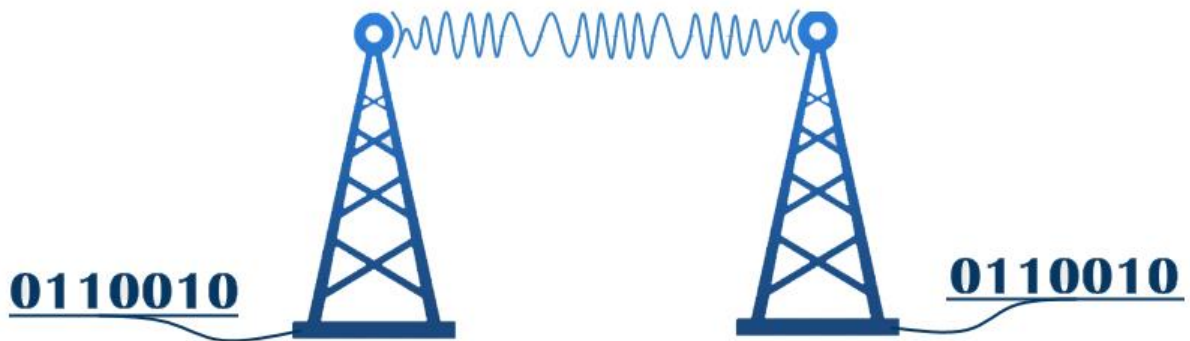


PROJET DE TRAITEMENT DU SIGNAL

MODEM DE FRÉQUENCES

RAPPORT DE PROJET



Projet mené par :

Pierre-Eliot Jourdan

Damien Guillotin

Groupe : I-04

Promotion : 2023

Année : 2020-2021

Table des matières

Table des matières	1
Introduction.....	2
Construction du signal modulé en fréquences	2
Paramètres.....	2
Etude théorique.....	2
Implantation.....	3
Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien	4
Démodulation par filtrage.....	5
Synthèse du filtre passe-bas et du filtre passe-haut.....	5
Filtre passe-bas.....	5
Filtre passe-haut	6
Détection d'énergie.....	7
Application de la recommandation V21	7
Démodulateur FSK	8
Avec synchronisation idéale	8
Gestion d'une erreur de synchronisation.....	8
Conclusion et références.....	9
Conclusion.....	9
Références	9
Apports personnels du projet	10
Damien Guillotin	10
Pierre-Eliot Jourdan	10
Annexe.....	11

Introduction

Ce rapport a pour but de présenter notre système de modulation et démodulation en fréquences d'un signal binaire (modem en fréquences), ainsi que l'ensemble des étapes traversées pour le réaliser.

Ce projet nous a permis de mettre en pratique les notions théoriques vues en cours de traitement numérique du signal. Les démarches mises en œuvre pour le réaliser seront aussi exposées avec l'ensemble des difficultés rencontrées lors de la réalisation du projet.

Construction du signal modulé en fréquences

Paramètres

On utilise les paramètres suivants pour réaliser la modulation de fréquences :

$F_s = 300$ bits/s ► $F_s = 1/T_s$ avec $T_s = N_s \cdot T_e$, N_s étant le nombre d'échantillons distants de T_e

