



Reconstructing Depth Information from Surface Normal Vectors

Seminararbeit am Fachbereich Computer Vision und Pattern Recognition
Prof. Dr. Xiaoyi Jiang
Fakultät für Informatik-Mathematik
Westfälische Wilhelms-Universität Münster

von

Alexander Wenner
Christoph Brune

Betreuer:

Dipl.-Math. Kai Rothaus

Präsentation: 19./20. Dezember 2005
in der Villa Terfloth



Abstract

Ziel unserer Seminararbeit *Reconstrucing Depth Information from Surface Normal Vectors* ist es, Tiefeninformationen einer in einem Bild dargestellten Szene anhand von gegebener Oberflächenorientierung in Form von Normalenvektoren zu rekonstruieren. Wir analysieren sowohl lokale als auch globale Verfahren zur Lösung der Problemstellung und vergleichen ihre Qualitäten anhand von Testfällen.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	iii
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Zielsetzung der Arbeit	3
1.3 Lösungsansätze	5
1.4 Gliederung der Arbeit	7
2 Analyse	9
2.1 Anforderungen	9
2.2 Lokales Integrationsverfahren	10
2.3 Globales Integrationsverfahren	14
3 Tests	21
3.1 Testkriterien	21
3.2 Testfall: Halbsphäre	22
3.3 Testfall: X-förmiges Polyhedron	24
3.4 Testfall: Höhenkarte	27
3.5 Testfall: Mozart Statue	29
3.6 Zusammenfassung	31
4 Zusammenfassung und Ausblick	33
Literatur	35

1. Einleitung

1.1 Motivation

Ein wesentliches Ziel der Bildanalyse ist es auf Grund von Informationen aus Bildern Aussagen über die 3D Geometrie der dargestellten Szene zu machen.

Ein Beispiel findet man in der Astronomie. In den neunziger Jahren wurde eine US-amerikanisch Raumsonde mit dem Namen Magellan, benannt nach dem portugiesischen Entdecker des 16. Jahrhunderts (erste Weltumseglung) in den Weltraum geschickt um den Planeten Venus zu erforschen. Die Sonde trug das Radargerät Synthetic Aperture Radar (SAR).

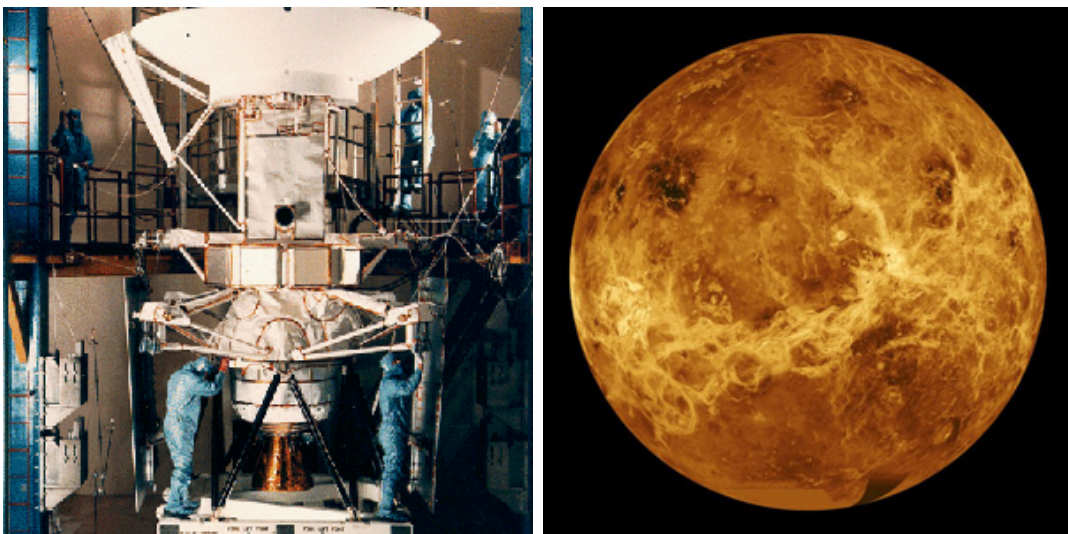


Abbildung 1.1: Oberflächenbild der Venus und die Sonde Magellan

Es wurde eine Auflösung von durchschnittlich 100 Metern pro Pixel erreicht, das eine Steigerung um den Faktor 200 gegenüber vorherigen Missionen bedeutete. Eine große Herausforderung stellte die Kombination von wenig genauen Höhenmessungen

und hoch auflösenden Schattierungsinformationen. Insgesamt wurden rund 98 Prozent der Oberfläche erfasst. Magellan ist die gegenwärtig als Standardwerk gültige Venuskarte zu verdanken.

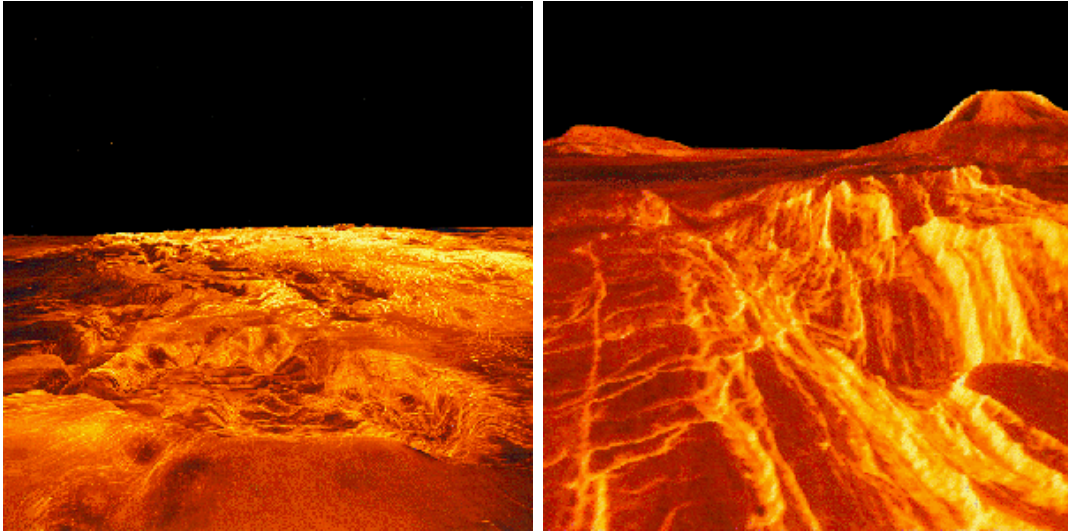


Abbildung 1.2: Oberflächenrekonstruktion der Venus, Quelle: [Ma]

Eine weitere Anwendung ist im Bereich der automatisierten Qualitätssicherung. Bauteile können anstatt mit Hilfe eines 3D Scanners durch eine einfache Kamera überprüft werden. Dadurch lassen sich die Kosten für solche Anlagen reduzieren.

Die bisher bekannten Verfahren berechnen in einem ersten Schritt aus den Bildinformationen die Oberflächenorientierung der dargestellten Objekte. Zu diesen Verfahren zählt *shape-from-shading* welches aus den im Bild sichtbaren Helligkeitswerten Rückschlüsse auf die Orientierung der beleuchteten Oberfläche zieht. Ein weiteres Verfahren ist *photometric-stereo* welches ähnlich dem *shape-from-shading* die Beleuchtung der im Bild dargestellten Objekte betrachtet. Dabei wird aber von mehreren Bildern mit unterschiedlicher Beleuchtung ausgegangen. Ein drittes Verfahren ist *shape-from-texture* wobei die Oberflächeninformation aus der Veränderung der im Bild dargestellten Texturen gewonnen wird.

Im nächsten Schritt müssen die von diesen Verfahren erstellten Informationen über die Oberflächenorientierung in Tiefeninformationen umgesetzt werden. Hier kommt nun das Thema unseres Seminarvortrages ins Blickfeld. Wir beschäftigen uns mit der Frage wie man aus Normaleninformationen, oder besser Gradienteninformationen, ein Tiefenbild erhält. Näheres dazu siehe Kapitel 1.2.

Die gewonnenen Tiefenbildern kann man dann je nach Verwendungszweck weiter verarbeiten. So kann man versuchen Flächen und Kanten zu erkennen um danach Rückschlüsse auf die dargestellten Objekte zu ziehen. Desweiteren könnte man mehrere Bilder aus verschiedenen Blickwinkeln zu einer detaillierteren Ansicht kombinieren.

1.2 Zielsetzung der Arbeit

Ziel unserer Seminararbeit *Reconstructing Depth Information from Surface Normal Vectors* ist es, Tiefeninformationen einer in einem Bild dargestellten Szene anhand von gegebener Oberflächenorientierung in Form von Normalenvektoren zu rekonstruieren.

Die Informationen, die man durch die gegebene Normalenvektoren erhält, sind äquivalent zu einem Gradienten-Vektorfeld. Der Gradient von $Z(x, y)$ an einer Stelle (x, y) ist ein Vektor, der in die Richtung des steilsten Anstieges zeigt, und dessen Länge ein Maß für die Steilheit ist. Die x -Komponente entspricht der Steigung in x -Richtung. Die y -Komponente entspricht der Steigung in y -Richtung. Der Gradient ist orthogonal zur Flächennormale.

