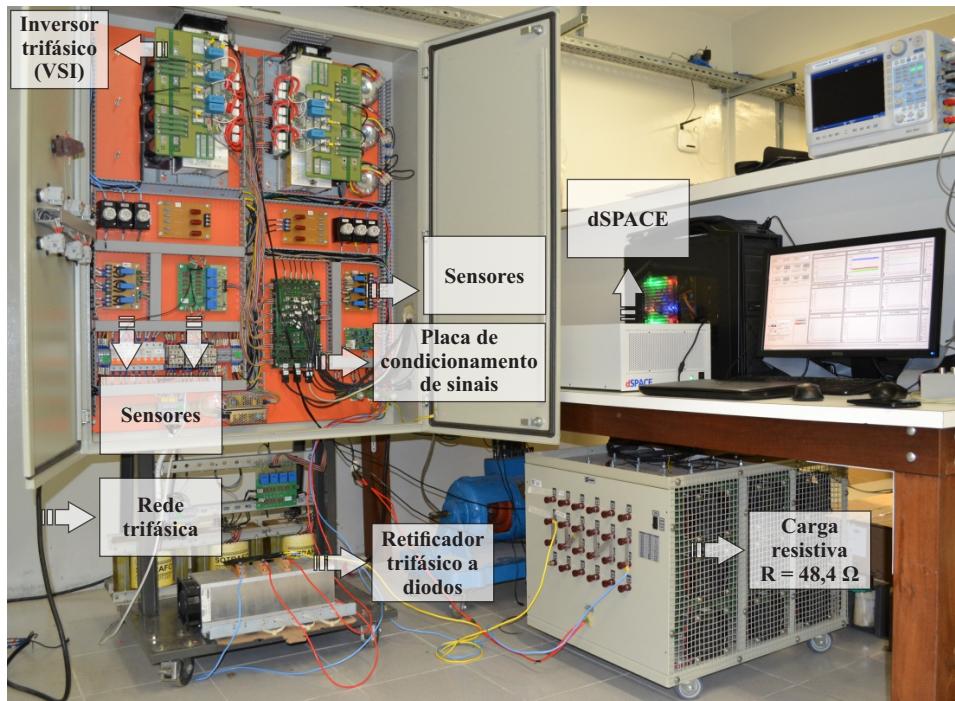


Fonte: Elaborada pelo autor.

utilizando Matlab e, por consequência, alguns resultados práticos são obtidos a partir do processamento desses dados. Adicionalmente, um osciloscópio também é utilizado para medição de algumas correntes do circuito.

Na Figura 108 é apresentada uma foto da bancada experimental utilizada para obtenção dos resultados deste trabalho. Os principais parâmetros dessa montagem estão exibidos na Tabela 11.

Figura 108 – Apresentação da bancada experimental utilizada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 11 – Parâmetros da montagem experimental.

| Rede Elétrica                |                                    |                                       | Trafos                | Filtro do APF         |                                       | Carga                       | Bar. CC     | Amostragem     |
|------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------------|-------------|----------------|
| $V_{r(ff)}$<br>( $V_{RMS}$ ) | $L_r$<br>$^2$<br>( $\mu\text{H}$ ) | $R_r$<br>$^2$<br>( $\text{m}\Omega$ ) | $L_l$<br>$^1$<br>(mH) | $L_f$<br>$^1$<br>(mH) | $R_f$<br>$^1$<br>( $\text{m}\Omega$ ) | $R_{carga}$<br>( $\Omega$ ) | $C$<br>(mF) | $f_s$<br>(kHz) |
| 380                          | 186,17                             | 31,7                                  | 1,4830                | 2,5635                | 307,5                                 | 48,4                        | 4,7         | 17,28          |

<sup>1</sup> Obtidos a partir de ensaio experimental dos indutores de saída do FAP e dos transformadores Y-Y;

<sup>2</sup> Estimados como sendo a impedância série do transformador trifásico que conecta o laboratório experimental à rede elétrica, para  $Z = 4,0\%$  e  $X/R = 2,2138$  (WEG, 2017).

Fonte: Elaborada pelo autor.

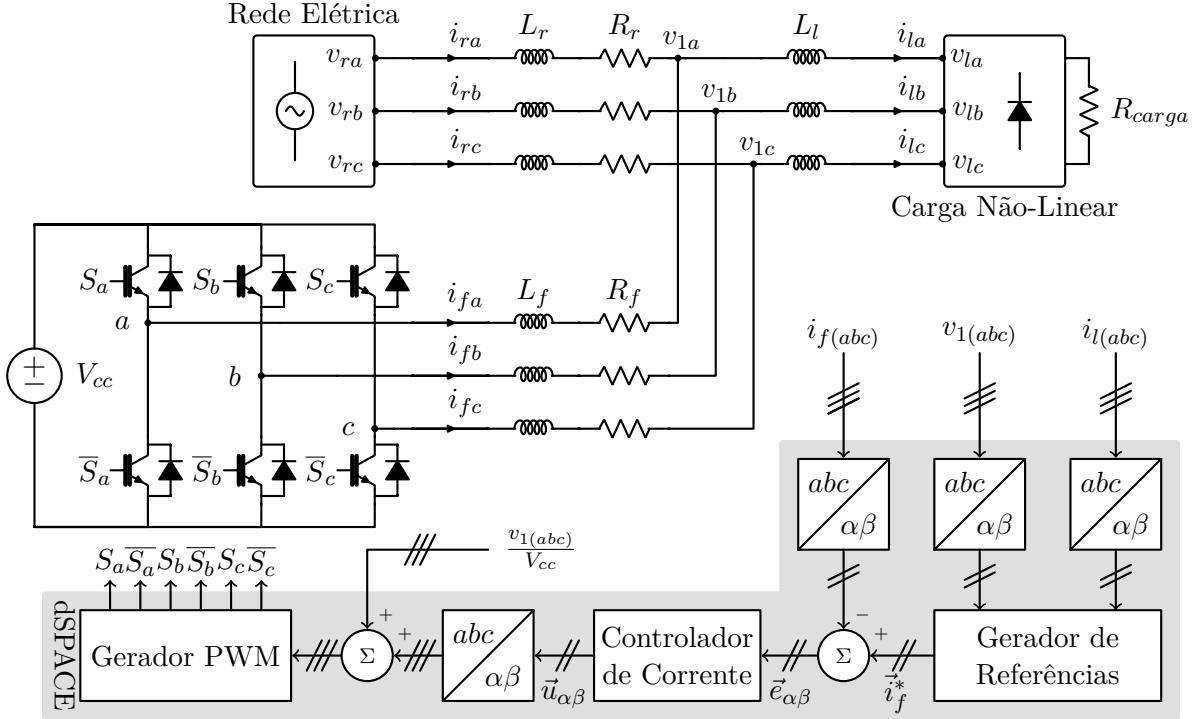
## 6.2 ESTRUTURA DE CONTROLE IMPLEMENTADA

De forma simplificada, a implementação de qualquer sistema de controle depende das variáveis disponíveis para atuação, das variáveis que se deseja controlar e da estrutura de controle utilizada. No sistema considerado para os resultados experimentais, as correntes de saída de um FAP em paralelo devem ser controladas a partir do chaveamento adequado do inversor trifásico (Figura 107). Este chaveamento é realizado através de sinais modulados por largura de pulso (*pulse width modulation* – PWM), em que as razões cíclicas são as variáveis manipuladas. Portanto, a estrutura de controle utilizada para esta aplicação é apresentada na Figura 109. O funcionamento do bloco utilizado para geração de referência é apresentado na subseção a seguir.

### 6.2.1 Geração de referência

Diversos pesquisadores apresentaram contribuições relevantes para a área de teoria de potência, sendo as teorias propostas por Akagi, Kanazawa & Nabae (1983), Depenbrock (1993) e Tenti & Mattavelli (2003) bastante aceitas e utilizadas para aplicações em eletrônica de potência. A abordagem publicada por Akagi, nomeada teoria  $p - q$ , foi aplicada inicialmente para sistemas trifásicos a 3 fios, entretanto sua validade foi diversas vezes contestada para sistemas a 4 fios. Em 1994, uma nova abordagem foi realizada baseada no trabalho de Akagi, possibilitando a aplicação do conceito da potência imaginária instantânea para sistemas trifásicos a 4 fios (TOGASAWA *et al.*, 1994; NABAE; NAKANO; TOGASAWA, 1995). Essa metodologia, nomeada teoria  $p - q$  modificada, é a base para a geração de referências utilizada neste trabalho.

Figura 109 – Diagrama de blocos completo do sistema de controle utilizado para obtenção de resultados experimentais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Segundo essa teoria, as potências ativa e reativa são calculadas em função dos vetores tensão  $\vec{v}_{\alpha\beta 0}$  e corrente  $\vec{i}_{\alpha\beta 0}$  utilizando a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_\alpha \\ q_\beta \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\alpha & v_\beta & v_0 \\ 0 & -v_0 & v_\beta \\ v_0 & 0 & -v_\alpha \\ -v_\beta & v_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}. \quad (189)$$

Partindo da Equação (189), é possível obter uma equação matricial que determina as correntes  $i_\alpha$ ,  $i_\beta$  e  $i_0$  em função das potências  $p_{3\phi}$ ,  $q_\alpha$ ,  $q_\beta$  e  $q_0$ . Essa equação é dada por

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{|\vec{v}_{\alpha\beta 0}|^2} \begin{bmatrix} v_\alpha & 0 & v_0 & -v_\beta \\ v_\beta & -v_0 & 0 & v_\alpha \\ v_0 & v_\beta & -v_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{3\phi} \\ q_\alpha \\ q_\beta \\ q_0 \end{bmatrix}, \quad (190)$$

em que  $|\vec{v}_{\alpha\beta 0}| = \sqrt{v_\alpha^2 + v_\beta^2 + v_0^2}$ . Dessa forma, ao considerar um sistema que não apresenta componentes homopolares (isto é,  $i_{0p} = 0$ ), as correntes ativas instantâneas nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  são, respectivamente,

$$i_{\alpha p} = \frac{v_\alpha}{|\vec{v}_{\alpha\beta 0}|^2} p_{3\phi} \quad e \quad i_{\beta p} = \frac{v_\beta}{|\vec{v}_{\alpha\beta 0}|^2} p_{3\phi}. \quad (191)$$

As demais correntes obtidas pelo produto de termos cruzados na Equação (190) representam as correntes reativas instantâneas.

Será considerado que o objetivo do FAP em paralelo é fazer com que as correntes fornecidas pela rede sejam senoidais puras, de sequência-positiva e suficientes para fornecer a potência ativa requerida pela carga. Sendo assim, a Equação (191) pode ser utilizada para calcular as correntes desejadas que a rede deve fornecer em referencial  $\alpha\beta0$ , sendo que a potência trifásica deve corresponder ao valor médio da potência consumida pela carga e a tensão corresponda apenas à componente fundamental de sequência-positiva no PCC. Ao subtrair das correntes da carga ( $i_{l(\alpha\beta0)}$ ) a parcela que a rede deve fornecer ( $i_{r(\alpha\beta0)}^*$ ), obtém-se as correntes do FAP ( $i_{f(\alpha\beta0)}^*$ ) necessárias para compensar todas as harmônicas geradas pela carga e a potência reativa. Logo, as correntes de referência do FAP são calculadas por

$$i_{f\alpha}^* = i_{l\alpha} - i_{r\alpha}^* = i_{l\alpha} - \frac{v_{1\alpha}^{+1}}{|\vec{v}_1^{+1}|^2} \bar{p}_{3\phi} \quad (192)$$

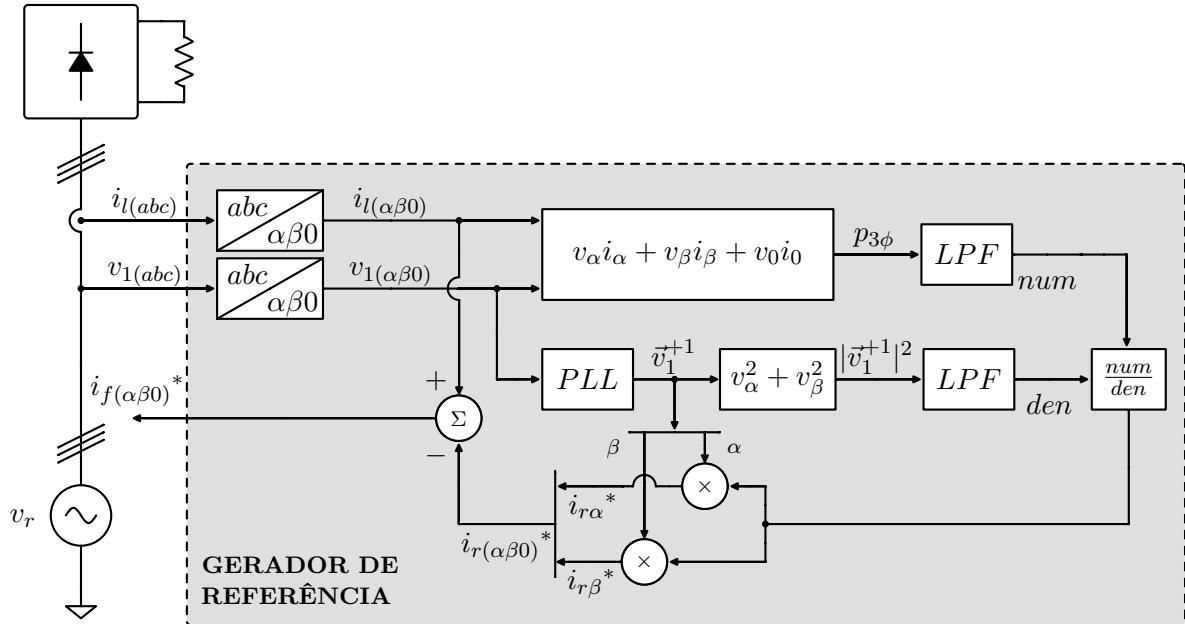
e

$$i_{f\beta}^* = i_{l\beta} - i_{r\beta}^* = i_{l\beta} - \frac{v_{1\beta}^{+1}}{|\vec{v}_1^{+1}|^2} \bar{p}_{3\phi}. \quad (193)$$

As correntes  $i_{l\alpha}$  e  $i_{l\beta}$  são obtidas ao aplicar a transformada de Clarke nas correntes da carga ( $i_{l(abc)}$ ). Por outro lado, a potência ativa trifásica ( $p_{3\phi}$ ) é calculada através do produto interno dos vetores  $\vec{v}_1$  e  $\vec{i}_l$ . Os outros três parâmetros necessários ( $v_{1\alpha}^{+1}$ ,  $v_{1\beta}^{+1}$  e  $|\vec{v}_1^{+1}|^2$ ) são obtidos ao computar as tensões no ponto de acoplamento comum (PAC), sem distorções harmônicas ou desbalanços. Assim, faz-se essencial a filtragem de  $\vec{v}_1$ , de modo que este vetor apresente apenas a componente FFPS  $\vec{v}_1^{+1}$ , o que pode ser feito através de um PLL com capacidade de sintonizar o sinal de saída na componente FFPS, como o GDSC-PLL (NEVES *et al.*, 2010). As tensões  $v_{1\alpha}^{+1}$  e  $v_{1\beta}^{+1}$  são as partes real e imaginária do vetor  $\vec{v}_1^{+1}$  e o parâmetro  $|\vec{v}_1^{+1}|^2$  é calculado a partir da norma do mesmo vetor.

Finalmente, o diagrama de blocos que apresenta a estratégia de geração das referências é exibido na Figura 110. É importante notar que para a operação em regime permanente, tanto a potência ativa trifásica ( $p_{3\phi}$ ) quanto o quadrado da norma da componente FFPS do vetor tensão do PAC ( $|\vec{v}_1^{+1}|^2$ ) devem ser constantes. Logo, filtros passa-baixas são utilizados para a obtenção do valor médio desses parâmetros.

Figura 110 – Estratégia de geração das referências de corrente.

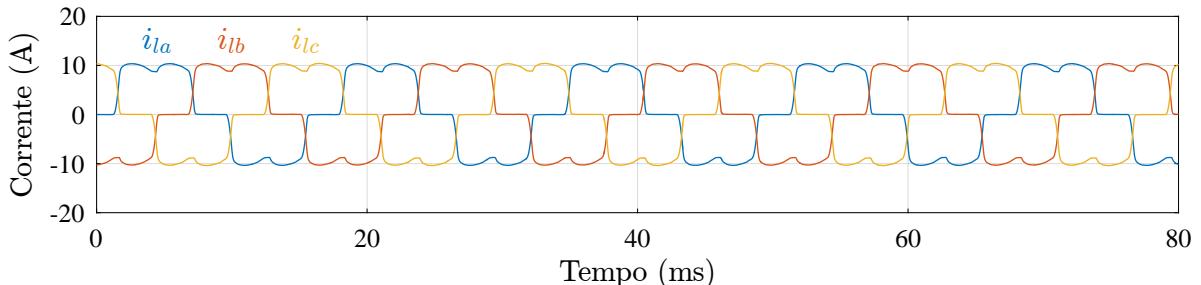


Fonte: Elaborada pelo autor.

### 6.2.2 Avaliação da família de componentes harmônicas a ser controlada

Ao avaliar as correntes de carga  $i_{la}(t)$ ,  $i_{lb}(t)$  e  $i_{lc}(t)$ , observa-se que as correntes drenadas pelo retificador trifásico não são puramente senoidais, conforme exibido na Figura 111. De fato, essas correntes são formadas por uma componente de frequência fundamental e diversas componentes harmônicas de ordem superior.

Figura 111 – Correntes trifásicas que alimentam o retificador trifásico a diodos.

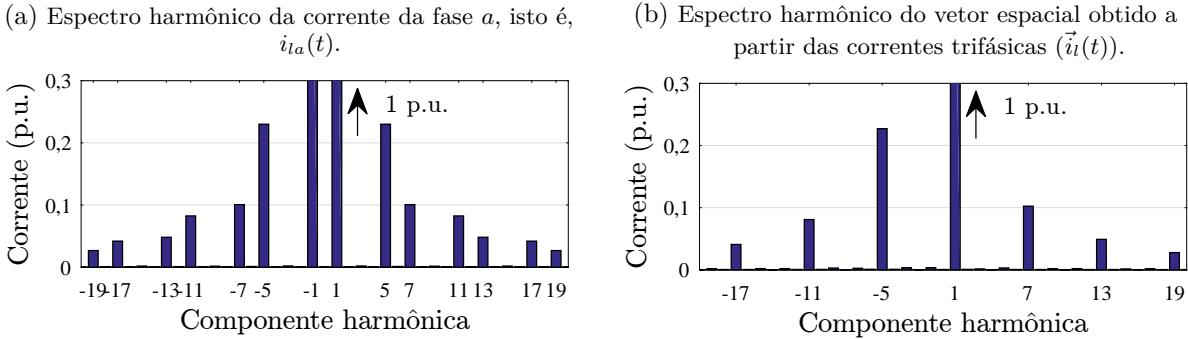


Fonte: Resultados obtidos experimentalmente (dSPACE).

