



Materi 7

Cross Product

Aljabar Linear



Learning Outcomes

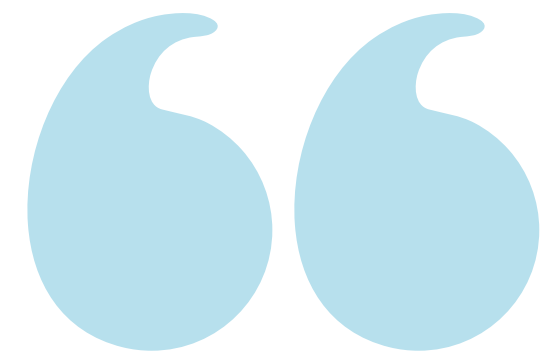
Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan dapat menghitung perkalian silang dari suatu vektor dan mengetahui contoh aplikasinya

Sejatinya,

Perkalian Vektor dapat digunakan untuk:

- 01 Menghitung luas segitiga
- 02 Mendeteksi apakah 3 titik terletak pada bidang datar yang sama
- 03 Mencari persamaan bidang
- 04 Membuat nilai Alin menjadi A (Aamiin)





Perkalian Silang

atau Cross Products



Perkalian Silang (Cross Products)

vektor \mathbf{u} dan vektor \mathbf{v} di Ruang-3 dan mengapit sudut θ ,

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \quad \mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

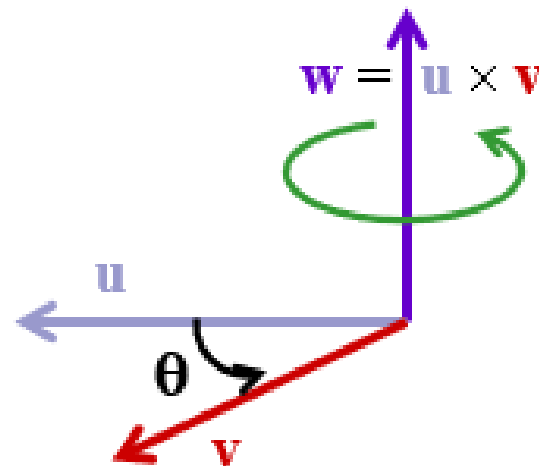
maka $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{w}$ di mana \mathbf{w} ortogonal terhadap \mathbf{u} dan \mathbf{v}

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \left[\underbrace{\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}}_{w_1}, - \underbrace{\begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}}_{w_2}, \underbrace{\begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix}}_{w_3} \right]$$

Aturan tangan kanan:

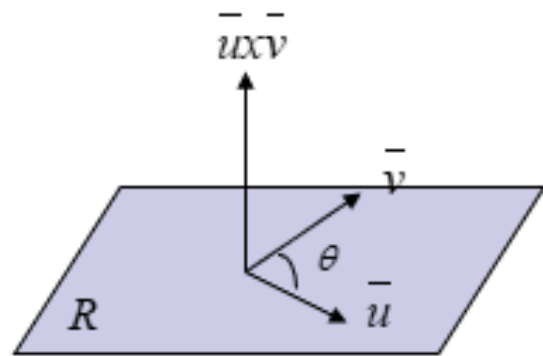
Arah genggaman = arah \mathbf{u} ke \mathbf{v}

Arah ibu jari = arah \mathbf{w}



Hasil Kali Silang → Cross Hasil → Cross

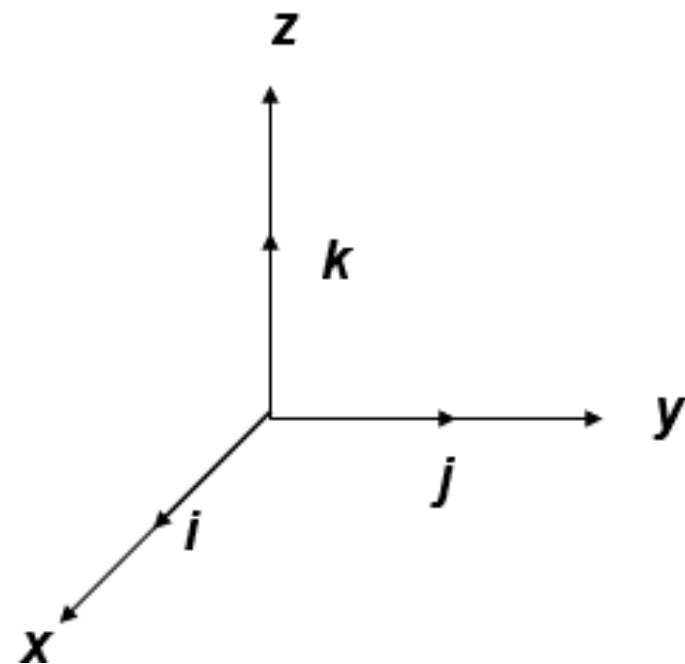
Berbeda dengan hasil kali titik, hasil → skalar



Menggunakan >>
kaidah tangan kanan

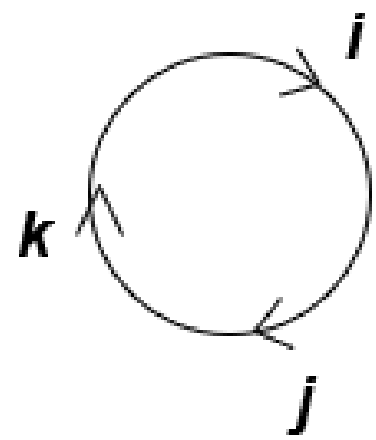
$$\left. \begin{array}{l} \vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{v} \\ \vec{u} \times \vec{v} \perp \vec{u} \end{array} \right\} \text{pada bidang R}$$

$$\left[\begin{array}{l} i (1,0,0) \\ j (0,1,0) \\ k (0,0,1) \end{array} \right]$$