Die folgende Abbildung gibt Aufschluss über die Beziehung zwischen einem Gradientenvektor und der zugehörigen Normalen:

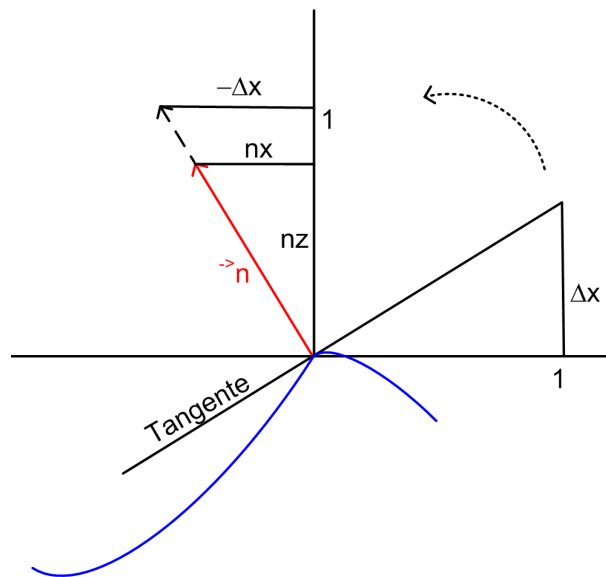


Abbildung 1.3: Projektion in xz -Ebene zur Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen Gradient und Normalenvektor

Betrachte zuerst eine Projektion in die xz -Ebene. Legt man eine Tangente (allg. Tangentialraum) an einen Punkt einer Funktion Z , so sei die Steigung in x -Richtung Δx . Durch Drehung um 90° im mathematisch positiven Sinne erhält man ein rechtwinkliges Dreieck mit Kathetenlängen $-\Delta x$ und 1. Der Normalenvektor \vec{n} habe die Komponenten $\vec{n} = (nx, ny, nz)$. Aus dem Strahlensatz ergibt sich folgende Beziehung

$$\frac{nx}{nz} = \frac{-\Delta x}{1} = -\Delta x$$

analog gilt dann für die Steigung in y -Richtung

$$\frac{ny}{nz} = \frac{-\Delta y}{1} = -\Delta y$$

wobei man $-\Delta x$ und $-\Delta y$ als Koordinaten betrachtet.

Bei gegebenen Normalen kann man also über diese Beziehung das Gradientenvektorfeld unmittelbar angeben.

Umgekehrt erhält man aus gegebenen Gradienteninformationen die Normalen indem man $\vec{n} = (\tilde{n}x, \tilde{n}y, \tilde{n}z)$ setzt, wobei

$$\begin{aligned}\tilde{n}x &= -\Delta x \\ \tilde{n}y &= -\Delta y \\ \tilde{n}z &= 1\end{aligned}$$

und im Anschluss \vec{n} normiert.

Aufgrund der Äquivalenz dieser Informationen werden wir im Laufe unserer Arbeit nur von gegebenen Gradientenfeldern ausgehen.

Das Gradientenfeld kann als gegebene Funktion vorausgesetzt werden. Man betrachtet die Komponentenfunktion p und q . Dabei wird angenommen, dass für das Gradientenfeld folgende Bedingung für eine Oberfläche Z erfüllt ist

$$\text{grad}(Z(x, y)) = (p(x, y), q(x, y)) = \left(\frac{\partial Z(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \right)$$

Unser Ziel ist es diese nicht bekannte Oberfläche Z aus den Funktionen p und q zu rekonstruieren.

Die Komponentenfunktionen p und q stehen dabei nur als diskrete Abtastung zur Verfügung. Desweiteren muss nur eine diskrete Abtastung der Oberfläche Z berechnet werden.

1.3 Lösungsansätze

Die generelle Idee, die sich durch sämtliche Lösungsstrategien zieht, ist die Integration des Gradientenfeldes. Um die Anzahl der Lösungen einzuschränken macht es Sinn für die Oberfläche Z als Randbedingung zu fordern, dass das Gradientenfeld konservativ ist, d.h. $\frac{\partial Z}{\partial x}$ und $\frac{\partial Z}{\partial y}$ bzw. p und q erfüllen die Bedingung, dass jedes Integral über eine geschlossene Kurve null ist. Dazu äquivalent ist die Forderung, dass Z die Integrierbarkeitsbedingung

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 Z}{\partial y \partial x}, \text{ d.h. } p_y = q_x$$

erfüllt.

Man unterscheidet zwei Klassen von Verfahren zur Integration des Gradientenfeldes.

Lokale Integrationsverfahren basieren auf der Berechnung von Wegintegralen der Form:

$$Z(x, y) = Z(x_0, y_0) + \int_{\gamma} p(x, y) dx + q(x, y) dy$$

Ausgehend von einem gegebenen Anfangspunkt wird der Höhenwert am Zielpunkt über die Integration entlang eines Weges durch das Gradientenfeld berechnet. Die verschiedenen Verfahren variieren dabei in der Wahl eines Integrationsweges und der Festlegung einer lokalen Nachbarschaft zur Approximation des jeweiligen Integrationsschrittes. Durch die Integration entlang eines Weges wirken sich Fehler im Gradienten eines Punktes auf die Berechnung an allen nachfolgenden Punkten aus. Der Fehler wird entlang des Weges propagiert. Um dem entgegen zu wirken, wird oft über mehrere verschiedene Wege integriert und die Ergebnisse werden am Schluss kombiniert.

Die von Coleman und Jain [CoJa] vorgestellte *two-point-method* startet im Zentrum des Gradientenfeldes und berechnet von dort zuerst vier kreuzförmige initiale Wege zum Rand hin. Danach werden die entstandenen Quadranten separat integriert. Dabei wird die Steigung zwischen zwei Punkten durch Mittelung der jeweiligen Normalen der Punkte berechnet. Die Erweiterung der Nachbarschaft auf die umgebenden acht Punkte führt zu der von Healey und Jain [HeJa] vorgestellten *eight-point-method*. Wu und Li [WuLi] benutzten in ihrem Verfahren parallel zu x - und y -Achse verlaufende Wege und berechnen das Integral über Mittelung der Werte der Gradienten. Die von Rodehorst [Ro] eingeführte und von Klette und Schlüns [KlSc] aufgegriffene *vier-Scan-Methode* basiert auf vier verschiedenen Durchläufen des Feldes und berechnet die Steigungen aus einer 2×2 Nachbarschaft. Eine nähere Betrachtung dieses Verfahrens folgt in Kapitel 2.2.

Globale Integrationsverfahren basieren auf der Optimierung eines Zielfunktionalen der Form

$$W = \int \int_{\Omega} |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dx dy$$

dabei wir eine Oberfläche Z gesucht deren Gradient dem gegebenen entspricht. Horn und Brooks [HoBr] verwenden in dem von ihnen vorgestellten Verfahren zur Lösung

dieses Problems Mittel aus der Variationsrechnung. Die zu dem Problem äquivalente partielle Differentialgleichung

$$\nabla^2 = p_x + q_y$$

hat dabei im Allgemeinen keine analytische Lösung. Deshalb wird auf numerische Lösungsverfahren zurückgegriffen. Ein weiterer von Frankot und Chellappa [FrCh] vorgestellter und von Wei und Klette [WeKl] durch regularisierende Parameter erweiterter Ansatz verwendet die Theorie der Fouriertransformation um eine Lösung zu gewinnen. Eine nähere Betrachtung dieses Verfahrens folgt in Kapitel 2.3. Ein weiterer von Wei und Klette [WeKl98] erarbeiteter Ansatz verwendet statt der Darstellung durch die Fourier Basisfunktionen eine Darstellung durch die Daubechie Wavelets und minimiert danach eine Energiefunktion.

1.4 Gliederung der Arbeit

In Kapitel 2 stellen wir zunächst heraus, welche Anforderung ein Lösungsverfahren für unsere Problemstellung erfüllen soll. Im Anschluss daran analysieren wir sowohl einen Repräsentanten der Klasse der lokalen Integrationsverfahren, als auch einen der globalen Verfahren im Detail.

Eine Testreihe von aussagekräftigen Beispielen führen wir in Kapitel 3 für beide Verfahren durch. Die dadurch resultierenden Ergebnisse ermöglichen uns eine vergleichende Bewertung der Verfahren.

In Kapitel 4 werden wir zusammenfassen und weiterführende Ideen zu den Verfahren darstellen, die uns während unserer Arbeit begegnet sind.

2. Analyse

2.1 Anforderungen

Im folgenden haben wir uns zwei Verfahren zu einer vertiefenden Betrachtung ausgesucht. Dabei betrachten wir je einen Vertreter der Klasse der lokalen und globalen Verfahren. Die wesentlichen Anforderungen für die von uns ausgewählten Verfahren waren dabei eine möglichst gute Robustheit gegenüber Fehlern. Desweiteren sollte die Möglichkeit gegeben sein durch zusätzliche Informationen oder Parameter die Rekonstruktion zu beeinflussen. Ein weiteres wichtiges Kriterium war die Möglichkeit einer einfachen Implementierung.

2.2 Lokales Integrationsverfahren

Lokale Integrationsverfahren basieren auf Kurvenintegralen und variieren in der Wahl eines Integrationsweges und der Festlegung einer lokalen Nachbarschaft.

Als ein Repräsentant dieser Klasse wollen wir uns jetzt mit der *vier-Scan-Methode* detailliert auseinandersetzen wie sie von Wei und Klette in [WeKl] vorgestellt wird. Als Eingabe bekommt das Verfahren ein diskretes Gradientenvektorfeld (p, q) , welches man aus einem vorher durchgeführten Verfahren wie *shape-from-shading* oder *photometric-stereo* erhalten hat. In der Regel kann man davon ausgehen, dass diese Ausgangsdaten in irgendeiner Weise gestört sind.

Die Grundidee dieses lokalen Integrationsverfahrens zur Rekonstruktion von Tiefeninformationen aus einem Gradientenfeld besteht darin, ausgehend von vier verschiedenen Ecken, durch das Feld zu laufen. Jeder dieser Durchläufe entspricht einem Integrationsweg. Als Ergebnis bekommen wir aus jedem der Durchläufe eine Höhenkarte geliefert. Unter der Annahme, dass man dieselben initialen Höhenwerte in den vier Ecken hat, führt eine arithmetische Mittelung der Höhenkarten zur gesuchten Rekonstruktion. Durch die Verwendung von vier verschiedenen Integrationswegen erreicht man ein gewisse Robustheit gegenüber Fehlern im Gradientenfeld.

