|  |
| --- |
|  |
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ |
| Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики» |

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания

по выполнению лабораторных работ

Москва 2012

|  |
| --- |
|  |
| МИНОБРНАУКИ РОССИИ |
| Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  «Московский государственный технический университет, электроники и автоматики» |

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания

по выполнению лабораторных работ

Для студентов специальностей 010300, 010400

Москва 2012

Составители: М.Д. Колесникова

Редактор Л.А.Скворцова

Методические указания содержат задания к лабораторным работам, справочный материал по функциям системы MathCad, а также примеры выполнения заданий.

Методические указания предназначены для студентов направления 010400 «Информационные технологии» и студентов направления 010300 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

Рецензенты:

Введение

Лабораторные работы проводятся в дисплейном классе ВЦ и ориентированы на систему MathCad.

Первоначального знакомства с техникой программирования в этой системе не требуется, так как в в лабораторных работах №1 и №2 рассматриваются принципы работы в системе MathCad и некоторые ее возможности.

Для более успешного усвоения материала в конце каждой лабораторной работы представлено описание выполнения практического задания с указаниями используемых средств MathCad.

Выполнение каждой лабораторной работы оформляется отчетом и защитой ее у преподавателя.

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Номер лабораторной работы.
2. Название изучаемой темы.
3. Текст практического задания.
4. Краткую характеристику используемых функциональных возможностей MathCad.
5. Текст рабочего листа.
6. Графический материал, поясняющий результаты.

Лабораторная работа №1

Тема: Демонстрация возможностей пакета Mathcad. Типы данных.

Практическое задание:

1. Введите и выведите данные:

* Константы (числовые, встроенные, строковые);
* Комплексные числа.

1. Выполните следующие действия над одномерными и двумерными массивами:

* Создание вектора и матрицы;
* Отображение вывода вектора и матрицы;
* Осуществление доступа к отдельным элементам вектора, матрицы, к определенной строке, к отдельному столбцу матрицы.

1. Выполните следующие действия над ранжированной переменной:

* Создание ранжированной переменной;
* Отображение вывода ранжированной переменной;
* Изменение шага (увеличение, уменьшение) и снова отображение вывода.

Выполнение задания.

* 1. Ввод и вывод данных.

Числовые константы

|  |  |
| --- | --- |
| Введенные данные | Вывод данных |
|  | |

Комплексные числа

|  |  |
| --- | --- |
| Введенные данные | Вывод данных |
|  | |

Функции работы с комплексными числами



|  |
| --- |
|  |

Встроенные константы Mathcad

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Имя | Клавиши | Назначение |
| ∞  π  e  i,j  % | Ctrl +Shift+z  Ctrl +Shift+p  e  1i,1j  % | Системная бесконечность  Число π  Основание натурального логарифма  Мнимая единица  Процент(0.01) |

Строковые выражения

|  |  |
| --- | --- |
| Ввод строковых выражений | Вывод строковых выражений |
|  | |

Функции работы со строковыми выражениями

|  |
| --- |
| 1  2  3  4 |

2. Одномерные и двумерные массивы. Создание и отображение векторов и матриц.

|  |  |
| --- | --- |
| Ввод векторов и матриц | Вывод векторов и матриц |
|  | |

Доступ к элементам массива, номер начального индекса в массивах равен нулю. Он определен значением системной переменной ORIGIN.

Извлечение столбцов

|  |
| --- |
| это третий столбец  это первый столбец |

Извлечение строк

|  |
| --- |
| это третья строка  это первая строка |

Извлечение отдельных элементов

|  |
| --- |
| Если переопределить значение этой переменной, т.е. ORIGIN:=1, то начальный индекс в массивах станет равным единице |

Ранжированные переменные

Ранжированные переменные в MathCad являются разновидностью векторов. Простейший пример ранжированной переменной – это массив с числами лежащими в некотором диапазоне с некоторым шагом.

|  |  |
| --- | --- |
| Ввод ранжированной переменной | Вывод ранжированной переменной |

Шаг изменения переменной равен 1.

