

Teoria dos Grafos – Implementação com Listas de Adjacências

Resolução da Atividade Hands-on em Laboratório – 01

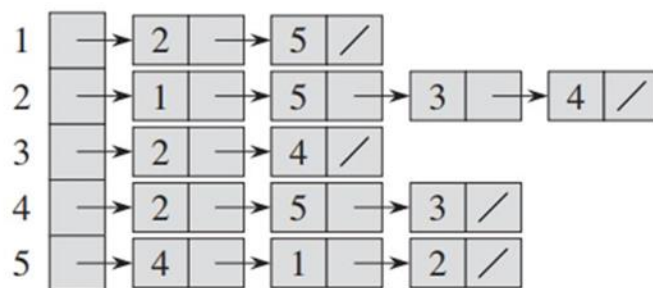
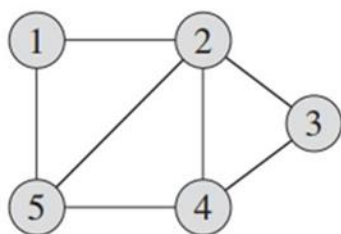
Prof. Calvetti

1. Introdução

Um grafo é uma coleção de vértices e arestas. Pode-se modelar a abstração por meio de uma combinação de três tipos de dados: Vértice, Aresta e Grafo. Um vértice (VERTEX) pode ser representado por um objeto que armazena a informação fornecida pelo usuário, por exemplo, informações de um aeroporto. Uma aresta (EDGE) armazena relacionamentos entre vértices, por exemplo: número do voo, distâncias, custos, etc.

A ADT Graph deve incluir diversos métodos para se operar com grafos, podendo lidar com grafos direcionados ou não direcionados. Uma aresta (u,v) é dita direcionada de u para v se o par (u,v) é ordenado, com u precedendo v . Uma aresta (u,v) é dita não direcionada se o par (u,v) não for ordenado.

A implementação de grafos por meio de Listas de Adjacências fornece uma forma compacta de se representar grafos esparsos – aqueles para os quais $|E|$ é muito menor que $|V|^2$. Assim, essa implementação é usualmente o método mais escolhido. [Cormen]



A representação de um grafo $G = (V,E)$ na forma de Listas de Adjacências consiste de um array Adj de $|V|$ listas, uma para cada vértice em V . Para cada $u \in V$, a lista de adjacência Adj[u] consiste de todos os vértices v tais que haja uma aresta (u,v) $u \in E$. Ou seja, Adj[u] consiste de todos os vértices adjacentes a u em G .

Considerando que a lista de adjacências representa as arestas de um grafo, pode-se representar o grafo G com os atributos: V : conjunto de vértices de G e Adj[u]: conjunto de arestas de G , para todo $u \in V$.

Em um grafo G direcionado, a soma dos nós de todas as listas de adjacências é $|E|$. Isso ocorre, uma vez que 1 aresta na forma (u,v) é representada uma única vez em Adj[u].

Em um grafo G não-direcionado, a soma dos nós de todas as listas de adjacências é $2 * |E|$. Isso ocorre, uma vez que se (u,v) é uma aresta não-direcionada, então u aparece em Adj[u] e vice-versa.

Para grafos direcionados, a representação em listas de adjacências tem a desejável propriedade que a quantidade de memória necessária é $\Theta(V + E)$. [Cormen]

Para grafos não-direcionados, a representação em listas de adjacências tem a desejável propriedade que a quantidade de memória necessária é $\Theta(V + 2*E)$. [Cormen]

Pode-se facilmente adaptar-se uma lista de adjacências para representar grafos com pesos. Ou seja, grafos para o qual cada aresta tem um peso associado, tipicamente dado por uma função de pesos: $w : E \rightarrow R$.

Por exemplo: seja $G = (V, E)$ um grafo com pesos com uma função de pesos w . Pode-se armazenar o valor da função w para uma aresta $e \in E$ no nó da lista $adj[u]$.

Uma potencial desvantagem da representação por Lista de Adjacências é que ela não provê uma forma rápida de se determinar se uma determinada aresta (u, v) está presente no grafo. Assim, será necessário pesquisá-la na Lista de Adjacências.

Neste hands-on, iremos fazer a implementação de grafos não-orientados com o emprego de Listas de Adjacências e com a Linguagem Java.

Para a implementação, vamos criar um Projeto Java na IDE chamado Grafo_AdjList. Em seguida, vamos criar um package denominado br.maua.