Bei jedem Durchlauf betrachten wir für jeden der Punkte eine 2×2 -Nachbarschaft um den Anstieg zu berechnen.

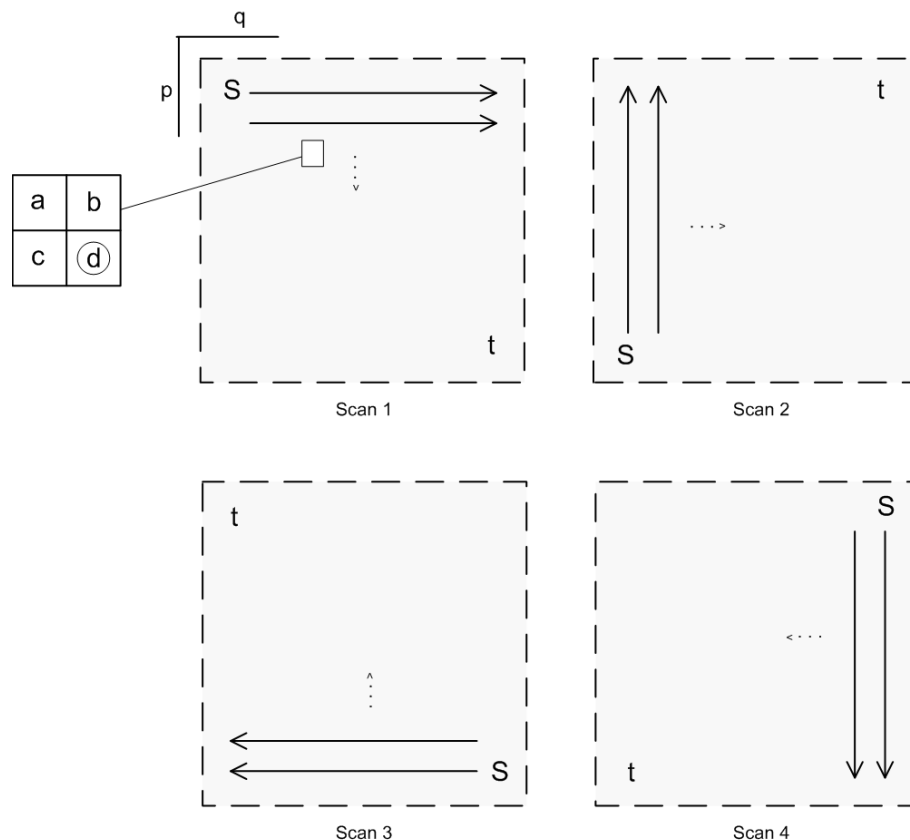


Abbildung 2.1: Integrationswege für die *vier-Scan-Methode*

Abbildung 2.1 zeigt die vier Durchläufe (Integrationswege) und den Aufbau der 2x2-Nachbarschaft, wobei d der aktuell betrachtete Punkt ist. Die Durchläufe starten jeweils am Punkt s und enden am Punkt t .

Wir werden uns nun den ersten Durchlauf genauer anschauen.

Das diskrete Gradientenvektorfeld wird Zeile für Zeile, von links nach rechts durchlaufen und dabei wird für jeden Punkt d eine 2x2-Nachbarschaft a , b , c und d betrachtet. Ziel ist es, den Höhenwert Z an der Stelle d aus den Höheninformationen von b und c und den Gradientenvektoren der Nachbarschaft zu berechnen. Dies wird durch folgende Formel erreicht:

$$Z(d) = \frac{Z(b) + Z(c)}{2} + \frac{\Delta x + \Delta y}{2}$$

wobei

$$\Delta x = \frac{p(a) + p(b) + p(c) + p(d)}{4}$$

und

$$\Delta y = \frac{q(a) + q(b) + q(c) + q(d)}{4}$$

Δx bzw. Δy ist also das arithmetische Mittel der Steigungen (Gradienteninformationen) an den Positionen a , b , c und d in x -Richtung bzw. y -Richtung. $Z(b)$ und $Z(c)$ sind die schon vorher berechneten Höhenwerte an den Punkten b und c .

Das ist auch anschaulich gut nachvollziehbar. Man gehe von einem Punkt zwischen b und c aus, dessen Höheninformation man durch Mittelung der bekannten Höhen in b und c erhält. Die Steigung in x -Richtung Δx und y -Richtung Δy erhält man durch Mittelung der Steigungen der vier Nachbarpunkte. Beim diagonalen Schritt vom Mittelpunkt zwischen b und c zum Punkt d erhöht man den berechneten Höhenwert um die aus Steigung in x -Richtung und y -Richtung gemittelte Steigung. Dadurch erreicht man eine Annäherung des gesuchten Wertes $Z(d)$.

Wichtig ist zu bemerken, dass man diese Vorgehensweise nicht an den Ränder anwenden kann, d.h. bezogen auf den ersten Durchlauf, für

$$\forall d \text{ mit } d = (0, j), \quad j = 1..N - 1$$

alle Punkte der 1. Zeile

$$\forall d \text{ mit } d = (i, 0), \quad i = 1..M - 1$$

und alle Punkte der 1. Spalte muss man auf Grund der unvollständigen Nachbarschaft eine angepasste Vorgehensweise betrachten.

Die linke obere Ecke ist sowohl in der 1. Zeile und Spalte. Bei der Betrachtung dieses Punktes existiert keine Nachbarschaft. Die Höheninformation für diesen Punkt entspricht der vorgegebenen Starthöhe. Von hier aus werden die relativen Höhen aller anderen Punkte berechnet.

Betrachte zuerst nur die 1. Zeile. Für diese Fälle befinden sich nur die Punkte c und d in der Nachbarschaft. In dieser Situation nimmt man nur die Höhe der vorherigen Position in der Zeile, d.h. $Z(c)$, als Ausgangshöhe. Da beim Übergang von c nach d nur eine Bewegung in y -Richtung stattfindet betrachtet man nur die Steigung Δy , welche aus den zwei Punkten c und d berechnet wird.

$$\Delta y = \frac{q(c) + q(d)}{2}$$

Der Höhenwert bei d wird dann durch folgende Formel berechnet.

$$Z(d) = Z(c) + \Delta y$$

Für die 1. Spalte folgen die analogen Formeln durch Betrachtung von b statt c und p statt q .

$$\Delta x = \frac{p(b) + p(d)}{2}$$

$$Z(d) = Z(b) + \Delta x$$

Somit erhalten wir insgesamt über die verschiedenen Integrationswege vier Höhenkarten, die durch das arithmetische Mittel die gesuchte Rekonstruktion von Z ergeben.

Für unsere Implementierung des Verfahrens haben wir uns für die Programmiersprache Java entschieden.

```
public static double [][] fourWay(double [][][] grad) {
    double [][] p = grad[0];
    double [][] q = grad[1];

    int M = p.length;
    int N = p[0].length;

    double [][] z = new double[M][N];
    // Scan zeilenweise von links oben nach rechts unten
    double [][] z1 = new double[M][N];
    ...

    double d, steigungx, steigungy;
    // initialisiere Anfangspunkt für jeden Scan mit der Höhe 0
    // Scan zeilenweise von links oben nach rechts unten
    z1[0][0] = 0.0;
    ...

    // Spezialfall erste Spalte für jeden Scan
    for (int i = 1; i < M; i++) {
        // Scan zeilenweise von links oben nach rechts unten
        steigungx = (p[i - 1][0] + p[i][0]) / 2;
        z1[i][0] = z1[i - 1][0] + steigungx;
        ...
    }

    // Spezialfall erste Zeile für jeden Scan
    for (int j = 1; j < N; j++) {
        // Scan zeilenweise von links oben nach rechts unten
        steigungy = (q[0][j - 1] + q[0][j]) / 2;
        z1[0][j] = z1[0][j - 1] + steigungy;
        ...
    }
}
```

```
// Normalfall Punkt im inneren für jeden Scan
for (int i = 1; i < M; i++) {
    for (int j = 1; j < N; j++) {
        // Scan zeilenweise von links oben nach rechts unten
        steigungx = (p[i - 1][j - 1] + p[i - 1][j] + p[i][j - 1] +
            p[i][j]) / 4;
        steigungy = (q[i - 1][j - 1] + q[i - 1][j] + q[i][j - 1] +
            q[i][j]) / 4;
        z1[i][j] = (z1[i - 1][j] + z1[i][j - 1]) / 2 + (steigungx +
            steigungy) / 2;

        ...
    }
}

// Mittelung über alle vier Scans
for (int i = 0; i < M; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        z[i][j] = (z1[i][j] + z2[i][j] + z3[i][j] + z4[i][j]) / 4;
    }
}

return z;
}
```

Listing 2.1: Implementierung in Java, Reconstruction.fourWay()

2.3 Globales Integrationsverfahren

Globale Integrationsverfahren basieren auf der Optimierung eines Zielfunktional. In diesem Abschnitt werden wir uns mit dem Verfahren von Wei und Klette [WeKl] beschäftigen. Es handelt sich um eine Erweiterung des Verfahrens, dass von Frankot und Chellappa [FrCh] vorgestellt wurde.

Dieses globale Integrationsverfahren zur Rekonstruktion von Tiefeninformationen aus einem Gradientenfeld basiert auf einer Regularisierungsmethode und verwendet die Theorie der Fouriertransformation.

Als Eingabe bekommt das Verfahren ein diskretes Gradientenvektorfeld (p, q) , welches man aus einem vorher durchgeführten Verfahren wie *shape-from-shading* oder *photometric-stereo* erhalten hat. In der Regel kann man davon ausgehen, dass diese Ausgangsdaten in irgendeiner Weise gestört sind.