$F_e = 48000$ Hz ► fréquence d'échantillonnage

$F_0 = 6000$ Hz ► fréquence du morceau de cosinus pour coder les bits 0

$F_1 = 2000$ Hz ► fréquence du morceau de cosinus pour coder les bits 1

$SNR = 2$ ► Rapport signal sur bruit

$K = 57$ ► seuil de détection d'énergie fixé expérimentalement

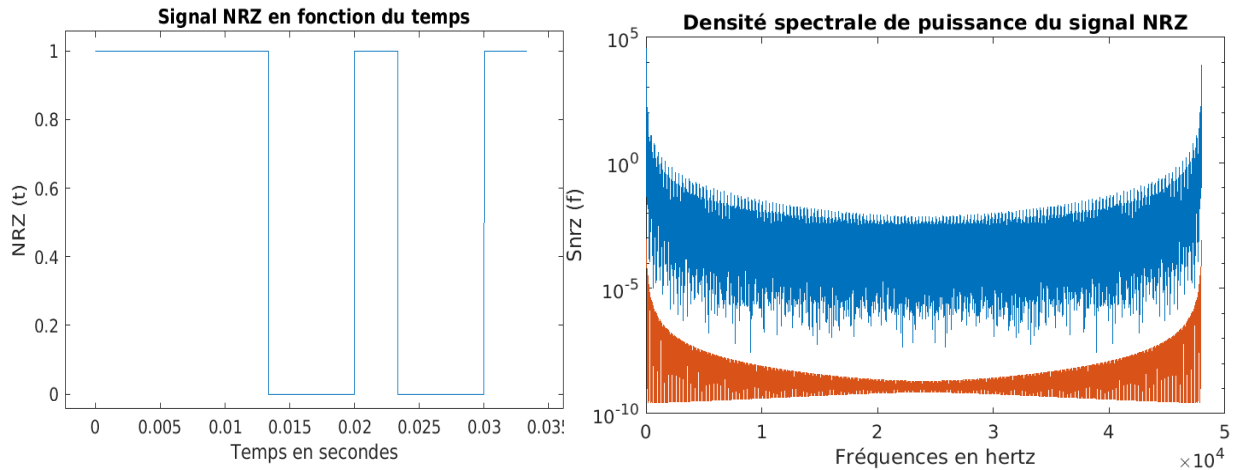
Etude théorique

$$\begin{aligned}x(t) &= (1 - NRZ(t)) \times \cos(2\pi F_0 t + \Phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \Phi_1) \\R_x(\tau) &= E(x(\tau) \times x(t - \tau)) \text{ car } x(t) \text{ est un signal aléatoire} \\&= E((1 - NRZ(\tau)) \times \cos(2\pi F_0 \tau + \Phi_0) + NRZ(\tau) \times \cos(2\pi F_1 \tau + \Phi_1) \\&\times (1 - NRZ(t - \tau)) \times \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \Phi_0) + NRZ(t - \tau) \times \cos(2\pi F_1(t - \tau) + \Phi_1)) \\&= S_x(f) = \frac{1}{4} \times T_s \times \text{sinc}^2(\pi f T_s) + \frac{1}{4} \times \delta(f)\end{aligned}$$

Implantation

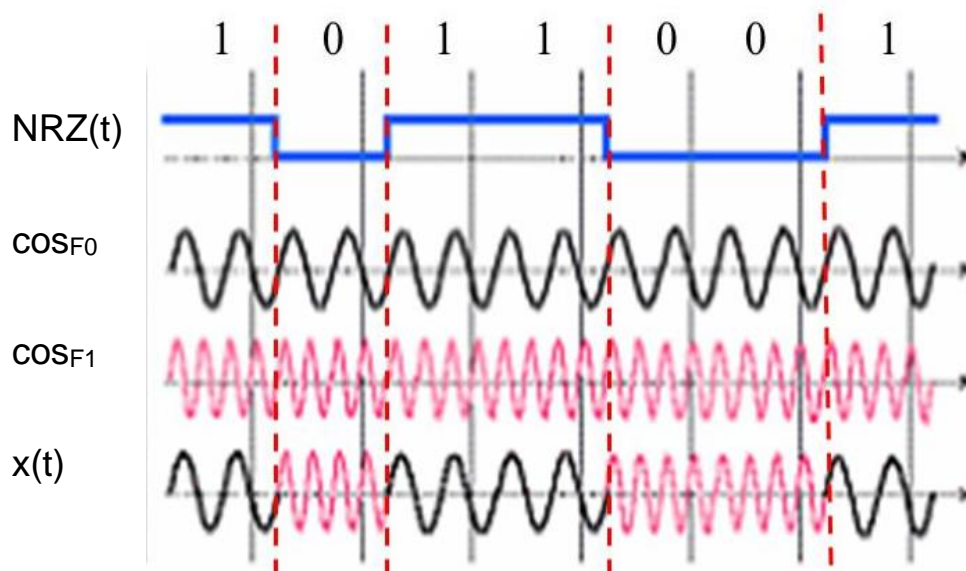
Pour générer notre signal modulé en fréquences, nous avons créé le signal NRZ(t) qui est simplement la représentation temporelle des bits transmis.