2. Implementação da Classe Aresta

No package br.maua, iremos implementar a Classe Aresta que irá abstrair as arestas do Grafo a ser implementado. Uma aresta será formada por um vértice de origem e outro de destino.

Vamos também incluir na Classe Aresta o construtor de Arestas.

A classe será definida por:

```
package br.maua;

public class Aresta {

    Vertice origem;
    Vertice destino;

    public Aresta(Vertice origem, Vertice destino) {

        this.origem = origem;
        this.destino = destino;
    }

}
```

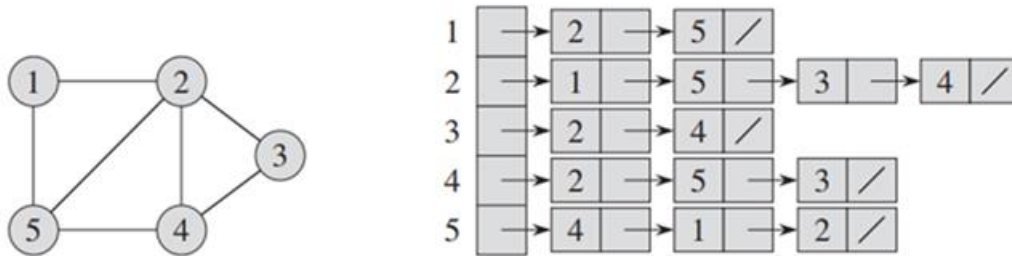
Na implementação da classe Aresta, incluiu-se o construtor de Arestas o qual receberá como parâmetro o vértice de origem e também o vértice de destino.

Estes parâmetros são obrigatórios, uma vez que uma aresta sempre é formada por um par de vértices.

Note que a IDE irá sinalizar erros na definição dos atributos da Aresta, uma vez que ainda não se definiu o objeto Vertice. Após a definição da Classe Vertice, que será feita no próximo item, esses erros serão desmarcados pela IDE.

3. Implementação da Classe Vertice

Vamos implementar agora a Classe Vertice. Neste hands-on iremos considerar a implementação com Listas de Adjacências. Portanto, para cada vértice do grafo estaremos associando uma lista de Arestas correspondentes.



Utilizaremos neste hands-on, a implementação de ArrayList do Framework Collections da Plataforma Java. Em cada vértice do grafo, definiremos um atributo que corresponde a informação a ser armazenada no vértice (String dado) e o endereço da Lista de Arestas correspondente.

Assim, utilizaremos a seguinte definição para a Classe Vertice:

```
package br.maua;

import java.util.ArrayList;

public class Vertice {

    String dado;
    ArrayList<Aresta> listaArestas;
}
```

Assim, um objeto da classe Vertice será instanciado com os atributos: dado do tipo String e listaArestas do tipo ArrayList<Aresta>.

Considerando que a classe ArrayList não pertence ao package padrão java.lang, será necessário incluir a diretiva import com o nome do package onde a classe ArrayList está implementada, no caso: java.util.

O atributo listaArestas está sendo definido por um ArrayList de Arestas. Caso o vértice não contenha arestas, este atributo estará com valor null.

4. Implementação dos construtores da Classe Vertice

Vamos considerar na classe Vertice, dois construtores de Vertice. O primeiro construtor deverá receber como parâmetro o dado String a ser armazenado no vértice e o endereço de uma lista de Arestas

```
public Vertice(String dado, ArrayList<Aresta> listaArestas) {
    // Complemente o código aqui
}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima. O segundo construtor deverá receber um único parâmetro correspondente ao dado String a ser armazenado no vértice. A lista de arestas correspondentes ao vértice que está sendo instanciado, deverá ser inicializada com null.

```
public Vertice(String dado) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

5. Implementação dos métodos da Classe Vertice

Vamos agora implementar mais duas funções na classe Vertice.

A primeira dessas funções será responsável pela inclusão de uma nova aresta incidente ao vértice na Lista de Arestas. Vamos chamar essa função de `addAresta(Aresta a)`;

A implementação será definida por:

```
public void addAresta(Aresta a) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

Complemente o código da função `addAresta(Aresta a)`, conforme indicado acima.

A segunda função será responsável pela remoção de uma aresta incidente ao vértice na Lista de Arestas. Vamos chamar essa função de `removeAresta(Aresta a)`;

A implementação será definida por:

```
public boolean removeAresta(Aresta a) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

Caso a aresta a ser removida -- e passada como parâmetro à função `removeAresta(Aresta a)` -- não existir, a função deverá retornar `false`. Caso a aresta passada como parâmetro seja removida, a função deve retornar `true`.

