تمرین ۳

پگاه خزائی
۹۸۴۲۲۰۵۸

۱۹ اسفند ۱۳۹۸

تمرین ۲.۱

به فرض این که $S=\{(x_i,f(x_i))\}_{i=1}^{m}$ بنابراین بر این تعریف و صورت سوال که $f(x_i)=1$ باید برقرار باشد می‌توان $p_s(x)$ را به صورت زیر تعریف نمود:

$$p_s=\sum_{i=1}^{m}\left(f\left(x_i\right)-1\right)\times\left(x-x_i\right)^2$$

در این صورت خواهیم دید که به ازای x_iهایی که $f(x_i)=1$ داریم که $p_s(x)>=0$ و در غیر این صورت منفی خواهد شد.

تمرین ۲.۲

فرض کنیم که S مجموعه تمامی نمونه‌های موجود به شکل زیر باشد:
$S=\{(x_i,f(x_i))\}_{i=1}^{m}$ حالا می‌توان اثبات را به صورت زیر انجام داد:

$$E\left[L_S\left(h\right)\right]=E\Big[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\mathbb{1}_{[h(x_i)\neq f(x_i)]}\Big]=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}E\left(\mathbb{1}_{[h(x_i)\neq f(x_i)]}\right)=$$
$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\mathcal{P}\left(\left[h\left(x_i\right)\neq f\left(x_i\right)\right]\right)=\frac{1}{m}\times m\times L_{D,f}\left(h\right)=L_{D,f}\left(h\right)$$

اثبات کامل است.

تمرین ۲.۳

قسمت ۱

الگوی یادگیری که از یک predictorی چون h برای کمینه کردن $L_S(h)$ استفاده می‌کند، ERM نامیده می‌شود. برطبق فرض داریم که A الگوریتمی است که کوچکترین مستطیلی که تمامی نمونه‌های مثبت را می‌تواند در داخل خود محصور کند. با فرض قابلیت تحقق یافتن h و این که A می‌تواند تمامی نمونه‌های مثبت را از طریق کوچکترین مستطیل محصور کند، بنابراین تمامی نمونه‌های منفی را نیز می‌تواند به درستی جداکرده و برچسب بزند(با توجه به تعریف کلاسبند مستطیلی). پس در نتیجه A با توجه به تعریف ERM بودن یک ERM است.

قسمت ۲

فرض کنید که R^* کلاسبندی مستطیلی باشد که در در قسمت تذکر(hint) تعریف شده است. از آنجایی که A الگوریتمی است که کوچکترین دسته‌بند مستطیلی را برمی‌گرداند پس در نتیجه از هر کلاسبند دیگری بسته و کوچکتر است و می‌توان گفت که $R(S)\in R^*(S)$ و این به ازای هر S برقرار است.