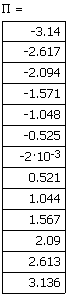
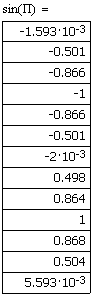
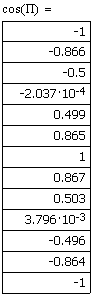
|  |
| --- |
|  |

Шаг изменения переменной равен 2.

|  |
| --- |
|  |

Ранжированная переменная при параллельных вычислениях

|  |
| --- |
| шаг изменения переменной |



Лабораторная работа №2

Тема: Определение функций пользователя. Вывод значений аргумента и функции в виде таблицы. Построение графиков функций средствами пакета Mathcad.

Практическое задание:

1. Задайте аналитически функции F1(x) и F2(x) и диапазон изменения аргумента X.
2. Выведите значения X, функций F1(x) и F2(x) в виде таблиц.
3. Постройте графики заданных функций и выполните форматирование.
4. Уменьшая (увеличивая) шаг изменения аргумента X, посмотрите , как это отразится на таблицах значений функций и графиках.
5. Задайте аналитически функцию z(x,y) и постройте график.

Варианты индивидуальных заданий

Таблица 2.1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | f1(x) | f2(x) | z(x,y) |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |
| 8 |  |  |  |
| 9 |  |  |  |
| 10 |  |  |  |
| 11 |  |  | -3y+13 |
| 12 |  |  |  |

Выполнение задания

1. Задайте функции и диапазона изменения x

1. Вывод значений х и значений функций в виде таблицы



1. Построение графиков F1(x) и F2(x)

1. Изменение диапазона для х и уменьшение шага в 2 раза. Вывод таблиц значений функций и графиков.







1. Построение графика поверхности



5.1 Быстрое построение графика



* 1. Форматирование трехмерного графика
  2. Построение графика поверхности для заданных значений аргументов х и y

|  |
| --- |
|  |

Вращение и форматирование графика



Лабораторная работа №3

Тема: Аппроксимация функций средствами пакета Mathcad.

Практическое задание:

1. Интерполяция.
   1. Задайте аналитически функцию F(x) и интервал [a,b] значений аргумента X, на котором будет выполняться интерполяция. Рассчитайте 16 значений функции F(x) на [a,b]. Результаты занесите в таблицу 1.

Таблица 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | X1 | X2 | - - - - - | X16 |
| F(x) | F(x1) | F(x2) | - - - - - | F(x16) |

* 1. Осуществите линейную интерполяцию, используя функцию interp (x,y,t), где x- вектор действительных значений аргумента, y- вектор действительных значений функции тоже размера, t – значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция.
  2. Осуществите интерполяцию используя функцию interp(s,x,y,t), где s- вектор значений коэффициентов, созданный одной из сопутствующих функций lspline, pspline или cspline.
* lspline(x,y) – определяет вектор значений коэффициентов линейного сплайна;
* pspline(x,y) – определяет вектор значений коэффициентов параболических сплайнов;
* cspline(x,y) – определяет вектор значений коэффициентов кубического сплайна.
  1. Вычислите значения полученных интерполирующих функций в требуемых точках и занесите результаты в таблицу 2.

Таблица 2.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | X1 | X2 | * - - | X8 |
| Fl(x) |  |  | * - - |  |
| Fls(x) |  |  | * - - |  |
| Fps(x) |  |  | * - - |  |
| Fcs(x) |  |  | * - - |  |

Fl -линейная интерполяция;

Fls -интерполяция линейными сплайнами;

Fps – интерполяция параболическими сплайнами;

Fcs – интерполяция кубическими сплайнами.

