

## TIN domáca úloha 3

Patrik Németh, xnemet04

### PRÍKLAD 2

Nech  $M$  je  $t$ -páskový DTS, ktorý rozhoduje jazyk  $L \in \text{DTIME}[n^2]$  nad abecedou  $\Sigma = \{0,1\}$  v čase  $O(n^2)$ . Popíše sa princíp činnosti  $t+5$  páskového DTS  $M'$ , ktorý rozhoduje jazyk  $L'$ .

1. Na prvej páske sa bude nachádzať vstup  $w$ .
2. Vstup sa rozdelí na všetky podreťazce  $w$  pomocou vnoreného cyklu. Všetky nájdené podreťazce sa kopírujú na druhú pásku. Čítače dvoch cyklov sa ukladajú a upravujú na tretej páske, kde sú binárne kódované.
3. Na štvrtú pásku sa postupne bude kopírovať  $i$ -ty podreťazec z druhej páske, kde  $0 \leq i \leq n*(n+1)/2+1$ , teda poradie kopírovaného podreťazca zo všetkých podreťazcov. Čítač  $i$  sa unárne kóduje na tretej páske.
4. Porovnávajú sa všetky podreťazce, ktorých poradie je  $\geq i+1$  so súčasným,  $i$ -tým, podreťazcom na štvrtej páske. Ak sa nájde zhodná dvojica, tak sa daný podreťazec z druhej páske vymaže. Po porovnaní podreťazcov  $\geq i+1$  sa inkrementuje čítač a kroky 3 a 4 sa opakujú, kým sa neskontrolujú všetky podreťazce. Týmto sa odstránia podreťazce  $u=v$ .
5. Skontroluje sa, či na druhej páske zostali aspoň dva podreťazce po krokoch 3 a 4. Ak nie, tak DTS  $M'$  **odmieta**. Inak pokračuje krokom 6.
6. Čítač na tretej páske sa vynuluje a z druhej páske sa kopíruje prvý podreťazec na piatu pásku.
7. Na páskach 5 až  $t+4$  sa spúšťa DTS  $M$ . Ak  $M$  prijme, tak sa čítač na tretej páske inkrementuje a pokračuje sa krokom 8. Ak neprijme, pokračuje sa krokom 8.
8. Ak na tretej páske je kódované číslo 2, tak DTS  $M'$  **prijíma**. Inak sa kopíruje ďalší podreťazec z druhej páske na piatu. Ak sa dosiahol posledný podreťazec na druhej páske, DTS  $M'$  **odmieta**. Inak sa resetuje TS  $M$  a pokračuje sa ďalším podreťazcom v kroku 7.

Analýza časovej zložitosti  $M'$ :

krok 2:  $O(n^2)*O(n)$

+

krok 3 a 4:  $O(n^2)*O(n)*O(n^2)*O(n)$

+

krok 5:  $O(n^2)*O(n)$

+

krok 6 nulovanie čítača + zvyšné kroky:  $O(n^2) + O(n^2)*(O(n) + O(n^2) + O(n^2))$

$$O(n^2)*O(n) + O(n^2)*O(n)*O(n^2)*O(n) + O(n^2)*O(n) + O(n^2) + O(n^2)*(O(n) + O(n^2) + O(n^2)) =$$

$$= O(n^3) + O(n^6) + O(n^3) + O(n^2) + O(n^3) + O(n^4) + O(n^4) =$$

$$= O(n^6)$$

$$k = 6$$

Pre  $k = 6$  sa dokázalo, že implikácia platí tým, že sa skonštruoval DTS  $M'$ , ktorý rozhoduje jazyk  $L'$  v čase  $O(n^6)$ .

### PRÍKLAD 3

Pri dôkaze sa využije dôsledok Savitchovho teorému, a to rovnosť  $PSPACE \equiv NPSPACE$ . Vďaka tejto vlastnosti môžeme využiť nedeterminizmus pri konštrukcii  $k$ -páskového Turingovho stroja bez ujmy na priestorovej zložitosti. Môžeme teda vyvodit', že ak je možné skonštruovať NTS, ktorý rozhoduje  $L$  v  $NPSPACE$ , tak sa dokáže, že  $L \in PSPACE$ .

Konštrukcia trojpáskového NTS  $M$ :

1. Na prvej páske sa nachádza vstupný reťazec. Tretia páska bude slúžiť ako unárny čítač.
2. Skontroluje sa, či je reťazec neprázdny. Ak nie je,  $M$  **odmieta**.
3. Nedeterministicky sa zvolí podreťazec  $w$ , ktorý sa zapíše na druhú pásku.
4. Podreťazec  $w$  bude opakovane vyhľadávaný v reťazci na prvej páske nasledovným spôsobom:
  - 4.A. Čítacie hlavy na prvej a druhej páske sa nastaví na prvý symbol reťazcov na daných páskach.
  - 4.B. Kým sa symboly pod oboma hlavami zhodujú, obe hlavy sa posunú vpravo.
  - 4.C. Ak sa symboly nezhodujú, tak sa hlava na druhej páske presunie na začiatok podreťazca  $w$ . Ak sa ani teraz symboly pod hlavami nezhodujú, hlava na prvej páske sa posunie vpravo. Pokračuje sa krokom 4.B.
  - 4.D. Ak sa dosiahne koniec podreťazca  $w$ , tak sa inkrementuje čítač na tretej páske, hlava na prvej páske sa posunie vpravo a hlava na druhej páske sa presunie na začiatok podreťazca  $w$ . Pokračuje sa krokom 4.B.
  - 4.E. Ak sa dosiahne koniec reťazca na prvej páske, vyhľadávanie sa ukončuje a pokračuje sa krokom 5.
5. Unárne kódované číslo na tretej páske sa bude deliť dvoma, kým sa nedeteguje kódované číslo 2, v akom prípade  $M$  **prijíma**. Ak po niektorom delení dvoma sa deteguje zvyšok,  $M$  **odmieta**.

Analýza priestorovej zložitosti:

Priestor vstupu:  $O(n)$

Priestor podreťazca  $w$ :  $O(n)$

Priestor čítača na tretej páske:  $O(n)$

$$O(n) + O(n) + O(n) = O(n)$$

NTS  $M$  rozhoduje jazyk  $L$  v polynomiálnom priestore, a teda  $L \in NSpace[n]$ , čo znamená, že náleží do triedy  $NPSPACE$ . Vďaka rovnosti  $PSPACE \equiv NPSPACE$  je teda zrejmé, že zároveň náleží aj do triedy  $PSPACE$ .