Complemente o código da função `removeAresta(Aresta a)`, conforme indicado acima.

Dica: Considerando que estamos trabalhando nesta implementação com a classe `ArrayList` do package `java.util` é importante que o estudante verifique na documentação da API – Java 8, quais os métodos disponíveis para se inserir objetos no `ArrayList`, bem como para se remover objetos.

Com isso, terminamos a definição da classe `Vertice`.

6. Implementação da Classe Grafo

Vamos agora implementar a classe Grafo. Considerando que estamos trabalhando com listas de adjacências, o grafo terá como atributo uma lista de vértices. Utilizaremos na implementação a classe ArrayList do package java.util.

```
package br.maua;

import java.util.ArrayList;

public class Grafo {

    ArrayList<Vertice> listaVertices;

}
```

7. Implementação dos Construtores da Classe Grafo

Vamos considerar na classe Grafo, dois construtores de Grafo.

O primeiro construtor deverá receber como parâmetro uma lista de vértices

```
public Grafo(ArrayList<Vertice> listaVertices) {

    // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

O segundo construtor não deverá ter parâmetros. A lista de vértices correspondentes ao grafo que está sendo instanciado, deverá ser inicializada com null.

```
public Grafo() {

    // Complemente o código aqui

}
```

Complemente o código do construtor, conforme indicado acima.

8. Implementação de funções da Classe Grafo

Agora, vamos implementar funções que permitirão operarmos com a estrutura de dados Grafo implementada com listas de adjacência. Complemente os códigos das funções abaixo que farão parte da classe Grafo.

- a) Função `addVertice`: Adiciona um novo vértice ao grafo

```
public void addVertice(Vertex v) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

- b) Função `imprimeArestasDeVertice`: Imprime as arestas associadas a um determinado vértice passado como parâmetro. Caso o vértice passado como parâmetro não tenha arestas a ele conectado, a função deverá imprimir a mensagem: "Vertice sem arestas".

Caso o vértice passado como parâmetro não exista no grafo, a função deverá imprimir a mensagem: "Vértice inexistente no Grafo..."

A função deverá imprimir os dados armazenados em todas as arestas associadas ao vértice passado como parâmetro. A função deverá imprimir para cada aresta associada ao vértice, o dado armazenado no vértice de origem e também o dado armazenado no vértice destino.

```
public void imprimeArestasDeVertice(Vertex v) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

- c) Função `imprimeVerticesDoGrafo`: Imprime o dado armazenado em cada vértice do grafo.

Caso o grafo não tenha vértice, a função deverá imprimir a mensagem: "Grafo sem vértices..."

```
public void imprimeVerticesDoGrafo() {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

- d) Função `retornaGrauVertice`: Retorna o grau do vértice passado como parâmetro. Caso a lista de arestas do vértice passado como parâmetro seja nula, a função também deverá retornar null.

```
public Integer retornaGrauVertice(Vertex v) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

- e) Função `imprimeGrauVertice`: Imprime o grau do vértice passado como parâmetro. Caso o vértice não exista no grafo, a função deverá imprimir a mensagem: “Vértice não existente no Grafo...”.

```
public void imprimeGrauVertice(Vertex v) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

- f) Função `removeVertice`: A função deverá remover do grafo o vértice passado como parâmetro. Caso a função consiga remover o vértice será retornado `true`. Caso contrário deverá retornar `false`. Adicionalmente, em caso de retorno `true` a função deverá enviar a mensagem “Vértice removido com sucesso”. Adicionalmente, caso o vértice passado como parâmetro não exista no Grafo, a função deverá enviar a mensagem: “Vértice inexistente do Grafo...”.