Figures 1 et 2 :

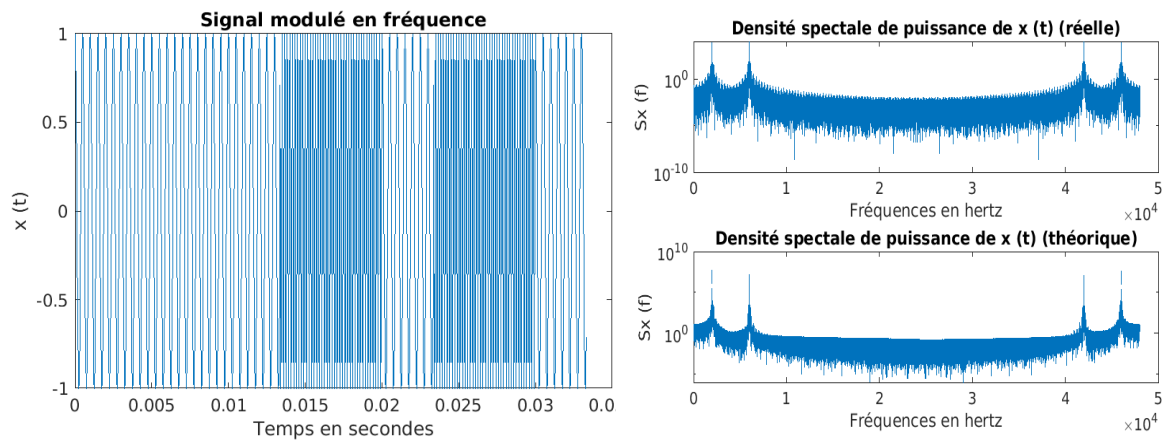


En parallèle, nous avons généré deux autres signaux sinusoïdaux de fréquences f_0 et f_1 . Le $x(t)$, qui est le signal transmis, est alors construit à partir de ces deux sinusoïdes en utilisant f_0 si à l'instant t , le signal NRZ(t) vaut 0 et réciproquement, on utilise f_1 si NRZ(t) vaut 1.

Figure 3 : Illustration de la modulation



Figures 4 et 5 :

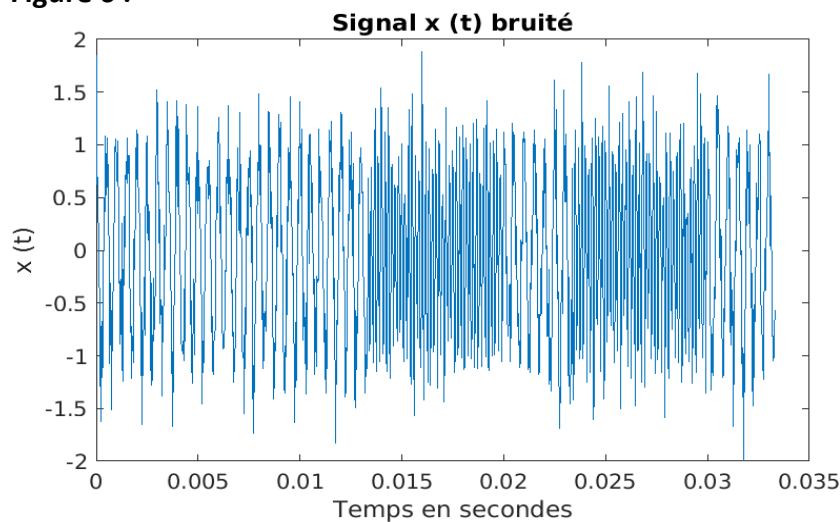


Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien

Afin de d'obtenir une simulation plus réaliste, un bruit blanc et gaussien est ajouté au signal $x(t)$ qui était trop parfait. Ce bruit blanc est caractérisé par le rapport signal sur bruit SNR_{dB} défini comme : $SNR_{dB} = 10 \times \log_{10}\left(\frac{P_x}{P_b}\right)$

Nous pouvons ainsi faire varier ce rapport pour tester l'efficacité de nos démodulateurs.