Die Grundidee dieses globalen Verfahrens besteht darin, dass man den Zusammenhang zwischen der gesuchten Fläche und dem gegebenen Gradientenfeld, eine Flächenbedingung und eine Bedingung für die Oberflächenkrümmung in einem Zielfunktional kombiniert, welches dann minimiert wird. Dabei kann die Gewichtung der Flächenbedingung und der Bedingung für die Oberflächenkrümmung durch Regularisierungsparameter gesteuert werden.

Wir stellen in diesem Kapitel ausführlich dar, wie man mit Hilfe der Fouriertransformation dieses Minimierungsproblem lösen kann. Die gewünschten relativen Tiefeninformationen gewinnt man durch Anwendung der inversen Fouriertransformation.

Wir werden zunächst eine mathematische Herleitung im stetigen Fall vornehmen, d.h. wir gehen von nicht diskreten Gradientenvektorfeldern aus und die gesuchte Oberflächenfunktion Z soll auf einem Kompaktum definiert sein.

Anschließend führen wir eine Diskretisierung durch, um die Theorie auch auf diskrete Gradientenvektorfelder zu übertragen.

Das zu minimierende Zielfunktional lautet:

$$\begin{aligned} W = & \int \int_{\Omega} |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dx dy \\ & + \lambda \int \int_{\Omega} |Z_x|^2 + |Z_y|^2 dx dy \\ & + \mu \int \int_{\Omega} |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 dx dy \end{aligned}$$

Der erste Term erzwingt den Zusammenhang zwischen der gesuchten Oberfläche und dem gegebenen Gradientenfeld. Dabei werden die Gradientenfunktionen p und q orthogonal, durch Minimierung des Abstandes, auf den Raum der Ableitungen von Oberflächenfunktionen projiziert. Durch Fouriertransformation überführt man die Funktion in den Frequenzraum. Dort erhält man notwendigerweise die in Kapitel 1.3 erwähnte Integrierbarkeitsbedingung für Z , da Z durch die Fouriertransformierte eine Darstellung besitzt die diese Eigenschaft erfüllt.

Anschaulich kann man sich die Vorgehensweise mit Hilfe der Fouriertransformation wie in Abbildung 2.2 dargestellt vorstellen. Dabei gilt $Z_x = \frac{\partial}{\partial x} Z$ und $Z_y = \frac{\partial}{\partial y} Z$.

p und q werden mit der Fouriertransformation zu Funktionen P und Q im Frequenzraum überführt. Betrachten wir nun die Menge der Fouriertransformierten von Ableitungen von Oberflächen die selbst eine Fouriertransformierte besitzen. Durch Orthogonalprojektion bildet dann die Fouriertransformierte der partiellen Ableitung

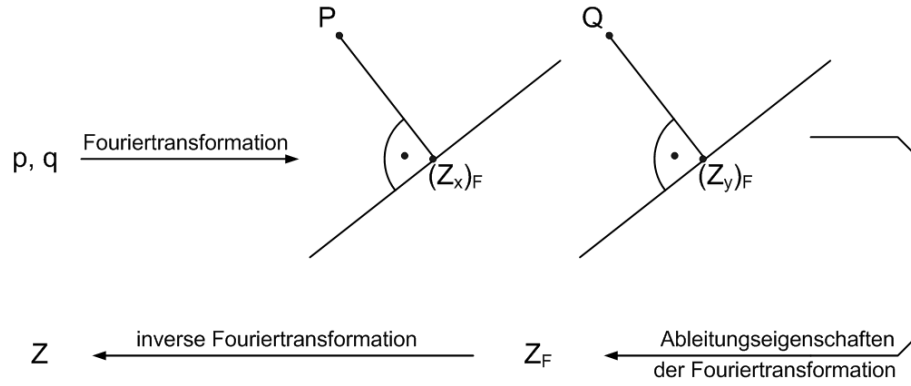


Abbildung 2.2: Vorgehensweise mit Hilfe der Fouriertransformation

von Z nach x , $(Z_x)_F$, ein Proximum von P in dieser Menge und $(Z_y)_F$ ein Proximum von Q . Über die Ableitungseigenschaften der Fouriertransformation erhält man Z_F . Die gesuchte Oberflächenfunktion Z lässt sich dann mit der inversen Fouriertransformation bestimmen.

Durch den zweiten Summanden des Zielfunktional wird eine Flächenbedingung erzwungen. Sehr starke Steigungen sollen damit vermieden werden, so dass die Fläche global gesehen minimiert wird.

Durch den dritten Term sind wir in der Lage die Oberflächenkrümmung zu minimieren. Ziel ist es, glatte Übergänge zu schaffen und starke Oszillation zu vermeiden. Wichtig bei diesem Ansatz ist, dass der zweite und dritte Term verwendet werden um die Genauigkeit und Robustheit gegenüber Störungen zu verbessern. Mit den Parametern λ und μ lassen sich die Bedingungen im Zielfunktional aufeinander abstimmen. Betrachte dazu auch das spätere Testen und die Bewertung in Kapitel 3. Insgesamt werden bei diesem Verfahren die durch das Gradientenfeld bereitgestellten Informationen sehr gut ausgenutzt.

Anstatt sich der Variationsrechnung zu bedienen, wie es in Computer Vision häufig der Fall ist, verwenden wir hier die Fouriertransformation um das Minimum des Zielfunktional W zu finden.

Die Fouriertransformation der Oberflächenfunktion $Z(x, y)$ laute

$$Z_F(u, v) = \int \int_{\Omega} Z(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy$$

Die inverse Fouriertransformation sei bestimmt durch

$$Z(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} Z_F(u, v) e^{i(ux+vy)} du dv$$

Für genauere Betrachtungen des Zielfunktional helfen uns die Ableitungseigenschaften der Fouriertransformation, welche man durch Ableitung des Integrals der inversen Fouriertransformation nach x bzw. y erhält.

$$\begin{aligned}
Z_{xx}(x, y) &\leftrightarrow -u^2 Z_F(u, v) \\
Z_{yy}(x, y) &\leftrightarrow -v^2 Z_F(u, v) \\
z_{xy}(x, y) &\leftrightarrow -uv Z_F(u, v) \\
Z_x(x, y) &\leftrightarrow iu Z_F(u, v) \\
Z_y(x, y) &\leftrightarrow iv Z_F(u, v)
\end{aligned}$$

wobei $Z_{xx}(x, y) \leftrightarrow -u^2 Z_F(u, v)$ bedeutet, dass $-u^2 Z_F(u, v)$ die Fouriertransformierte von $Z_{xx}(x, y)$ ist.

$P(u, v)$ und $Q(u, v)$ seien die Fouriertransformierten der Eingabedaten $p(x, y)$ und $q(x, y)$.

Aus der Funktionalanalysis ist die Parsevalsche Formel

$$\int \int_{\Omega} |Z(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} |Z_F(u, v)|^2 dudv$$

bekannt. Sie ist die allgemeinste Form des Satzes des Pythagoras für Innenprodukträume.

Durch Anwendung dieser Formel, der Fouriertransformation und den Ableitungseigenschaften erhält man für das Zielfunktional W .

$$\begin{aligned}
W &= \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} |iu Z_F(u, v) - P(u, v)|^2 + |iv Z_F(u, v) - Q(u, v)|^2 dudv \\
&\quad + \lambda \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} |iu Z_F(u, v)|^2 + |iv Z_F(u, v)|^2 dudv \\
&\quad + \mu \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} |-u^2 Z_F(u, v)|^2 + 2|-uv Z_F(u, v)|^2 + |-v^2 Z_F(u, v)|^2 dudv \\
&= \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} u^2 Z_F Z_F^* - iu Z_F P^* + iu Z_F^* P + P P^* + v^2 Z_F Z_F^* - iv Z_F Q^* + iv Z_F^* Q + Q Q^* dudv \\
&\quad + \lambda \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} (u^2 + v^2) Z_F Z_F^* dudv \\
&\quad + \mu \frac{1}{2\pi} \int \int_{\Omega} (u^4 + 2u^2 v^2 + v^4) Z_F Z_F^* dudv
\end{aligned}$$

Ableitung nach Z_F ergibt die erste Minimierungsbedingung.

$$\begin{aligned}
0 &= u^2 Z_F^* - iu P^* + v^2 Z_F^* - iv Q^* + \lambda(u^2 + v^2) Z_F^* + \mu(u^2 + v^2)^2 Z_F^* \\
&\quad [(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2] Z_F^* - iu P^* - iv Q^*
\end{aligned}$$

Ableitung nach Z_F^* ergibt die zweite Minimierungsbedingung.

$$\begin{aligned}
0 &= u^2 Z_F + iu P + v^2 Z_F + iv Q + \lambda(u^2 + v^2) Z_F + \mu(u^2 + v^2)^2 Z_F \\
&\quad [(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2] Z_F + iu P + iv Q
\end{aligned}$$

Addition der beiden Bedingungen, sowie das Subtrahieren der 1. von der 2. Bedingung ergibt

$$\begin{aligned}
0 &= [(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2] (Z_F + Z_F^*) - iu(P - P^*) - iv(Q - Q^*) \\
0 &= [(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2] (Z_F - Z_F^*) + iu(P + P^*) + iv(Q + Q^*)
\end{aligned}$$

$$Z_F(u, v) = \frac{-iuP(u, v) - ivQ(u, v)}{(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2}, \text{ für } (u, v) \neq (0, 0)$$

Durch diese Bedingung für Z_F wird das Zielfunktional W minimiert. Die Fouriertransformierte der Oberflächenfunktion Z ist also eine Funktion, die ausgedrückt werden kann durch P und Q , d.h. über die Fouriertransformierten der gegebenen Gradienten $p(x, y)$ und $q(x, y)$. Man sieht zusätzlich, dass für den Punkt $(0,0)$ kein Wert für Z_F berechnet werden kann. Dies entspricht der Tatsache, dass keine absoluten Tiefenwerte aus dem Gradientenfeld rekonstruiert werden können. $Z_F(0, 0)$ steht in direktem Zusammenhang mit der durchschnittlichen Höhe im Tiefenbild. Eine Form eines initialen Höhenwertes muss also auch hier vorgegeben werden.

