

1. $\underline{x} = (\text{Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável})$ $\underline{y} = (\text{Feliz})$

Pessoa	Rico	Casado	Saudável	Feliz
1	1	1	1	1
2	0	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	0	1	1
5	0	0	0	0
6	1	0	0	0
7	0	0	1	0
8	0	1	0	0
9	0	0	0	0
10	0	1	1	?

O problema consiste em calcular as probabilidades:

$P(\text{Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável})$ e

$P(\text{Não Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável})$

e então escolher a maior delas,

ou seja: **Calcular a hipótese mais provável.**

Pelo Teorema de Bayes: $P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$ H : hipótese
 E : evidência.

Como as evidências deste problema são **independentes**, podemos usar

o classificador Bayesiano Ingênuo:

$$P(H|E) = \frac{\prod_{k=1}^M P(E_k|H) P(H)}{\prod_{k=1}^M P(E_k)}$$

$$P(\text{Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável}) = P(F | \neg R, C, S)$$

$$P(F | \neg R, C, S) = \frac{P(\neg R | F) P(C | F) P(S | F) P(F)}{P(\neg R) P(C) P(S)}$$

$$P(F | \neg R, C, S) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}}{\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{9}} = \frac{\frac{24}{4^3 \cdot 9}}{\frac{60}{9^3}} = \frac{81}{160} = 0,50625 \approx 50,63\%$$

$$P(\text{Não Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável}) = P(\neg F | \neg R, C, S)$$

$$P(\neg F | \neg R, C, S) = \frac{P(\neg R | \neg F) P(C | \neg F) P(S | \neg F) P(\neg F)}{P(\neg R) P(C) P(S)}$$

$$P(\neg F | \neg R, C, S) = \frac{\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{9}}{\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{4}{9}} = \frac{\frac{20}{5^3 \cdot 9}}{\frac{60}{9^3}} = 0,216 = 21,60\%$$

Das duas probabilidades $P(\text{Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável})$ e

$P(\text{Não Feliz} | \text{Não Rico}, \text{Casado}, \text{Saudável})$, que são respectivamente

50,63% e 21,60%, pode-se inferir de acordo com o método

de Naive-Bayes que uma pessoa Não Rico, Casado e Saudável é Feliz.