Figure 6 :



Démodulation par filtrage

Synthèse du filtre passe-bas et du filtre passe-haut

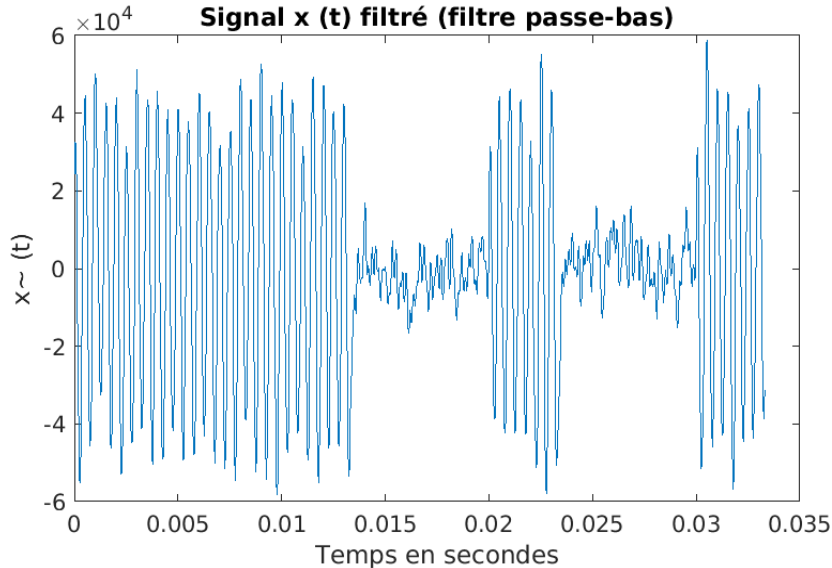
Filtre passe-bas

La réponse en fréquence d'un filtre passe-bas est décrit par une fonction porte de largeur $2 \times f_c$. En réalisant la transformée de Fourier inverse, nous obtenons la réponse impulsionnelle du filtre.

$$\hat{\Pi}_{2 \times f_c}(t) = 2 \times f_c \times \text{sinc}(2 \times \pi \times f_c \times t)$$

En appliquant la fonction `filter.m` de matlab avec cette réponse impulsionnelle du filtre passe bas sur le signal modulé et bruité, on obtient un signal quasiment inchangé sur les portions de signal transportant un 1 binaire. Les portions de signal transportant un 0 binaire sont fortement atténuées.

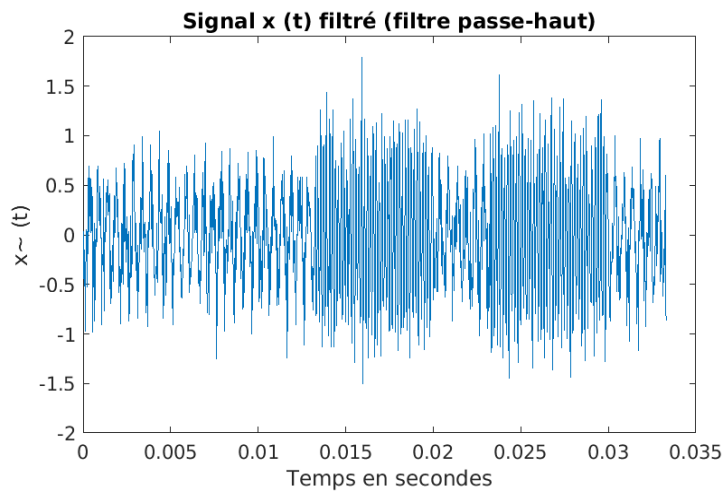
Figure 7 :



