МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ КОНДРАТЮКА

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І СИСТЕМ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ ТА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

ДИПЛОМНА РОБОТА СПЕЦІАЛІСТА

зі спеціальності 7.080201 «Інформатика»

на тему

«Матричні ігри»

Студента групи 501-ЕІ Фесюри Сергія Леонідовича

Керівник роботи
кадидат фіз.-мат. наук,
доцент Іванов М.І.

Завідувач кафедри
доктор фіз.-мат. наук,
професор Губреєв Г.М.

Полтава 2012

РЕФЕРАТ

Дипломна робота спеціаліста: __ с., __ малюнки, __ додатки, __ джерел.

Об’єкт дослідження˜ матричні ігри.

Мета роботи ˜ розроблення ефективного методу та його програмної реалізації знаходження оптимального розв’язку матричної гри.

Методи ˜ симплексний, Брауна-Робінсона, графічний. Програма реалізована в середовищі Komodo Edit на мові JavaScript.

Відповідно до поставленого завдання у роботі досліджено викладені раніше підходи до розв’язування матричних ігор. Здійснена програмна реалізація трьох основних методів.

Ключові слова: ТЕОРІЯ ІГОР, МАТРИЧН ІГРИ, СИМПЛЕКС-МЕТОД, МЕТОД БРАУНА-РОБІНСОНА, ГРАФІЧНИЙ МЕТОД, МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В РІЗНИХ ГАЛУЗЯХ.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

Я буду розглядати тільки парні антагоністичні ігри, тобто такі, в яких приймають участь тільки два гравці, і виграш одного гравця рівний програшу іншого. Крім того, я приймаю, що кожен гравець має скінченну кількість стратегій: $U_1=\{a_1, a_2,..., a_m\}$ – множина стратегій першого гравця; $U_2=\{b_1, b_2, ... b_n\}$ – множина стратегій другого гравця.

Ці стратегії назваються чистими на відміну від змішаних, які я введу далі.

Множина U1 ∪ U2 — декартовий добуток множин стратегій гравців називається множиною ситуаці гри. Для кожної ситуації повинна бути визначена ціна гри. Так як гра антагоністична достатньо визначити виграш *a* одного з гравців, наприклад першого. Тоді виграш другого буде рівний (-*a*). Таким чином визначається матриця виграшів першого гравця (для другого гравця матриця виграшів буде -A):

$$A=\begin{array}{c c} & \beta_1\beta_2\ldots\beta_n \\ \begin{array}{c}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \ldots\\ \alpha_m\end{array} & \begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\ldots a_{1n}\\ a_{21}a_{22}\ldots a_{2n}\\ \ldots\ldots\ldots\\ a_{m1}a_{m2}\ldots a_{mn}\end{pmatrix}\end{array}$$

Визначення. Система Г = {U1, U2, A} називається матричною грою двох осіб. Розігрування матричної гри зводиться до вибору гравцем 1 і-го рядка матриці виграшів, а гравцем 2 - j-го стовпця. Після цього гравець 1 отримує виграш рівний a_{ij}, а гравець 2 - ($-a_{ij}$). При правильній грі гравець 1 може завжди гарантувати собі виграш, який назвемо нижнім значенням ціни гри. Позначимо його: $\underline{v}=\max_i \max_j a_{ij}$. У свою чергу, гравець 2 може гарантувати собі програш, який назвемо верхнім значенням ціни гри. Позначимо його: $\bar{v}=\min_j \max_i a_{ij}$. Чисті стратегії і* і j*, що відповідають $\underline{v}$ і $\bar{v}$ називаються максимінною і мінімаксною стратегіями.

Лемма 1. В матричній грі $\underline{v}\leq\bar{v}$.

Визначення. Ситуація (і*, j*) називається ситуацією рівноваги, якщо для і'=1, 2, ..., m, j'=1, 2, ..., n виконується нерівність:.$a_{ij'} \le a_{i'j'} \le a_{i'j}$ Ситуація рівноваги це така ситуація, від якої жодному з гравців не вигідно відхилятися. В цьому випадку стратегії i*, j* називають оптимальними стратегіями гравців. Щоб така ситуація існувала необхідно і достатньо рівність верхньої та нижньої цін гри, тобто $\underline{v} = \bar{v} = v$.

