Визначення

•Система Г = {U_1, U_2, A}, де U_1 и U_2 – непорожні множини, і функція A *:* $U_1 \times U_2 \to$ *R, на*зивається <u>антагоністичною грою в нормальній формі</u>. Елементи $\alpha \in U_1$ і $\beta \in U_2$ стратегіями гравців 1 і 2 відповідно.

•Антагоністичні ігри, в який обидва гравця мають скінченні множини стратегій називаються матричними.

Ігри з сідловою точкою

- **Теорема.** Нехай маємо дві числових множини A і B і функція $f\colon A \times B \to R$. Тоді

$$\max_{x\in A}\min_{y\in B} f(x,y) \le \min_{y\in B}\max_{x\in A} f(x,y)$$

- Нехай дано $f\colon A \times B \to R$. Точка (x_0, y_0) називається <u>сідловою точкою</u> функції f, якщо

$$\forall x\in A \quad f(x,y_0) \le f(x_0,y_0)$$
$$\forall y\in B \quad f(x_0,y_0) \le f(x_0,y)$$

- Мішаною стратегією гравця називається повний набір ймовірностей застосування його чистих стратегій
- Оптимальними стратегіями гравців називаються стратегії, які при багаторазовому повторенні забезпечують гравцям максимально можливий середній виграш (або мінімально можливий середній програш). Таким чином, процес гри при використанні гравцями своїх мішаних стратегій перетворюється на випадкове випробування, яке назвемо ситуацією в мішаних стратегіях. Вона позначається так (x, y), де x і y - мішані стратегії гравців 1 і 2 відповідно.

Основна теорема матричних ігор (фон Неймана)

- В мішаних стратегіяї гра двох осіб з нульовою сумою завжди має сідлову точку.

Основні методи розв'язування матричних ігор

- Зведення матричної гри до задач ЛП
- Ітеративний метод Брауна-Робінсона
- Монотонний ітеративний алгоритм

Ітеративний метод Брауна-Робінсона

- Ідея методу – багатократний фіктивний розіграш гри з заданою матрицею виграшу.
- Недостаток: мала швидкість збіжності.

$$\bar{v}_k = \max_i \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\eta_j^k = \sum_{j=1}^{n} a_{i_{k+1}j}\eta_j^k$$

$$\underline{v}_k = \min_j \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\xi_i^k = \sum_{m=1}^{m} a_{ij_{k+1}}\xi_i^k$$

$$\max_k(\underline{v}_k / k) \le v \le \min_k(\bar{v}_k / k)$$

Монотонний ітеративний алгоритм

$$x_N = (\xi_1^N, \dots, \xi_m^N) \in X \quad c_N = (\gamma_1^N, \dots, \gamma_n^N) \in R^N$$

$$x_N = (1-\alpha_N)x_{N-1} + \alpha_N \tilde{x}_N \quad c_N = (1-\alpha_N)c_{N-1} + \alpha_N \tilde{c}_N$$

$$0 \le \alpha_N \le 1$$

$$\underline{v}_{N-1} = \min_{j=1,\dots n} \gamma_j^{N-1}$$

Критика мішаних стратегій

- В окремій грі гравець може дуже сильно програти.
- Деякі гравці можуть орієнтуватися на ті стратегії, які можуть забезпечити їм максимально можливий виграш, вони намагаються максимізувати середній очікуваний виграш, тобто вибір мінімаксу або максиміну не є єдиноможливим хорошим в деякому сенсі рішенням
- орієнтація на мішані стратегії передбачає відсутність будь-якої інформації про психологію суперника

Архітектура програми

- Використання однієї матриця для всих методів
- Кожна функція, в якій реалізовано метод використовує уніфікований інтерфейс для отримання матричної гри
- Великі за обсягом задачі передаються на сервер протоколом WebSocket.
- Фреймворк EnyoJS.
- Матричну гру можна записати в файл та передати в браузер за допомогою Drag and Drop

Серверна частина

- Реалізовано на тій же мові, що й клієнтську.
- В якості серверної платформи використовується nodejs.
- Графіки на сервері будуються за допомогою модуля node-o3-canvas
- Обмін інформацією з клієнтом кодується в формат JSON.
- При передачі графік будується в форматі png та при передачі кодується в base64

Висновки

- Матричні ігри — найбільш досліджений розділ теорії ігор
- Основне застосування теорії ігор — економіка
- В дипломній роботі було реалізовано основні методи розв'язування матричних ігор
- Також реалізовано алгоритм пошуку змішаної стратегії на основі прогнозування стратегії супротивника з урахуванням його психологічних особливостей.