1. Регрессия.
   1. Задайте табличную функцию () , i=1,2,…,10 и запишите ее значений в таблицу 3. Таблица 3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | X1 | X2 | - - - - - | X10 |
| F(x) | F(x1) | F(x2) | - - - - - | F(x10) |

* 1. Определите аналитическую зависимость F(x), используя следующие аппроксимирующие функции:

-expfit(…) – экспоненциальная регрессия вида ;

- lgsfit(…)- логистическая регрессия вида ;

- line (…) – регрессия линейного вида a+bx;

- logfit(…) – логарифмическая регрессия вида a\*ln(a+b)+c;

- pwrfit(…) – степенная регрессия вида ;

- sinfit (…) – синусоидальная регрессия вида a\*Sin(x+b)+c.

* 1. Постройте графики полученных аппроксимирующих функций.
  2. Для выбранных значений аргумента вычислите значения аппроксимирующих функций и занесите результаты вычислений в таблицу 4.

Таблица 4.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | X1 | X2 | * - - | X8 |
| F1(x) | F1(x1) | F1(x2) | * - - | F1(x8) |
| F2(x) | F2(x1) |  | * - - | F2(x8) |
| F3(x) |  |  | * - - |  |
| F4(x) |  |  | * - - |  |
| F5(x) |  |  | * - - |  |
| F6(x) |  |  | * - - |  |

Выполнение задания

1. Интерполяция

1.1 Задайте аналитически функцию f(x) и интервал [a, b] значений аргумента x, на котором будет выполняться интерполяция :

Рассчитаем 16 значений функции на заданном интервале:





Занесем результаты в таблицу 1 Таблица 1



1.2 Осуществим линейную интерполяцию, используя функцию linterp(x,y,t), где x - вектор действительных значений аргумента, y - вектор действительных значений функции того же размера, а t - значение аргумента, при котором вычисляется интерполирующая функция:



1.3 Осуществим интерполяцию, используя функцию interp(s, x, y, t), где s - вектор значений коэффициентов, созданный одной из сопутствующих функций:

* lspline(x,y)-определяет вектор значений коэффициентов линейного сплайна;
* pspline(x,y)-определяет вектор значений коэффициентов параболического сплайна;
* cspline(x,y)-определяет вектор значений коэффициентов кубического сплайна.

1.4 Вычислим значения полученных интерполирующих функций в требуемых точках:





Занесем результаты в таблицу 2. Таблица 2



1.5. Построим графики исходной и интерполирующих функций:





2. Регрессия

2.1. Зададим таблично функцию  в виде (xi, yi), i = 1,2,..,10 в таблицу 3.



Таблица 3



2.2 Определим аналитическую зависимость f(x), используя следующие аппроксимирующие функции:

* expfit(x,y,g) - экспоненциальная регрессия вида 
* lgsfit(x,y,g) - логистическая регрессия вида 
* line(x,y) - регрессия линейного вида 
* logfit(x,y,g) - логарифмическая регрессия вида 
* pwrfit(x,y,g) - степенная регрессия вида 
* sinfit(x,y,g) - синусоидальная регрессия вида 

2.3. Построим графики полученных аппроксимирующих функций:



2.4. Для выбранных значений аргумента вычислим значения исходной и аппроксимирующих функций и занесем результаты вычислений для аппроксимирующих функций в таблицу 4:

 Таблица 4



Вывод.

В первой части лабораторной работы было выяснено, что при интерполировании функций наибольшую точность дает метод интерполирования сплайнами, реализуемый функцией interp. Метод линейного интерполирования обеспечивает достаточную точность только в окрестностях узлов интерполяции, не совсем правильно отражая реальное поведение функции в остальных точках. Однако, в конечном счете выбор метода интерполирования зависит от требований, предъявляемых к решению задачи, поэтому в ряде случаев предпочтение может быть отдано именно методу линейного интерполирования в силу его простоты.

Во второй части лабораторной работы были исследованы различные способы аппроксимации функций и было выяснено, что в зависимости от входной функции разные методы регрессии аппроксимируют функцию с различной точностью. Так, в рассматриваемом варианте наибольшую точность дали экспоненциальная, логистическая и степенная регрессии, в то время как остальные виды регрессии неверно отразили поведение исследуемой функции.

