

Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Aerospace Engineering, Área de (Area).

**Pedro Kuntz Puglia**

## **ORBITAL MANEUVER OPTIMIZATION**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:

Prof. Dr. Willer Gomes dos Santos  
Orientador

Prof. Emilien Flayac  
Coorientador

Prof. Dr. John von Neumann  
Pró-Reitor de Pós-Graduação

Campo Montenegro  
São José dos Campos, SP - Brasil  
2022

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Divisão de Informação e Documentação**

Puglia, Pedro Kuntz  
Orbital Maneuver Optimization / Pedro Kuntz Puglia.  
São José dos Campos, 2022.  
20f.

Tese de Doutorado – Curso de Aerospace Engineering. Área de (Area) – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2022. Orientador: Prof. Dr. Willer Gomes dos Santos. Coorientador: Prof. Emilien Flayac.

1. Optimization. 2. Control. 3. Orbital mechanics. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Orbital Maneuver Optimization.

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

PUGLIA, Pedro Kuntz. **Orbital Maneuver Optimization**. 2022. 20f. Tese de Doutorado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Pedro Kuntz Puglia

TÍTULO DO TRABALHO: Orbital Maneuver Optimization.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2022

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

---

Pedro Kuntz Puglia  
Rua H8X, Ap. XXX  
12.228-46? – São José dos Campos–SP

# ORBITAL MANEUVER OPTIMIZATION

**Pedro Kuntz Puglia**

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr.	Alan Turing	Presidente	-	ITA
Prof. Dr.	Willer Gomes dos Santos	Orientador	-	ITA
Prof.	Emilien Flayac	Coorientador	-	ISAE-SUPAERO
Prof. Dr.	Linus Torwald		-	UXXX
Prof. Dr.	Richard Stallman		-	UYYY
Prof. Dr.	Donald Duck		-	DYSNEY
Prof. Dr.	Mickey Mouse		-	DISNEY

**ITA**

Aos amigos da Graduação e Pós-Graduação do ITA por motivarem tanto a criação deste template pelo Fábio Fagundes Silveira quanto por motivarem a mim e outras pessoas a atualizarem e aprimorarem este excelente trabalho.

# Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Dr. Donald E. Knuth, por ter desenvolvido o T<sub>E</sub>X.

Ao Dr. Leslie Lamport, por ter criado o L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, facilitando muito a utilização do T<sub>E</sub>X, e assim, eu não ter que usar o Word.

Ao Prof. Dr. Meu Orientador, pela orientação e confiança depositada na realização deste trabalho.

Ao Dr. Nelson D'Ávila, por emprestar seu nome a essa importante via de trânsito na cidade de São José dos Campos.

Ah, já estava esquecendo... agradeço também, mais uma vez ao T<sub>E</sub>X, por ele não possuir vírus de macro :-)

*"If I have seen farther than others,  
it is because I stood on the shoulders of giants."*

— SIR ISAAC NEWTON

# Resumo

Aqui começa o resumo do referido trabalho. Não tenho a menor idéia do que colocar aqui. Sendo assim, vou inventar. Lá vai: Este trabalho apresenta uma metodologia de controle de posição das juntas passivas de um manipulador subatuado de uma maneira subótima. O termo subatuado se refere ao fato de que nem todas as juntas ou graus de liberdade do sistema são equipados com atuadores, o que ocorre na prática devido a falhas ou como resultado de projeto. As juntas passivas de manipuladores desse tipo são indiretamente controladas pelo movimento das juntas ativas usando as características de acoplamento da dinâmica de manipuladores. A utilização de redundância de atuação das juntas ativas permite a minimização de alguns critérios, como consumo de energia, por exemplo. Apesar da estrutura cinemática de manipuladores subatuados ser idêntica a do totalmente atuado, em geral suas características dinâmicas diferem devido a presença de juntas passivas. Assim, apresentamos a modelagem dinâmica de um manipulador subatuado e o conceito de índice de acoplamento. Este índice é utilizado na sequência de controle ótimo do manipulador. A hipótese de que o número de juntas ativas seja maior que o número de passivas ( $n_a > n_p$ ) permite o controle ótimo das juntas passivas, uma vez que na etapa de controle destas há mais entradas (torques nos atuadores das juntas ativas), que elementos a controlar (posição das juntas passivas).

