0.1 Método de Euler - 1ª ordem

Calcula-se $y'_n = f(x_n, y_n)$, que é a inclinação da curva no ponto (x_n, y_n); calcula-se o ponto seguinte, sendo h o passo :

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h * y'_n \\ x_{n+1} = x_n + h \end{cases}$$

0.2 Método de Euler Melhorado

A partir de 2 pontos (x_{n-1}, y_{n-1}) e (x_n, y_n), calcula-se (x_{n+1}, y_{n+1}) do seguinte modo:

- Calcula-se um valor previsto $p_{n+1} = y_{n-1} + 2h.y'_n$
- Com este ponto, calcula-se $p_{n+1} = f(x_{n+1}, p_{n+1})$
- Calcula-se também o valor corrigido $y_{n+1} = y_n + \frac{p'_{n+1} + y'_n}{2}$
- Por fim, prepara-se o passo seguinte: $y'_{n+1} = f(x_{n+1}, y_{n+1})$

$$x_i + \frac{1}{2} = x_i + \frac{h}{2}$$

$$y_i + \frac{1}{2} = y_i + \frac{h}{2}.f'(x_i, y_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + f'(x_i + \frac{1}{2}, y_i + \frac{1}{2}).h$$

$$x_{i+1} = x_i + h$$

0.3 Runge-Kutta 2ª ordem

$$y' = f(x_n, y_n)$$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h.f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}.f(x_n, y_n)) \\ x_{n+1} = x_n + h \end{cases}$$

0.4 Runge-Kutta 4ª ordem

$$\delta y_1 = h.f(x_n, y_n)$$

$$\delta y_2 = h.f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_1}{2})$$

$$\delta y_3 = h.f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{\delta y_2}{2})$$

$$\delta y_4 = h.f(x_n + h, y_n + \delta y_3)$$

$$\begin{cases} \mathrm{y}_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}.\delta y_1 + \frac{1}{3}.\delta y_2 + \frac{1}{3}.\delta y_3 + \frac{1}{6}.\delta y_4 \\ \mathrm{x}_{n+1} = x_n + h \end{cases}$$