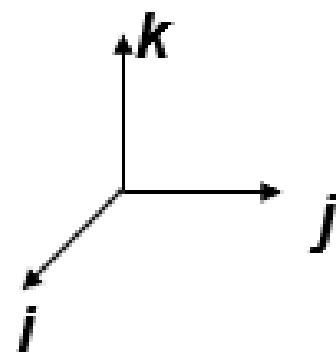
$$\underline{\underline{v}} \begin{bmatrix} (v_1, v_2, v_3) \\ v_1 i + v_2 j + v_3 k \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{v}} \begin{bmatrix} (2, -3, 4) \\ 2i - 3j + 4k \end{bmatrix}$$



$\left[\begin{array}{l} \text{searah jarum jam} \\ \text{berlawanan jarum jam} \end{array} \right] \begin{array}{l} = + \\ = - \end{array}$

$$\left. \begin{array}{l} i \times j = k \\ j \times i = -k \end{array} \right\}$$



Kaidah tangan kanan



$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{cases} 4 & (w_1, w_2, w_3) \\ 3 & (u_2.v_3 - u_3.v_2, u_3.v_1 - u_1.v_3, u_1.v_2 - u_2.v_1) \\ 2 & \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \\ 1 & \left(\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \right) \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} k$$

Contoh 12

$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \begin{cases} \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2} \\ \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \sin \theta \end{cases}$$



Contoh 12

Carilah $u \times v$ dimana $u = (1,2,-2)$ dan $v = (3,0,1)$

Pemecahan: $\vec{u} \times \vec{v} \neq \vec{v} \times \vec{u} \rightarrow \text{beda arah}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$u \times v = \left(\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \right)$$
$$= (2, -7, -6)$$

Cari juga :

1. $u \cdot v =$

2. $v \times u =$

3. $|u \times v| =$

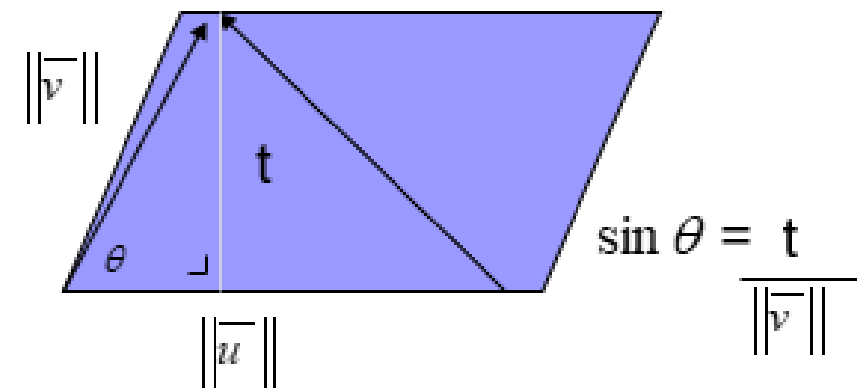


Luas Jajar Genjang

Luas Jajar Genjang = alas x tinggi

$$= \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin \theta$$

$$= \|\vec{u} \times \vec{v}\|$$



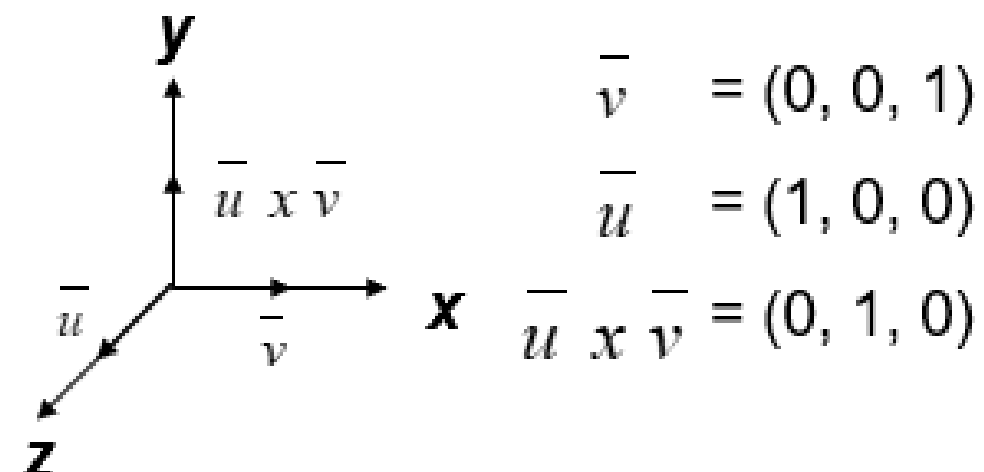
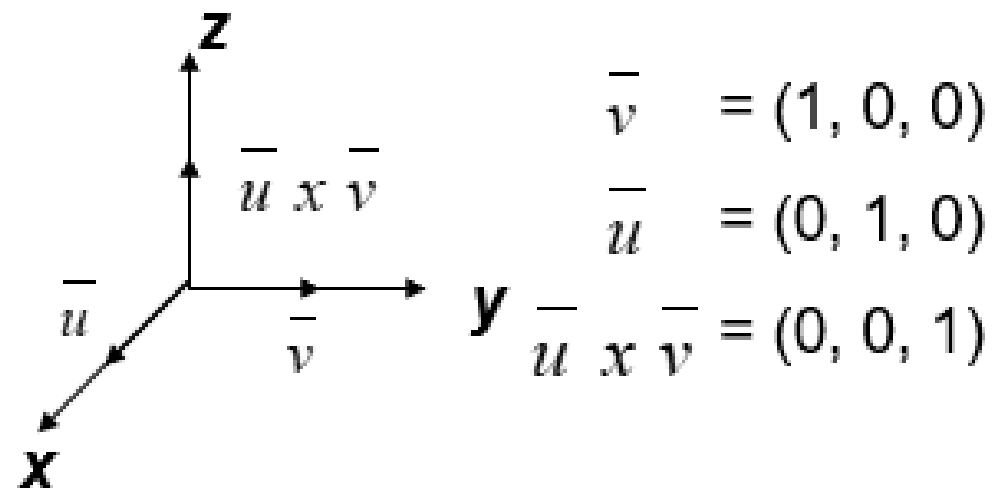
$$\text{Luas } \Delta = \frac{1}{2} \cdot \text{Ljg}$$