# Abstract

Well, the book is on the table. This work presents a control methodology for the position of the passive joints of an underactuated manipulator in a suboptimal way. The term underactuated refers to the fact that not all the joints or degrees of freedom of the system are equipped with actuators, which occurs in practice due to failures or as design result. The passive joints of manipulators like this are indirectly controlled by the motion of the active joints using the dynamic coupling characteristics. The utilization of actuation redundancy of the active joints allows the minimization of some criteria, like energy consumption, for example. Although the kinematic structure of an underactuated manipulator is identical to that of a similar fully actuated one, in general their dynamic characteristics are different due to the presence of passive joints. Thus, we present the dynamic modelling of an underactuated manipulator and the concept of coupling index. This index is used in the sequence of the optimal control of the manipulator.



# Lista de Figuras

FIGURA A.1 –Uma figura que está no apêndice . . . . . 19

# Lista de Tabelas

TABELA 1.1 – List of orbital maneuvers of interest. . . . .	13
TABELA 1.2 – Propulsion models and objective functions . . . . .	14
TABELA 1.3 – Orbit propagation models . . . . .	15
TABELA 1.4 – Solver options . . . . .	16

# Sumário

1	PLANNING . . . . .	12
1.1	Method of Validation . . . . .	12
1.2	Problem Statement . . . . .	12
1.3	Maneuvers of Interest . . . . .	12
1.4	Propulsion model . . . . .	14
1.5	Propagation model . . . . .	15
1.6	Solvers . . . . .	16
1.7	Planning . . . . .	16
1.8	Comments . . . . .	17
	APÊNDICE A – TÓPICOS DE DILEMA LINEAR . . . . .	19
A.1	Uma Primeira Seção para o Apêndice . . . . .	19
	ANEXO A – EXEMPLO DE UM PRIMEIRO ANEXO . . . . .	20
A.1	Uma Seção do Primeiro Anexo . . . . .	20

# 1 Planning

## 1.1 Method of Validation

All generated maneuvers are to be tested with the full model using SatelliteToolbox, considering atmospheric & sun & moon models + non spherical gravity model.

All control solutions are to be analyzed with primer vector theory to verify satisfaction of optimality necessary conditions.

## 1.2 Problem Statement

The system is described by a dynamical equation

$$\dot{\Theta} = f(\Theta, u, t) \quad (1.1)$$

on the orbital parameter vector  $\Theta$ . The goal is taking the satellite from an initial condition  $\Theta(0) = \Theta_0$  to a final condition specified by a constraint  $\Psi(\Theta(t_f)) = 0$  in finite time  $t_f$  while maximizing final mass:

$$\max_{T(t)} m_f. \quad (1.2)$$

## 1.3 Maneuvers of Interest

Some orbital maneuvers are chosen as representative of general space mission needs for comparing models and solvers. Maneuvers are presented in table 1.1.

Each maneuver in this set needs to be combined with a propulsion model, a propagation model, and a solver. Options for each are discussed in the following sections.

Name/ application	Initial condition	Final condition	Comment
LEO maintenance	Circular orbit at $h \approx 400km$	Circular orbit at $h \approx 600km$	Coplanar, equatorial reproduce Hohmann
SSO maintenance	Circular $700km$ , $i = 95^\circ$ , $\Delta\Omega = 5^\circ$	Circular $750km$ , $98^\circ$	Small correction in multiple orbital elements
Constellation rideshare phasing	Circular $800kmequatorial$	Circular $800km$ , $\Delta\Phi = 30^\circ$	Coplanar, inclined, consider J2
LEO to GEO transfer	Circular $600km$	Circular $35000km$	Explore optimal transfer with multiple impulses, add small plane change correction?
<b>Optional</b> Escape velocity (with?) Moon	Circular $600km$ , equatorial	Target velocity vector $V(t \rightarrow \infty) = \vec{V}_e$	Variant: start in elliptical orbit (verify perigee is more efficient). Goal: use Moon for gravity assist

TABELA 1.1 – List of orbital maneuvers of interest.

## 1.4 Propulsion model

Rocket engine models are exposed in table 1.2. Objective function comes from (SPACECRAFT..., 2010) and (Da Silva Fernandes; Sessin, 1989).