Лабораторная работа №4

Тема: Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений средствами пакета Mathcad.

Практическое задание:

1. Запишите заданную систему уравнений в виде:

n- порядок системы уравнений.

1. Представьте систему уравнений в матричной форме

A\*X=B, где

- вектор правых частей системы; - вектор решений системы.

1. Вычислите определитель матрицы A, если det A=0, замените систему уравнений.

* Если det A≠0, решите систему следующими способами: по правилу Крамера, матричным методом, используя блок given…find.

Варианты индивидуальных заданий

Таблица 4.1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | A | B | № | A | B |
| 1 | 2 2 -1 1  4 3 -1 2  8 5 -3 4  3 3 -2 2 | 4  6  12  6 | 2 | 2 3 11 5  1 1 5 2  2 1 3 2  1 1 3 4 | 2  1  -3  -3 |
| 3 | 2 5 4 1  1 3 2 1  2 10 9 7  3 8 9 2 | 20  11  40  37 | 4 | 2 3 -1 1  8 12 -9 8  4 6 3 -2  2 3 9 -7 | 1  3  3  3 |
| 5 | 2 1 4 8  1 3 -6 2  3 -2 2 -2  2 -1 2 0 | -1  3  8  4 | 6 | 1 1 -6 -4  3 -1 -6 -4  2 3 9 2  3 2 3 8 | 6  2  6  -7 |
| 7 | 3 -2 -5 1  2 -3 1 5  1 2 0 -4  1 -1 -4 9 | 3  -3  -3  22 | 8 | 1 2 5 9  3 13 18 30  2 4 11 16  1 9 9 9 | 79  263  146  92 |

Выполнение задания

{



1. Запишем заданную систему уравнений:

Порядок системы n=4

2. Представим систему уравнений в матричной форме A\*X = B, где

A - матрица коэффициентов при неизвестных системы;

B - вектор правых частей системы;

X - вектор решений системы:



3. Вычислим определитель матрицы A и проверим, равен ли он нулю.



4. поэтому можем решить систему следующими способами:

* по правилу Крамера;
* матричным методом;
* используя блок Given ... Find:

4.1. Решим систему по правилу Крамера







4.2. Решим систему матричным методом

4.2.1. Используя обратную матрицу

4.2.2. Используя функцию lsolve:



4.2.3. Используя блок Given…Find



4.3. Решим систему аналитическим методом, используя блок Given…Find:

















Вывод.

В ходе лабораторной работы были исследованы различные способы решения систем линейных уравнений в пакете MathCad. Т.к. все рассмотренные способы являются относительно простыми, выбор одного из них определяется только формой задания входной системы уравнений, а также возможной необходимостью использования промежуточных данных одного из способов решения.

Лабораторная работа №5

Тема: Методы решения нелинейных уравнений средствами пакета Mathcad.

Практическое задание:

1. Задайте два уравнения F(x)=0 (одно трансцендентное, другое - алгебраическое)
2. Для каждого уравнения в отдельности выполните действия:
   1. Постройте график функции F(x) на интервале [A,B].
   2. Найдите точки пересечения графика функции F(x) с осью 0X и локализуйте корни уравнения, т.е. для каждого корня укажите отрезок, содержащий один и только один корень.
   3. Уточните значения каждого локализованного корня, используя функцию root(…).
3. Определите корни алгебраического уравнения, используя функцию polyroots(…).