Contoh 15

$\vec{u} \times \vec{v}$ -----> Bebas Koordinat,

Meskipun koordinat diganti tetapi arah vektor

$\vec{u} \times \vec{v}$ tetap sama



Contoh Soal

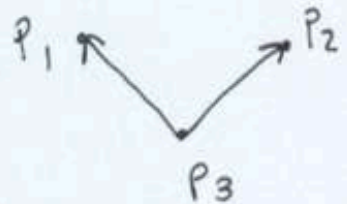
Soal 1

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik $P_1 = (1, -2, -3)$, $P_2 = (5, 4, -3)$, $P_3 = (5, -1, 7)$ (titik pusatnya adalah P_3)

Jawabannya ada di next slide,
(cekidott)



jawab:

$$\text{luas } \Delta = \frac{1}{2} |P_3 P_1 \times P_3 P_2|$$


$$P_3 P_1 = P_1 - P_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$P_3 P_2 = P_2 - P_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} P_3 P_1 \times P_3 P_2 = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -10 \\ 0 & 5 & -10 \end{bmatrix}$$

$$= \left(\begin{vmatrix} -1 & -10 \\ 5 & -10 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} -4 & -10 \\ 0 & -10 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \right)$$

$$\textcircled{2} = (60, -40, -20)$$



titik pusat adalah P3 maka perkalian
crossnya adalah P3P1 x P3P2

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad |P_3 P_1 \times P_3 P_2| &= \sqrt{60^2 + (-40)^2 + (-20)^2} \\ &= \sqrt{5600} \\ \textcircled{2} \quad &= 74,83 \\ \text{luas } \Delta &= \frac{1}{2} |P_3 P_1 \times P_3 P_2| \\ \textcircled{2} \quad &= \frac{1}{2} \cdot 74,83 \\ \textcircled{2} \quad &= 37,42 \end{aligned}$$



Contoh Soal

Soal 3

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik $P1(-2, 3, 4)$, $P2(7, -1, 3)$ dan $P3(4, 7, 2)$. Titik pusat adalah $P2$.

Geser kanan untuk jawaban.....



P1 =	-2		P2P1	= P1 - P2		
	3			x =	-9	nilai 1
	4			y =	4	nilai 1
				z =	1	nilai 1
P2 =	7					
	-1					
	3					
P3 =	4		P2P3	= P3 - P2		
	7			x =	-3	nilai 1
	2			y =	8	nilai 1
				z =	-1	nilai 1
p2p1 x p2p3		-9	4	1		
		-3	8	-1		
	x =	-12				
	y =	-12		nilai 3		
	z =	-60		nilai 3		
luas segitiga	31.17691		nilai 3			



Contoh Soal

Soal 6

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik $P_1(4, -8, 2)$, $P_2(6, 3, -5)$ dan $P_3(8, 2, 5)$.

- Catt : titikpusatadalah P_3 maka perkalian crossnya adalah $P_3P_1 \times P_3P_2$

Next slide untuk yang mencari jawab



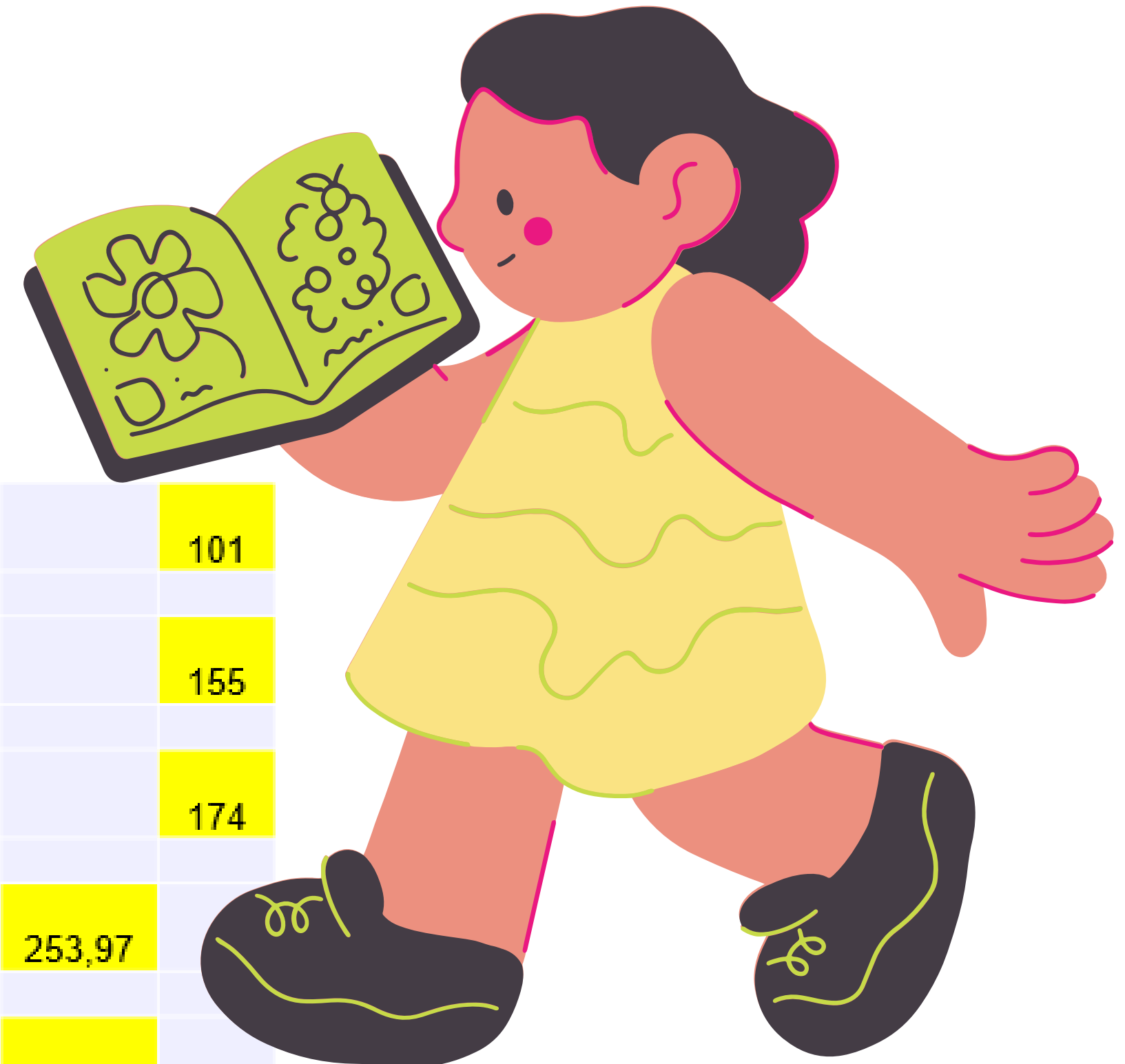
P1 =	4		P3P1	= P1 - P3			
	-8			x =	-4		nilai 1
	2			y =	-10		nilai 1
				z =	-3		nilai 1
P2 =	6						
	3						
	-5						
P3 =	8		P3P2	= P2 - P3			
	2			x =	-2		nilai 1
	5			y =	1		nilai 1
				z =	-10		nilai 1
p3p1 x p3p2		-4	-10	-3			
		-2	1	-10			
	x =	103					
	y =	-34		nilai 3			
	z =	-24		nilai 3			
luas segitiga		55,55		nilai 3			