Tendo em vista que se deseja controlar as correntes de saída do FAP em paralelo ( $i_{fa}(t)$ ,  $i_{fb}(t)$  e  $i_{fc}(t)$ ) para compensar as componentes harmônicas das correntes de carga (Figura 111), os sinais de referência do sistema de controle a ser projetado apresentaram alto conteúdo harmônico. Portanto, antes de selecionar a estratégia de controle adequada para esta aplicação, faz-se necessário avaliar o espectro harmônico dos sinais de referência (que podem ser considerados como sendo as correntes de carga sem componente fundamental)

para a determinação da família de componentes harmônicas a ser controlada. Neste contexto, o espectro harmônico de uma das correntes que alimentam o retificador trifásico a diodos utilizado para obtenção dos resultados experimentais é apresentado na Figura 112a, enquanto o espectro harmônico do vetor espacial obtido a partir das correntes trifásicas é exibido na Figura 112b.

Figura 112 – Espectro harmônico das corrente que alimentam o retificador trifásico a diodos utilizado para obtenção dos resultados experimentais.



Fonte: Gráficos obtidos a partir de resultados experimentais.

A partir dos espectros acima e considerando apenas as ações repetitiva e ressonante (sem uso de transformada rotacional), conclui-se que o projetista do sistema de controle pode utilizar uma das seguintes soluções:

- $6k \pm 1$  RCs implementados nos eixos  $a$ ,  $b$  e  $c$  – estrutura real;
- P + Múltiplos SOGIs implementados nos eixos  $a$ ,  $b$  e  $c$  – estrutura real;
- $6k \pm 1$  RCs implementados nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  – estrutura real;
- P + Múltiplos SOGIs implementados nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  – estrutura real;
- $6k + 1$  RC implementado no referencial  $\alpha\beta$  – estrutura complexa;
- P + ROGIs implementados no referencial  $\alpha\beta$  – estrutura complexa.

### 6.3 AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DOMÍNIO DE ESTABILIDADE DA PRC PROPOSTA

A fim comprovar experimentalmente o impacto do parâmetro  $a$  na estabilidade da PRC proposta, a qual foi analiticamente avaliada no Capítulo 5, o filtro de saída do FAP trifásico exibido na Figura 109 é usado como planta. Dessa forma, buscando controlar as correntes de saída do FAP utilizando as razões cíclicas de suas chaves semicondutoras como variáveis de controle, tem-se que a função de transferência no domínio de Laplace que modela a planta é dada por:

$$G(s) = \frac{\vec{I}_f(s)}{\vec{D}(s)} = \frac{V_{cc}/L_f}{s + R_f/L_f}, \quad (194)$$

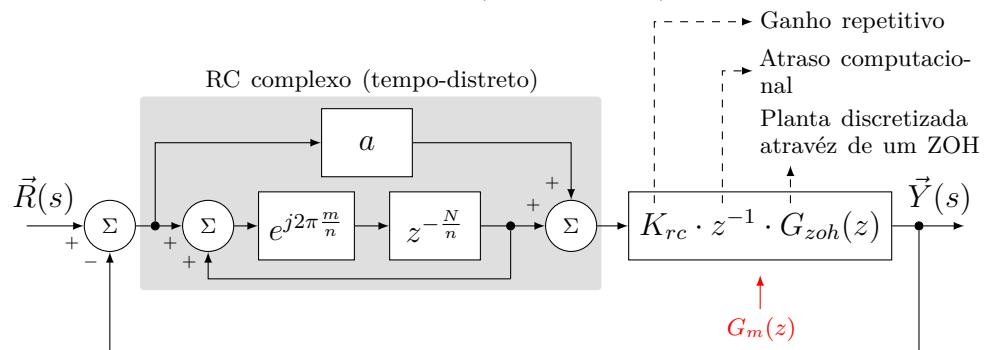
conforme demonstrado em (NETO, 2018), onde  $\vec{D}(s)$  representa a transformada de Laplace do vetor espacial obtido a partir das razões cílicas. Os parâmetros do filtro de saída podem ser encontrados na Tabela 11, enquanto a tensão utilizada para o barramento CC foi  $V_{cc} = 600 V$ .

### 6.3.1 Seleção dos parâmetros $n$ , $m$ e $N$ e escolha do valor inicial para o parâmetro $a$

Como as componentes harmônicas do vetor espacial obtido a partir das correntes de carga pertencem à família  $H_s = \{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  (Subseção 6.2.2), os parâmetros usados para implementar a PRC são  $n = 6$  e  $m = 1$ . Além disso, como a frequência fundamental da rede é considerada  $f_1 = 60$  Hz e a frequência de amostragem selecionada é  $f_s = 17,28$  kHz, o número de amostras por período da fundamental é calculada por  $N = f_s/f_1 = 288$ .

Para fins de projeto, o modelo da planta é discretizado usando um retentor de ordem zero (*zero-order holder* – ZOH), sendo referido como  $G_{zoh}(z)$ . Além disso, um atraso unitário  $z^{-1}$  é utilizado para considerar o atraso computacional inerente da implementação digital. Essa metodologia é utilizada porque, segundo Buso & Mattavelli (2015), o efeito da modulação PWM pode ser modelado através de um ZOH. Consequentemente, ao discretizar a planta dessa forma, ao mesmo tempo em que se converte o modelo da planta para tempo discreto, o efeito do PWM é incorporado nela. A Figura 113 exibe o diagrama de blocos do sistema de controle em tempo discreto considerado na análise desta seção.

Figura 113 – Diagrama de blocos do sistema inicial utilizado para avaliar a PRC proposta (tempo-discreto).



Fonte: Elaborada pelo autor.

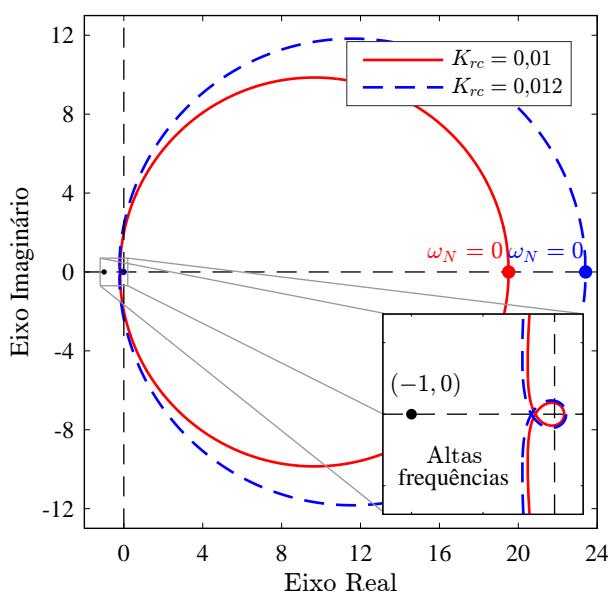
Uma vez que o erro do sistema de controle é dado em termos de corrente e a lei de controle em termos de razão cílica, o ganho repetitivo é inicialmente adotado como

$K_{rc} = 0,01$ . Dessa forma, ao avaliar o diagrama de Nyquist de  $G_m(z) = K_{rc} \cdot z^{-1} \cdot G_{zoh}(z)$  (Figura 114), duas características devem ser observadas:

1. Quanto maior for o ganho repetitivo do controlador, maior será a parte real do diagrama de Nyquist de  $G_m(z)$  para  $\omega_N = 0$ . Portanto, torna-se interessante utilizar  $a > 0,5$  para a obtenção da estabilidade- $\mathcal{L}_2$  do sistema de controle, haja vista que ao fazer isso o semiplano positivo seja inteiramente contido no domínio de estabilidade do sistema com PRC (Figura 85);
2. Uma vez que o diagrama de Nyquist de  $G_m(z)$  contorna a origem do plano complexo, o domínio de estabilidade da PRC não conterá inteiramente este diagrama, independentemente do parâmetro  $a$  selecionado pelo projetista (Figura 85). De fato, a parte do diagrama não contemplada pelo domínio refere-se às componentes de altas frequências, cujo diagrama de Nyquist exibe parte real negativa (Figura 114). Este problema pode ser resolvido ao utilizar a PRC com filtro passa-baixas FIR de deslocamento de fase nulo, que aumentará o domínio de estabilidade do sistema para conter as frequências elevadas.

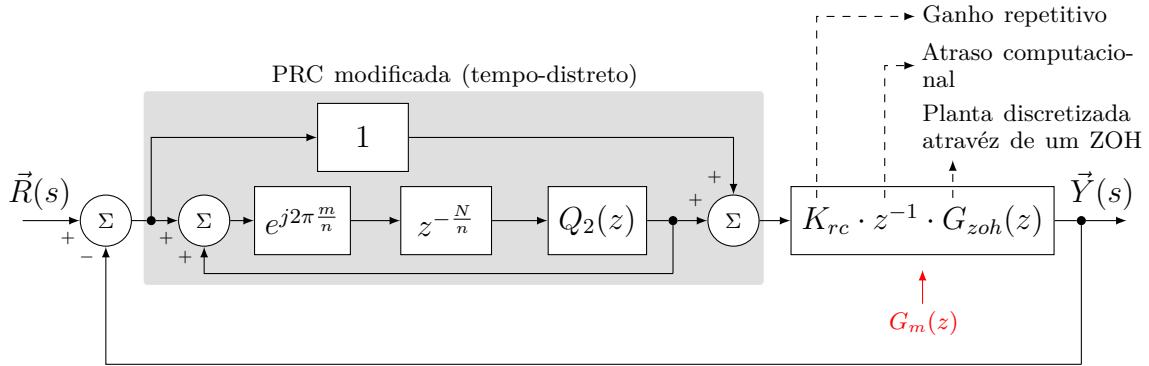
Dessa forma, foi escolhido o valor inicial de  $a = 1$  para a análise realizada nesta seção. Logo, o diagrama de blocos do controlador é alterado, resultando na estrutura exibida na Figura 115.

Figura 114 – Diagrama de Nyquist de  $G_m(z) = K_{rc} \cdot z^{-1} \cdot G_{zoh}(z)$ .



Fonte: Gráficos obtidos no *software* Matlab R2015b.

Figura 115 – Diagrama de blocos do sistema de controle com PRC modificada (tempo-discreto).



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 6.3.2 Sintonia dos demais parâmetros do sistema com PRC modificada

Uma vez que a PRC com  $a = 1$  equivale ao controlador proposto por Zimann *et al.* (2019) (vide a Tabela 8), o método de projeto descrito em (ZIMANN *et al.*, 2019) foi usado para sintonizar o ganho repetitivo  $K_{rc}$  e um avanço de fase  $H_l(z)$ , o qual é responsável por atenuar o efeito de atraso computacional. O ganho repetitivo e o avanço de fase obtidos por esse método foram

$$K_{rc} = 0,060 \quad (195)$$

e

$$H_l(z) = \frac{0,6526 - 0,4301 z^{-1}}{1 - 0,08271 z^{-1}}. \quad (196)$$

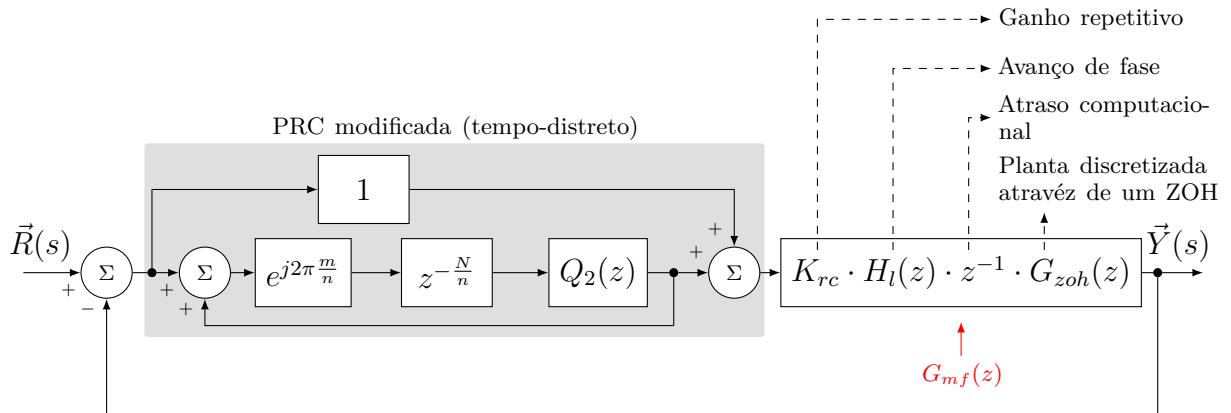
Para ampliar o domínio de estabilidade, foi utilizado um filtro FIR simétrico com  $M = 6$  e frequência de corte  $f_c = 1,8$  kHz, isto é,

$$\begin{aligned} Q_2(z) = & 0,01269 z^3 + 0,07715 z^2 + 0,2415 z + 0,3372 \\ & + 0,2415 z^{-1} + 0,07715 z^{-2} + 0,01269 z^{-3}. \end{aligned} \quad (197)$$

Portanto, o diagrama de blocos completo do sistema de controle é exibido na Figura 116. Como esse filtro é de deslocamento de fase nulo, não é necessária a implementação de compensação de deslocamento dos polos que seria causado por um filtro causal com deslocamento de fase linear (Capítulo 5).

De fato, ao avaliar o diagrama de Nyquist da FTMA do sistema de controle com o atraso computacional, porém sem o avanço de fase  $H_l(z)$ , observa-se que este contorna diversas vezes o ponto  $(-1, 0)$  (curva apresentada para  $\psi = 0$  na Figura 117). Esta característica indica que o sistema de controle é instável, haja vista que o sistema é de fase mínima. Portanto,  $H_l(z)$  é um avanço de fase projetado para tornar o sistema estável, conforme indicado na Figura 117.

Figura 116 – Diagrama de blocos do sistema de controle com PRC modificada e avanço de fase (tempo-discreto).

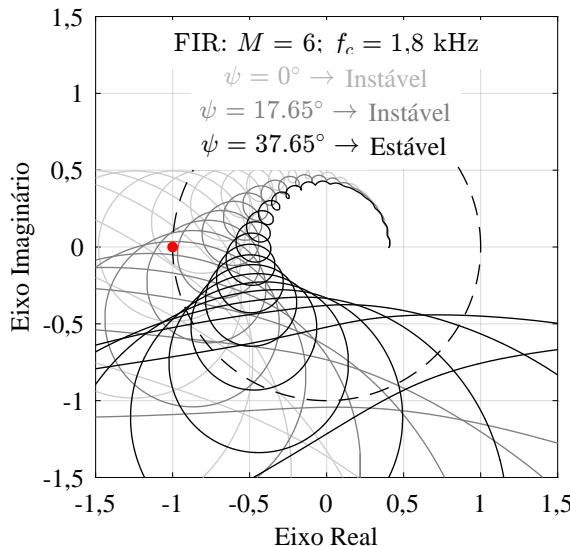


Fonte: Elaborada pelo autor.

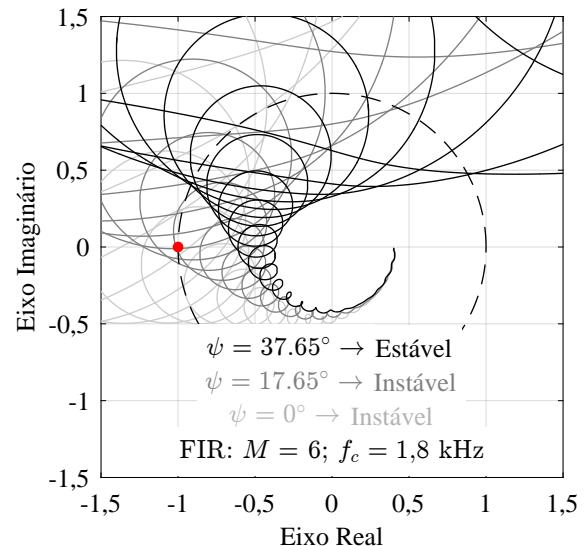
É importante destacar que, como discutido no Capítulo 2, o projetista do sistema de controle complexo deve atentar-se a ambos os espectros positivo e negativo. Estes espectros e o efeito de aumentar progressivamente o avanço de fase aplicado é ilustrado na Figura 117a, para o espectro positivo, e na Figura 117b, para o espectro negativo.

Figura 117 – Diagrama de Nyquist da FTMA do sistema apresentado na Figura 116.  $\psi$  representa o avanço de fase aplicado por  $H_l(z)$  na frequência que define a margem de fase.

(a) Espectro positivo ( $\omega_N > 0$ ).



(b) Espectro negativo ( $\omega_N < 0$ ).



Fonte: Gráficos obtidos no software Matlab R2015b.

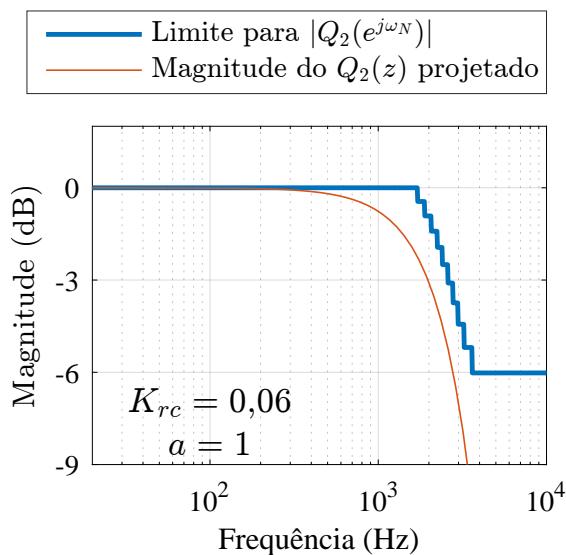
### 6.3.3 Verificação do limite de magnitude de $Q_2(z)$

Ao considerar o avanço de fase,  $G_m(z)$  passa a ser definido como  $G_{mf}(z) = K_{rc} \cdot H_l(z) \cdot z^{-1} \cdot G_{zoh}(z)$  (Figuras 115 e 116). Consequentemente, após avaliar o diagrama

de Nyquist de  $G_{mf}(z)$ , torna-se possível determinar o limite de magnitude (para todo o espectro) do filtro FIR  $Q_2(z)$  utilizado na PRC modificada.

O passo acima descrito refere-se à Etapa 4 do algoritmo proposto para projeto do filtro  $Q_2(z)$  (Seção 5.2). Devido a esse fato, o *script* exibido na Figura 105 foi utilizado para obtenção do limite de magnitude do filtro  $Q_2(z)$ . A Figura 118 exibe ambos o limite de magnitude para o filtro  $Q_2(z)$  e a magnitude real do filtro usado para a obtenção dos resultados experimentais, representado na Equação (197). A partir dessa figura, observa-se que o filtro FIR está adequado para a aplicação, resultando na estabilidade do sistema de controle.

Figura 118 – Limite de magnitude (azul) e magnitude real (vermelho) do  $Q_2(z)$  usado para a obtenção dos resultados experimentais.