Filtre passe-haut

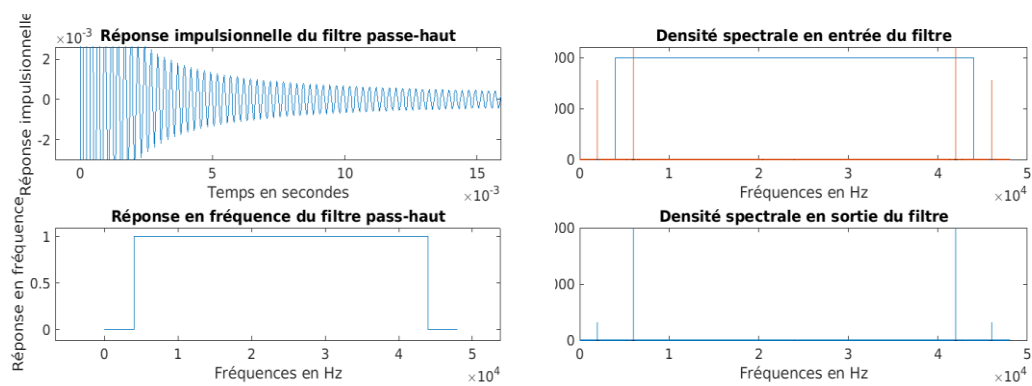
De même que pour le filtre passe-bas, nous avons calculé la transformée de fourier inverse de $1 - \Pi_{2 \times f_c}$.

Figure 8 :



Nous obtenons un signal atténué sur les portions de signal transportant un 1 binaire. Les portions de signal transportant un 0 binaire sont inchangées.

Figures 9 et 10 :



Détection d'énergie

Une fois le signal filtré, pour chaque portion de signal correspondant à un bit, nous réalisons une détection d'énergie. Pour cela, nous calculons l'intégrale du carré du signal sur cette portion du signal et nous la comparons à une constante K .

$$\text{Si } \sum_{n=1}^{N_s} x_n^2 > K \text{ alors bit 1 sinon bit 0}$$

Nous avons à présent une suite de bits correspondant au signal reçu retranscrit en binaire. Nous avons calculé le taux d'erreurs de transmission de bit. Pour un rapport signal sur bruit $SNR = 2$, nous obtenons un taux d'erreur de 0.9%. Pour $SNR = 10$ nous avons obtenu 0% d'erreurs. (avec $K = 55$, $f_0 = 6000 \text{ Hz}$ et $f_1 = 2000 \text{ Hz}$)

Nous pouvons remarquer que le taux d'erreur binaire diminue quand le rapport signal sur bruit (SNR) diminue.

Application de la recommandation V21

Nous avons également réalisé les tests en utilisant les fréquences préconisées de la recommandation V21 : $f_0 = 1180 \text{ Hz}$ et $f_1 = 980 \text{ Hz}$. Nous obtenons un taux d'erreur binaire de 0.88% pour un rapport signal sur bruit $SNR = 50$ (avec $K = 57$). Nous constatons que le résultat devient plus exigeant avec une différence plus faible entre f_0 et f_1 .

Démodulateur FSK

Avec synchronisation idéale

Dans cette partie, nous supposons qu'il n'y a aucune erreur de phase entre l'émetteur et le récepteur. Afin de déterminer si une portion de signal correspond à un 0 ou à un 1, nous regardons si (*) est positive ou non sur ce tronçon de signal pour lui associer la valeur 0 ou 1.

$$\int_0^{Ts} \cos(2\pi f_1 t) \times x(t) dt - \int_0^{Ts} \cos(2\pi f_0 t) \times x(t) dt \quad :(*)$$

Avec un rapport signal sur bruit $SNR = 2$, nous obtenons un taux d'erreur de 6,7%. Cela peut s'expliquer par un décalage, une mauvaise synchronisation, même infime, entre l'émetteur et le récepteur.