Observação importante: Todas as arestas associadas a outros vértices também deverão ser removidas.

```
public boolean removeVertice(Vertex v) {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

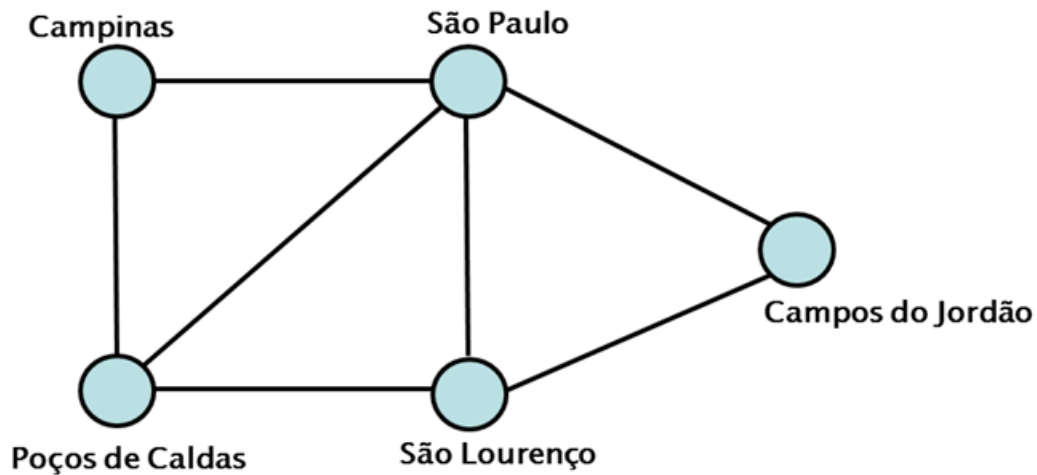
- g) Função `imprimeGrafo`: A função deverá imprimir a informação armazenada em todos os vértices do grafo e de todas as arestas associadas a cada vértice do grafo.

```
public boolean imprimeGrafo() {  
  
    // Complemente o código aqui  
  
}
```

9. Implementação da Classe Teste_Grafo

Vamos agora implementar a classe `Teste_Grafo`, com a função `main` para criarmos um grafo e exercitarmos todas as funções criadas na implementação de Grafos com uma Lista de Adjacência.

Considere o seguinte grafo:



Considere os seguintes Vértices:

- V1: Campinas
- V2: São Paulo
- V3: Campos do Jordão
- V4: São Lourenço
- V5: Poços de Caldas

Complementar a classe `Teste_Grafo` conforme esquema abaixo. Criar todos os vértices do Grafo, implementando as arestas na forma de Listas de Adjacências. Exercitar todas as funções definidas nas classes `Grafo`, `Vertice` e `Aresta`.

```
package br.maua;

public class Teste_Grafo {

    public static void main(String[] args) {

        Grafo g = new Grafo();

        Vertice V1 = new Vertice("Campinas");

        // Complemente o código aqui

    }
```



```

package br.maua;

public class Aresta {
    Vertice origem;
    Vertice destino;

    public Aresta(Vertice origem, Vertice destino) {
        this.origem = origem;
        this.destino = destino;
    }
}

package br.maua;
import java.util.ArrayList;

public class Vertice {
    String dado;
    ArrayList<Aresta> listaArestas;

    public Vertice(String dado, ArrayList<Aresta> listaArestas)
    {
        this.dado = dado;
        this.listaArestas = listaArestas;
    }

    public Vertice(String dado) {
        this.dado = dado;
        this.listaArestas = new ArrayList<Aresta>();
    }

    public void addAresta(Aresta a) {
        this.listaArestas.add(a);
    }

    public boolean removeAresta(Aresta a) {
        if (this.listaArestas.remove(a))
            return true;
        else return false;
    }
}

```

```

package br.maua;

import java.util.ArrayList;

public class Grafo {

    ArrayList<Vertice> listaVertices;

    public Grafo(ArrayList<Vertice> listaVertices) {

        this.listaVertices = listaVertices;

    }

    public Grafo() {
        this.listaVertices = new ArrayList<Vertice>() ;
    }

    public void addVertice(Vertice v) {

        this.listaVertices.add(v);

    }

    public void imprimeArestasDeVertice(Vertice v) {

        if (!this.listaVertices.contains(v))
            System.out.println("Vertice inexistente no
grafo...");
        else {
            if (v.listaArestas.size() == 0)
                System.out.println("Vertice sem arestas");
            else {
                int n = v.listaArestas.size();
                for (int i = 0; i < n ; i++)

                    System.out.println(v.listaArestas.get(i).origem.dado + " " +
v.listaArestas.get(i).destino.dado);
            }
        }

    }

    public void imprimeVerticesDoGrafo() {
        if (this.listaVertices == null)
            System.out.println("Grafo sem Vertices...");
        else {

```