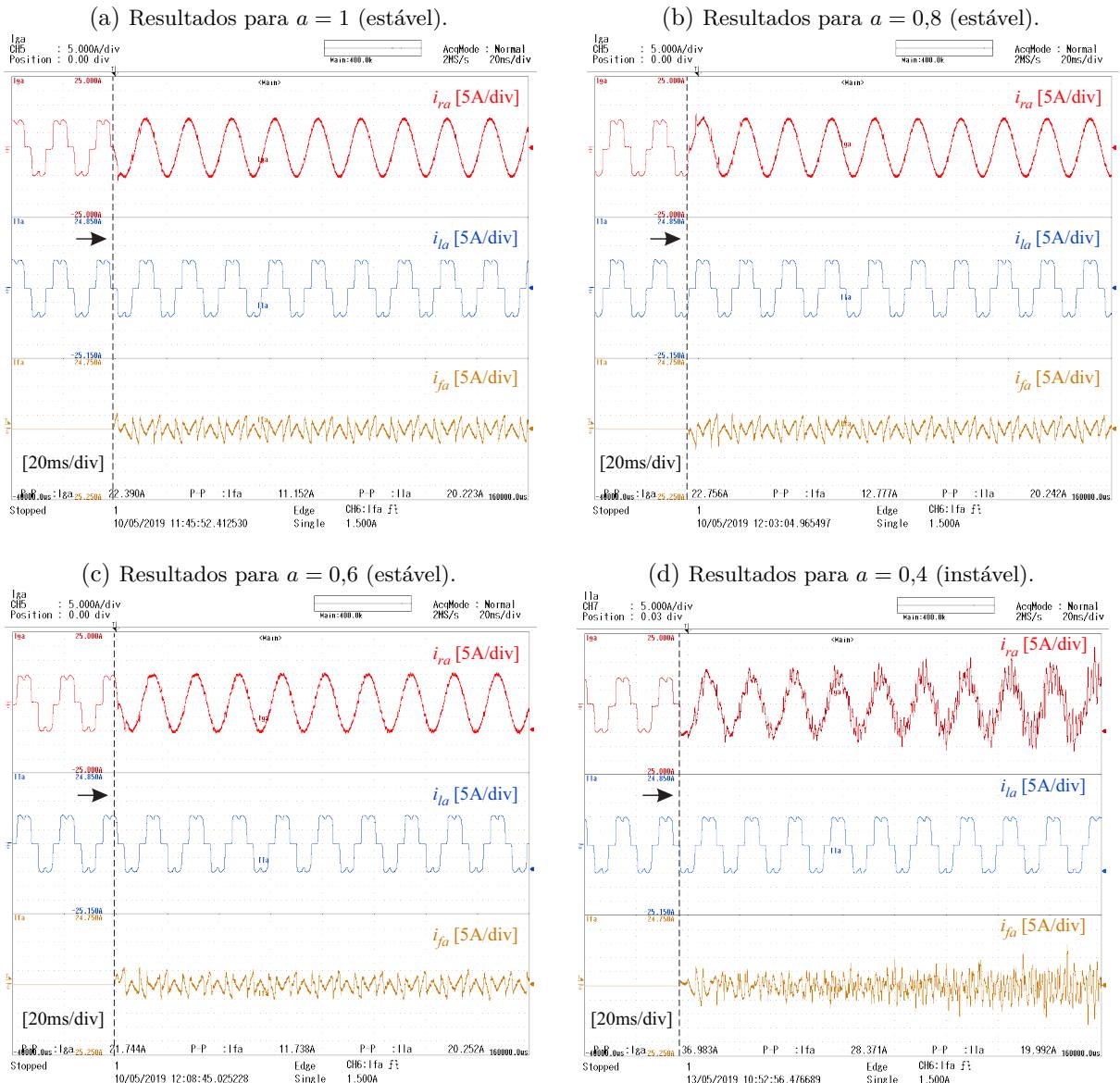
Fonte: Gráficos obtidos no *software* Matlab R2015b.

### 6.3.4 Resultados experimentais para variações no parâmetro $a$

A Figura 119a mostra as correntes de rede, de carga e de saída do FAP (fase  $a$ ) antes e depois de habilitar a operação do inversor trifásico como FAP. A partir da análise dessa figura observa-se que as correntes impostas pelo FAP causaram uma redução na distorção harmônica das correntes da rede. Essa redução pode ser avaliada a partir da distorção harmônica total (*total harmonic distortion* – THD) das correntes da rede para as fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ , as quais foram reduzidas de 27,52%, 27,05% e 27,38% para 1,31%, 1,83% e 1,67%, respectivamente.

Para verificar o impacto do parâmetro  $a$  na estabilidade do sistema, ele é reduzido de  $a = 1$  (Figura 119a) até  $a = 0,4$  (Figura 119d), enquanto os mesmos avanço de fase  $H_l(z)$ , ganho repetitivo  $K_{rc}$  e filtro FIR  $Q_2(z)$  são mantidos. Ao fazer isso, o domínio de estabilidade do sistema com PRC é reduzido ao ponto de não mais contemplar as baixas frequências do diagrama de Nyquist de  $G_{mf}(z)$ , independentemente da frequência de corte e da ordem do  $Q_2(z)$  utilizado (Figura 120).

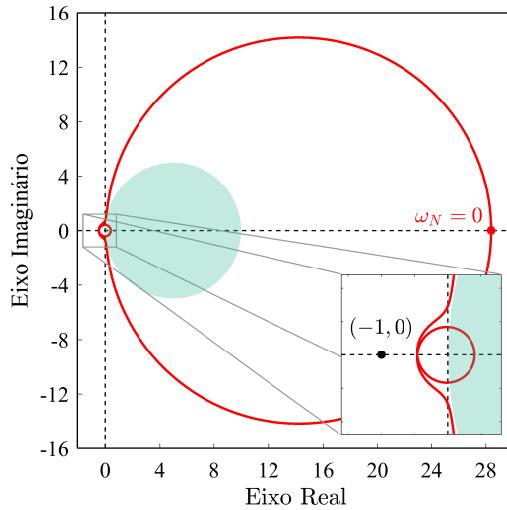
Figura 119 – Correntes de rede, de carga e de saída de FAP (fase  $a$ ) antes e depois de habilitar a operação do inversor trifásico como FAP em paralelo.



Fonte: Resultados obtidos experimentalmente.

Outros resultados relevantes são apresentados nas Figuras 119b e 119c, que exibem as correntes de rede, de carga e de saída do FAP (fase  $a$ ) antes e depois de habilitar a operação do inversor como FAP para  $a = 0,8$  e  $a = 0,6$ , respectivamente. Essas figuras

Figura 120 – Domínio de estabilidade do sistema com PRC com  $a = 0,4$  ( $|Q_2| = 1$ ) e diagrama Nyquist de  $G_{mf}(z)$  (em vermelho).

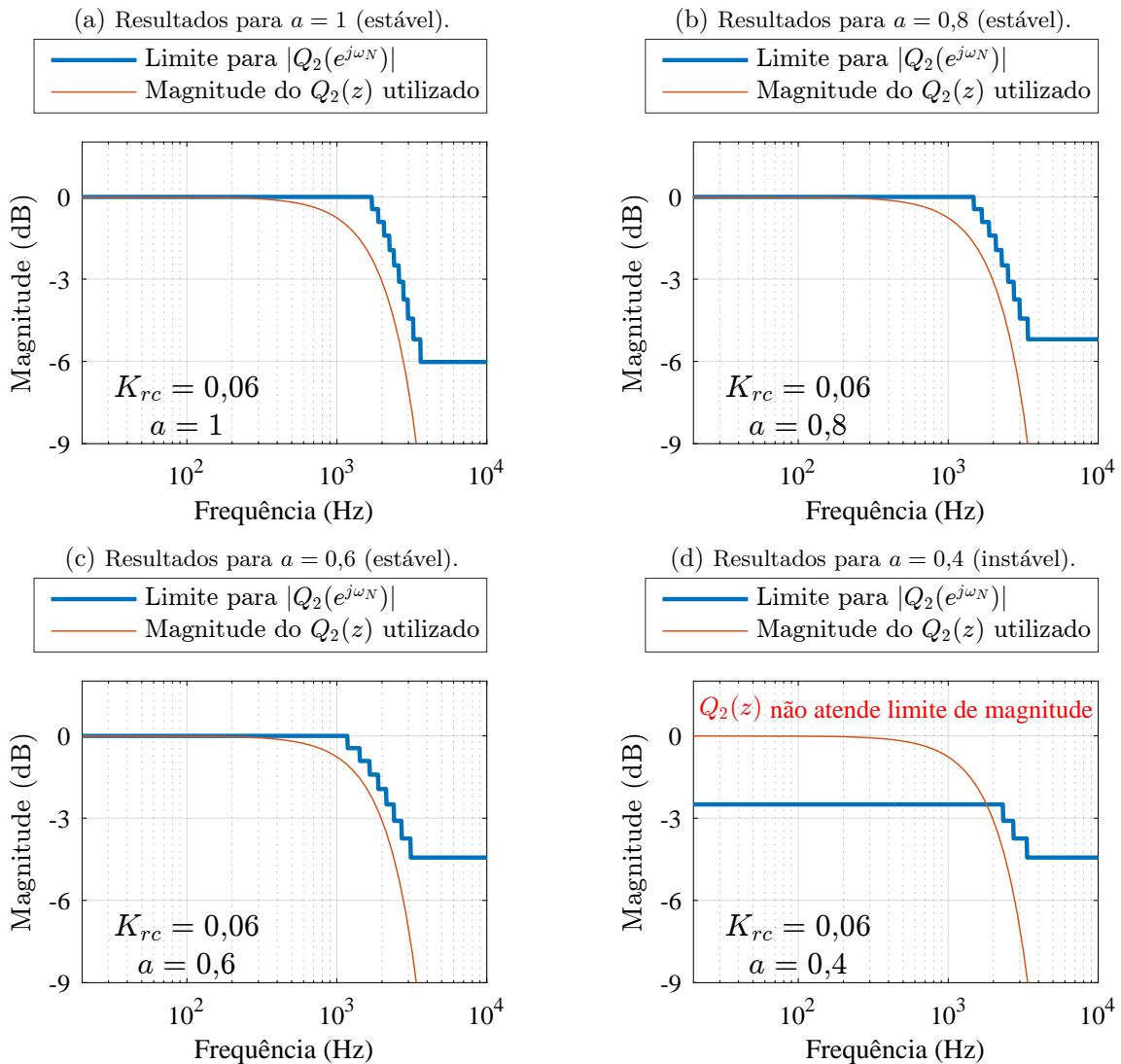


Fonte: Gráficos obtidos no *software Matlab R2015b*.

apontam para a estabilidade do sistema, estando em concordância com as características descritas no início desta seção, em que foi indicada a utilização de  $a > 0,5$  para a obtenção da estabilidade- $\mathcal{L}_2$ .

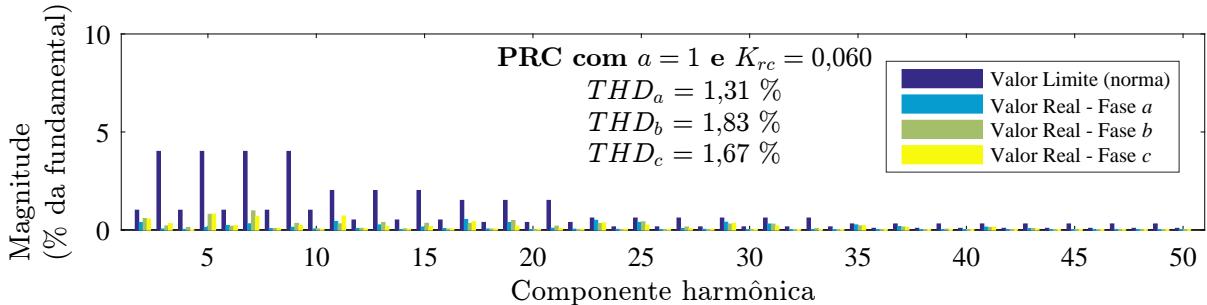
A estabilidade do sistema pode ser alternativamente avaliada ao comparar a magnitude do filtro  $Q_2(z)$  utilizado para obtenção dos resultados com o limite de magnitude que este pode atingir, como feito na Figura 118. Neste sentido, a Figura 121 exibe essas curvas para os diferentes valores de  $a$  avaliados experimentalmente. Em concordância com os resultados apresentados na Figura 119,  $Q_2(z)$  não atende o limite de magnitude apenas quando  $a = 0,4$  (Figura 121d). De fato, o limite para magnitude do filtro  $Q_2(z)$  é inferior a 0 dB mesmo para baixas frequências nesse exemplo.

Figura 121 – Limite de magnitude (azul) e magnitude real (vermelho) do  $Q_2(z)$  para os diferentes valores de  $a$  avaliados experimentalmente.



A norma 519-2014 (IEEE..., 2014) estabelece limites percentuais para a distorção harmônica com relação à máxima corrente de frequência fundamental demandada pela carga. Para os resultados obtidos com  $a = 1$ , a máxima corrente fundamental da carga é de aproximadamente 10,7 A de pico. Portanto, ao fazer a decomposição espectral das correntes da rede durante a operação em regime permanente do FAP, pôde-se observar que a magnitude das componentes harmônicas das correntes da rede estão dentro dos limites definidos pela norma IEEE 519-2014 (IEEE..., 2014), conforme exibido na Figura 122.

Figura 122 – Espectro harmônico e THD das correntes de rede durante a operação em regime permanente do FAP e valores limite para as componentes harmônicas de corrente de acordo com a norma (IEEE..., 2014).



Fonte: Diagrama obtido a partir de resultados experimentais.

#### 6.4 COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO ENTRE CONTROLADORES DE AÇÃO REPETITIVA E RESSONANTE IMPLEMENTADOS EM REFERENCIAL ESTACIONÁRIO

Conforme discutido no Capítulo 4, todos os RCs reais e complexos encontrados na literatura podem ser representados em termos da PRC de configuração genérica apresentada neste trabalho. Dessa forma, seus ganhos repetitivos precisam ser alterados para que se possa avaliar o desempenho dos controladores de forma justa. Essa característica pode ser obtida ao adotar mesmos ganhos repetitivos para cada PRC que forma cada um dos controladores avaliados. Neste sentido, a Tabela 12 exibe tanto os controladores que serão avaliados experimentalmente (com ganhos equivalentes) quanto suas respectivas decomposições em PRCs. O RC convencional proposto por Hara *et al.* (1988) é implementado considerando  $a(s) = 1$ .

É importante que o leitor perceba que sem fazer uso da decomposição em PRCs para viabilizar essa comparação, não seria possível comprovar que os controladores repetitivos estariam sendo implementados com ganhos repetitivos equivalentes. Dessa forma, os diagramas de blocos dos esquemas de controle avaliados, seguindo os ganhos apresentados na Tabela 12, são exibidos na Figura 123.

Para os controladores avaliados que implementam múltiplos ressonantes em paralelo, os quais estão listados na Tabela 13, é importante definir quantos ressonantes serão utilizados e em quais frequências eles serão sintonizados, o que também está indicado na Tabela 13. É importante destacar que os sinais “+” e “-”, utilizados para caracterizar as harmônicas controladas pela estratégia “P + Múltiplos ROGIs”, são utilizados para indicar a sequência de fases em que cada ROGI está sintonizado.

A partir dos estudos realizados nesta tese, espera-se que:

Tabela 12 – Controladores repetitivos avaliados com ganhos equivalentes (implementação em tempo-discreto) e suas respectivas decomposições em estruturas de PRCs em paralelo.

|                       | Controladores Avaliados                                    | Decomposição em PRCs  |
|-----------------------|--|---|
| Estratégias Reais     | RC convencional com $a(z) = 1$ (HARA <i>et al.</i> , 1988) | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(1k+0)}(a = 1, z)$   |
|                       | $nk \pm m$ RC (LU; ZHOU, 2011)                             | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, z) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 0,5, z)$ |
|                       | $nk \pm m$ RC (LU <i>et al.</i> , 2014)                    | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0, z) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 0, z)$     |
|                       | $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$                  | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z) + K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk-m)}(a = 1, z)$     |
| Estratégias Complexas | $nk + m$ RC (LUO <i>et al.</i> , 2016)                     | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 0,5, z)$   |
|                       | $nk + m$ RC (ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)                  | $K_{rc} \cdot \vec{C}_{PRC}^{(nk+m)}(a = 1, z)$   |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 13 – Controladores ressonantes avaliados (implementação em tempo-discreto) e as componentes harmônicas nas quais estes são sintonizados.

|                    | Controladores Avaliados                         | Ressonantes sintonizados para controle das harmônicas abaixo |
|--------------------|---|--|
| Estrutura Real     | P + Múltiplos SOGIs (YUAN <i>et al.</i> , 2002) | {1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29}                        |
| Estrutura Complexa | P + Múltiplos ROGIs (ZENG <i>et al.</i> , 2014) | {-29, -23, -17, -11, -5, +1, +7, +13, +19, +25}              |

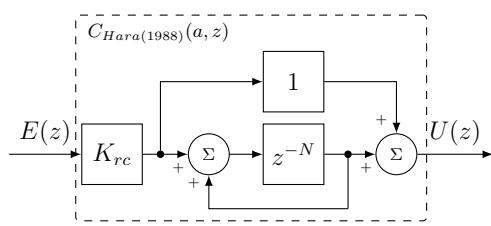
Fonte: Elaborada pelo autor.

- as soluções complexas possibilitem o uso de ganhos ressonantes e repetitivos mais elevados que as soluções reais (Capítulo 2);
- quanto mais PRCs em paralelo sejam necessárias para representar uma estrutura de controle repetitivo, maior será o ganho dessa associação para altas frequências, o que piora sua estabilidade (Capítulo 4); e
- os RCs que podem ser decompostos em PRCs apresentem um compromisso menos restritivo entre estabilidade e desempenho à medida que  $a$  aumenta, possibilitando o uso de ganhos repetitivos mais elevados (Capítulo 5).

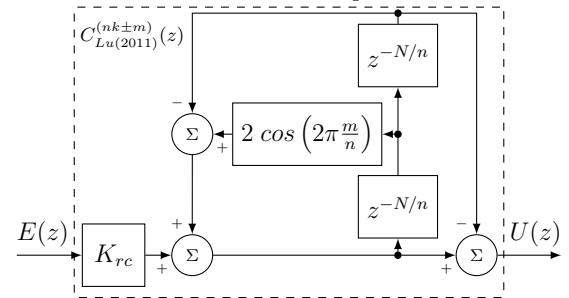
Assim, nas subseções a seguir os controladores supracitados são analisados para validar as afirmações acima. Neste contexto, são apresentados resultados obtidos tanto em regime permanente quanto em transitório. Por fim, uma comparação de indicadores de desempenho é realizada entre as estratégias de controle listadas nas Tabelas 12 e 13.

Figura 123 – Diagrama de blocos dos controladores repetitivos avaliados. Ganhos repetitivos normalizados para apresentarem as decomposições em PRCs descritas na Tabela 12.