Um diese Lösungs idee auch auf gegebene diskrete Vektorfelder anwenden zu können, werden wir nun eine Diskretisierung des Problems vornehmen. Dies liefert uns den numerischen Ansatz, das globale Integrationsverfahren zu implementieren.

Die diskrete Fouriertransformation der Oberflächenfunktion $Z(x, y)$ laute

$$Z_F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Z(x, y) e^{-2\pi i (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

Die diskrete inverse Fouriertransformation sei bestimmt durch

$$Z(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} Z_F(u, v) e^{2\pi i (\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

Für unsere Betrachtung der diskreten Oberfläche Z approximieren wir den Gradienten an einem Punkt durch den zentralen Differenzenquotienten.

$$Z_x(x, y) = \frac{1}{2}(Z(x+1, y) - Z(x-1, y))$$

$$Z_y(x, y) = \frac{1}{2}(Z(x, y+1) - Z(x, y-1))$$

d.h. wir verwenden die Masken

$$\Delta x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \Delta y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

als Operator für die Approximation der Ableitung in x -Richtung bzw. y -Richtung. Auch andere Approximationen für die Ableitung wären möglich, wie z.B. die Prewitt- oder Sobel-Masken als weitere Operatoren.

Die Ableitungseigenschaften der diskreten Fouriertransformation ergeben sich dann durch einsetzen des diskreten Ableitungsoperators.

$$\begin{aligned}
Z_x(x, y) &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{u(x+1)}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{u(x-1)}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \right] \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \underbrace{\left[\frac{1}{2} e^{2\pi i \frac{u}{M}} - e^{-2\pi i \frac{u}{M}} \right]}_{i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right)} Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}
\end{aligned}$$

Für die übrigen Ableitungen folgt damit analog

$$\begin{aligned}
Z_y(x, y) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\
Z_{xx}(x, y) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} -\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\
Z_{yy}(x, y) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} -\sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)} \\
Z_{xy}(x, y) &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} -\sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F(u, v) e^{2\pi i \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}
\end{aligned}$$

Seien also diskrete Gradientenvektorfelder p und q gegeben. $P(x, y)$ und $Q(x, y)$ seien die diskreten Fouriertransformierten dieser Eingabedaten. Ausgehend vom Zielfunktional W ergibt sich durch Diskretisierung

$$\begin{aligned}
W &= \int \int_{\Omega} |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 dx dy \\
&\quad + \lambda \int \int_{\Omega} |Z_x|^2 + |Z_y|^2 dx dy \\
&\quad + \mu \int \int_{\Omega} |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 dx dy \\
&\stackrel{\text{Diskr.}}{\approx} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_x - p|^2 + |Z_y - q|^2 \\
&\quad + \lambda \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_x|^2 + |Z_y|^2 \\
&\quad + \mu \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} |Z_{xx}|^2 + 2|Z_{xy}|^2 + |Z_{yy}|^2 \\
&=: \tilde{W}
\end{aligned}$$

Unter Anwendung der Parsevalschen Formel und Beachtung der Eigenschaften der Fouriertransformation erhält man

$$\begin{aligned}
\tilde{W} &= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left| i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F - P \right|^2 + \left| i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F - Q \right|^2 \\
&\quad + \frac{\lambda}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left| i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F \right|^2 + \left| i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F \right|^2 \\
&\quad + \frac{\mu}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left| -\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F \right|^2 + 2 \left| -\sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F \right|^2 + \left| -\sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F \right|^2 \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F Z_F^* - i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F P^* + i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) Z_F^* P + P P^* \\
&\quad + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F Z_F^* - i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F Q^* + i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Z_F^* Q + Q Q^* \\
&\quad + \frac{\lambda}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left(\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right) Z_F Z_F^* \\
&\quad + \frac{\mu}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left(\sin^4\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + 2 \sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) + \sin^4\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right) Z_F Z_F^*
\end{aligned}$$

Analog zum kontinuierlichen Fall können wir diesen Ausdruck nach Z_F und Z_F^* ableiten und gleich null setzen. Auf diese Weise ergibt sich folgende Bedingung für Z_F , damit das Zielfunktional W minimiert wird.

$$Z_F(u, v) = \frac{-i \sin\left(\frac{2\pi u}{M}\right) P(u, v) - i \sin\left(\frac{2\pi v}{N}\right) Q(u, v)}{(1 + \lambda) \left(\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right) + \mu \left(\sin^2\left(\frac{2\pi u}{M}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi v}{N}\right) \right)^2}, \text{ für } (u, v) \neq (0, 0)$$

Auch hier muss eine Form eines initialen Höhenwertes in Gestalt von $Z_F(0, 0)$ vorgegeben werden.

Für unsere Implementierung des Verfahrens haben wir uns für die Programmiersprache Java entschieden. Dabei greifen wir für die diskrete Fouriertransformation und deren Inverse auf die vom Java Advanced Imaging Package von Sun bereitgestellten Algorithmen zurück.

```

public static double [][] fourier(double [][] grad, double l,
    double m) {
    double [][] p = grad[0];
    double [][] q = grad[1];

    int M = p.length;
    int N = p[0].length;

    // verpacke Daten für die JAI Package Fouriertransformation
    ParameterBlock pb = new ParameterBlock();
    pb.addSource(createBufferedImage(new double [][][] { p, q }));

```

```

BufferedImage bfpq = JAI.create("dft", pb).getAsBufferedImage();
;

// entpacke Daten aus der Fouriertransformation zum einfacheren
// Zugriff
// fp[0], fq[0], fz[0] sind Arrays mit Realteilen und
// fp[1], fq[1], fz[1] sind Arrays mit Imaginärteilen der
// Fouriertransformierten
double[][][] fpq = unpackBufferedImage(bfpq);
double[][][] fp = new double[][][] { fpq[0], fpq[1] };
double[][][] fq = new double[][][] { fpq[2], fpq[3] };

double[][][] fz = new double[2][M][N];

// berechne für jeden Punkt im Frequenzraum mit der
// hergeleiteten Formel den
// korrekten Wert
double u, v, uvq, d;
double[] a, b;
for (int i = 0; i < M; i++) {
    for (int j = 0; j < N; j++) {
        if ((i != 0) | (j != 0)) {
            u = Math.sin((2.0 * Math.PI * i) / M);
            v = Math.sin((2.0 * Math.PI * j) / N);

            uvq = Math.pow(u, 2) + Math.pow(v, 2);
            d = (1 + 1) * uvq + m * Math.pow(uvq, 2);

            fz[0][i][j] = (u * fp[1][i][j] + v * fq[1][i][j]) / d;
            fz[1][i][j] = (-u * fp[0][i][j] - v * fq[0][i][j]) / d;
        }
    }
}
// setze Wert bei (0, 0) auf 0, entspricht Durchschnittshöhe 0
// für
// das rekonstruierte Bild
fz[0][0][0] = 0;
fz[1][0][0] = 0;

// verpacke berechnete Fouriertransformierte für die inverse
// Fouriertransformation
pb.removeSources();
pb.removeParameters();
pb.addSource(createBufferedImage(fz));
BufferedImage bz = JAI.create("idft", pb).getAsBufferedImage();

// entpacke Ergebnis der inversen Fourierretransformation
return unpackBufferedImage(bz)[0];
}

```

Listing 2.2: Implementierung in Java, Reconstruction.fourier()

3. Tests

3.1 Testkriterien

Im folgenden haben wir unsere Implementation der *vier-Scan-Methode* und der auf der Fouriertransformation basierten Methode in vier verschiedenen Szenarien unterschiedlicher Schwierigkeit getestet. In allen vier Experimenten wird versucht ein 256x256 Pixel großes Tiefenbild zu rekonstruieren. Drei der vier Testfälle basieren auf aus vorhandenen Tiefenbildern synthetisch generierten Gradientenfeldern. Die betrachtete Halbkugel und der Buchstabe X wurden dabei in einem Grafikprogramm modelliert. Die verwendete Höhenkarte ist das Ergebnis eines Radarscans. Die zugehörigen Gradientenfelder wurden durch Faltung mit den Prewitt-Masken approximiert.

$$\Delta x = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \Delta y = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Als letzten Testfall betrachten wir ein gegebenes Gradientenfeld eines Tiefenbildes einer Mozart-Büste.

Um die Robustheit der Verfahren gegenüber Störungen zu testen wurde in einigen Fällen das zu integrierende Gradientenfeld gestört. Dabei wurde der Gradient in verschiedenen Pixeln und deren Nachbarschaft um einen Wert verändert. Die Werte der Störungen entsprechen einer Gauss-Normalverteilung mit Erwartungswert $\mathbb{E} = 0$ und Varianz $\mathbb{V} = 2$

Für die Bilder mit vorhandenem Ground Truth bietet sich der direkte Vergleich der Rekonstruktion mit dem Original an. Dabei wird der Mean Square Error betrachtet.

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (GT(x, y) - REC(x, y))^2$$

Die Tatsache, dass die Verfahren nur relative Höhen rekonstruieren können, erfordert eine vorherige Verschiebung des rekonstruierten Bildes um objektiv vergleichen zu können. Dabei wird mit Hilfe der Least Square Error Optimierung eine optimale Verschiebung berechnet.

3.2 Testfall: Halbsphäre

Als Ground Truth verwenden wir das Bild einer in der xy -Ebene liegenden Halbkugel, wie in Abbildung 3.1 zu sehen.