		<b>Finite Thrust</b>		<b>Infinite Thrust</b>	
		Constant Impulse	Specific Variable Impulse	Specific Impulsive	
Description		Thrust usually engine	limited, chemical engine	Power usually engine	limited, electric Arbitrary $\Delta V$ ap- plied instantly
Objective	Func- tion correspon- ding to (1.2)	$\min \int_{t_0}^{t_f} \Gamma(t) dt$	$\min \int_{t_0}^{t_f} \Gamma^2(t) dt$	$\min \sum_{i=1}^N \Delta \vec{V}_i$	

TABELA 1.2 – Propulsion models and objective functions

A priori, all combinations of maneuver x propulsion model seem to be reasonable cases of study. It is unknown whether using the objective functions from the table or using the generic (1.2) is better for the solvers.

## 1.5 Propagation model

Several orbital dynamics models are available. Naturally the more complex the model, the more precise it is. It is however necessary to have simplified synthesis models for control optimization. Table 1.3 discusses some filtered options. For example, there exists a 3D Keplerian Analytical propagator, but its practical interest is small due to J2, Sun, Moon. Similarly, classical orbital elements are ignored due to the usage of circular/elliptical orbits in the Maneuvers of Interest.

Model	Description	Comments
2D Kepler Analytical	Coasting (zero thrust) model with explicit $M(t)$ equation	Only suited for coplanar, equatorial(? no J2 influence), short duration (drag), impulsive cases. Available in SatelliteToolbox.
3D J2 Osculating Analytical	Coasting model with explicit $\Theta(t)$ for classical orbital parameters	Suited for LEO 3D, available in SatelliteToolbox
2D/3D Cartesian Kepler dynamics	Dynamical equations for $r$ and $v$ in continuous time	Suited for all thrust models, equatorial/coplanar cases. Easy to develop
3D Cartesian J2 dynamics	Dynamical equations including J2 perturbation	All thrust models, easy to develop
Equinoctial J2 dynamics	Dynamical equations parameterized by equinoctial elements	Might have better numerical properties than Cartesian
2D (3D?) Cartesian Moon (+sun?) dynamics	Dynamical equations considering third body influences	Suited for high altitude orbits, components supplied by SatelliteToolbox.
Full dynamical model	High fidelity gravity model with Sun and Moon influence, atmospheric drag	Components available in SatelliteToolbox

TABELA 1.3 – Orbit propagation models

## 1.6 Solvers

Literature says using indirect methods is inefficient due to high variable count (SPACE-CRAFT..., 2010). Therefore necessary conditions are to be used as validation methods, not as solution methods. This leaves direct methods and the experimental sum-of-squares decomposition optimal control (Henrion; Lasserre; Savorgnan, 2008). Direct methods are many and vary in precision and computation time. It is not the goal of this work to compare different numerical schemes, suffice to find one capable of satisfying optimality necessary conditions.

Solver	Description	Comments
Parameter optimization (IPOPT, Newton, ...)	Optimize finite parameter vector subject to box constraints	Requires parameterizing infinite dimensional control $T(t)$ by finitely many parameters such as switching times, $\Delta V$ magnitude, etc
Hermite polynomial collocation	Approximate solution $\Theta(t)$ by cubic segments. Continuity conditions at segment borders enforce dynamics.	Transforms problem into parameter optimization problem with very high number of variables
Runge-Kutta parallel shooting	Apply segments of RK integration as variable constraints $\Theta_{k+1} = RK(\Theta_k)$	Less variables than collocation, allows for fast-changing controls and slow changing states. Becomes parameter optimization problem
Sum-of-Squares decomposition	Continuous-time optimal control method, requires polynomial dynamics and constraints.	Experimental method rarely applied; would be innovative. Requires variable transformations to make dynamics polynomial; might work with Cartesian models, MAYBE equinoctial as well.

TABELA 1.4 – Solver options

## 1.7 Planning

1. Solve LEO maintenance, impulsive propulsion, 2D Kepler analytical, parameter optimization



2. Solve LEO maintenance, impulsive propulsion, 3D J2 analytical, parameter optimization
3. Solve LEO maintenance, CSI propulsion, 2D Kepler dynamics, RK
4. Solve LEO maintenance, CSI propulsion, 3D J2 dynamics, RK
5. Solve LEO maintenance, VSI propulsion, 3D J2 dynamics, RK
6. Solve Rideshare Phasing, 3 propulsion types, 3D J2 dynamics, RK
7. Solve LEO maintenance, propulsion?, 2D Kepler dynamics, SoS
8. Solve other cases, CSI propulsion, 3D J2 dynamics, RK
9. ????