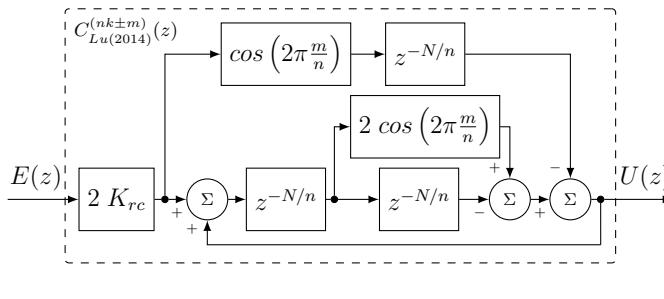
(a) RC convencional proposto por Hara *et al.* (1988)  
com  $a = 1$ , analisado em tempo-discreto.



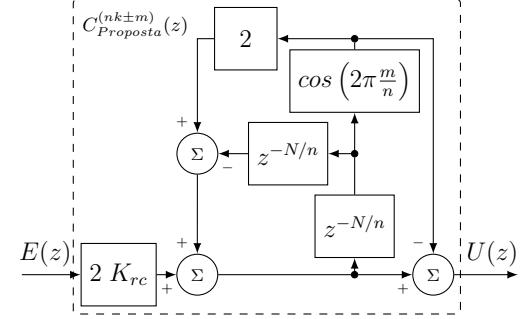
(b)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011),  
analisado em tempo-discreto.



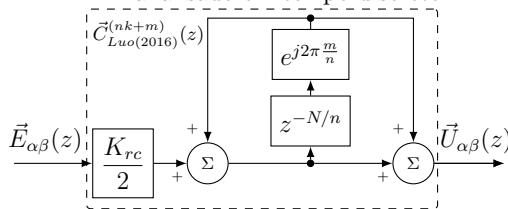
(c)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014).



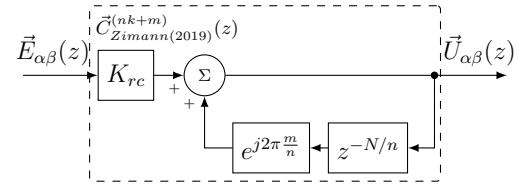
(d)  $nk \pm m$  RC proposto pelo autor. Baseado em duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo.



(e)  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016),  
analisado em tempo-discreto.



(f)  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019),  
com co-autoria do autor desta tese.



Fonte: Elaborada pelo autor.

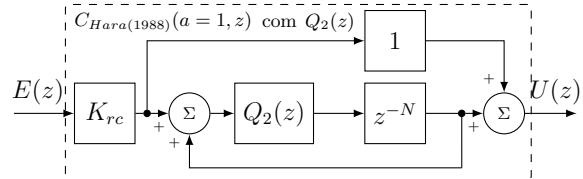
#### 6.4.1 Parâmetros dos controladores repetitivos avaliados

Em relação ao projeto e implementação dos controladores baseados na ação repetitiva, os domínios de estabilidade dos RCs avaliados precisam ser expandido haja vista que a planta desta aplicação possui grau relativo superior a zero. Dessa forma, LPFs com deslocamento de fase nulo podem ser usados no núcleo gerador de sinais periódicos dos

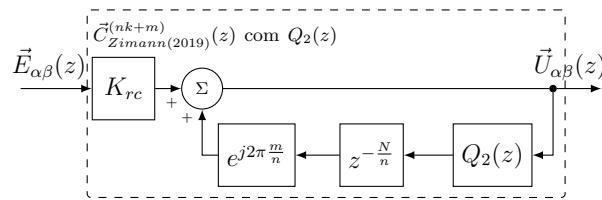
RCs avaliados. Os diagramas de blocos dos controladores repetitivos com os LPFs são apresentados na Figura 124.

Figura 124 – Diagramas de blocos dos controladores repetitivos avaliados experimentalmente. Filtros  $Q_2(z)$  (com deslocamento de fase nulo) utilizados para aumentar o domínio de estabilidade.

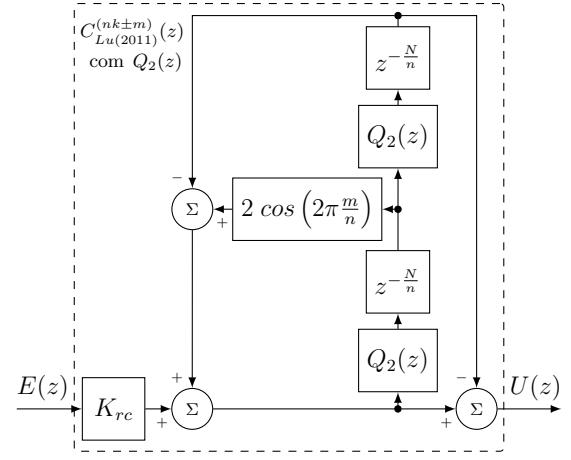
(a) RC convencional proposto por Hara *et al.* (1988), analisado em tempo-discreto.



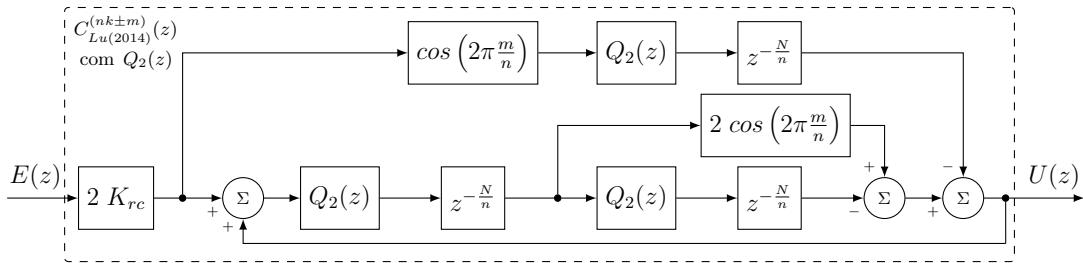
(b)  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019), com co-autoria do autor desta tese.



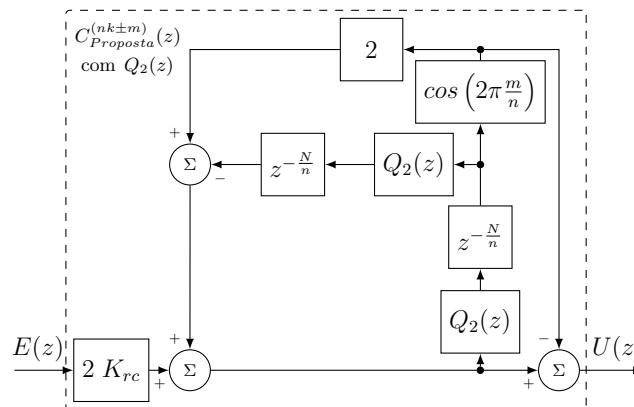
(c)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011), analisado em tempo-discreto.



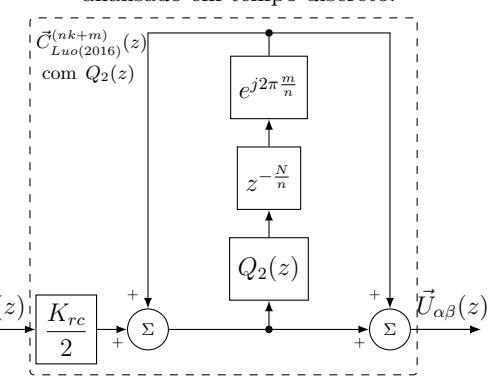
(d)  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014).



(e)  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$ .



(f)  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016), analisado em tempo-discreto.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A sintonia dos ganhos repetitivos foi primeiramente realizada para o RC convencional ( $C_{Hara(1988)}(a = 1, z)$ ) utilizando a metodologia de projeto apresentada em (NETO *et al.*, 2018). A partir deste projeto, foi determinada a utilização de  $K_{rc} = 0,060$  e de um avanço de fase cuja função de transferência em tempo-discreto é

$$H_l(z) = \frac{0,6526 - 0,4301 z^{-1}}{1 - 0,08271 z^{-1}},$$

o qual é utilizado para atenuar o efeito de atraso computacional. Para ampliar o domínio de estabilidade, foi utilizado um filtro FIR simétrico de ordem  $M = 6$  e de frequência de corte  $f_c = 1,8$  kHz, isto é,

$$\begin{aligned} Q_2(z) = & \quad 0,01269 z^3 + 0,07715 z^2 + 0,2415 z + 0,3372 \\ & + 0,2415 z^{-1} + 0,07715 z^{-2} + 0,01269 z^{-3} \end{aligned}$$

Conforme será mostrado mais adiante, a seleção de  $K_{rc} = 0,060$  resulta em características de estabilidade e de desempenho razoáveis.

Ao aplicar este mesmo ganho repetitivo aos demais RCs avaliados, considerando mesmos  $Q_2(z)$  e  $H_l(z)$  para propiciar uma comparação justa, observou-se que apenas o sistema com o  $nk + m$  RC proposto por (ZIMANN *et al.*, 2019) se mostra estável (Tabela 14). Esses resultados estão de acordo com as expectativas descritas no início desta seção, visto que as soluções estáveis são decompostas em uma única PRC, sendo esta com  $a = 1$ . O  $nk \pm m$  baseado em PRCs com  $a = 1$ , nessa aplicação, resultou em um sistema instável. Isso ocorre porque a utilização de duas PRCs em paralelo piora as características de estabilidade do sistema, conforme discutido no Capítulo 4.

Para fins de comparação, o ganho repetitivo de todas as soluções instáveis foi reduzido até que o sistema apresentasse índice de sensibilidade  $\eta$  e frequência de cruzamento por 0 dB comparáveis aos obtidos para o RC convencional proposto por (HARA *et al.*,

Tabela 14 – Avaliação da estabilidade absoluta do sistema com os RCs exibidos na Figura 124. Todos os RCs avaliados com mesmos  $K_{rc} = 0,060$ ,  $Q_2(z)$  e  $H_l(z)$ . Resultados estáveis em destaque.

| Esquema de controle                            | Decomposição em PRCs<br>(Tabela 12)        | Condição de estabilidade |
|--|--|--------------------------|
| RC convencional<br>(HARA <i>et al.</i> , 1988) | 1 PRC com $a = 1$                          | Estável                  |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU; ZHOU, 2011)              | 2 PRCs em paralelo,<br>ambas com $a = 0,5$ | Instável                 |
| $nk \pm m$ RC<br>(LU <i>et al.</i> , 2014)     | 2 PRCs em paralelo,<br>ambas com $a = 0$   | Instável                 |
| $nk + m$ RC<br>(LUO <i>et al.</i> , 2016)      | 1 PRC com $a = 0,5$                        | Instável                 |
| $nk \pm m$ RC baseado<br>em PRCs com $a = 1$   | 2 PRCs em paralelo,<br>ambas com $a = 1$   | Instável                 |
| $nk + m$ RC<br>(ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)   | 1 PRC com $a = 1$                          | Estável                  |

Fonte: Elaborada pelo autor.

1988) e  $nk + m$  RC proposto por (ZIMANN *et al.*, 2019), soluções indicadas estáveis na Tabela 14. Quando necessário, uma ação proporcional (de ganho  $K_p$ ) foi adicionada nesses controladores para viabilizar a obtenção dos índice de sensibilidade  $\eta$  e frequência de cruzamento por 0 dB desejados. Os ganhos utilizados para implementação experimental de cada controlador estão exibidos na Tabela 15.

Tabela 15 – Ganhos utilizados para implementação experimental de cada controlador repetitivo avaliado.  
Todos os RCs utilizando os mesmos  $Q_2(z)$  e  $H_l(z)$ .

| Esquema de controle                         | Decomposição em PRCs (Tabela 12)        | Ganho repetitivo | Ganho proporcional |
|---|---|------------------|--------------------|
| RC convencional (HARA <i>et al.</i> , 1988) | 1 PRC com $a = 1$                       | 0,060            | 0                  |
| $nk \pm m$ RC (LU; ZHOU, 2011)              | 2 PRCs em paralelo, ambas com $a = 0,5$ | 0,013            | 0,025              |
| $nk \pm m$ RC (LU <i>et al.</i> , 2014)     | 2 PRCs em paralelo, ambas com $a = 0$   | 0,016            | 0,034              |
| $nk + m$ RC (LUO <i>et al.</i> , 2016)      | 1 PRC com $a = 0,5$                     | 0,030            | 0,025              |
| $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$   | 2 PRCs em paralelo, ambas com $a = 1$   | 0,039            | 0                  |
| $nk + m$ RC (ZIMANN <i>et al.</i> , 2019)   | 1 PRC com $a = 1$                       | 0,060            | 0                  |

Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 6.4.2 Parâmetros dos controladores ressonantes avaliados

Em relação ao projeto dos controladores baseados na ação ressonante, a estratégia “P + Múltiplos SOGIs” foi projetada utilizando a metodologia descrita em (NETO, 2018) para obter índice de sensibilidade  $\eta$  e frequência de cruzamento por 0 dB equivalentes aos utilizados para sintonia dos RCs. Essa metodologia consiste em:

- Modelar e discretizar a planta que se deseja controlar;
- Sintonizar um ganho proporcional ( $K_p$ ), responsável por definir comportamento geral da resposta em frequência do sistema;
- Adicionar SOGIs discretizados em paralelo à ação proporcional;
- Sintonizar os ganhos ressonantes ( $K_i$ ) dos SOGIs (mesmo ganho para todos SOGIs);
- Compensar eventuais atrasos decorrentes da planta, processo de amostragem e tempo de computação.

Buscando implementar um avanço de fase apenas no pico de ressonância aplicado pelo SOGI, o que pode ser utilizado para compensar atrasos da planta, a função de transferência do SOGI pode ser alternativamente implementada por (YEPES *et al.*, 2011):

$$C_{SOGI}^{(h\omega_1)}(s) = 2K_i \frac{s \cdot \cos(\phi_h) - h\omega_1 \cdot \sin(\phi_h)}{s^2 + h^2\omega_1^2}, \quad (198)$$

em que o grau de liberdade  $\phi_h$  permite aplicar um avanço de fase na frequência  $h\omega_1$ . Esse SOGI pode ser discretizado utilizando o método “Tustin com *prewarping*”, visto que essa técnica provê o posicionamento dos picos de ressonância com acurácia, mesmo para situações de SOGIs projetados para atuar em altas frequências e com taxas de amostragem reduzidas (YEPES *et al.*, 2010).

Essa mesma metodologia foi utilizada para projeto e implementação dos ROGIs, uma vez que (XIE *et al.*, 2017) define um ROGI com compensação de fase de forma similar à apresentada acima para o SOGI. Dessa forma, além da frequência em que vai ser aplicado o ganho elevado ( $h\omega_1$ ), ambos os SOGI e ROGI possuem dois parâmetros para sintonia da ação ressonante: o ganho  $K_i$  e o avanço  $\phi_h$  (aplicado ao SOGI/ROGI usado para controlar a componente  $h$ ). Contudo, para o ROGI,  $h\omega_1$  pode ser tanto negativo quanto positivo, em que seu sinal indica a sequência de fases que se deseja compensar.

Os parâmetros utilizados para implementação das soluções “P + Múltiplos SOGIs” e “P + Múltiplos ROGIs” são exibidos na Tabela 16. As componentes harmônicas para as quais os SOGIs e ROGIs foram implementados estão exibidas na Tabela 13.

Tabela 16 – Ganhos utilizados para implementação experimental das estratégias baseadas na ação ressonante real e complexa.

| Esquema de controle                                | Avanço de fase   | Ganho ressonante | Ganho proporcional |
|--|--|------------------|--------------------|
| P + Múltiplos SOGIs<br>(YUAN <i>et al.</i> , 2002) | Para $h = 1 \rightarrow \phi_1 = 0$<br>Para $h \neq 1 \rightarrow \phi_h = 2h\omega_1 T_s$ | 0,7              | 0,0473             |
| P + Múltiplos ROGIs<br>(ZENG <i>et al.</i> , 2014) | Para $h = 1 \rightarrow \phi_1 = 0$<br>Para $h \neq 1 \rightarrow \phi_h = 2h\omega_1 T_s$ | 1,4              | 0,0473             |

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 6.4.3 Análise de regime permanente

Quando em regime permanente, um FAP ideal deve fazer com que as correntes drenadas da rede ( $i_{ra}(t)$ ,  $i_{rb}(t)$  e  $i_{rc}(t)$ ) possuam apenas a componente FFPS. Entretanto, devido às limitações práticas isso não é possível. Uma vez que o desempenho do controlador de corrente tem forte influência no resultado em regime permanente, as THDs das correntes drenadas da rede são frequentemente utilizadas para comparação de controladores.

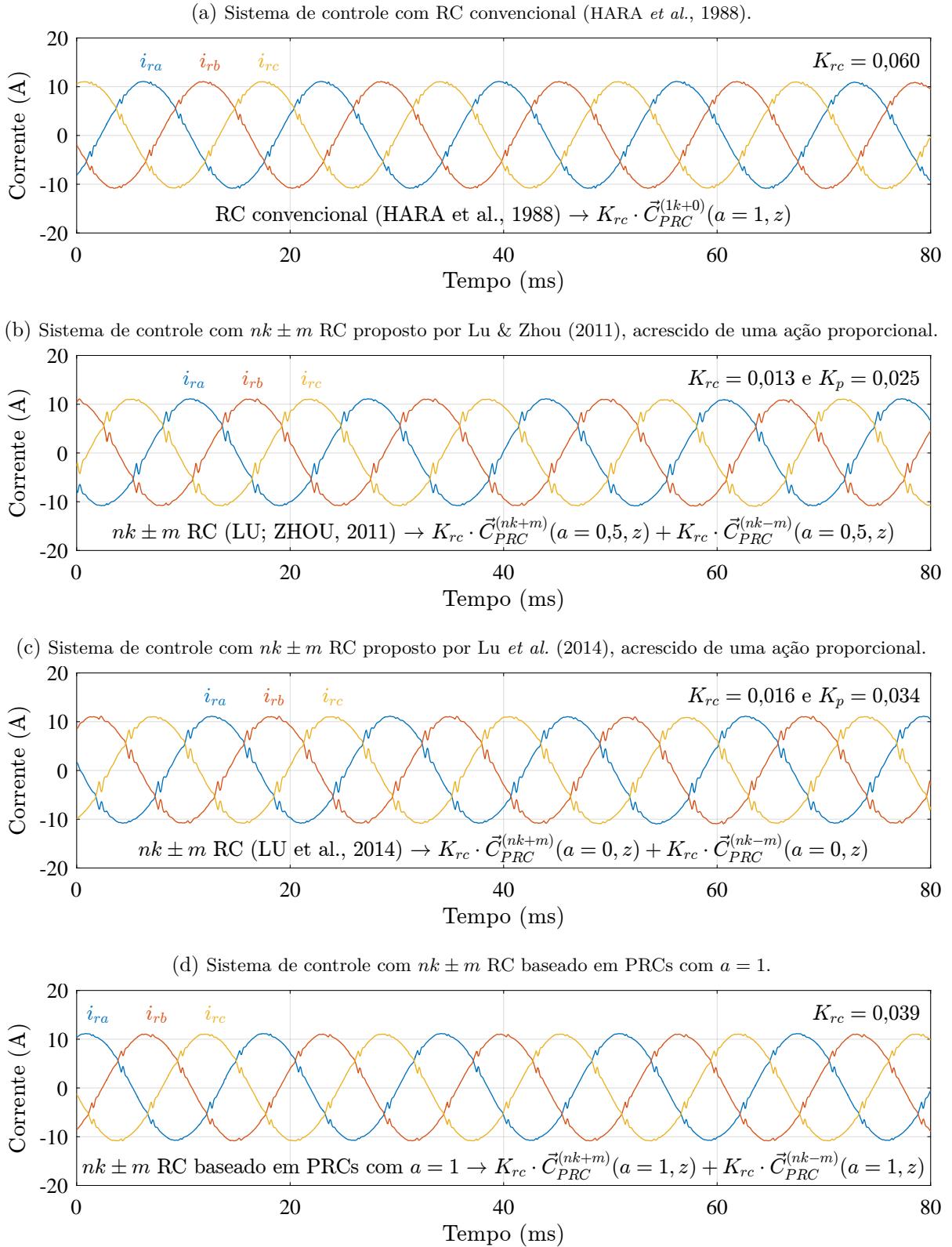
Nas Figuras 125 e 126 são apresentadas as medições das corrente drenadas da rede no experimento, com os respectivos ganhos repetitivos e proporcionais de cada estratégia. Vale ressaltar que a Figura 111 exibe essas medições em uma situação em que não se utiliza FAP. A partir dessas figuras, é possível observar que todos os controladores implementados estão atuando de modo a atenuar a contaminação harmônica da rede, contudo, faz-se necessário avaliar a THD das correntes para cada uma dessas estratégias.