Варианты индивидуальных заданий

Таблица 5.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Уравнение | |
| алгебраические | трансцендентные |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |
| 10 |  |  |
| 11 |  |  |
| 12 |  |  |

Выполнение задания

1. Задайте алгебраические уравнения и найдем их корни:

1.1. Задайте два алгебраических уравнения седьмой степени: f(x) = 0 и g(x) = 0. Запишем функции f(x) и g(x):

1.2. Построим графики функций f(x) и g(x):



1.3. Найдем точки пересечения графиков функций с осью OX и локализуем корни уравнения:

|  |  |
| --- | --- |
| Для уравнения f(x) = 0: | Для уравнения g(x) = 0: |
| отрезок 1: [-2.5; -1.5]  отрезок 2: [-1.4; 0]  отрезок 3: [0.1; 0.7]  отрезок 4: [0.8; 1.5]  отрезок 5: [1.7; 2.2]  отрезок 6: [2.5; 3.1]  отрезок 7: [3.1; 10] | отрезок 1: [-2; 0]  отрезок 2: [0.5; 2]  отрезок 3: [3; 10]  остальные корни данного уравнения локализовать нельзя, т.к. они, очевидно, являются комплексными. |

1.4. Уточним значение каждого локализованного корня, используя функцию root():

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Для уравнения f(x) = 0: | | Для уравнения g(x) = 0: | |
|  |  |  |  |

1.5. Определим все (в т.ч. комплексные) корни заданных уравнений, используя функцию polyroots():

|  |  |
| --- | --- |
| Для уравнения f(x) = 0: | Для уравнения g(x) = 0: |
|  |  |



2. Задайте трансцендентное уравнение и найдем его корни:

2.1. Задайте трансцендентное уравнение вида f(x) = 0. Запишем функцию f(x):



2.2. Построим график функции f(x):



2.3. Найдем точки пересечения графика функции с осью OX и локализуем корни уравнения:

|  |
| --- |
| отрезок 1: [-16; -12] отрезок 2: [-8.8; -8.6] отрезок 3: [-8.65; -8.2] отрезок 4: [-7; -4]  отрезок 5: [-2; 0] отрезок 6: [0; 4] отрезок 7: [6; 10] отрезок 8: [16; 18] |

2.4. Уточним значение каждого локализованного корня, используя функцию root():

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Вывод: В ходе лабораторной работы были исследованы методы решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений средствами пакета MathCad и подготовлена база для самостоятельного изучения методов приближенного решения таких уравнений с помощью различных вычислительных алгоритмов (деления отрезка пополам, хорд, золотого сечения и т.д.)

Лабораторная работа №6

Тема: Вычисление определенных интегралов средствами пакета Mathcad.

Практическое задание:

1. Задайте определенный интеграл .
2. Проверьте заданную функцию на отсутствие точек разрыва в области определения.
3. Вычислите точное значение интеграла воспользовавшись панелью инструментов calculation (исчисление).
4. Реализуйте вычисление определенного интеграла приближенными методами на основе формул прямоугольников, трапеций, парабол (Симпсона).
   1. При реализации методов отрезок [a,b] разбивать на n равновеликих под отрезков. Число n должно быть для формулы Симпсона кратным «2». В процессе повторных вычислений полагать n=2,4,8,16….
   2. Вычисление вести с точностью до . Результаты вычислений представлять с точностью до 4-5 знаков после запятой.
   3. Оцените влияние величины шага интегрирования на точность определения приближенного значения интеграла путем повторных вычислений с изменением параметра n и сравнением с точным результатом получаемых значений для каждого из приближенных методов.

Варианты индивидуальных заданий

Таблица 6.1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Под интегральная функция | a | b |
| 1 |  | 0 | 1 |
| 2 |  | 0 | 1 |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  | 0 |  |
| 5 |  | 2 |  |
| 6 |  | 1 | e |
| 7 |  | 1 | 3.5 |
| 8 |  | 1 | 3 |
| 9 |  | 0 | π |
| 10 |  | 0 | 1 |
| 11 |  | 0 |  |
| 12 |  | 0 | π |
| 13 |  | 0 | 2 |
| 14 |  | 0 | 1 |

Выполнение задания

1. Зададим функцию f(x):



2. Проверим заданную функцию на отсутствие точек разрыва в области определения, построив ее график:



3. Зададим определенный интеграл с подинтегральной функцией f(x) и вычислим его точное значение:

4. Реализуем вычисление определенного интеграла приближенными методами на основе формул прямоугольников, трапеций, парабол (метод Симпсона), задав пределы интегрирования a и b и необходимую точность eps:

4.1. Метод прямоугольников:



4.2. Метод трапеций:



4.3. Метод парабол (метод Симпсона):



5. Оценим влияние величины шага интегрирования h = (b - a) / n на точность определения приближенного значения интеграла путем повторных вычислений с изменением параметра n и сравнением с точным результатом получаемых значений для каждого из приближенных методов:

5.1. Для метода прямоугольников:

5.1.1. Зададим функцию, вычисляющую приближенное значение интеграла методом прямоугольников путем разбиения интервала интегрирования на n частей:



5.1.2. Задавая различные n, оценим влияние шага интегрирования на точность определения приближенного значения интеграла:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

5.2. Для метода трапеций:

5.2.1. Зададим функцию, вычисляющую приближенное значение интеграла методом трапеций путем разбиения интервала интегрирования на n частей:



5.2.2. Задавая различные n, оценим влияние шага интегрирования на точность определения приближенного значения интеграла:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

5.3. Для метода парабол:

5.3.1. Зададим функцию, вычисляющую приближенное значение интеграла методом парабол путем разбиения интервала интегрирования на n частей:



5.3.2. Задавая различные n, оценим влияние шага интегрирования на точность определения приближенного значения интеграла:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Вывод.

В ходе лабораторной работы были исследованы средства пакета MathCad для вычисления определенных интегралов, а также реализовано вычисление определенного интеграла приближенными методами: прямоугольников, трапеций и парабол.

Было установлено, что в зависимости от величины шага разбиения интервала интегрирования точность вычисленного значения интеграла широко варьируется и с уменьшением шага разбиения приближается к максимальной с разной скоростью для разных методов.

Так, для метода прямоугольников при разбиении интервала даже на 32768 частей требуемая точность так и не была достигнута, что говорит о низком быстродействии данного метода. Для метода трапеций был получен такой же вывод, в то время как метод парабол (метод Симпсона) обеспечил вычисление с требуемой точностью уже при разбиении интервала всего на 128 частей, что определенно выделяет его среди остальных методов приближенного интегрирования.

Лабораторная работа №7

Тема: Решение обыкновенных дифференциальных уравнений средствами пакета Mathcad(Задача Коши).

Практическое задание:

1. Задайте ОДУ первого порядка y’=f(x,y) и начальное условие
2. Выполните решение уравнения, используя следующие средства пакета Mathcad:

* Вычислительный блок Given…Odesolve(…);
* Функцию Rkfixed(…), реализующую метод Рунге-Кутта с фиксированным шагом;
* Функцию Rkadopt(…), реализующую метод Рунге-Кутта с переменным шагом;

1. Отобразите вывод решения уравнения в виде таблицы и графика.

Варианты индивидуальных заданий

Таблица 7.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Дифференциальное уравнение | Начальное условие | Интервал | Аналитическое решение |
| 1 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 2 |  |  | 0≤ ≤1 |  |
| 3 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 4 |  |  | 0≤ ≤1 |  |
| 5 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 6 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 7 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 8 |  |  | 0≤ ≤1 |  |
| 9 |  |  | 0≤ ≤1 |  |
| 10 |  |  | 0≤ ≤1 |  |
| 11 |  |  | 1≤ ≤2 |  |
| 12 |  |  | 1≤ ≤1.9 |  |

Выполнение задания

1. Зададим ОДУ 1го порядка y' = f (x, y) и начальное условие y(x0) = y0:

y' = ; y(0) = 1

2. Выполним решение уравнения, используя следующие средства пакета MathCad:

вычислительный блок Given .. Odesolve(...);

функцию rkfixed(y0,x0,x1,m,D), реализующую метод Рунге-Кутта с фиксированным шагом и возвращающую таблицу занчений аргумента и функции в нем, где:

* x0, y0 - начальные условия задачи Коши;
* x1 - конечная точка расчета
* m - число шагов (число строк в полученной таблице значений аргумента и функции);
* D - функция, реализующая правую часть уравнения y' = f (x, y).

