

# 1 Лианеризация НУШ

Рассмотрим

$$iu_t + a|u|^2u + u_{xx} = 0. \quad (1)$$

Пусть найдено решение  $u_0(x, t)$ . Подставим в уравнение возмущённое решение вида

$$u(x, t) = u_0(x, t) + u_1(x, t), \quad (2)$$

где  $u_1(x, t)$  мало. Получим

$$iu_{0t} + iu_{1t} + u_{0xx} + u_{1xx} + a((2u_0 + u_1)|u_1|^2 + (u_0 + 2u_1)|u_0|^2 + \overline{u_1}u_0^2 + \overline{u_0}u_1^2) = 0. \quad (3)$$

Пренебрегая малыми членами, получим:

$$iu_{0t} + iu_{1t} + u_{0xx} + u_{1xx} + au_0|u_0|^2 + 2au_1|u_0|^2 + a\overline{u_1}u_0^2 = 0. \quad (4)$$

Учитывая выполнение (1) для  $u_0(x, t)$ , получим линейное уравнение для компоненты возмущения:

$$iu_{1t} + u_{1xx} + 2au_1|u_0|^2 + a\overline{u_1}u_0^2 = 0. \quad (5)$$

Аналогично возможно лианеризовать уравнение с нелинейностью 7 степени:

$$iu_t + u_{xx} + b_1|u|^2u + b_2|u|^4u + b_3|u|^6u = 0. \quad (6)$$

Подставляя (2) в (6), и пренебрегая малыми членами получим:

$$iu_{0t} + iu_{1t} + u_{0xx} + u_{1xx} + b_3u_0|u_0|^6 + 4b_3u_1|u_0|^6 + 3b_3\overline{u_1}u_0^2|u_0|^4 + b_2u_0|u_0|^4 + 3b_2u_1|u_0|^4 + 2b_2\overline{u_1}u_0^2|u_0|^2 + b_1u_0|u_0|^2 + 2b_1u_1|u_0|^2 + b_1\overline{u_1}u_0^2 = 0. \quad (7)$$

Учитывая (1) для  $u_0(x, t)$ , получим:

$$iu_{1t} + u_{1xx} + b_3u_0|u_0|^6 + 4b_3u_1|u_0|^6 + 3b_3\overline{u_1}u_0^2|u_0|^4 + b_2u_0|u_0|^4 + 3b_2u_1|u_0|^4 + 2b_2\overline{u_1}u_0^2|u_0|^2 + 2b_1u_1|u_0|^2 + b_1\overline{u_1}u_0^2 = 0. \quad (8)$$

Или

$$iu_{1t} + u_{1xx} + (4b_3|u_0|^6 + 3b_2|u_0|^4 + 2b_1|u_0|^2)u_1 + (3b_3u_0^2|u_0|^4 + 2b_2u_0^2|u_0|^2 + b_1u_0^2)\overline{u_1} + b_3u_0|u_0|^6 + b_2u_0|u_0|^4 = 0. \quad (9)$$