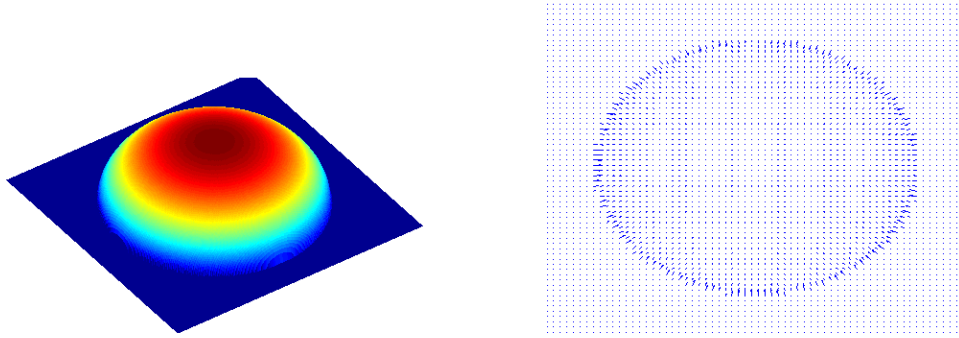


Abbildung 3.1: Tiefenbild der Halbkugel und das zugehörige Gradientenfeld

Man kann den Schwierigkeitsgrad des Bildes als niedrig charakterisieren da die Oberfläche der Kugel sowohl stetig als auch differenzierbar ist. Es gibt zudem keine Sprünge zwischen dem Rand der Halbkugel und der Hintergrundebene. Zusätzlich treten auf Grund der Symmetrie und der Kugelform alle Gradientenrichtungen auf und erlauben eine genaue Betrachtung des Verhaltens der Verfahren. Aus Abbildung 3.2

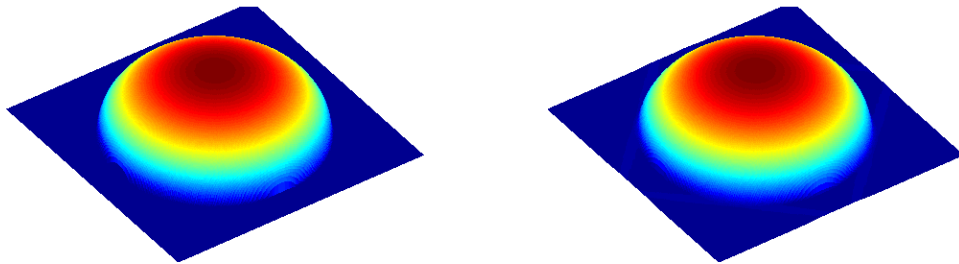


Abbildung 3.2: Rekonstruktionen Halbsphäre (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

kann man deutlich erkennen das sowohl das globale, als auch das lokale Verfahren bei optimalen Bedingungen eine nahezu perfekte Rekonstruktion der Halbkugel leisten. Lediglich das lokale Verfahren lässt in geringem Maße die erwartete Propagation eines Fehlers in Richtung der jeweils vier Durchläufe erkennen. Nach Einführung einer Störung in das Feld wird, wie in Abbildung 3.3 zu erkennen ist, bei beiden Verfahren die Grundstruktur korrekt rekonstruiert. Lediglich die Oberfläche erscheint stark gestört.

Unter Verwendung der in das globale Verfahren eingearbeiteten Regularisierungsparameter kann man, wie in Abbildung 3.4 zu sehen ist, die Rekonstruktion der Oberfläche derart beeinflussen, dass diese geglättet wird. Der Querschnitt in Abbildung 3.4 zeigt jedoch, dass sich durch diese Beeinflussung die rekonstruierte Oberfläche von der Referenzoberfläche entfernt. Untermauert wird diese Beobachtung durch den deutlich höhere MSE, wie man Tabelle 3.1 entnehmen kann.

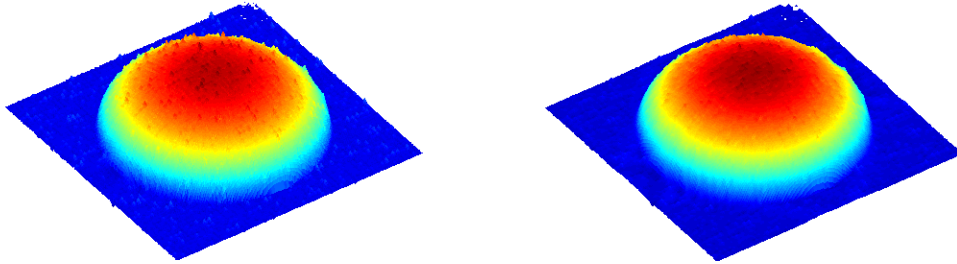


Abbildung 3.3: Rekonstruktionen Halbsphäre (a) globales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld (b) lokales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld

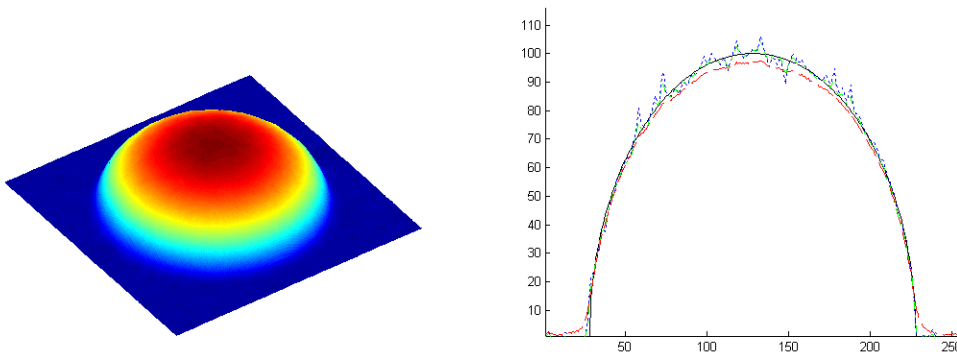


Abbildung 3.4: Rekonstruktionen Halbsphäre (a) globales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ (b) Querschnitt bei $x = 128$ durch Rekonstruktionen auf gestörtem Gradientenfeld (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün, globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ rot)

Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld	MSE
globales Verfahren	3.1872
lokales Verfahren	2.392
globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	6.983

Tabelle 3.1: MSE Halbsphäre

3.3 Testfall: X-förmiges Polyhedron

Als Ground Truth verwenden wir hier das Bild eines über der xy-Ebene schwebenden Buchstabens X, wie in Abbildung 3.5 zu sehen.

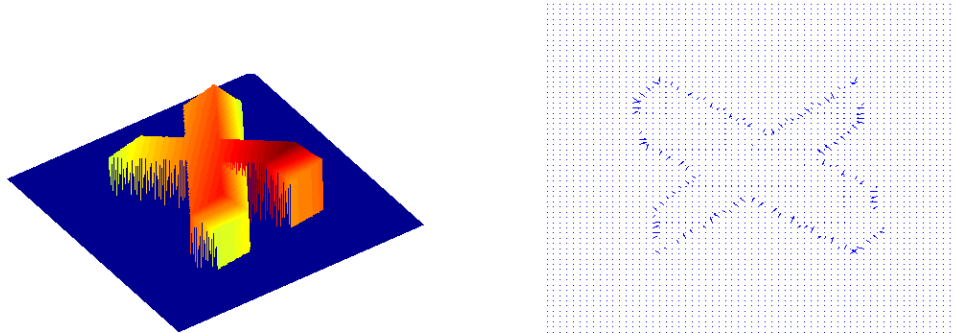


Abbildung 3.5: Tiefenbild des Buchstabens X und das zugehörige Gradientenfeld

Auf Grund der Tatsache, dass die Oberfläche des Buchstaben weder stetig noch differenzierbar ist kann man den Schwierigkeitsgrad der Rekonstruktion als hoch bewerten. Zudem bestehen Höhenunterschiede an den Übergängen vom Objekt zur Hintergrundebene.

Betrachtet man Abbildung 3.6 erkennt man, dass das globale Verfahren die Ober-

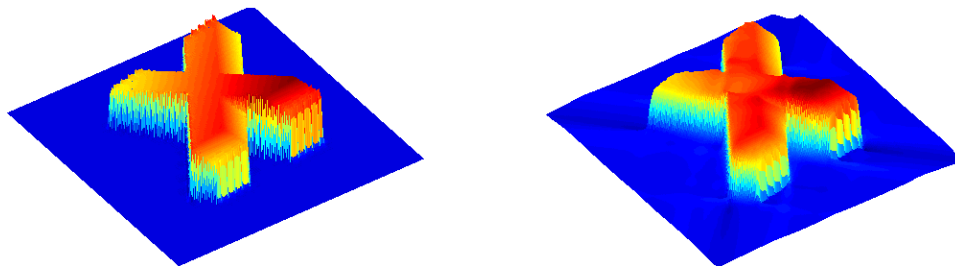


Abbildung 3.6: Rekonstruktionen X (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

fläche sehr gut rekonstruiert. Die Seitenflächen des Buchstaben sind im Gegensatz zum lokalen Verfahren korrekt dargestellt. Lediglich die scharfe Kanten scheinen an einigen Stellen Probleme zu machen. Das lokale Verfahren lässt deutliche Fehler auf der Oberfläche erkennen. Zudem sind die Kanten, wenn auch nur schwach, abgerundet. Man sieht außerdem die üblichen Fehler in Richtung der Ecken. Beim Übergang zum gestörten Gradientenfeld erkennt man, in Abbildung 3.7, beim globalen Verfahren eine Verschlechterung der Rekonstruktion an den Kanten. Ansonsten erscheint lediglich die Oberfläche etwas gestört. Im Gegensatz dazu erkennt man beim lokalen Verfahren eindeutig, dass die Fehler an den Kanten über die Fläche fortgesetzt werden. Dadurch erhält man anstatt gerader Fläche eine stark gewellte Oberfläche. Durch Anpassen der Parameter des globalen Verfahrens kann man den in Abbildung 3.7 erkennbaren Spitzen an den Kanten entgegenwirken. Wie man in Abbildung 3.8