## 1.8 Comments

- Too many combinations; automation is possible but not all are interesting.
- Really want to test SoS decomposition but it can't be applied to all models.
- Use simplest synthesis model that satisfies necessary conditions in full dynamical model?
- Instead of doing all combinations propulsion model x propagation, pick real spacecraft as case studies?
- At least one maneuver should be solved by many combinations of propulsion model, propagation model, solver.
- Recover some analytical results such as Hohmann, perigee burn increases energy more efficiently, result from (Da Silva Fernandes; Sessin, 1989)?

# Referências

DA SILVA FERNANDES, S.; SESSIN, W. Optimal low-thrust limited power transfer between neighbouring quasi-circular orbits of small inclinations around an oblate planet. **Acta Astronautica**, v. 19, n. 5, p. 401–409, 1989. ISSN 0094-5765. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-5765\(89\)90106-9](https://doi.org/10.1016/0094-5765(89)90106-9). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0094576589901069>. Citado nas pp. 14, 17.

HENRION, D.; LASSERRE, J. B.; SAVORGNAN, C. Nonlinear optimal control synthesis via occupation measures. *In*: 2008 47th IEEE Conference on Decision and Control. [*S.l.: s.n.*], 2008. p. 4749–4754. DOI: 10.1109/CDC.2008.4739136. Citado na p. 16.

SPACECRAFT Trajectory Optimization. [*S.l.*]: Cambridge University Press, 2010. (Cambridge Aerospace Series). Citado nas pp. 14, 16.

# Apêndice A - Tópicos de Dilema Linear

## A.1 Uma Primeira Seção para o Apêndice

A matriz de Dilema Linear  $M$  e o vetor de torques inerciais  $b$ , utilizados na simulação são calculados segundo a formulação abaixo:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$



FIGURA A.1 – Uma figura que está no apêndice

# **Anexo A - Exemplo de um Primeiro Anexo**

## **A.1 Uma Seção do Primeiro Anexo**

Algum texto na primeira seção do primeiro anexo.

## FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TD	2. DATA 25 de março de 2015	3. DOCUMENTO Nº DCTA/ITA/DM-018/2015	4. Nº DE PÁGINAS 20
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Orbital Maneuver Optimization			
6. AUTOR(ES): <b>Pedro Kuntz Puglia</b>			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Cupim; Cimento; Estruturas			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Cupim; Dilema; Construção			
10. APRESENTAÇÃO: <span style="float: right;">(X) Nacional   ( ) Internacional</span> ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica. Área de Sistemas Aeroespaciais e Mecatrônica. Orientador: Prof. Dr. Adalberto Santos Dupont. Coorientadora: Prof <sup>ra</sup> . Dr <sup>a</sup> . Doralice Serra. Defesa em 05/03/2015. Publicada em 25/03/2015.			
11. RESUMO: <p>Aqui começa o resumo do referido trabalho. Não tenho a menor idéia do que colocar aqui. Sendo assim, vou inventar. Lá vai: Este trabalho apresenta uma metodologia de controle de posição das juntas passivas de um manipulador subatuado de uma maneira subótima. O termo subatuado se refere ao fato de que nem todas as juntas ou graus de liberdade do sistema são equipados com atuadores, o que ocorre na prática devido a falhas ou como resultado de projeto. As juntas passivas de manipuladores desse tipo são indiretamente controladas pelo movimento das juntas ativas usando as características de acoplamento da dinâmica de manipuladores. A utilização de redundância de atuação das juntas ativas permite a minimização de alguns critérios, como consumo de energia, por exemplo. Apesar da estrutura cinemática de manipuladores subatuados ser idêntica a do totalmente atuado, em geral suas características dinâmicas diferem devido a presença de juntas passivas. Assim, apresentamos a modelagem dinâmica de um manipulador subatuado e o conceito de índice de acoplamento. Este índice é utilizado na sequência de controle ótimo do manipulador. A hipótese de que o número de juntas ativas seja maior que o número de passivas (<math>n_a &gt; n_p</math>) permite o controle ótimo das juntas passivas, uma vez que na etapa de controle destas há mais entradas (torques nos atuadores das juntas ativas), que elementos a controlar (posição das juntas passivas).</p>			
12. GRAU DE SIGILO: <div style="display: flex; justify-content: space-around;"><span>(X) OSTENSIVO</span><span>( ) RESERVADO</span><span>( ) SECRETO</span></div>			