функцию Rkadapt(y0,x0,x1,m,D), реализующую метод Рунге-Кутта с переменным шагом, возвращающую таблицу того же вида и имеющую те же аргументы, что и rkfixed().

2.1. Решение уравнения с помощью блока Given .. Odesolve():









2.2. Решение уравнения с помощью функции rkfixed():

Зададим начальную точку расчета и значение функции в ней:

Зададим конечную точку расчета и число шагов, на которых метод находит решение:

Зададим функцию, реализующую правую часть нашего дифференциального уравнения:



Решим уравнение, получив таблично заданную функцию при помощи метода rkfixed():



2.3. Решение уравнения с помощью функции Rkadapt():

Будем использовать те же параметры, что и в предыдущем методе.

Решим уравнение, получив таблично заданную функцию при помощи метода Rkadapt():



3. Отобразим вывод решения уравнения в виде таблиц:



4. Отобразим вывод решения уравнения в виде графика:

4.1. Зададим функцию, являющуюся решением данного уравнения, в аналитическом виде:



4.2. Выделим из y2 и y3 отдельно векторы аргументов и значений функции (чтобы не загромождать график сложными конструкциями):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Видим, что все полученные решения совпадают с эталонным с довольно высокой точностью, однако для того, чтобы выяснить, какой из методов дает наиболее верный результат, необходимо рассчитать погрешности для каждого из них.

5. Выполним сравнение точности каждого из методов:

5.1. Зададим функции (или вектора - для решений y2 и y3), определяющие зависимость погрешности от аргумента для каждого из методов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Для метода, использующего блок Given .. Odesolve(): | Для метода, использующего функцию rkfixed(): | Для метода, использующего функцию Rkadapt(): |
|  |  |  |

5.2. Построим графики полученных зависимостей (т.к. точность разных методов отличается на много порядков, был использован логарифмический масштаб):



Вывод:

В ходе лабораторной работы были освоены методы решения ОДУ средствами пакета MathCad.

Было установлено, что наибольшую точность результата (в среднем порядка 1\*10-5) дает функция Rkadapt(), реализующая метод Рунге-Кутта с использованием переменного шага.

Метод Given .. Odesolve() также показал высокую точность (в среднем порядка 1\*10-4).

Наименьшую точность (в среднем порядка 0.1) дает функция rkfixed(), реализующая метод Рунге-Кутта с использованием фиксированного шага.

Библиографический список

1. Амосов А. А., Дубинский Ю. А. Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. -М.: Высшая школа, 1994. – 544 с. (подробное изложение методов в сочетании с глубокой оценкой точностных характеристик, богатая библиография – 94 наименования).
2. Асланян А. Г. Мукина О. В. Основы численных методов (уч. Пос.). – Москва: МИРЭА, 1997. (сжатое изложение теоретических основ).
3. Карабутов Н. Н. Математические основы теории систем. Математическое моделирование и анализ систем в среде. – М.: МИРЭА, 2001. – 72 с. (см. раздел «Принципы выполнения математических вычислений в МATHCAD»).

б) дополнительная литература:

1. Бабенко К. И. Основы численного анализа. – М.: Наука, 1986.
2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные. – М.: Наука, 1987.
3. Боглаев Ю. П. Вычислительная математика и программирование. – М.: Высшая школа, 1990.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989.
5. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. – М.: Наука, 1989.

в) пособия и методические указания:

9. Бескин А. Л., Мелихов В. О., Федотова Д. Э. Пакеты вычислений (уч. Пос.). – М.: МИРЭА, 2000. – 80 с. (*возможности системы, вычислительные алгоритмы, примеры заданий для системы МATHCAD).*