Os espectros harmônicos de todas as correntes medidas estão exibidos nas figuras 127 e 128, onde as barras em azul escuro indicam o valor limitado pela norma IEEE 519-2014 (IEEE..., 2014) e as outras três cores utilizadas indicam a magnitude percentual das componentes harmônicas para as fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Também estão indicadas nessas figuras a THD de cada corrente medida.

A partir destes resultados experimentais, é possível observar os seguintes fatos:

- Todos os controladores produziram uma redução significativa na THD das correntes da rede, que eram em torno de 27 % quando o sistema estava sem FAP em paralelo;
- Conforme era esperado, quanto menos PRCs em paralelo forem utilizados maior será o ganho repetitivo que pode ser aplicado, o que resulta em melhor desempenho em regime permanente. Essa característica pode ser melhor observada ao comparar as estratégias de RCs complexo e real baseadas na mesma PRC. Exemplos: o  $nk + m$  RC que representa uma PRC com  $a = 1$  (ZIMANN *et al.*, 2019) possibilita a utilização de um ganho repetitivo maior do que  $nk \pm m$  RC baseado em duas PRCs com  $a = 1$  (Tabela 15), portanto resulta em menor THD; o mesmo pode ser observado para os  $nk \pm m$  RC e  $nk + m$  RC baseados em PRCs com  $a = 0,5$ , soluções propostas por Lu & Zhou (2011) e Luo *et al.* (2016), respectivamente;

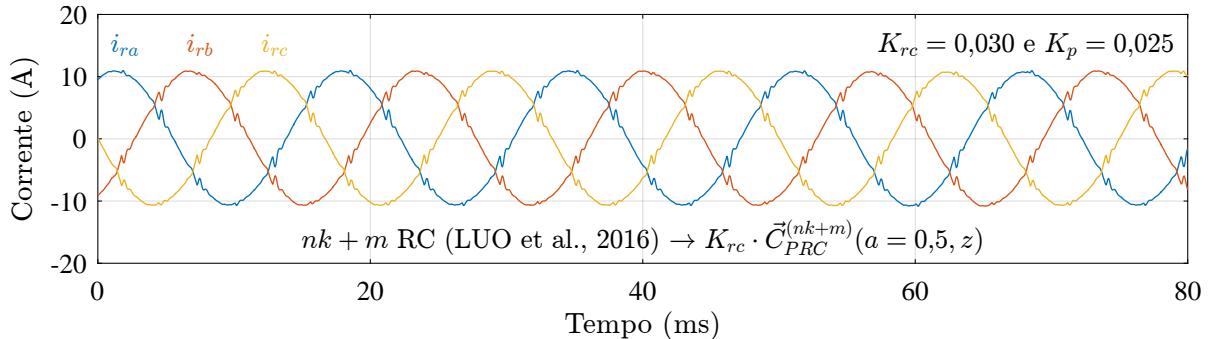
Figura 125 – Experimento: Correntes drenadas da rede considerando: controladores propostos por Hara *et al.* (1988), por Lu & Zhou (2011) (com ação proporcional), por Lu *et al.* (2014) (com ação proporcional) e solução baseada em duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo.



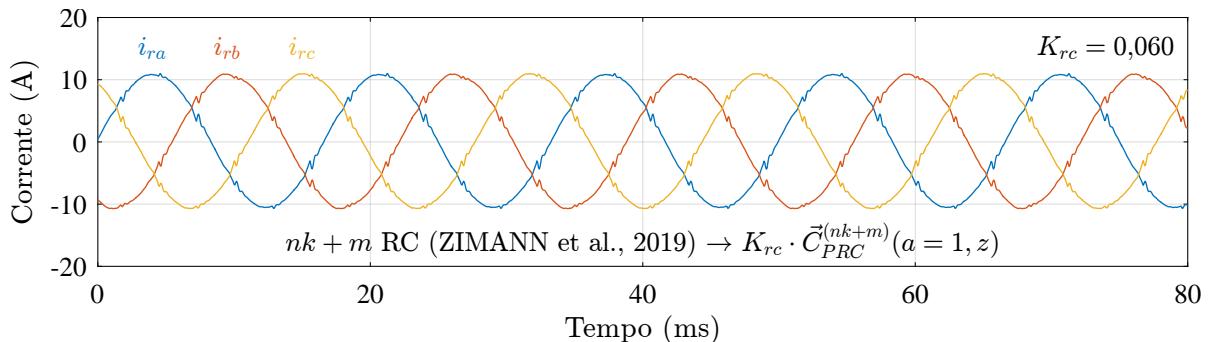
Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

Figura 126 – Experimento: Correntes drenadas da rede considerando: controladores propostos por Luo *et al.* (2016) (com ação proporcional) e por Zimann *et al.* (2019). São considerados também resultados quando implementados P+ Múltiplos SOGIIs e P+Múltiplos ROGIIs.

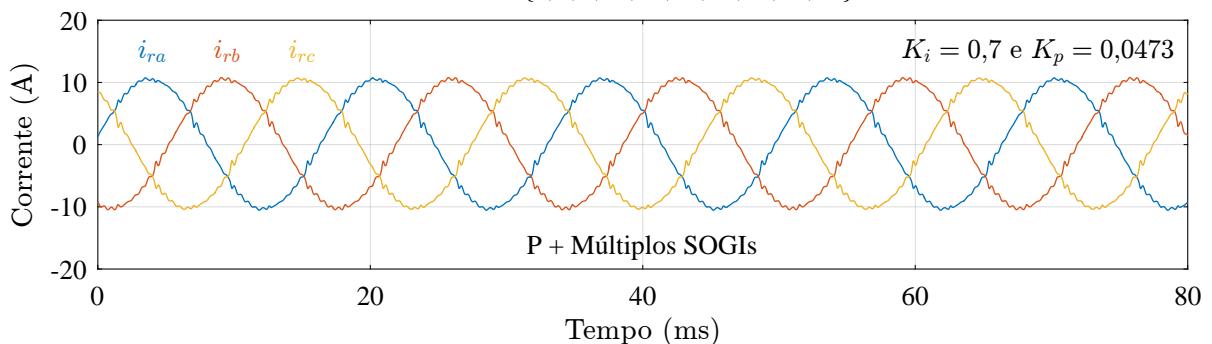
(a) Sistema de controle com  $nk + m$  RC proposto por Luo *et al.* (2016), acrescido de uma ação proporcional.



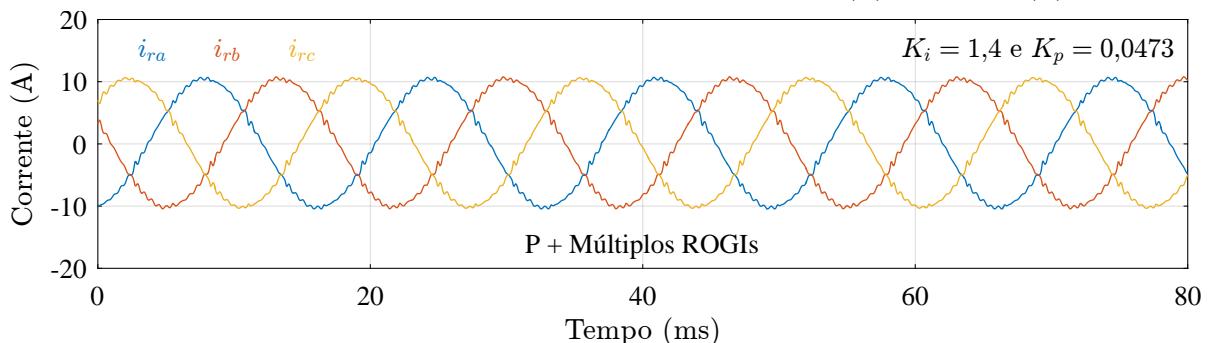
(b) Sistema de controle com  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019), com co-autoria do autor desta tese.



(c) Sistema de controle com P + Múltiplos SOGIIs, os quais estão sintonizados para controle das harmônicas da família  $H = \{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29\}$ .

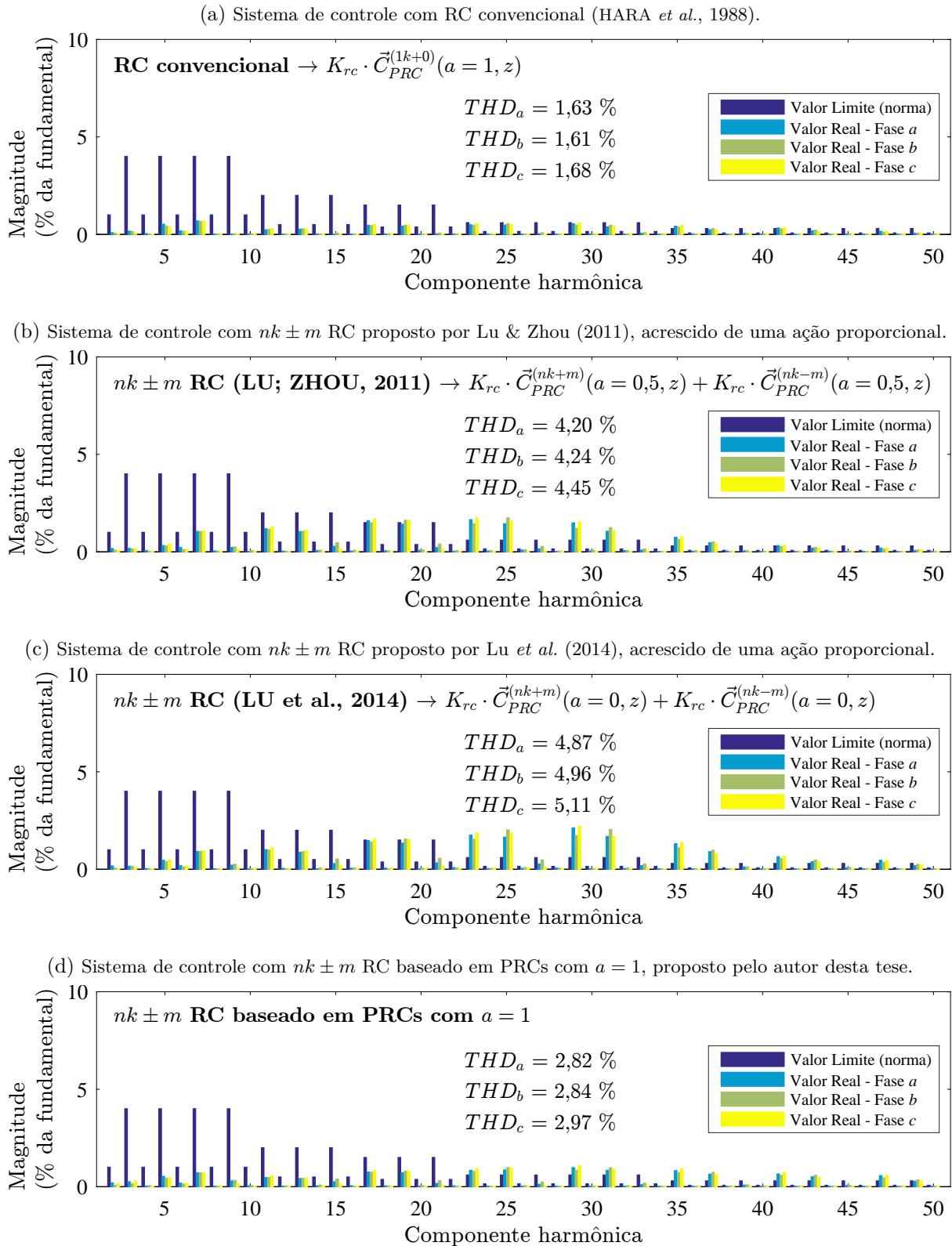


(d) Sistema de controle com P + Múltiplos ROGIIs, os quais estão sintonizados para controle das harmônicas da família  $H_s = \{-29, -23, -17, -11, -5, +1, +7, +13, +19, +25\}$ . O sinal das componentes da família  $H_s$  é utilizado para indicar se a harmônica é de sequência-negativa (-) ou -positiva (+).



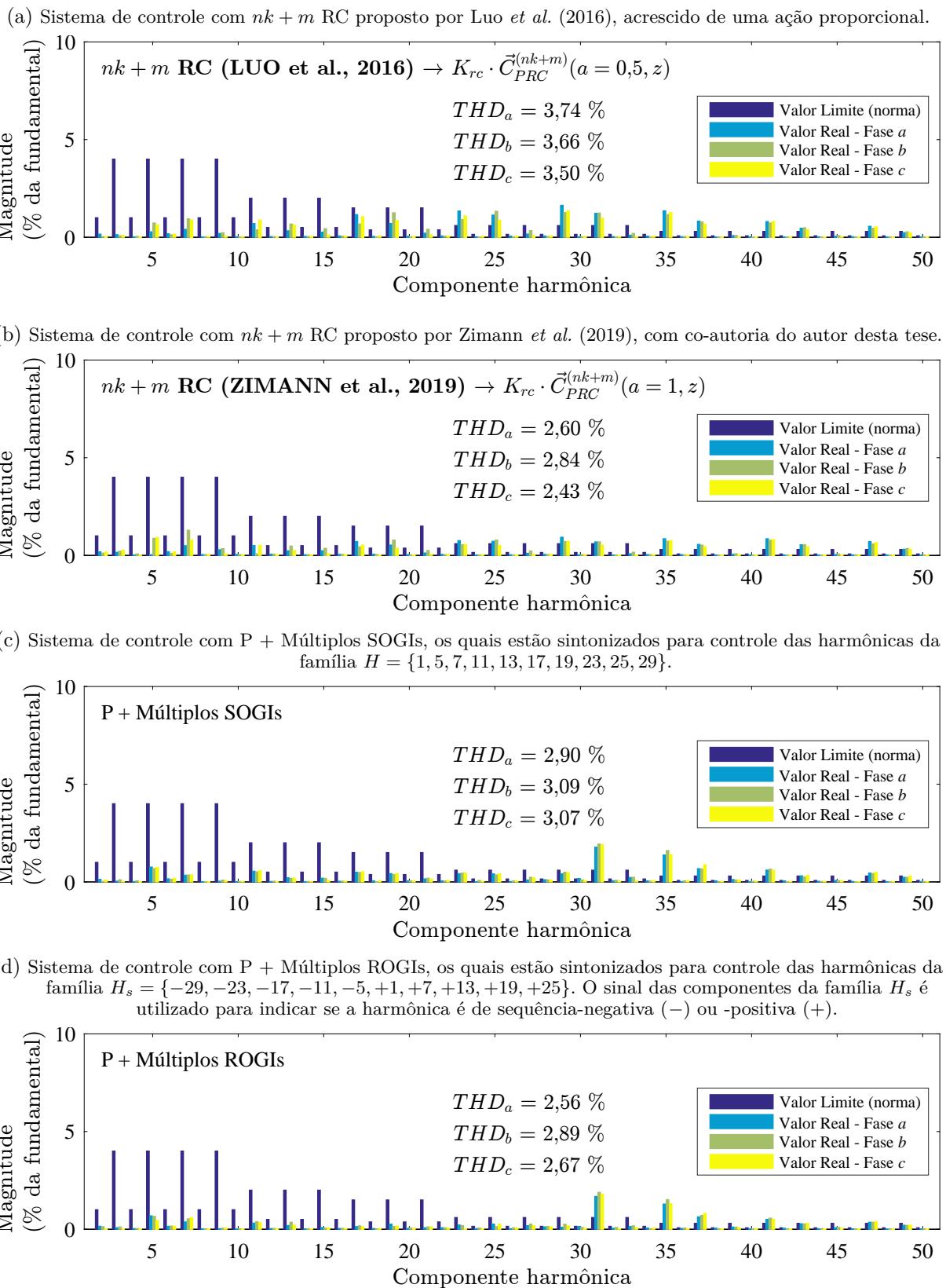
Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

Figura 127 – Experimento: Espectro harmônico e THD das correntes drenadas da rede para: controladores propostos por Hara *et al.* (1988), por Lu & Zhou (2011) (com ação proporcional), por Lu *et al.* (2014) (com ação proporcional) e solução baseada em duas PRCs com  $a = 1$  em paralelo.



Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

Figura 128 – Experimento: Espectro harmônico e THD das correntes drenadas da rede para: controladores propostos por Luo *et al.* (2016) (com ação proporcional) e por Zimann *et al.* (2019). São considerados também resultados quando implementados P+ Múltiplos SOGIIs e P+ Múltiplos ROGIIs.



Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

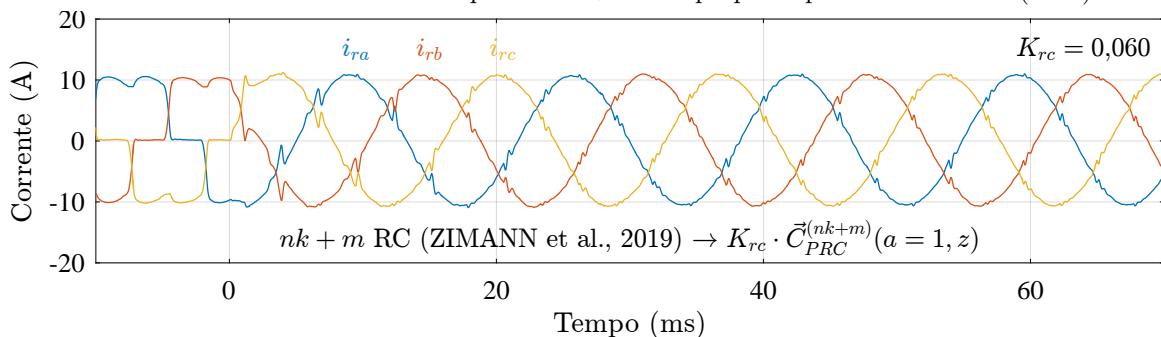
- Todos os controladores repetitivos que não são baseados na PRC proposta com  $a = 1$  precisaram ser acrescidos de uma ação proporcional para apresentar as características de estabilidade e desempenho selecionadas;
- Ao utilizar P + Múltiplos ROGIs em paralelo torna-se possível sintonizar ganhos ressonantes maiores que aqueles utilizados para P + Múltiplos SOGIs (16). Por consequência, a solução complexa resulta em uma menor THD que a solução real;
- Nos resultados obtidos, observou-se que o uso de ressonantes acarretou o aumento do conteúdo harmônico de algumas componentes.

#### 6.4.4 Análise de regime transitório

Dentre os indicadores do desempenho para regime transitório em sistemas de controle, o tempo de acomodação é utilizado neste trabalho para fazer uma análise comparativa entre as estratégias de controle implementadas. Esse indicador representa o tempo necessário para que, após o início do funcionamento do sistema, seu erro torne-se inferior a 5 % do valor de referência. É importante destacar que no caso de sistemas complexos, este indicador pode ser obtido ao analisar a magnitude do vetor espacial de erro do sistema de controle.

A avaliação do tempo de acomodação é aqui realizada considerando a ativação do bloco de geração de referência. Neste sentido, na Figura 129 são apresentadas as correntes drenadas pela rede neste transitório para a implementação da PRC proposta neste trabalho com  $a = 1$ , que é equivalente ao  $nk + m$  RC descrito por Zimann *et al.* (2019).

Figura 129 – Experimento: Correntes drenadas da rede ao acionar a geração de referências do FAP.  
Resultado obtido para o  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019).



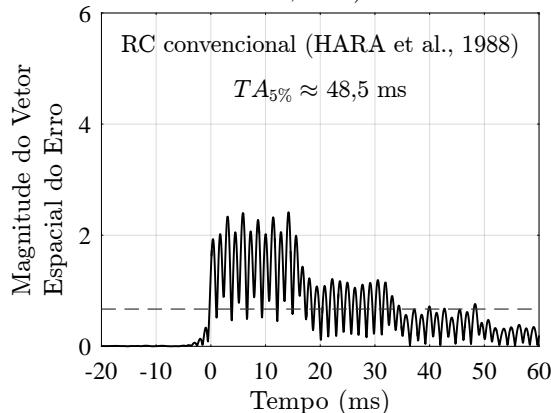
Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

A verificação do tempo de acomodação (5 %) foi realizada a partir dos resultados experimentais obtidos através do dSPACE. Este indicador do tempo de resposta do sistema pode ser observado nas Figuras 130 e 131 para todos os oito controladores implementados.

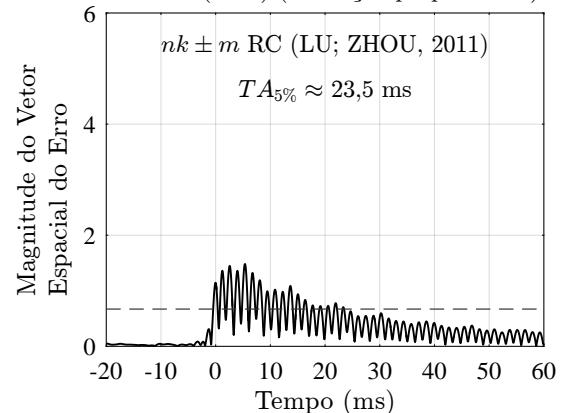
Nos gráficos a seguir, a linha tracejada representa a região que determina o tempo de acomodação do sistema. Para cada estratégia de controle implementada é exibido o gráfico de magnitude do seu vetor espacial do erro, no qual é destacado o tempo de acomodação. Haja vista que as componentes de alta frequência não são perfeitamente canceladas, elas devem ser desconsideradas para verificação do tempo de acomodação. Portanto, visando uma comparação justa das estratégias, foram utilizados filtros passa-baixas com frequência de cruzamento de 500 Hz em todos os resultados.

Figura 130 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para os controladores avaliados (PARTE 1).

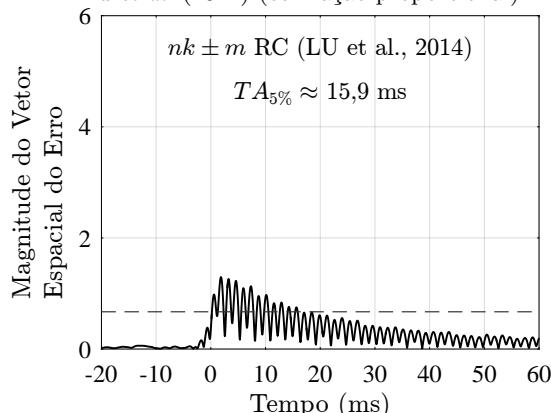
(a) Sistema de controle com RC convencional (HARA *et al.*, 1988).



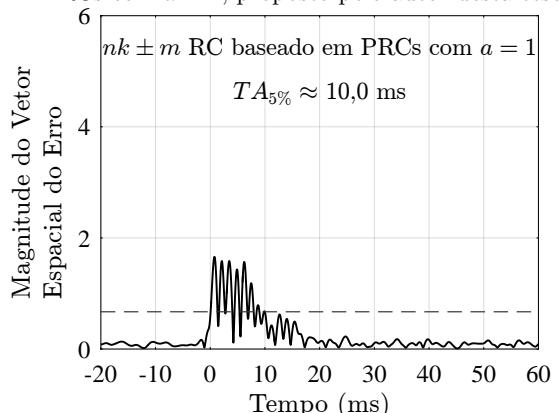
(b) Sistema de controle com  $nk \pm m$  RC proposto por Lu & Zhou (2011) (com ação proporcional).



(c) Sistema de controle com  $nk \pm m$  RC proposto por Lu *et al.* (2014) (com ação proporcional).



(d) Sistema de controle com  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$ , proposto pelo autor desta tese.

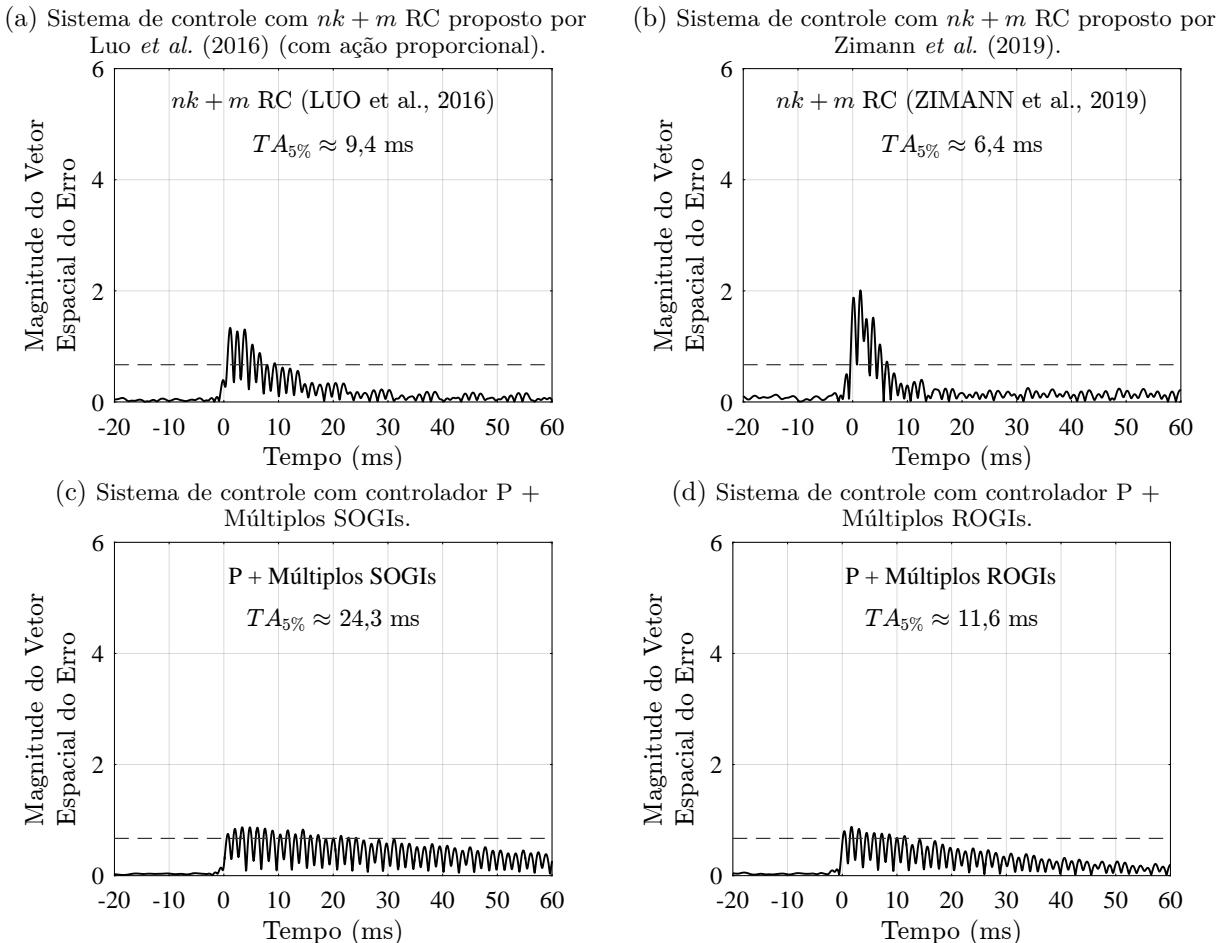


Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

A partir destes resultados experimentais, é possível observar os seguintes fatos:

- O limiar utilizado para definição do tempo de acomodação é calculado como 5 % da magnitude do vetor espacial de FFPS. Assim, uma vez que as transformadas de Clarke

Figura 131 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para os controladores avaliados (PARTE 2).



Fonte: Obtida experimentalmente utilizando dSPACE e Matlab 2015b.

foram implementadas invariante em potência (Figura 109), o limiar apresentado nos gráficos das Figuras 130 e 131 equivale a:

$$\text{Limiar} = \underbrace{I_{p(fn)}^{(+1)} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}}_{\text{Magnitude do vetor espacial de FFPS}} \cdot \underbrace{0,05}_{5\%},$$

em que  $I_{p(fn)}^{(+1)}$  indica o valor de pico da componente FFPS de uma corrente de fase;

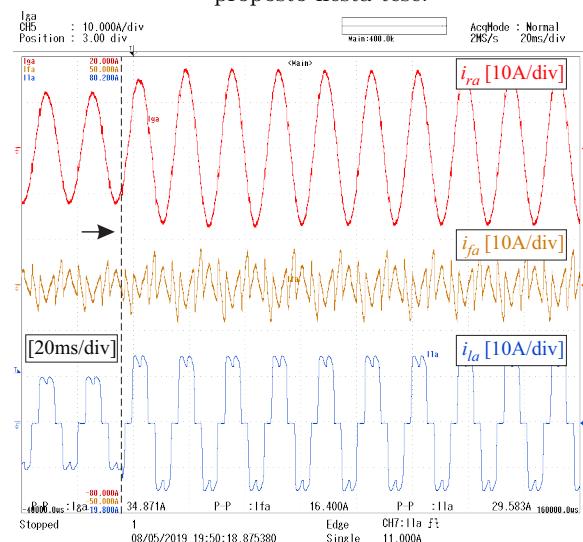
- O uso do RC convencional resultou no maior tempo de resposta entre as soluções que implementam a ação repetitiva. Este fato é justificado porque, para atuar no sistema de controle, o RC convencional necessita atualizar inteiramente o vetor de memória do seu núcleo gerador de sinais periódicos. De fato, observa-se na Figura 130a que a magnitude do vetor espacial do erro decresce significativamente a cada período da componente fundamental ( $\approx 16,7$  ms);
- Observou-se ainda que, os sistemas com RCs complexos (Figuras 131a e 131b) apresentaram menor tempo de resposta que os sistemas de RCs reais (Figura 130).

Essa mesma característica foi observada entre ROGIs e SOGIs (Figuras 131d e 131c, respectivamente).

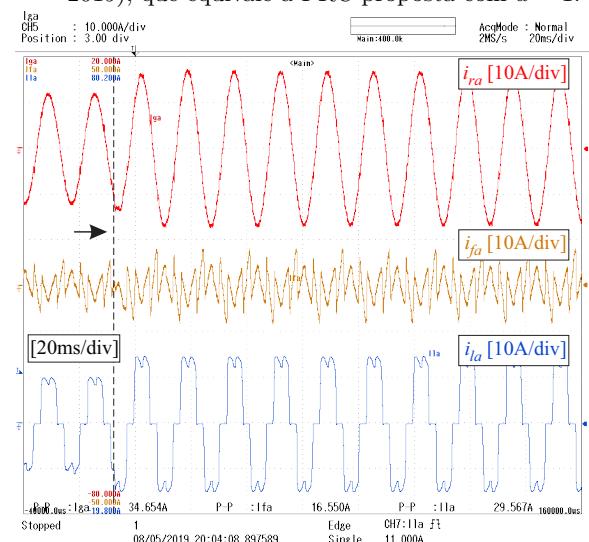
#### 6.4.5 Resultados para transitório de carga

Antes de fazer uma comparação das estratégias de controle de corrente implementadas experimentalmente, o autor desta tese validou a operação das estruturas de controle propostas durante um transitório de carga (Figuras 132 e 133). Para tanto, a carga resistiva aplicada ao retificar trifásico a diodos foi variada em degrau de  $R_{carga} = 48,4 \Omega$  para  $R_{carga} \approx 32,27 \Omega$  (Figura 109).

Figura 132 – Correntes de rede, de carga e de saída de FAP (fase a) durante o transitório de carga.  
(a) Para o  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$ , proposto nesta tese.



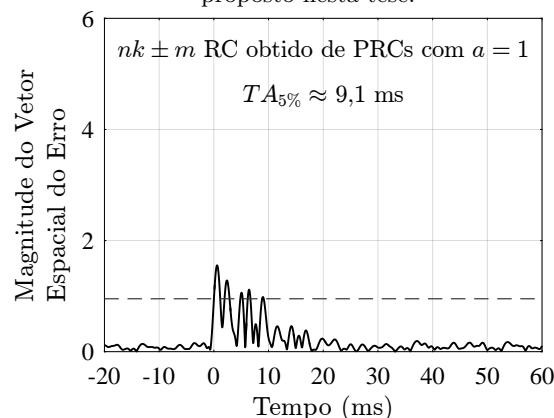
(b) Para o  $nk + m$  RC proposto em (ZIMANN *et al.*, 2019), que equivale à PRC proposta com  $a = 1$ .



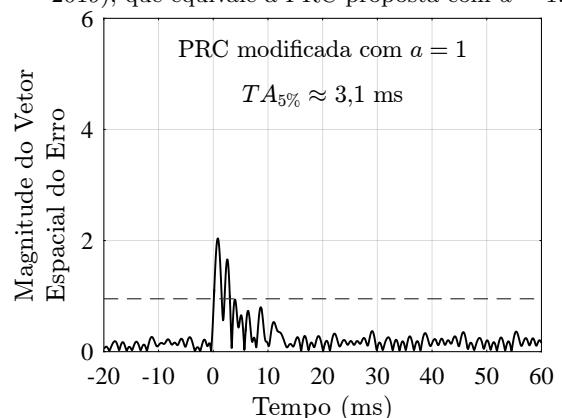
Fonte: Resultados obtidos experimentalmente.

Figura 133 – Experimento: Magnitude do vetor espacial do erro para as estruturas de controle propostas pelo autor nesta tese durante um transitório de carga.

(a) Para o  $nk \pm m$  RC baseado em PRCs com  $a = 1$ , proposto nesta tese.



(b) Para o  $nk + m$  RC proposto em (ZIMANN *et al.*, 2019), que equivale à PRC proposta com  $a = 1$ .



Fonte: Resultados obtidos experimentalmente.

A partir dos resultados experimentais, é possível observar as seguintes características:

- Ambos as estruturas apresentaram capacidade de controlar as correntes do FAP durante o transitório de carga;
- A solução complexa (PRC modificada com  $a = 1$  – Figura 133b) continuou apresentando melhor tempo de resposta quando comparada à solução real (Figura 133a).

#### 6.4.6 Comparação das estratégias de controle de corrente implementadas

Todos os resultados de regime permanente e transitório apresentados nesta seção, juntamente aos dados teóricos de estabilidade obtidos através do Matlab 2015b, são reapresentados na Tabela 17. Para facilitar a diferenciação entre as estratégias de controle repetitivo apresentadas, o leitor pode acompanhar a decomposição desses esquemas em PRCs em paralelo, apresentada na Tabela 15.

Com base nos dados apresentados na Tabela 17, observa-se que:

- Primeiramente, é possível observar que todos os controladores foram sintonizados de modo a apresentarem mesmas frequências de cruzamento por 0 dB e índice de sensibilidade. A partir da sintonia observou-se que as soluções complexas possibilitaram o uso de ganhos repetitivos/resonantes maiores que suas contrapartes reais. Isso ocorre porque os controladores complexos apresentam melhores características de estabilidade e desempenho que suas contrapartes reais. É importante que o leitor perceba que essa observação não inclui o RC convencional, pois a contraparte real dos  $nk + m$  RCs são os  $nk \pm m$  RCs;
- O uso do RC convencional levou às menores THDs das correntes da rede. Esse resultado era esperado porque, além de ser baseado em um único PRC com  $a = 1$ , o que possibilitou a utilização de um ganho repetitivo mais elevado que as demais estratégias (igual ao utilizado para a solução proposta por (ZIMANN *et al.*, 2019)), esta solução compensa todas as componentes harmônicas (diferente das demais estratégias);
- Como o RC convencional utiliza um maior número de atrasos no seu núcleo gerador de sinais periódicos, este acaba resultando no maior tempo de acomodação dentre as estratégias avaliadas;

Tabela 17 – Resumo da comparação de desempenho entre os esquemas de controle avaliados experimentalmente – Tabela ordenada pela classificação das estratégias de controle.

|                       | Esquema de Controle                             | Frequência de cruzamento por 0 dB | Índice de sensibilidade | THDs das correntes da rede                                  | Tempo de acomodação (5%) |
|-----------------------|---|-----------------------------------|-------------------------|---|--------------------------|
| Repetitivos Reais     | RC convencional (HARA <i>et al.</i> , 1988)     | 1,7 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 1,63 \%$<br>$THD_b = 1,61 \%$<br>$THD_c = 1,68 \%$ | 48,5 ms                  |
|                       | $nk \pm m$ RC (LU; ZHOU, 2011)                  | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 4,20 \%$<br>$THD_b = 4,24 \%$<br>$THD_c = 4,45 \%$ | 23,5 ms                  |
|                       | $nk \pm m$ RC (LU <i>et al.</i> , 2014)         | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 4,87 \%$<br>$THD_b = 4,96 \%$<br>$THD_c = 5,11 \%$ | 15,9 ms                  |
|                       | $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$ *     | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 2,82 \%$<br>$THD_b = 2,84 \%$<br>$THD_c = 2,97 \%$ | 10,0 ms                  |
| Repetitivos Complexos | $nk + m$ RC (LUO <i>et al.</i> , 2016)          | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 3,74 \%$<br>$THD_b = 3,66 \%$<br>$THD_c = 3,50 \%$ | 9,4 ms                   |
|                       | $nk + m$ RC (ZIMANN <i>et al.</i> , 2019) *     | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 2,60 \%$<br>$THD_b = 2,84 \%$<br>$THD_c = 2,43 \%$ | 6,4 ms                   |
| Ressonante Real       | P + Múltiplos SOGIs (YUAN <i>et al.</i> , 2002) | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 2,90 \%$<br>$THD_b = 3,09 \%$<br>$THD_c = 3,07 \%$ | 24,3 ms                  |
| Ressonante Complexo   | P + Múltiplos ROGIs (ZENG <i>et al.</i> , 2014) | 1,9 kHz                           | 0,32                    | $THD_a = 2,56 \%$<br>$THD_b = 2,89 \%$<br>$THD_c = 2,67 \%$ | 11,6 ms                  |

\* Estratégias de controle propostas pelo autor.