```

        int n = this.listaVertices.size();
        for (int i = 0; i < n ; i++ ) {

            System.out.println(this.listaVertices.get(i).dado);
        }
    }

    public Integer retornaGrauVertice(Vertex v) {
        if (v.listaArestas == null )
            return 0;
        else return v.listaArestas.size();
    }

    public void imprimeGrauVertice(Vertex v) {

        if (!this.listaVertices.contains(v))
            System.out.println("Vertice inexistente no
grafo...");
        else
            System.out.println(this.retornaGrauVertice(v)) ;
    }

    public boolean removeVertice(Vertex v) {

        if (this.listaVertices.contains(v) == false) {
            System.out.println("Vertice nao existe...");
            return false;
        }
        else {
            this.listaVertices.remove(v);
            Integer n = listaVertices.size();
            for (int i = 0; i<n; i++) {
                ArrayList<Aresta> listaTrabArestas =
listaVertices.get(i).listaArestas;
                for (int j = 0; j<listaTrabArestas.size()-1 ;
j++) {
                    if (listaTrabArestas.get(j).origem == v
| listaTrabArestas.get(j).destino == v)
                        listaTrabArestas.remove(j);
                }
                this.listaVertices.get(i).listaArestas =
listaTrabArestas;
            }
        }
        System.out.println("Vertice removido com sucesso...");
        return true;
    }

```

```

    }
    public void imprimeGrafo() {

        int n1 = this.listaVertices.size();

        if (n1 == 0)
            System.out.println("Grafo sem vertices...");
        else {
            for( int i = 0; i < n1 ; i++) {
                System.out.println("-----");
                System.out.println("Vertice: " +
this.listaVertices.get(i).dado);

                this.imprimeArestasDeVertice(this.listaVertices.get(i));

            }
        }
    }
}

```

```

package br.maua;

public class Teste_Grafo {

    public static void main(String[] args) {

        Grafo g = new Grafo();

        Vertice V1 = new Vertice("Campinas");
        Vertice V2 = new Vertice("São Paulo");
        Vertice V3 = new Vertice("Campos do Jordão");
        Vertice V4 = new Vertice("São Lourenço");
        Vertice V5 = new Vertice("Poços de Caldas");

        Aresta aresta_V1V2 = new Aresta(V1,V2);
        Aresta aresta_V1V5 = new Aresta(V1,V5);
        V1.addAresta(aresta_V1V2);
        V1.addAresta(aresta_V1V5);
        g.addVertice(V1);

        Aresta aresta_V2V1 = new Aresta(V2,V1);
        Aresta aresta_V2V3 = new Aresta(V2,V3);
        Aresta aresta_V2V4 = new Aresta(V2,V4);
        Aresta aresta_V2V5 = new Aresta(V2,V5);
        V2.addAresta(aresta_V2V1);
        V2.addAresta(aresta_V2V3);
        V2.addAresta(aresta_V2V4);
        V2.addAresta(aresta_V2V5);
        g.addVertice(V2);

        Aresta aresta_V3V2 = new Aresta(V3,V2);
        Aresta aresta_V3V4 = new Aresta(V3,V4);
        V3.addAresta(aresta_V3V2);
        V3.addAresta(aresta_V3V4);
        g.addVertice(V3);

        Aresta aresta_V4V3 = new Aresta(V4,V3);
        Aresta aresta_V4V2 = new Aresta(V4,V2);
        Aresta aresta_V4V5 = new Aresta(V4,V5);
        V4.addAresta(aresta_V4V3);
        V4.addAresta(aresta_V4V2);
        V4.addAresta(aresta_V4V5);
        g.addVertice(V4);

        Aresta aresta_V5V1 = new Aresta(V5,V1);
        Aresta aresta_V5V2 = new Aresta(V5,V2);
        Aresta aresta_V5V4 = new Aresta(V5,V4);
        V5.addAresta(aresta_V5V1);
    }
}

```

```

V5.addAresta(aresta_V5V2);
V5.addAresta(aresta_V5V4);
g.addVertice(V5);

System.out.println("\n\nGrafo antes de remover V3 ....");
g.imprimeGrafo();

g.removeVertice(V3);
System.out.println("\n\nGrafo apos remover V3");
g.imprimeGrafo();

g.removeVertice(V1);
System.out.println("\n\nGrafo apos remover V1");
g.imprimeGrafo();

g.removeVertice(V2);
System.out.println("\n\nGrafo apos remover V2");
g.imprimeGrafo();

g.removeVertice(V4);
System.out.println("\n\nGrafo apos remover V4");
g.imprimeGrafo();

g.removeVertice(V5);
System.out.println("\n\nGrafo apos remover V5");
g.imprimeGrafo();

    }
}

```