

תקציר

מודל סיבוכיות התקשורת של יאו בשני שחקנים הוא מודל נפוץ שנחקר רבות. למודל זה מספר וריאציות, כשהפשוטה ביניהן היא המודל הדטרמיניסטי. במודל זה, אנחנו מנסים למצוא פרוטוקול שעבור כל קלט מצליח למצוא את הפתרון.

למודל זה קיימות שתי הרחבות דומות במידה. הרחבה ראשונה היא המודל הרנדומי. במודל זה כל שחקן מקבל מחרוזת רנדומית (פרטית או פומבית). מטרת הפרוטוקול היא להצליח בסיכוי טוב לכל קלט (סיכוי טוב על פני כלל המחרוזות הרנדומיות שהשחקנים קיבלו).

הרחבה שניה של המודל הדטרמיניסטי היא המודל ההתפלגותי. במודל זה הקלטים אותם השחקנים מקבלים נבחרים מתוך התפלגות נתונה. במודל זה, מטרת הפרוטוקול היא להצליח בסיכוי על פני התפלגות הקלטים (ובמקרה זה יכולים להיות מעט קלטים עבורם הפרוטוקול נכשל דטרמיניסטי). תחת מודל זה ניתן לבחון ספציפית פרוטוקול שמצליח למול התפלגויות מכפלה – התפלגויות עבורן הקלטים של השחקנים השונים הם בלתי תלויים (בדומה לבעיות רבות בעולם האמיתי).

אחת הבעיות החשובות בעולם סיבוכיות התקשורת היא Set Disjointness. בבעיה זו, כל שחקן מקבל מערך ביטים (או לחלופין מחרוזת בינארית). על השחקנים לענות האם קיים אינדקס i עבורו הביט בכל אחד המערכים של השחקנים במקום i – דלוק.

בעיה זו נחקרה רבות במודלים שונים עבור שני שחקנים. הוכח כי כל פרוטוקול רנדומי שמצליח להשיג שגיאה חסומה מ- $1/2$ חייב להשתמש ב- $\Omega(n)$ ביטים (כלומר לא יותר טוב מהפרוטוקול הנאיבי). בנוסף, הוכח כי גם סיבוכיות התקשורת במודל ההתפלגותי חסומה מלרע ב- $\Omega(n)$ ביטים.

וריאציה מעניינת של בעיה זו היא הגבלת ההתפלגויות להתפלגויות במכפלה. במקרה זה הוכח כי סיבוכיות התקשורת ההדוקה עבור שני שחקנים היא $\Theta(\sqrt{n})$.

בעבודה זו, אנו מרחיבים חסם זה למספר רב של שחקנים. עבור מספר שחקנים קטן אך קבוע k – סיבוכיות התקשורת של הבעיה היא $O(n^{1-\frac{1}{k}})$. עבור מספר רב של שחקנים $\omega(\log(n))$ חסם זה אינו משמעותי אך הצלחנו למצוא חסם אחר של $O(k + n \log^2(n))$ ביטים.

בעבודה זו, לא הצלחנו להוכיח חסם תחתון לבעיית Disjointness אך תוך עבודה על חסם זה הצלחנו להוכיח חסם תחתון עבור בעיית AND_k של ב- $\Omega(\frac{1}{kn^{1/k}})$ ביטים.

סיבוכיות תקשורת בעיית Disjointness תחת התפלגות מכפלה

חיבור זה הוגש כחלק מהדרישות לקבלת התואר

"מוסמך האוניברסיטה (M.Sc.)"

על ידי

פלג קזז

עבודת המחקר בוצעה בהנחייתה של

ד"ר רותם אושמן