Si l'on accentue l'erreur de phase, nous obtenons un taux d'erreur de 45,6%. Nous nous rendons bien compte que cette méthode n'est pas fiable. C'est pourquoi il est proposé de réaliser ce démodulateur FSK avec une gestion d'erreur de synchronisation.

Gestion d'une erreur de synchronisation

Pour palier aux éventuels problèmes de synchronisation, nous utilisons un récepteur qui traite le signal avec deux phases différentes. Grâce à cela, les problèmes de synchronisation sont évités.

En fonction du signe de (**) nous associons 1 ou 0 à la portion de signal étudiée.

$$\left(\int_0^{Ts} \cos(2\pi f_1 t) \times x(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^{Ts} \sin(2\pi f_1 t) \times x(t) dt \right)^2 - \left(\int_0^{Ts} \cos(2\pi f_0 t) \times x(t) dt \right)^2 - \left(\int_0^{Ts} \sin(2\pi f_0 t) \times x(t) dt \right)^2 \quad :(**)$$

Nous obtenons des résultats bien plus concluants avec un taux d'erreur à 0% pour un rapport signal sur bruit $SNR = 2$.

Conclusion et références

Conclusion

Nous avons donc traité chacune des parties de ce projet. Lors de l'exécution de nos codes Matlab nous remarquons que le temps d'exécution est très long du fait de la présence de nombreuses boucles for dans notre script. Peut-être aurions nous pu optimiser ce temps en enlevant certaines boucles ou en les remplaçant.

De ce fait, pour la partie détection d'énergie, nous ne sommes pas parvenus à décoder notre image mystère.

Références

Afin de réaliser ce projet, nous avons utilisé les cours de Traitement du signal, sur le site de M Jean-Yves Tournet, et de Traitement numérique du signal présent sur moodle :

http://turneret.perso.enseiht.fr/SignalProcessing/slides_TS_1SN_2020_2021.pdf

<http://moodle-n7.inp-toulouse.fr/course/view.php?id=1402>

Nous avons aussi utilisé le site <https://fr.mathworks.com/> contenant des formules utiles pour programmer en Matlab.

Apports personnels du projet

Damien Guillotin

Ce projet, qui part d'un problème finalement simple, fut très enrichissant car nous sommes partis de rien et nous avons réussi à créer un système qui est utilisé tous les jours sans le savoir. De plus, nous avons pu mettre en œuvre les différentes notions vues en cours.

Le travail en coopération et les échéances auxquelles nous avons été confrontés nous ont permis de nous rapprocher d'une démarche professionnelle.

Mon travail avec Pierre-Eliot fut agréable, une bonne énergie et motivation mutuelle nous a permis de rester concentré et de mener à bien ce projet.

Pierre-Eliot Jourdan

Ce projet fut intéressant car il a permis de balayer une grande partie du programme de traitement (numérique) du signal et d'aborder les différentes notions importantes du cours (densité spectrale, zero padding...).

En plus de cela, le travail de groupe avec Damien fut agréable. Nous étions tous les deux motivés pour faire avancer le projet sans rencontrer de grandes difficultés particulières.

Nous avons fait preuve d'une bonne organisation, nous avons pris de l'avance sur le projet au début afin de ne pas être trop chargé avec la présence des examens début janvier.

Annexe

Figure 1 : Signal NRZ en fonction du temps

Figure 2 : Densité spectrale du signal NRZ

Figure 3 : Illustration de la modulation

Figure 4 : Signal modulé en fréquences $x(t)$

Figure 5 : Densité spectrale de $x(t)$ (réelle et théorique)

Figure 6 : Signal $x(t)$ bruité

Figure 7 : Signal $x(t)$ filtré (filtre passe-bas)

Figure 8 : Signal $x(t)$ filtré (filtre passe-haut)

Figure 9 : Réponse impulsionnelle et réponse en fréquence du filtre passe-haut

Figure 10 : Densité spectrale de puissance en entrée et en sortie du filtre