Fonte: Elaborada pelo autor.

- Dentre as estratégias avaliadas, o  $nk + m$  RC proposto por Zimann *et al.* (2019) (com co-autoria do autor desta tese) apresenta o menor tempo de acomodação. Considerando apenas as soluções reais, esse posto é assumido pelo o  $nk \pm m$  RC proposto nesta tese a partir de PRCs com  $a = 1$  em paralelo, tornando-se uma solução atrativa para sistemas monofásicos, onde RCs complexos têm aplicação impossibilitada.

Tabela 18 – Resumo da comparação de desempenho entre os esquemas de controle repetitivo avaliados experimentalmente que são baseados nas mesmas PRCs.

|   | <b>Esquema de Controle</b>                     | <b>Frequência de cruzamento por 0 dB</b> | <b>Índice de sensibilidade</b> | <b>THDs das correntes da rede</b>                        | <b>Tempo de acomodação (5%)</b> |
|---|--|--|--------------------------------|--|---------------------------------|
| Estratégias baseadas na PRC com $a = 0,5$ | $nk \pm m$ RC<br>(LU; ZHOU, 2011)              | 1,9 kHz                                  | 0,32                           | $THD_a = 4,20\%$<br>$THD_b = 4,24\%$<br>$THD_c = 4,45\%$ | 23,5 ms                         |
|   | $nk + m$ RC<br>(LUO <i>et al.</i> , 2016)      | 1,9 kHz                                  | 0,32                           | $THD_a = 3,74\%$<br>$THD_b = 3,66\%$<br>$THD_c = 3,50\%$ | 9,4 ms                          |
| Estratégias baseadas na PRC com $a = 1$   | $nk \pm m$ RC baseado em PRCs com $a = 1$ *    | 1,9 kHz                                  | 0,32                           | $THD_a = 2,82\%$<br>$THD_b = 2,84\%$<br>$THD_c = 2,97\%$ | 10,0 ms                         |
|   | $nk + m$ RC<br>(ZIMANN <i>et al.</i> , 2019) * | 1,9 kHz                                  | 0,32                           | $THD_a = 2,60\%$<br>$THD_b = 2,84\%$<br>$THD_c = 2,43\%$ | 6,4 ms                          |

\* Estratégias de controle propostas pelo autor.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para facilitar uma comparação em termos de PRCs, os resultados relevantes para essa análise foram reordenados na Tabela 18. Portanto, com base nos dados apresentados na Tabela 18, observa-se que:

- As estratégias baseadas em PRCs com  $a = 1$  apresentam menores THDs das correntes da rede e tempo de acomodação que os controladores equivalentes com  $a = 0,5$ . Esse fato era naturalmente esperado porque controladores baseados em PRCs com  $a = 1$  apresentam melhores características de estabilidade, logo, para equiparar os índices de sensibilidade, maiores ganhos repetitivos foram utilizados.

## 6.5 CONCLUSÕES PARCIAIS

Dois estudos experimentais distintos foram realizados neste capítulo: no primeiro, buscou-se validar experimentalmente a análise de estabilidade descrita no Capítulo 5, incluindo a avaliação do filtro FIR utilizado no experimento para expandir o domínio de estabilidade da PRC; no segundo, uma comparação experimental foi feita com as

principais estruturas de controle abordadas durante a revisão bibliográfica, utilizando a PRC proposta para caracterizar os RCs avaliados.

Em relação ao segundo estudo, é importante destacar que, ao avaliar apenas os controladores repetitivos, observa-se que estruturas baseadas em duas PRCs em paralelo ( $nk \pm m$  RCs) apresentam piores características de estabilidade que controladores complexos e reais que são representados por uma única PRC ( $nk + m$  RCs e RC convencional, respectivamente). Por conta disso, foi possível aplicar ganhos repetitivos mais elevados aos  $nk + m$  RCs e RC convencional, resultando em melhores características de desempenho. Essa característica relevante está de acordo com as hipóteses teóricas levantadas nos capítulos anteriores.

É importante ressaltar que este capítulo expande as análises comparativas entre estratégias de controle de corrente para inversores trifásicos encontradas na literatura, como (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998) e (LIMONGI *et al.*, 2009). A partir da análise experimental conclui-se que os controladores repetitivos são competitivos frente às estruturas compostas por ressonantes, o que, por si só, justifica a grande quantidade de publicações que utilizam/propõem soluções repetitivas (Capítulo 1). Neste contexto, as estruturas  $nk + m$  RC proposta por (ZIMANN *et al.*, 2019) e  $nk \pm m$  RC proposta nesta tese merecem destaque por apresentarem melhores compromissos entre estabilidade e desempenho.

Por fim, mas não menos importante, ao analisar as estruturas de controle repetitivo avaliadas experimentalmente utilizando a PRC proposta, observa-se que a comparação entre essas estratégias ganha profundidade. Isso ocorre porque torna-se possível entender as diferenças de desempenho entre RCs que atuam sobre uma mesma família de componentes harmônicas.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma vez que o desempenho de inversores conectados à rede é fortemente impactado pela estratégia de controle aplicada à sua malha de corrente (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998), diversos trabalhos científicos buscaram propor e comparar esquemas de controle utilizados para essa finalidade. Após um estudo inicial, o autor desta tese pôde observar que as soluções mais recorrentes para esse tipo de aplicação são baseadas no princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1975), sendo geralmente classificadas em controladores que implementam: a ação integral em referencial síncrono; a ação ressonante; e a ação repetitiva.

Com o aprofundamento da revisão bibliográfica, observou-se que a classe de controladores repetitivos ainda se mantém relevante, quase 40 anos após sua proposta inicial (INOUE *et al.*, 1981). Conforme mostrado no Capítulo 1, diversos trabalhos foram publicados nos últimos 5 anos, o que confirma a relevância dessa classe de controladores. Todavia, poucos estudos comparativos os contemplam, e quando à fazem, não incluem as estruturas mais modernas de controle repetitivo (como  $nk \pm m$  RCs e  $nk + m$  RCs). Um dos motivos que fazem com que essas estruturas mais modernas sejam pouco difundidas é a ausência de um mecanismo para abordagem unificada dos controladores pertencentes a essa classe.

De fato, existem na literatura diversos controladores repetitivos que possuem estruturas distintas, mas que cobrem a mesma aplicação. Exemplos disso são: os RCs para controle de harmônicas ímpares propostos em (ESCOBAR *et al.*, 2005), (ESCOBAR *et al.*, 2006), (ZHOU *et al.*, 2006); os  $nk \pm m$  RCs propostos em (LU; ZHOU, 2011), (LU *et al.*, 2014) e (NETO *et al.*, 2018a); e os  $nk + m$  RCs propostos em (LUO *et al.*, 2016), (NETO *et al.*, 2018) e (ZIMANN *et al.*, 2019). Portanto, para que um projetista possa escolher qual a estrutura mais adequada para sua aplicação, ele deve ser, primeiramente, capaz de diferenciar as estruturas.

Neste cenário, esta tese propõe uma célula primitiva repetitiva (PRC), a partir da qual todos os RCs avaliados durante a revisão bibliográfica podem ser decompostos. Dessa forma, ao estudar as características operacionais da célula primitiva, pode-se inferir algumas características de estabilidade e desempenho das estruturas de controle repetitivo mais modernas.

Um importante ponto abordado sobre esta célula primitiva é o estudo de sua estabilidade entrada-saída. Este estudo possibilitou uma avaliação aprofundada do filtro

FIR de deslocamento de fase nulo que é comumente utilizado para ampliar o domínio de estabilidade de sistemas com controle repetitivo. Apesar de diversos trabalhos implementarem RCs com um filtro de segunda ordem, a partir do estudo feito observou-se ser possível projetar um filtro otimizado para cada aplicação. Tomando como exemplo o experimento apresentado nesta tese, um filtro de sexta ordem foi utilizado para esse fim.

As análises feitas nesta tese, teóricas e experimentais, possibilitaram a observação dos seguintes aspectos:

- As estruturas de controle complexo, tais como o ROGI, apresentam uma assimetria na resposta em frequência decorrente do acoplamento entre os eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . Por conta disso, essas estruturas são seletivas em frequência e em sequência, sendo indicadas para o controle de vetores espaciais;
- Quando se deseja compensar vetores espaciais com múltiplas componentes harmônicas, as estruturas baseadas no princípio do modelo interno atuam aplicando alto ganho nas frequências de interesse. Porém, as estruturas complexas aplicam ganho elevado no espectro negativo para compensar harmônicas de sequência-negativa enquanto apresentam ganho elevado no espectro positivo para as harmônicas de sequência-positiva. Como consequência disso, os picos de ganho elevado acabam ficando mais espaçados entre si, o que acaba viabilizando a aplicação de ganhos ressonantes/repetitivos mais elevados que nas soluções reais;
- Quanto mais PRCs em paralelo forem necessários para representar uma estrutura de controle repetitivo, maior será o ganho dessa associação para altas frequências, o que afeta sua estabilidade. De fato, o leitor pôde observar que estruturas baseadas em duas PRCs em paralelo ( $nk \pm m$  RCs) apresentaram piores características de estabilidade que controladores complexos e reais representados por uma única PRC ( $nk + m$  RCs e RC convencional, respectivamente), implicando o uso de um menor ganho repetitivo (Tabela 15). Ao considerar estruturas baseadas na mesma PRC (mesmos  $n$ ,  $m$ ,  $a$  e  $Q_2(z)$ ), como é o caso do  $nk \pm m$  RC proposto por (LU; ZHOU, 2011) e do  $nk + m$  RC proposto por (LUO *et al.*, 2016), a observação apontada neste item está em concordância com a discussão do item anterior; e
- Os controladores repetitivos apresentam compromisso entre estabilidade e desempenho menos restritivo à medida que o parâmetro  $a$  aumenta.

Finalmente, a abordagem unificada para a avaliação de controladores repetitivos mostra-se efetiva para representação dessa classe de controladores. As hipóteses teóricas provaram-se verdadeiras à medida que o autor utilizou a PRC proposta para diferenciar os  $nk \pm m$  RCs e  $nk + m$  RCs propostos na literatura. Os resultados foram tão positivos neste aspecto que ambos os controladores propostos pelo autor desta tese, cuja proposta foi baseada nas características da PRC, apresentaram melhores resultados experimentais dentro da sua classe de RC.

### *7.1 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS*

A análise realizada nesta tese induz o leitor a pensar que quanto maior for o parâmetro  $a$  melhor será a resposta da PRC obtida. Todavia, naturalmente espera-se que este controlador apresente alguma queda de desempenho para justificar a súbita melhora de estabilidade. Assim, sugere-se avaliar analiticamente as características de desempenho do sistema com PRC, de modo a estabelecer uma relação de compromisso entre estabilidade e desempenho para otimizar a seleção do parâmetro  $a$ .

Sugere-se realizar um estudo empregando análise de estabilidade entrada-saída para diferentes aplicações. A partir deste estudo espera-se que seja possível especificar o parâmetro  $a$  mais adequado para cada tipo de aplicação, o que implica a seleção do esquema de controle repetitivo mais adequado para cada aplicação.

Sugere-se desenvolver um estudo de adaptatividade em frequência para a PRC proposta, uma vez que a ação repetitiva é muito sensível a variações da frequência dos seus sinais exógenos. Para mostrar a eficiência das estratégias adaptativas em frequência, torna-se importante ampliar o estudo comparativo contemplando-as.

### *7.2 PUBLICAÇÕES DECORRENTES DA PESQUISA REALIZADA*

A partir da pesquisa que culminou nesta tese, foram publicados os seguintes artigos:

1. *A Complex Repetitive Controller Based on the Generalized Delayed Signal Cancelation Method* (ZIMANN *et al.*, 2019):
  - Periódico: *IEEE Transactions on Industrial Electronics*;
  - Ano: 2019;
  - DOI: 10.1109/TIE.2018.2847661.

2. *Structures of Repetitive Controllers Based on GDSC with Feedforward Action* (NETO *et al.*, 2018):

- Congresso: *IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*;
- Ano: 2018;
- DOI: 10.1109/ISIE.2018.8433826.

3. *Design of Repetitive Controllers Through Sensitivity Function* (NETO *et al.*, 2018):

- Congresso: *IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*;
- Ano: 2018;
- DOI: 10.1109/ISIE.2018.8433720.

4. *A nk ± m-Order Harmonic Repetitive Control Scheme with Improved Stability Characteristics* (NETO *et al.*, 2018a):

- Congresso: *IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*;
- Ano: 2018;
- DOI: 10.1109/ISIE.2018.8433680.

5. Controladores Complexos Aplicados a Vetores Espaciais: Características e Vantagens (NETO *et al.*, 2018b):

- Congresso: *XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*;
- Ano: 2018;
- DOI: 10.20906/CPS/CBA2018-0926.

6. *A Comparison Between Real and Complex Harmonic Selective Repetitive Control Schemes with Improved Stability Characteristics* (NETO *et al.*, 2019):

- Congresso: *45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)*;
- Ano: 2019;
- DOI: 10.1109/IECON.2019.8927444.

7. *Structural and Performance Comparison Between Harmonic Selective Repetitive Controllers for Shunt Active Power Filter* (NETO *et al.*, 2019):

- Congresso: *IEEE 5th Southern Power Electronics Conference (SPEC) & 15º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP),;*
- Ano: 2019;
- DOI: Ainda não disponibilizado.

Dois trabalhos estão em processo final de revisão:

1. *Complex Controllers Applied to Space Vectors: A Survey on Characteristics and Advantages:*
  - Periódico: *Springer Journal of Control, Automation and Electrical Systems;*
  - Situação: Após receber *major revision*, foi devidamente revisado e ressubmetido.
2. *Complex Repetitive Controller Applied to Space Vectors: Advantages and Stability Analysis:*
  - Periódico: *IEEE Transactions on Power Electronics;*
  - Situação: Após receber *conditionally accepted*, foi devidamente revisado e ressubmetido.

Além dos trabalhos científicos enumerados acima, um depósito de patente de invenção foi feito no Instituto Nacional da Propriedade Industrial:

1. Controlador Repetitivo Vetorial para Compensação de Harmônicas de Ordem  $nk + m$  (BATSCHAUER *et al.*, 2019):
  - Tipo de patente: Invenção;
  - Ano: 2019.

## REFERÊNCIAS

- AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. In: **IPEC'83 - Int. Power Electronics Conf.** [S.l.: s.n.], 1983. p. 1375–1386.
- BAROUDI, J. A.; DINAVAHI, V.; KNIGHT, A. M. A review of power converter topologies for wind generators. **Renewable Energy**, v. 32, n. 14, p. 2369 – 2385, 2007.
- BATSCHAUER, A. L. *et al.* **Controlador Repetitivo Vetorial para Compensação de Harmônicas de Ordem nk+m.** [S.l.]: Depósito de Patente no Instituto Nacional da Propriedade Industrial, 2019. BR 10 2019 003689 3.
- BHATTACHARYA, S. *et al.* Parallel active filter system implementation and design issues for utility interface of adjustable speed drive systems. In: **31th IEEE IAS.** [S.l.: s.n.], 1996. v. 2, p. 1032–39.
- BOJOI, R. I. *et al.* Current control strategy for power conditioners using sinusoidal signal integrators in synchronous reference frame. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 20, n. 6, p. 1402–1412, Nov. 2005.
- BOJYUP, M. *et al.* A multiple rotating integrator controller for active filters. In: **Conf. Rec. EPE [CD-ROM].** [S.l.: s.n.], 1999.
- BOTTERÓN, F. **Controladores Discretos de Tensão Baseados no Princípio do Modelo Interno Aplicados a Inversores Trifásicos PWM.** Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, Dez. 2005.
- BRASLAVSKY, J. H.; MIDDLETON, R. H.; FREUDENBERG, J. S. L2-induced norms and frequency gains of sampled-data sensitivity operators. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 43, n. 2, p. 252–258, Feb 1998.
- BUSADA, C. A. *et al.* Current controller based on reduced order generalized integrators for distributed generation systems. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 59, n. 7, p. 2898–2909, Jul. 2012.
- BUSO, S.; MALESANI, L.; MATTAVELLI, P. Comparison of current control techniques for active filter applications. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 45, n. 5, p. 722–729, Out. 1998.
- BUSO, S.; MATTAVELLI, P. **Digital Control in Power Electronics.** 2nd. ed. [S.l.]: Morgan & Claypool Publishers, 2015.
- CHEN, C.-T. **Linear System Theory and Design.** 3rd. ed. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998.
- DEPENBROCK, M. The fbd-method, a generally applicable tool for analyzing power relations. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 8, n. 2, p. 381–387, Maio 1993.
- DESOER, C. **Feedback Systems: Input–Output Properties.** 1st. ed. [S.l.]: Academic Press, 1975.
- DORF, R.; BISHOP, R. **Sistemas de controle modernos.** [S.l.]: LTC, 2009.