Contoh Soal

Soal 4

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik $r(8, 9, -4)$ $s(-5, 4, 8)$ dan $t(9, -4, 7)$, titik pusat adalah t dan perkalian crossnya adalah $tr \times ts$



$r =$	8	9	-4
$s =$	-5	4	8
$t =$	9	-4	7
Titik pusat $\Rightarrow t$			
$tr =$	-1	13	-11
$ts =$	-14	8	1
$tr \times ts$	101	155	174
$ tr \times ts =$	253,97		
luas =	126,99		

Q11	nilai variabel x pada perkalian cross adalah		101
Q12	nilai variabel y pada perkalian cross adalah		155
Q13	nilai variabel z pada perkalian cross adalah		174
Q14	Berpakah luas jajaran genjang ?	253,97	
Q15	berapakah luas segitiga ?	126,99	

Rumus:

$$1.) \bar{u} \cdot (\bar{u} \times \bar{w}) = 0$$

└─ Vektor yang \perp terhadap \bar{u}

$$2.) \bar{v} \cdot (\bar{u} \times \bar{v}) = 0$$

$$3.) \|\bar{u} \times \bar{v}\|^2 = \|\bar{u}\|^2 \cdot \|\bar{v}\|^2 - (\bar{u} \cdot \bar{v})^2$$

$$4.) \bar{u} \times \bar{v} = -(\bar{v} \times \bar{u})$$

$$5.) \bar{u} \times (\bar{v} + \bar{w}) = (\bar{u} \times \bar{v}) + (\bar{u} \times \bar{w})$$

$$6.) (\bar{u} + \bar{v}) \times \bar{w} = (\bar{u} \times \bar{w}) + (\bar{v} \times \bar{w})$$

$$7.) k(\bar{u} \times \bar{v}) = (k(\bar{u})) \times \bar{v} = \bar{u} \times (k\bar{v})$$

$$8.) \bar{u} \times 0 = 0 \times \bar{u} = 0$$

$$9.) \bar{u} \times \bar{u} = 0$$



Contoh lain:

Example 2, Consider the Vectors

$$u = (1, 2, -2) \text{ and } v = (3, 0, 1)$$

In example 1 we showed that

$$u \times v = (2, -7, -6) \quad (\bar{u} \times \bar{v}) \cdot u = 0$$
$$(\bar{u} \times \bar{v}) \cdot v = 0$$

Since

$$u \cdot (u \times v) = (1)(2) + (2)(-7) - (2)(-6) = 0$$

And

$$v \cdot (u \times v) = (3)(2) + (0)(-7) - (1)(-6) = 0$$

$u \times v$ is orthogonal to both u and v as guaranteed by theorem 3.4.1



$$\begin{aligned} u \cdot v &= 1 \cdot 3 + 2 \cdot 0 + -2 \cdot 1 \\ &= 3 + 0 - 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$v \times u = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \left(\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right)$$

$$= (-2, 7, 6)$$

$$(u \times v) \cdot u = \emptyset$$

$$\begin{aligned} (2, -7, -6) \cdot (1, 2, -2) &= 2 - 14 + 12 \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |u \times v| &= \sqrt{2^2 + (-7)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{4 + 49 + 36} \end{aligned}$$





Definisi

Jika \mathbf{u} , \mathbf{v} , dan \mathbf{w} merupakan vektor di ruang-3, maka $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ disebut sebagai hasil kali skalar ganda tiga (scalar triple product) dari \mathbf{u} , \mathbf{v} , dan \mathbf{w} (**determinan**)

$$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$



Teorema

3.4.5

Jika u , v , dan w merupakan vektor di ruang-3, dan ketiga titik inisialnya berimpit, maka ketiga vektor tersebut terletak dalam satu bidang datar jika dan hanya jika

$$\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = 0$$

$$(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = 0$$

$$(\mathbf{u} \times \mathbf{w}) \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{w}) \cdot \mathbf{u} = 0$$



Contoh Soal

No.3

SOAL 5

Apakah $A = (6, 7, -1)$, $B = (-1, 2, 4)$, dan $C = (7, -3, 0)$ terletak pada bidang datar yang sama jika di pastikan sedemikian sehingga titik-titik inisialnya berimpit.