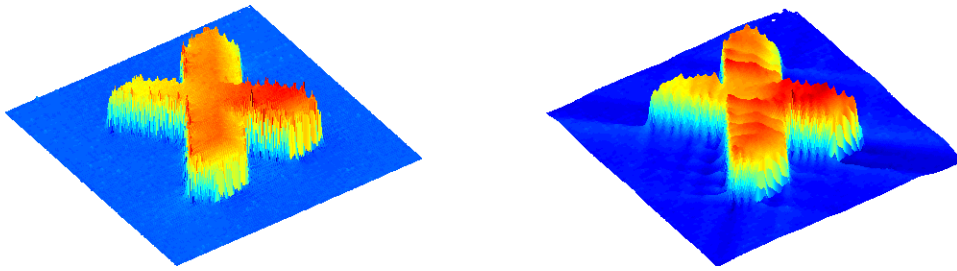


Abbildung 3.7: Rekonstruktionen X (a) globales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld (b) lokales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld

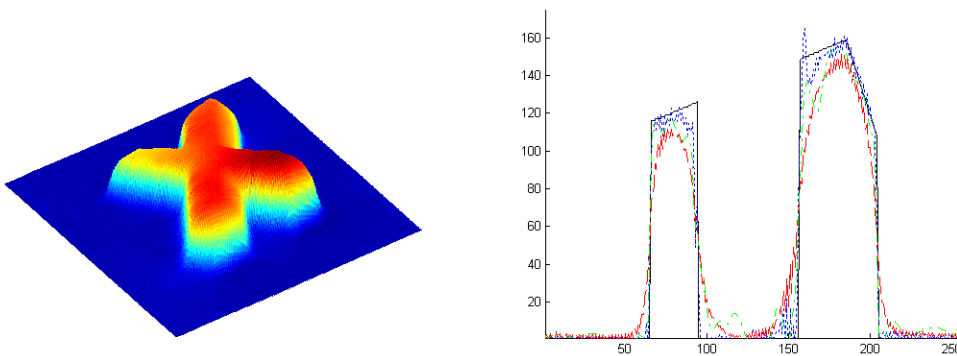


Abbildung 3.8: Rekonstruktionen X (a) globales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ (b) Querschnitt bei $x = 80$ durch Rekonstruktionen auf gestörtem Gradientenfeld (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün, globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ rot)

erkennt bezahlt man aber mit einer deutliche Abrundung der Kanten. Zudem vervielfacht sich der MSE wie man in Tabelle 3.2 sieht. Diese Beobachtung wird durch den Querschnitt in Abbildung 3.8 unterstützt. Dieser zeigt eindeutig die glattere Kurve des globalen Verfahrens mit gewählten Parametern. Aber auch deren vergrößerten Abstand zur Referenzkurve.

Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld	MSE
globales Verfahren	67.8903
lokales Verfahren	120.8
globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	183.2198

Tabelle 3.2: MSE X

3.4 Testfall: Höhenkarte

In diesem Fall betrachten wir als Ground Truth das Tiefenbild einer Landschaft, wie in Abbildung 3.9 zu sehen.

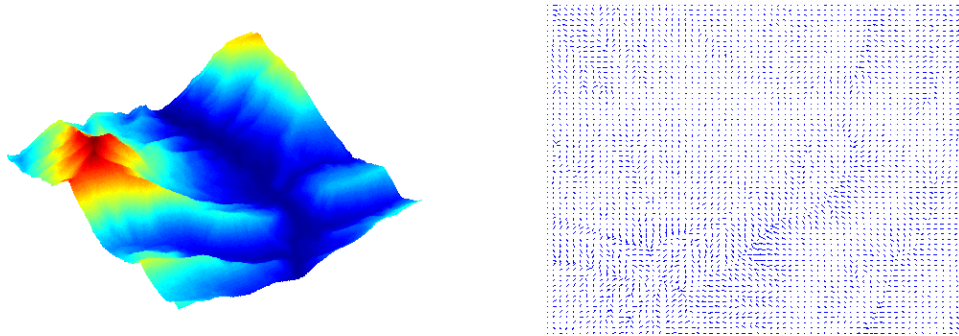


Abbildung 3.9: Höhenkarte und das zugehörige Gradientenfeld

Dieser Testfall spiegelt die Problematik unseres Motivationsbeispiels, in dem aus Aufnahmen der Sonde Magellan eine Höhenkarte des Planeten Venus erstellen soll, wieder.

Da die Oberfläche hier zumindest stetig, wenn auch nicht differenzierbar, ist kann man den Schwierigkeitsgrad als mittel klassifizieren. Durch den hohen Detailgrad und die Form der Gebirge treten hier zudem viele und schnell aufeinander folgende Richtungswechsel im Gradientenfeld auf.

In Abbildung 3.10 sieht man im Vergleich zu Abbildung 3.9 einen Verlust an Detail

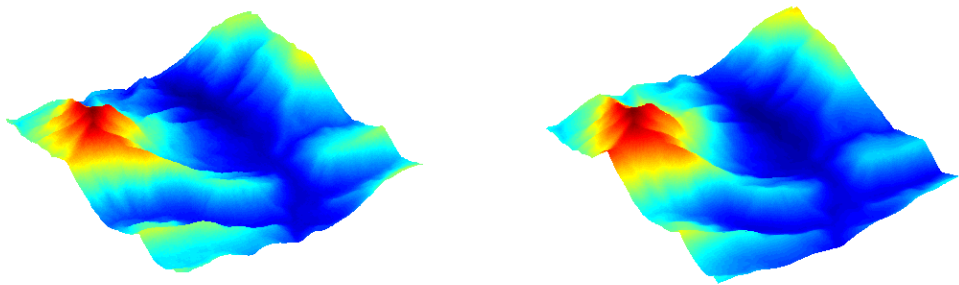


Abbildung 3.10: Rekonstruktionen Höhenkarte (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

in der Rekonstruktion beider Verfahren. Durch die Einführung von Regularisierungsparametern verschlimmert sich die Situation, wie in Abbildung 3.11 zu sehen ist. Der Querschnitt zeigt, dass beide Verfahren der Kontur der Oberfläche folgen, jedoch in gewissem Abstand. Tabelle 3.3 verdeutlicht, dass in diesem Fall das lokale Verfahren die vom Abstand gesehen bessere Rekonstruktion der Oberfläche liefert. Dies war durchaus zu erwarten, da es mehr Rücksicht auf lokale Gegebenheiten nimmt, während das globale Verfahren eine möglichst günstige Gesamtlösung sucht.

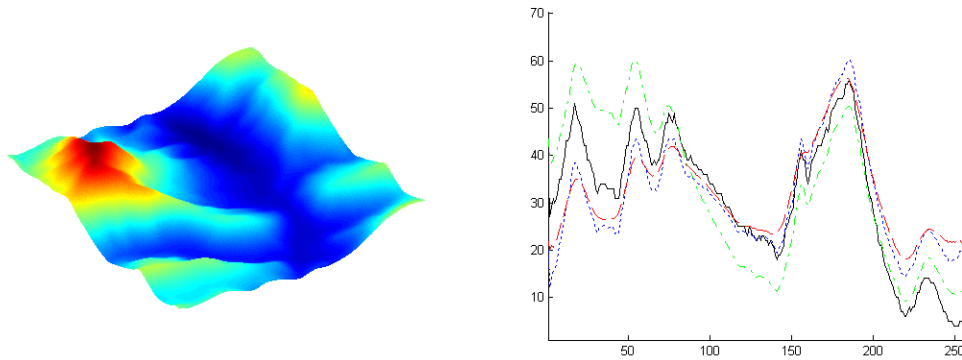


Abbildung 3.11: Rekonstruktionen Höhenkarte (a) globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ (b) Querschnitt bei $x = 128$ durch Rekonstruktionen (Kurvenfarbe: Originalbild schwarz, globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün, globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ rot)

Verfahren	MSE
globales Verfahren	121.856
lokales Verfahren	45.2927
globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$	140.5191

Tabelle 3.3: MSE Höhenkarte

3.5 Testfall: Mozart Statue

Für diesen Fall steht uns nur das Gradientenfeld zur Verfügung, dargestellt in Abbildung 3.12.

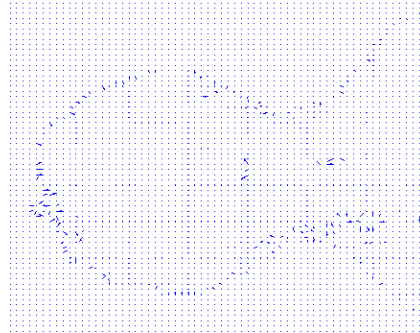


Abbildung 3.12: Gradientenfeld Mozart Statue

Bis auf wenige Stellen erscheint die Oberfläche der Büste stetig und sogar differenzierbar. Daher ist der Schwierigkeitsgrad auch hier eher mit mittel zu bewerten. Die Bereiche um Nase und Hals der Büste in der das Gradientenfeld offensichtlich, wie in Abbildung 3.12 ersichtlich, starken Schwankungen unterliegt sind hier im Bezug auf das Verhalten der Verfahren besonders interessant.