Визначення. Нехай (i*, j*) - ситуацією рівноваги в матричній грі. Тоді число $v = a_{i'j'}$ називається значенням або ціною гри. Наприклад, у грі Γ_A з матрицею

$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ існує не одна ситуація рівноваги. В даній грі їх дві: (1, 1) і (1, 3).

Безліч всіх ситуацій рівноваги в матричній грі позначимо через Z(Г).

Лемма про масштаб 1. Нехай Г і Г' - дві матричні ігри з матрицею виграшів A = {aij} і A' = {a'ij}, причому A' = bA + a, b = const, a = const. Тоді Z(Г) = Z(Г') і n' = bn + a (де n' - значення ціни гри Г', n - значення ціни гри Г).

Ця лема має велике практичне значення, так як більшість алгоритмів для рішення матричних ігор засновано на припущенні, що матриця гри позитивна. У випадку, коли матриця має непозитивно елементи, слід додати до всіх елементів матриці число найбільше за абсолютною величиною, з усіх негативних елементів. Існують ігри, в яких ситуації рівноваги в чистих стратегіях не існує. Тоді гравцям буває не вигідно дотримуватися своїх мінімаксних і максимінних стратегій, так як вони можуть отримати більший виграш, відхилившись від них. В цьому випадку гравцям розумно діяти випадково, тобто вибирати стратегії довільно і не повідомляти про вибір суперника. Такі стратегії гравців будемо називати змішаними.

Визначення. Змішаною стратегією гравця називається повний набір ймовірностей застосування його чистих стратегій.

Так якщо гравець 1 має m чистих стратегій, то його змішана стратегія x - це набір чисел $x = (x_1, x_2, ..., x_m)$, які задовольняють співвідношенням $x_i \ge 0$,$\sum x_i = 1$. Аналогічним чином визначається змішана стратегія у гравця 2.

Визначення. Оптимальними стратегіями гравців називаються стратегії, які при багаторазовому повторенні забезпечують гравцям максимально можливий середній виграш (або мінімально можливий середній програш). Таким чином, процес гри при використанні гравцями своїх змішаних стратегій перетворюється на випадкове випробування, яке назвемо ситуацією в змішаних стратегіях. Вона позначається так (x, y), де x і y - змішані стратегії гравців 1 і 2 відповідно.

Для ситуації в змішаних стратегіях кожен гравець визначає для себе середній виграш, який виражається у вигляді математичного очікування його виграшів:.K(x, y) = $\sum_{i}^{m}\sum_{j}^{n} a_{ij} x_i y_j$ Від матричної гри прийшли до нової гри $\bar{\Gamma}$ = {X, Y, K}, де X, Y - множини змішаних стратегій гравців, а K - функція виграшів в змішаних стратегіях. Таку гру називають змішаним розширенням матричної гри. Цілі гравців залишаються незмінними: гравець 1 бажає отримати максимальний виграш, а гравець 2 прагне звести свій програш до мінімуму. Тому для змішаного розширення гри, аналогічним чином визначаються верхнє і нижнє значення ціни гри, тільки тепер гравці вибирають свої змішані стратегії. Позначимо їх: $\bar{v} = \min_j \max_i K(x, y)$, $\underline{v} = \max_i \min_j K(x, y)$

В цьому випадку залишається справедливою лема 1, тобто $\underline{v} \leq \bar{v}$

Визначення. Ситуація (x*, y*) в грі утворює ситуацію рівноваги, якщо для всіх x ∈ X, y ∈ Y виконується рівність: K (x, y *) ≤ K (x *, y *) ≤ K (x *, y). Щоб ситуація рівноваги в змішаному розширенні гри існувала необхідно і достатньо рівність верхньої та нижньої цін гри, тобто $\underline{v} = \bar{v} = v$, де v - ціна гри. Для випадку змішаного розширення гри також справедлива лема про масштаб.

Лемма про масштаб 2. Нехай Γ_A і $\Gamma_{A'}$ - дві матричні ігри A' = aA + B, a = const, B - матриця з однаковими елементами b, тобто b_{ij} = b для всіх i, j. Тоді Z ($\bar{\Gamma}_A$) = Z ($\Gamma_{A'}$) і $n_{A'} = an_A + b$ (де nA / - значення ціни гри $\Gamma_{A'}$, n_A - значення ціни гри Γ_A).

Теорема. У змішаному розширенні матричної гри завжди існує ситуація рівноваги.