Carilah determinan dengan kofaktor baris pertama!!



Carilah determinan dengan kofaktor baris pertama

jawab

Cek apakah $A \cdot (B \times C) = 0$

$$\textcircled{3} \quad A \cdot (B \times C) = \begin{vmatrix} 6 & 7 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad = 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 7 \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 6 \cdot (12) - 7(-28) - 1(3-14)$$

$$\textcircled{3} \quad = 279$$

$\textcircled{3}$ krn $\neq 0$ mk A, B, C tidak terletak dlm bidang datar yg sama

Contoh Soal No.3

SOAL 5

1. Apakah $j(3, 6, 2)$, $k(-3, 7, 9)$ dan $L(9, 5, 3)$ terletak pada bidang datar yang sama?
2. Carilah Determinan dengan merubah menjadi segitiga atas



Carilah determinan dengan merubah menjadi segitiga atas

	A =	3	6	2
		-3	7	9
		9	5	3
Ke - 1	A =	3	6	2
		0	13	11
		9	5	3
Ke - 2	A =	3	6	2
		0	13	11
		0	-13	-3
ke - 3	A =	3	6	2
		0	13	11
		0	0	8
	Det A =			312

Q05	<u>Pada iterasi pertama, berapakah isi sel (2,2)</u>	13
Q06	<u>Pada iterasi pertama, berapakah isi sel (2,3)</u>	11
Q07	pada <u>iterasi kedua</u> , berapakah isi sel (3,2)	-13
Q08	pada <u>iterasi kedua</u> , berapakah isi sel (3,3)	-3
Q09	<u>pada iterasi ketiga, berapakah isi sel (3,3)</u>	8
Q10	berapakah determinan ?	312

Karena Det $\neq 0$,
maka j, k, L tidak terletak pada bidang yang sama



Garis dan Bidang di Ruang-3

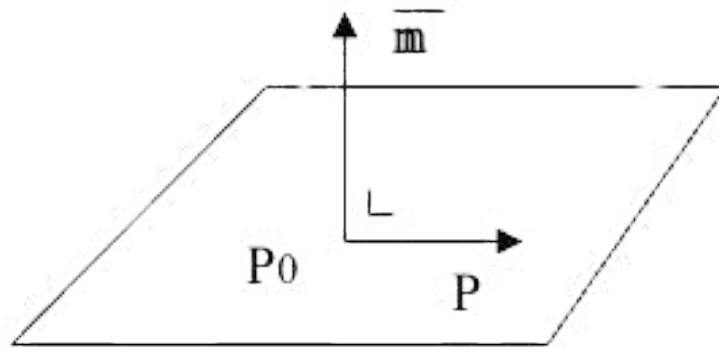
Bab 3.5



Learning Outcomes

Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan dapat menyelesaikan permasalahan garis dalam ruang-2 dan ruang-3 dengan pendekatan vektor.

3.5 Garis dan bidang di ruang 3



$$\overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0$$

variabel $\leftarrow P = (x, y, z)$

angka

$$\left\{ \begin{array}{l} P_0 = (X_0, y_0, Z_0) \\ \vec{n} = (a, b, c) \end{array} \right.$$

\rightarrow titik pada bidang

vektor normal

vektor yang \perp thdp bidang

Pers. bidang $\rightarrow \overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0$

$$(x - X_0, y - y_0, z - Z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$a(x - X_0) + b(y - y_0) + c(z - Z_0) = 0$$

\rightarrow bentuk titik normal

$$ax + by + \underline{cz} + (-ax_0 - by_0 - cz_0) = 0$$

$$ax + by + \underline{cz} + \underbrace{\hspace{2cm}}_d = 0 \rightarrow \text{Pers. bidang}$$





Bidang Datar

Persamaan normal-titik (point normal form):