- DòRIA-CEREZO, A.; BODSON, M. Design of controllers for electrical power systems using a complex root locus method. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 63, n. 6, p. 3706–3716, Jun. 2016.
- DòRIA-CEREZO, A.; SERRA, F. M.; BODSON, M. Complex-based controller for a three-phase inverter with an lcl filter connected to unbalanced grids. **IEEE Trans. Power Electron.**, v. 34, n. 4, p. 3899–3909, Apr. 2019.
- ESCOBAR, G. *et al.* A negative feedback repetitive control scheme for harmonic compensation. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 4, p. 1383–1386, Jun. 2006.
- ESCOBAR, G. *et al.* A repetitive based controller for a shunt active filter to compensate for reactive power and harmonic distortion. In: **Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 2005. p. 6480–6485.
- EVANS, W. R. Graphical analysis of control systems. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 67, n. 1, p. 547–551, Jan. 1948.
- EVANS, W. R. Control system synthesis by root locus method. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 69, n. 1, p. 66–69, Jan. 1950.
- Fang Zheng Peng. A generalized multilevel inverter topology with self voltage balancing. **IEEE Trans. Ind. Appl.**, v. 37, n. 2, p. 611–618, Mar. 2001.
- FORTESCUE, C. L. Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks. **AIEE Transaction**, n. 37, p. 1027–1140, 1918.
- FRANCIS, B.; WONHAM, W. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied Mathematics and Optimization**, v. 2, n. 2, p. 170–194, Jun. 1975.
- FUKUDA, S.; YODA, T. A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model [for pwm invertors]. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 37, n. 3, p. 888–895, Mai. 2001.
- GHETTI, F. T. *et al.* Estudo comparativo de técnicas de controle de corrente aplicadas a filtros ativos shunt. In: **XVIII Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 3701–3708.
- GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. **Control System Design**. 1st. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2000.
- HARA, S.; OMATA, T.; NAKANO, M. Synthesis of repetitive control systems and its application. In: **1985 24th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 1985. p. 1387–1392.
- HARA, S. *et al.* Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. **IEEE Trans. Automatic Control**, v. 33, n. 7, p. 659–668, Jul. 1988.
- HARNEFORS, L. Modeling of three-phase dynamic systems using complex transfer functions and transfer matrices. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 54, n. 4, p. 2239–2248, Aug. 2007.

IEEE Std 519-2014 (Revision of IEEE Std 519-1992) - Redline: IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems - Redline. [S.l.]: IEEE, 2014.

INOUE, T. *et al.* High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 14, n. 2, p. 3137 – 3142, 1981. 8th IFAC World Congress on Control Science and Technology for the Progress of Society, Kyoto, Japan, 24-28 August 1981.

KAZMIERKOWSKI, M. P.; MALESANI, L. Current control techniques for three-phase voltage-source pwm converters: a survey. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 45, n. 5, p. 691–703, Out. 1998.

KIM, J. H.; HAGIWARA, T. Induced norm from  $L_2$  to  $L_\infty$  in siso sampled-data systems. In: **2015 American Control Conference (ACC)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 2862–2867.

KIM, J. H.; HAGIWARA, T.  $L_\infty$ -induced norm analysis of sampled-data systems via piecewise constant and linear approximations. **Automatica**, v. 51, n. 1, p. 223–232, 2015.

LASCU, C. *et al.* High performance current controller for selective harmonic compensation in active power filters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 22, n. 5, p. 1826–1835, Set. 2007.

LIMONGI, L. R. *et al.* Digital current-control schemes. **IEEE Ind. Electron. Magazine**, v. 3, n. 1, p. 20–31, Mar. 2009.

LU, W. *et al.* General parallel structure digital repetitive control. **Inter. Journal of Control**, v. 86, n. 1, p. 70–83, 2013.

LU, W.; ZHOU, K. A novel repetitive controller for  $nk \pm m$  order harmonics compensation. In: **Proceedings of the 30th Chinese Control Conference**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 2480–2484.

LU, W. *et al.* A generic digital  $nk \pm m$ -order harmonic repetitive control scheme for pwm converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 3, p. 1516–1527, Mar. 2014.

LUO, Z. *et al.* A repetitive control scheme aimed at compensating the  $6k + 1$  harmonics for a three-phase hybrid active filter. **Energies**, v. 9, n. 10, p. 787, Set. 2016.

MATHWORKS. **fir1: Window-based FIR filter design**. 2019. [Online; Acessado em 16-02-2020]. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/signal/ref/fir1.html>>.

MATTAVELLI, P.; MARAFAO, F. P. Repetitive-based control for selective harmonic compensation in active power filters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 51, n. 5, p. 1018–1024, Out. 2004.

MECHOUMA, R.; AZOUI, B.; CHaabane, M. Three-phase grid connected inverter for photovoltaic systems, a review. In: **2012 First International Conference on Renewable Energies and Vehicular Technology**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 37–42.

MESSNER, W.; KEMPF, C. Zero placement for designing discrete-time repetitive controllers. **Control Engineering Practice**, v. 4, n. 4, p. 563 – 569, 1996.

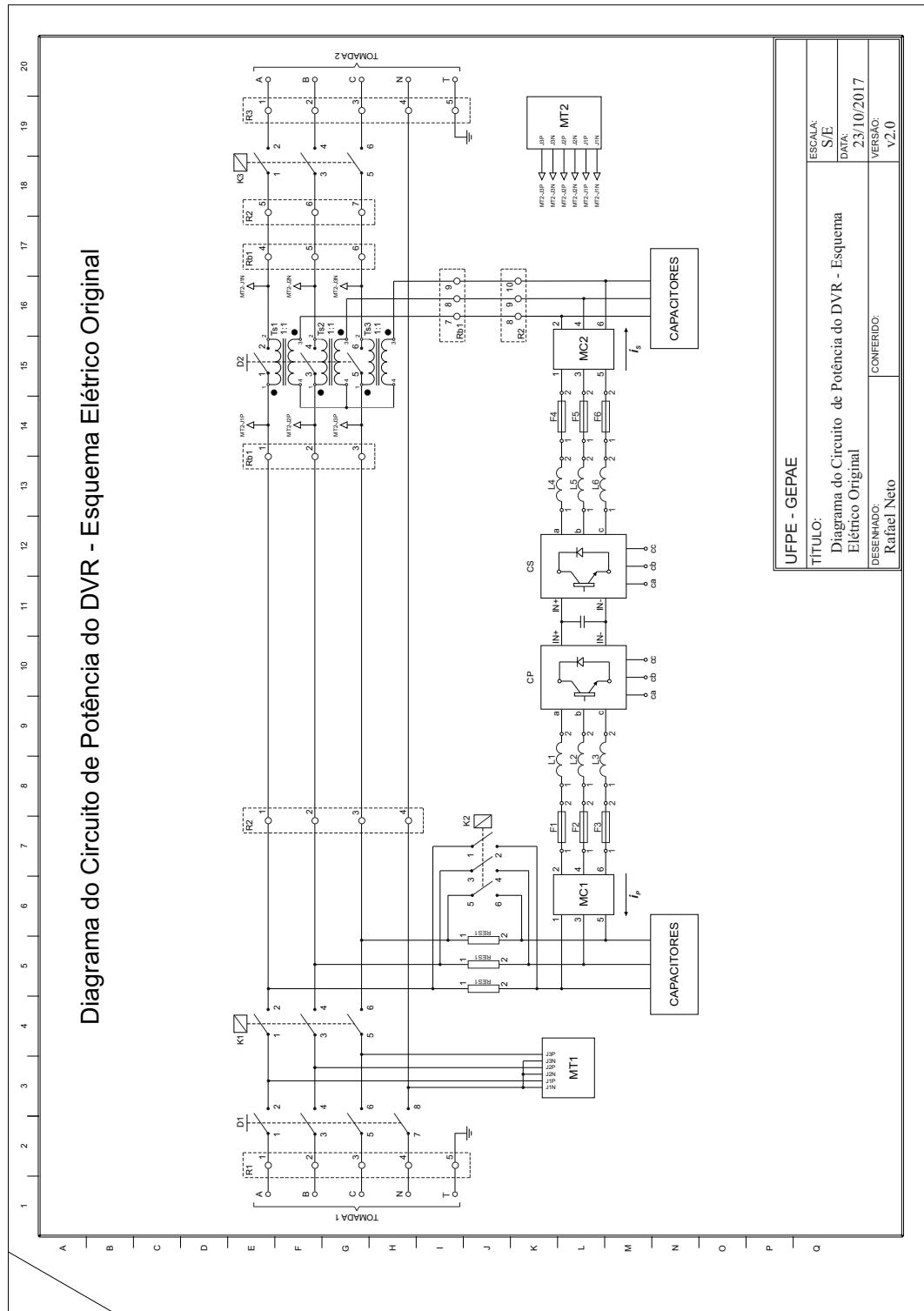
- MICHELS, L. Metodologia de projeto de fontes ininterruptas de energia monofásicas empregando controladores de ação repetitiva auxiliar no estágio de saída. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Maria, Dez. 2006.
- MICHELS, L.; GRÜNDLING, H. A. Procedimento de projeto de controladores repetitivos para o estágio de saída de fontes ininterruptas de energia. **Revista Eletrônica de Potência**, v. 10, n. 1, p. 39–50, jun. 2005.
- NABAE, A.; NAKANO, H.; TOGASAWA, S. An instantaneous distortion current compensator without any coordinate transformation. In: **Proc. Int. Power Elect. Conf.** [S.l.: s.n.], 1995. p. 1651–1655.
- NETO, R. C. **Controle Repetitivo Complexo Baseado em GDSC Aplicado a Filtro Ativo de Potência**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Fev. 2018.
- NETO, R. C. *et al.* Structures of repetitive controllers based on gdsc with feedforward action. In: **2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 533–538.
- NETO, R. C. *et al.* A comparison between real and complex harmonic selective repetitive control schemes with improved stability characteristics. In: **IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**. [S.l.: s.n.], 2019. v. 1, p. 7019–7025.
- NETO, R. C. *et al.* Design of repetitive controllers through sensitivity function. In: **2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 495–501.
- NETO, R. C. *et al.* Structural and performance comparison between harmonic selective repetitive controllers for shunt active power filter. In: **IEEE 5th Southern Power Electronics Conference (SPEC) & 15º Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP)**. [S.l.: s.n.], 2019.
- NETO, R. C. *et al.* A nk pm m-order harmonic repetitive control scheme with improved stability characteristics. In: **2018 IEEE 27th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 465–470.
- NETO, R. C. *et al.* Controladores complexos aplicados a vetores espaciais: Características e vantagens. In: **XXII Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2018**. [S.l.: s.n.], 2018.
- NEVES, F. *et al.* The SVFT-based control. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 61, n. 8, p. 4152–60, Ago. 2014.
- NEVES, F. A. S. *et al.* A generalized delayed signal cancellation method for detecting fundamental-frequency positive-sequence three-phase signals. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 3, p. 1816–1825, Jul. 2010.
- NEVES, F. A. S. *et al.* A space-vector discrete fourier transform for detecting harmonic sequence components of three-phase signals. In: **35th IEEE IECON**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 3631–3636.

- NOVOTNY, D. W.; LIPO, T. A. **Vector control and dynamics of AC drives.** [S.l.]: Oxford : Clarendon Press ; New York : Oxford University Press, 1996.
- OGATA, K. **Modern Control Engineering.** [S.l.]: Prentice Hall, 2010.
- OPPENHEIM, A. **Discrete-Time Signal Processing.** [S.l.]: Pearson Education, 1999. (Pearson education signal processing series).
- OPPENHEIM, A.; WILLSKY, A.; NAWAB, S. **Sinais e sistemas.** [S.l.]: Prentice-Hall, 2010.
- PROAKIS, J.; MANOLAKIS, D. **Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications.** [S.l.]: Prentice Hall, 1996.
- RODRIGUEZ, F. J. *et al.* Discrete-time implementation of second order generalized integrators for grid converters. In: **34th IEEE IECON.** [S.l.: s.n.], 2008. p. 176–181.
- ROWAN, T. M.; KERKMAN, R. J. A new synchronous current regulator and an analysis of current-regulated pwm inverters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, IA-22, n. 4, p. 678–690, Jul. 1986.
- SCHAFT, A. van der. **L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control.** 3rd. ed. [S.l.]: Springer, 2017.
- SHEN, J. *et al.* Precise modeling and analysis of dq-frame current controller for high power converters with low pulse ratio. In: **2012 ECCE IEEE.** [S.l.: s.n.], 2012.
- SMITH, J. O. **Introduction to Digital Filters with Audio Applications.** [S.l.]: W3K Publishing, 2007.
- SOARES, C. E. **Controladores Baseados no Princípio do Modelo Interno com Ação Anti-Windup.** Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, 2011.
- TENTI, P.; MATTAVELLI, P. A time-domain approach to power term definitions under non-sinusoidal conditions. In: **Sixth International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non- Sinusoidal Conditions.** [S.l.: s.n.], 2003. p. 1–10.
- TOGASAWA, S. *et al.* Reactive power compensation based on a novel cross-vector theory. **IEEJ Trans. Ind. Appl.**, v. 114, p. 340–341, Março 1994.
- TORRES-OLGUIN, R. E. *et al.* A modified repetitive-based controller for an active filter to compensate harmonics 6k+/-1. In: **2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference.** [S.l.: s.n.], 2008. p. 4650–4655.
- TOSCANO, R. **Structured Controllers for Uncertain Systems: A Stochastic Optimization Approach.** [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- WEG. **Seleção de Produtos - Catálogo Online de Transformadores WEG.** 2017. [Online; Acessado em 24-10-2017]. Disponível em: <[http://ecatalog.weg.net/tec\\_cat/tech\\_transf\\_ficha.asp](http://ecatalog.weg.net/tec_cat/tech_transf_ficha.asp)>.
- WEINMANN, A. **Uncertain Models and Robust Control.** [S.l.]: Springer-Verlag, 1991.

- XIE, C. *et al.* Reduced order generalized integrators with phase compensation for three-phase active power filter. In: **2017 IEEE APEC**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2759–2766.
- YEH, S.-C.; TZOU, Y.-Y. Adaptive repetitive control of a pwm inverter for ac voltage regulation with low harmonic distortion. In: **Proceedings of PESC '95 - Power Electronics Specialist Conference**. [S.l.: s.n.], 1995. v. 1, p. 157–163.
- YEPES, A. G. *et al.* Effects of discretization methods on the performance of resonant controllers. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 25, n. 7, p. 1692–1712, Jul. 2010.
- YEPES, A. G. *et al.* Analysis and design of resonant current controllers for voltage-source converters by means of nyquist diagrams and sensitivity function. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, n. 11, p. 5231–5250, Nov. 2011.
- YUAN, X. *et al.* Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions. **IEEE Trans. Ind. App.**, v. 38, n. 2, p. 523–532, Mar. 2002.
- ZENG, Z. *et al.* Reduced order generalized integrators based selective harmonic compensation current controller for shunt active power filters. In: **2014 IEEE ECCE**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1650–55.
- ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. **Robust and Optimal Control**. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996.
- ZHOU, K. *et al.* Zero-phase odd-harmonic repetitive controller for a single-phase pwm inverter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 1, p. 193–201, Jan. 2006.
- ZIMANN, F. J. *et al.* A complex repetitive controller based on the generalized delayed signal cancelation method. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 66, n. 4, p. 2857–2867, April 2019.
- ZMOOD, D. N.; HOLMES, D. G. Stationary frame current regulation of pwm inverters with zero steady state error. In: **30th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Record. (Cat. No.99CH36321)**. [S.l.: s.n.], 1999. v. 2, p. 1185–1190.

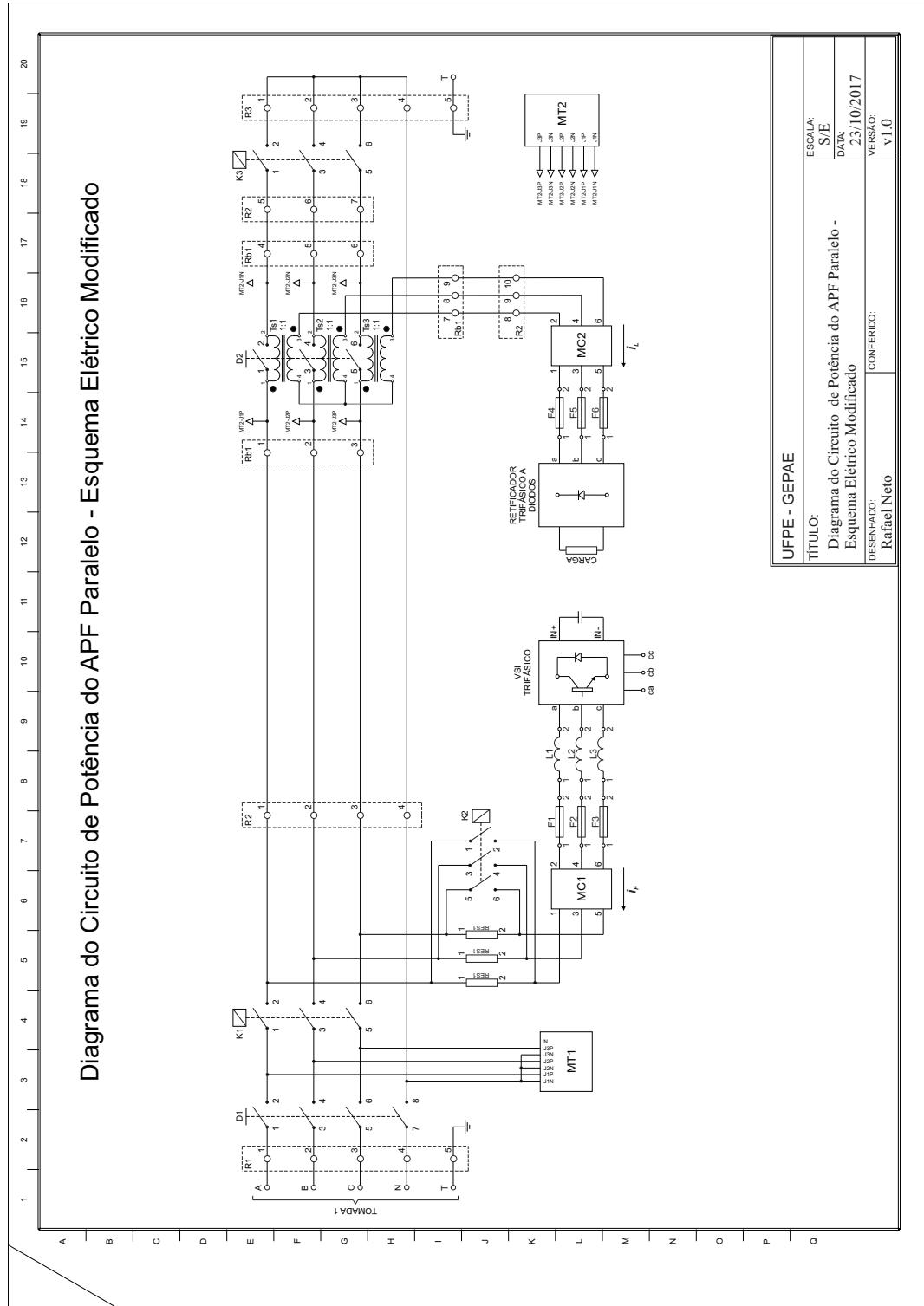
## Anexo A – DIAGRAMAS DO CIRCUITO DE POTÊNCIA DO PAINEL ELÉTRICO

Figura 134 – Diagrama do circuito de potência do esquema elétrico original.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 135 – Diagrama do circuito de potência do esquema elétrico modificado.



Fonte: Elaborada pelo autor.