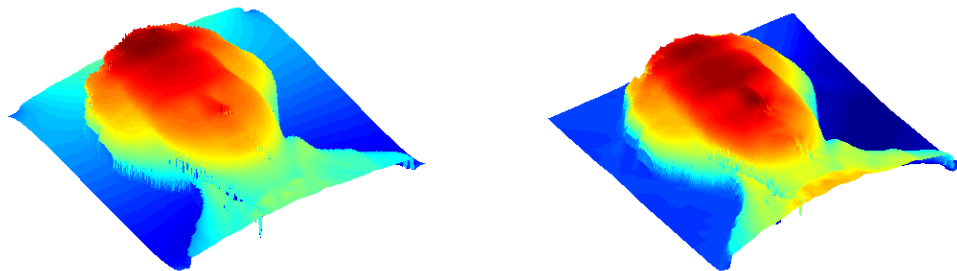


Abbildung 3.13: Rekonstruktionen Mozart Statue (a) globales Verfahren (b) lokales Verfahren

Wie man in Abbildung 3.13 erkennen kann, liefern beide Verfahren wiederum eine gute Approximation der Oberfläche. Das globale Verfahren lässt jedoch wiederum die Tendenz erkennen Details, insbesondere im Bereich der Augen und Nase, abzurunden. Zudem erscheint im Bereich des, im lokalen Verfahren flachen, Hintergrundes eine starke Störung. Das lokale Verfahren wiederum lässt ein deutlicheres Gesicht erkennen. Beide Verfahren reagieren empfindlich auf die starken Schwankungen des Gradienten im Bereich der Nase und des Halses. Der Querschnitt in Abbildung 3.14 zeigt eindeutig die zwei entstandenen Löcher in der Oberfläche. Durch Verwendung der Regularisierungsparameter des globalen Verfahrens erreicht man eine im Bezug auf diese starken Schwankungen bessere Rekonstruktion. Abbildung 3.14 zeigt aber den dabei noch stärker zu erkennenden Verlust von Details. Das Hinzufügen von Störungen zum Gradientenfeld führt bei beiden Verfahren zu einer Deformation des

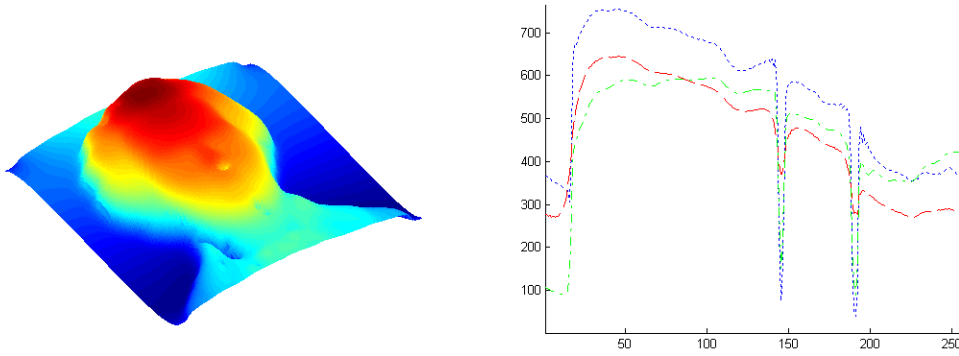


Abbildung 3.14: Rekonstruktionen Mozart Statue (a) globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ (b) Querschnitt bei $x = 128$ durch Rekonstruktionen auf gestörtem Gradientenfeld (Kurvenfarbe: globales Verfahren blau, lokales Verfahren grün, globales Verfahren mit Parametern $\lambda = 0.05$ und $\mu = 10$ rot)

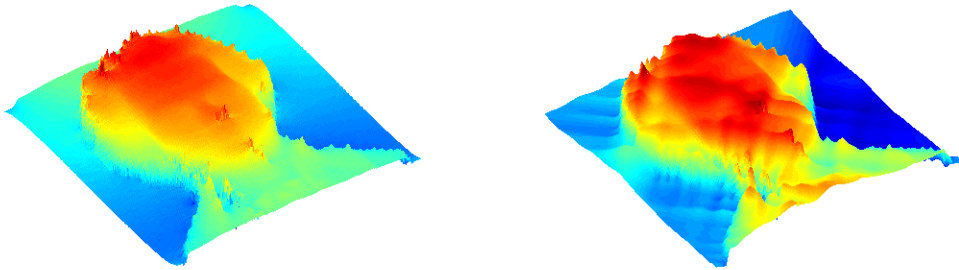


Abbildung 3.15: Rekonstruktionen Mozart Statue (a) globales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld (b) lokales Verfahren auf gestörtem Gradientenfeld

Gesichtes. In Abbildung 3.15 erkennt man, dass das globale Verfahren eine zumindest noch erkennbare Rekonstruktion liefert. Im Gegensatz führt die Fehlerpropagation im lokalen Verfahren zu einer nahezu unkenntlichen Darstellung der Büste.

3.6 Zusammenfassung

Die Anwendung der *vier-Scan-Methode* und der auf der Fouriertransformation basierten Methode auf die vier Testfälle hat gezeigt, dass beide Verfahren in der Lage sind auch aus gestörten Gradientenfeldern eine zumindest in der Grundstruktur korrekte Rekonstruktion zu liefern.

Es ist deutlich geworden, dass das lokale Verfahren deutlich anfälliger für Fehler ist. Jedoch kann diese Berücksichtigung lokaler Details in einigen Situationen von Vorteil sein.

Das globale Verfahren hat seine Fähigkeit gezeigt auch mit großen Fehlern noch akzeptabel zu arbeiten. Zudem erweist sich die Möglichkeit der Regularisierung in Situationen, in denen es nicht auf detailgetreue Rekonstruktion ankommt, als hilfreich.

4. Zusammenfassung und Ausblick

In Kapitel 2 analysierten wir die *vier-Scan-Methode*, ein Repräsentant der Klasse der lokalen Integrationsverfahren und ein globales Integrationsverfahren welches Mittel der Fouriertheorie verwendet.

Eine Testreihe von aussagekräftigen Beispielen verhalf uns in Kapitel 3 dazu die Qualitäten und Schwächen dieser beiden Verfahren zu erkennen.

Das globale Verfahren, insbesondere aufgrund der regularisierenden Parameter λ und μ , besitzt eine hohe Robustheit gegenüber Störungen in den Ausgangsdaten und erreicht in *real-scenes*, z.B. bei kurvenförmigen Objekten qualitativ hochwertige Rekonstruktionsergebnisse, dabei muss aber ein gewisser Verlust an Details in Kauf genommen werden.

Der Vorteil der *vier-Scan-Methode* liegt im Vergleich dazu in der Beachtung lokaler Gegebenheiten im Gradientenfeld. Bei der Rekonstruktion von *real-scenes* scheint es aber eine eher weniger wichtige Eigenschaft zu sein.

Zusammenfassend kann man sagen, dass beide Verfahren im Allgemeinen vernünftige Ergebnisse liefern, die globale Methode dem lokalen Ansatz aber an einigen Stellen überlegen ist. Sie wird deshalb auch von einigen Leuten favorisiert und in Anwendungen häufiger eingesetzt.

Kehren wir nun zu unserem anfänglichen Beispiel der Kartierung der Venus zurück. Wir sind nun in der Lage die mit Hilfe von *shape-from-shading* Verfahren aus den Aufnahmen der Oberfläche gewonnenen Normalenvektoren in Tiefenbilder umzusetzen. Dadurch lassen sich die in geringer Auflösung zur Verfügung stehenden Radar-Altimeter-Daten ergänzen. Man spricht bei diesem Beispiel von einer *remote-sensing*-Anwendung.

Ähnliches gilt für das Beispiel der automatisierten Qualitätssicherung. Die mit Hilfe einer einfachen Kamera und diversen *shape-from-X* Verfahren gewonnenen Normalenvektoren können nun zur weiteren Verarbeitung in Tiefenbilder umgewandelt werden.

Ein weiteres großes Einsatzgebiet ist der Bereich *robot-vision*. Hier können die gewonnenen Tiefenbilder zur Erkennung von Objekten im Raum und einer anschließenden Steuerung eines Roboterarmes verwendet werden. Auf Grund der bis jetzt noch fehlenden Echtzeitfähigkeit der Verfahren ist hier jedoch noch weitere Forschung nötig.

Ein weiterer Forschungspunkt wäre die Optimierung der bekannten Verfahren. So könnte man überlegen ob sich die Integrationswege der lokalen Verfahren intelligenter wählen lassen. Denkbar wäre eine vorherige Segmentierung des Gradientenfeldes in homogene Bereiche. Im Bereich der globalen Verfahren kann man über zusätzliche Bedingung an die zu rekonstruierende Oberfläche nachdenken, oder über Möglichkeiten die schon vorhandenen Parameter abhängig von der Situation optimal zu wählen.

Literatur

- [CoJa] N.E. Coleman, Jr. und R. Jain. Obtaining 3-dimensional shape of textured and specular surfaces using four-source photometry. *CGIP*, 18, 1982, S.309-328.
- [HeJa] G.Healey und R.Jain. Depth recovery from surface normals. *ICPR'84*, Montreal, Canada, Jul.30-Aug.2, 1984, S.894-896.
- [WuLi] Z. Wu und L. Li. A line-integration based method for depth recovery from surface orientations from multiple images. *CVGIP*, 43(1988), S.53-66.
- [Ro] V. Rodehorst. Vertiefende Analyse eines Gestaltungs-Constraints von Aloimonos und Shulman. Technischer Bericht, CV-Bericht 8, Institut für Technische Informatik, TU Berlin, 1993.
- [KlSc] R. Klette und K. Schlüns. Height data from gradient fields. Auckland University, Berlin Technical University, Computer Science Department.
- [HoBr] B. K. P. Horn und M. J. Brooks. The variational approach to shape from shading. *CVGIP*, 33(1986), S.174-208.
- [FrCh] R. T. Frankot und R. Chellappa. A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms. *IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(1988) S.439-451.
- [WeKl] T. Wei und R. Klette. Height from Gradient Using Surface Curvature and Area Constraints. *CITR* Department of Computer Science, Tamaki Campus, The University of Auckland.
- [WeKl98] T. Wei und R. Klette. A wavelet-based algorithm for height from gradients. *Lecture Notes in Computer Science*, 1998(2001) S.84-90.
- [Ma] Magellan Mission to Venus <http://www2.jpl.nasa.gov/magellan/>

Wir erklären hiermit, dass wir die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet haben.

Münster, den 05. Dezember 2005