Titik $P_0 (x_0, y_0, z_0)$ dan titik $P(x, y, z)$ terletak di bidang datar α

Vektor normal $\mathbf{n} = (a, b, c)$ ortogonal terhadap bidang α

Vektor $P_0P = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$

Karena \mathbf{n} ortogonal terhadap α ,

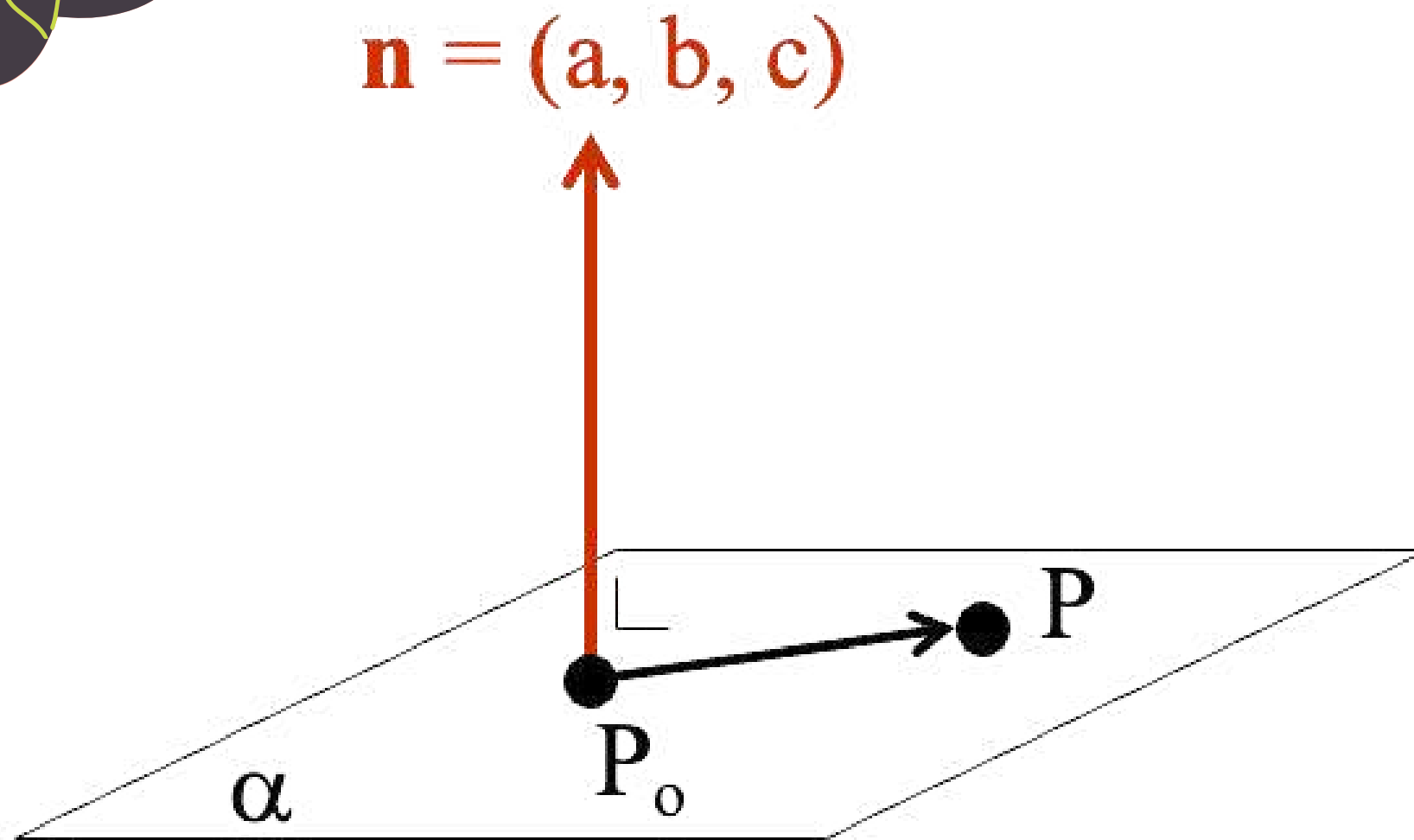
maka \mathbf{n} juga ortogonal terhadap

vektor P_0P , sehingga

$$\mathbf{n} \cdot P_0P = 0$$

Bidang Datar α dinyatakan dengan persamaan:

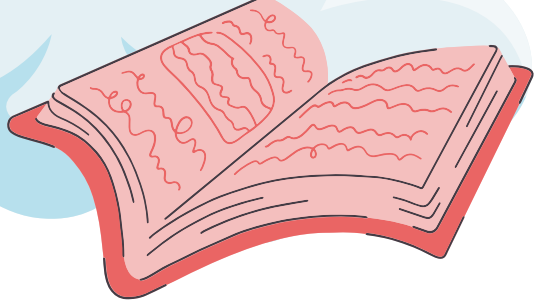
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$



Bidang Datar

Bentuk Umum Persamaan Bidang Datar:

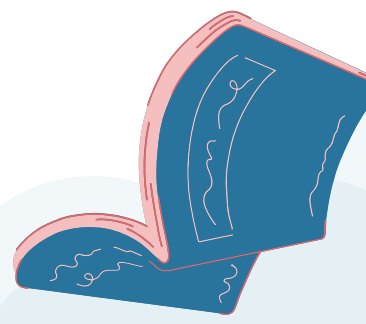
Dari Persamaan Normal-titik (point normal form):

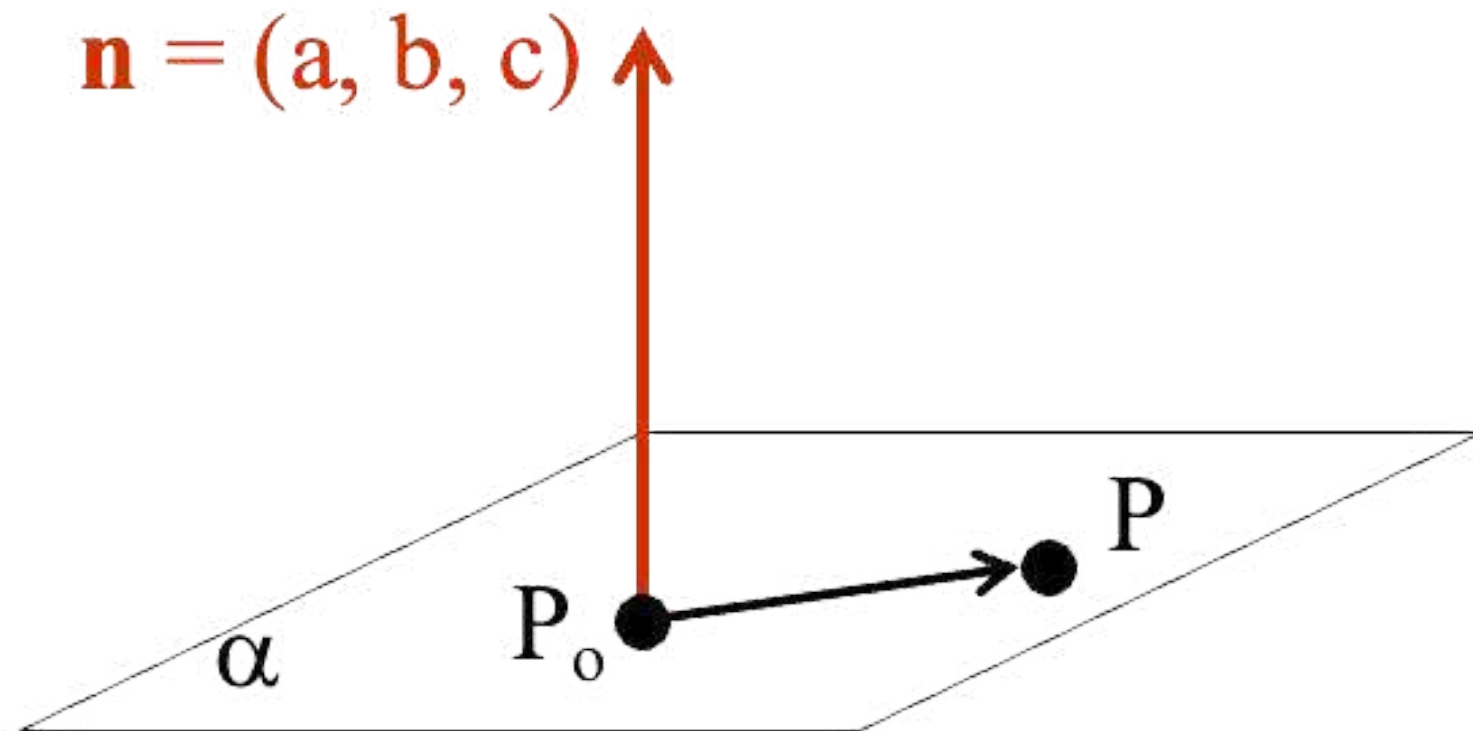

$$a(x - x_o) + b(y - \underline{y_o}) + c(z - \underline{z_o}) = 0$$

$$ax + by + \underline{cz} + \underbrace{(-\underline{ax_o} - \underline{by_o} - \underline{cz_o})}_{d} = 0$$

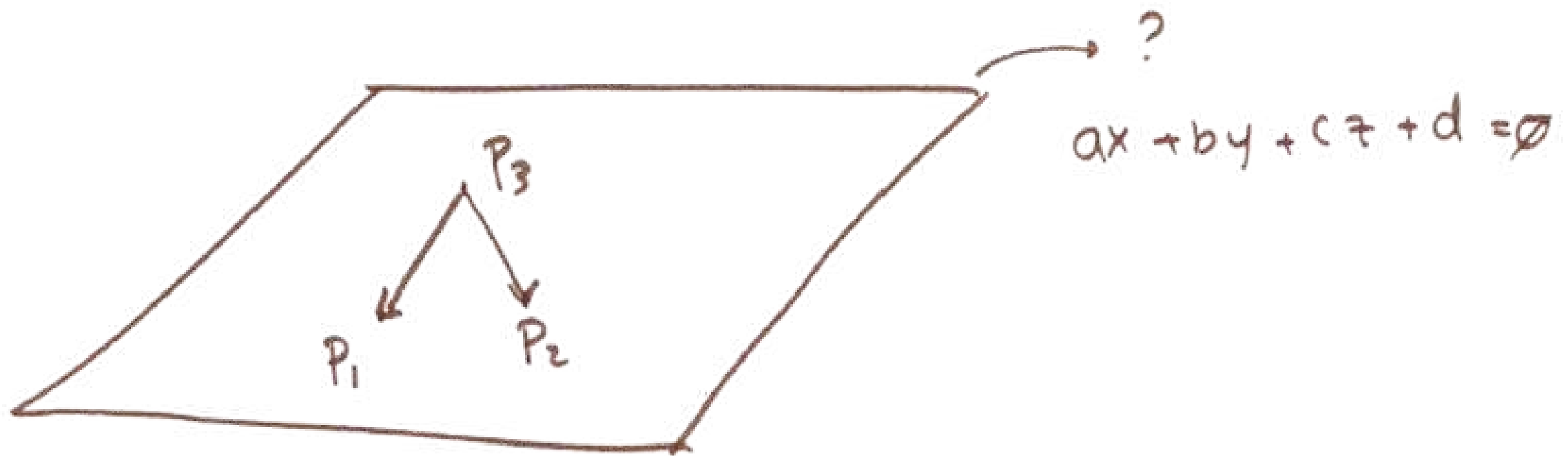
$$ax + by + \underline{cz} + d = 0$$

Bidang Datar α dinyatakan dengan persamaan:


$$ax + by + \underline{cz} + d = 0$$



??????



Contoh Soal

SOAL 17

Cari persamaan bidang yang melewati $(3, -1, 7)$
dan \perp thdp $n = (4, 2, -5)$



Persamaan Bidang Melewati 1 Titik

Jawab: $P_0 P \cdot n = 0$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$4(x - 3) + 2(y + 1) + -5(z - 7) = 0$$

$$4x + 2y - 5z + (-12 + 2 + 35) = 0$$

$$4x + 2y - 5z + 25 = 0 \mid \rightarrow \text{pers. bidang}$$

bukti: kita masukkan $P_0 = (3, -1, 7)$ ke dlm persamaan:

$$\Rightarrow 4.3 + 2.-1 + 5.7 + 25 = 0$$

$$12 - 2 - 35 + 25 = 0$$

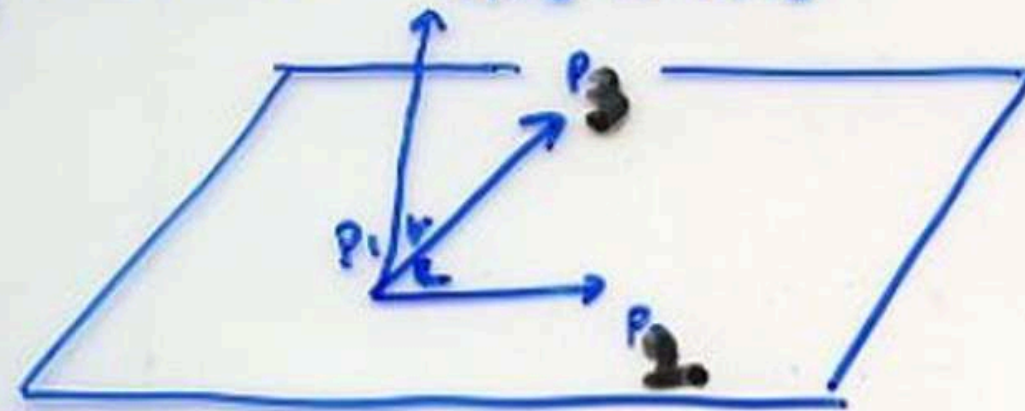
$$0 = 0 \rightarrow \text{terbukti}$$

Contoh Soal 6

Contoh 18

Cari pers bid. yg melalui $P_1 (1, 2, -1)$ $P_2 (2, 3, 1)$
& $P_3 (3, -1, 2)$

Jwb:



$\overline{P_1 P_2} \rightarrow$ pd bidang

$\overline{P_1 P_3} \rightarrow$ pd bidang

$$\begin{aligned}\overline{P_1 P_2} &= (1, 1, 2) \\ \overline{P_1 P_3} &= (2, -3, 3)\end{aligned}$$

$$\underbrace{\overline{P_1 P_2} \times \overline{P_1 P_3}}_{\vec{n}} = (9, 1, -5) \rightarrow \text{vektor normal yg} \\ \perp \text{ thp } \overline{P_1 P_2} \text{ \& } \perp \text{ thp } \overline{P_1 P_3}$$

$$\begin{aligned}\text{Pers. bidang} &\rightarrow \overline{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0 \quad \begin{cases} P_0 = P_1 = (1, 2, -1) \\ \vec{n} = (9, 1, -5) \end{cases} \\ (x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c) &= 0\end{aligned}$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$9(x - 1) + 1(y - 2) - 5(z + 1) = 0$$

$$9x + y - 5z + (-9 - 2 - 5) = 0$$

$$9x + y - 5z - 16 = 0$$



Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

Po dpt di in 2 P1 or P2 or P3, krn harusnya
sama \rightarrow terlewat
pd. bid

ex

$$P_0 = P_2 = (2, 3, 1) \\ \bar{n} = (9, 1, -5)$$

$$\Rightarrow 9(x-2) + 1(y-3) - 5(z-1) = 0$$

$$9x + 4 - 5z + (-10 - 3 + 5) = 0$$

$$9x + 4 - 5z - 16 = 0 \rightarrow \text{sama wpt di atas}$$

ex

$$P_0 = P_3 = (3, -1, 2) \\ \bar{n} = (9, 1, -5)$$

$$\Rightarrow 9(x-3) + 1(y+1) - 5(z-2) = 0$$

$$9x + 4 - 5z + (-2.7 + 1 + 10) = 0$$

$$9x + 4 - 5z - 16 = 0$$

Contoh Soal 5

SOAL 7

Mencari persamaan bidang yang melalui $P_1 (-3, 2, 0)$, $P_2 (0, -1, 2)$, dan $P_3 (5, 1, 3)$. (Titik pusat P_2) dan $P_0 = P_1$.



Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

Pers. bidang $\leadsto \overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0$

$$\textcircled{2} P_0 = (-3, 2, 0)$$

$$P = (x, y, z)$$

$$\vec{n} = P_2 P_1 \times P_2 P_3$$

$$P_2 P_1 = P_1 - P_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 P_3 = P_3 - P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} P_2 P_1 \times P_2 P_3 = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} = \left(\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \right)$$

$$\textcircled{2} P_2 P_1 \times P_2 P_3 = \vec{n} = (7, -7, -21)$$

$$\textcircled{2} \overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = 0$$

$$\textcircled{2} ((x+3), (y-2), (z-0)) \cdot (7, -7, -21) = 0$$

$$\textcircled{2} 7(x+3) - 7(y-2) - 21z = 0$$

$$\textcircled{2} 7x - 7y - 21z + 35 = 0$$

Contoh Soal 6

SOAL 8

Carilah persamaan bidang yang melalui $P_1(-3, 3, 6)$, $P_2(2, -4, 6)$ dan $P_3(3, 4, 2)$. Titik pusat adalah P_3 .



Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

P1	-3		p3p1	= P1 - P3		
	3			x =	-6	nilai 1
	6			y =	-1	nilai 1
				z =	4	nilai 1
P2	2					
	-4					
	6					
P3	3		p3p2	= P2 - P3		
	4			x =	-1	nilai 1
	2			y =	-8	nilai 1
				z =	4	nilai 1
p3p1 x p3p2		-6	-1	4		
		-1	-8	4		
vektor normal						
	x =	28		nilai 3		
	y =	20		nilai 3		
	z =	47		nilai 3		
PoP . Normal = 0						
po = p1						
po	x =	-3		a =	28	
	y =	3		b =	20	
	z =	6		c =	47	
$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$					nilai 3	
$28(x + 3) + 20(y - 3) + 47(z - 6) = 0$					nilai 3	
$28x + 84 + 20y - 60 + 47z - 282 = 0$					nilai 3	
$28x + 20y + 47z - 258 = 0$					nilai 3	

Contoh Soal 7

SOAL 9

1. Carilah persamaan bidang yang melalui titik $f(-2, 4, 9)$, $g(6, -9, 4)$ dan $h(8, 3, -2)$.
2. Titik pusat adalah g sehingga vektor normal adalah $gf \times gh$.
3. $Po = h$



Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

f =	-2	4	9		
g =	6	-9	4		
h =	8	3	-2		
titik pusat => g			Po = h		
gf =	-8	13	5		
gh =	2	12	-6		
n = gf x gh =			-138	-38	-122
PoP . N = 0					

Q01	nilai variabel x pada persamaan bidang adalah				-138
Q02	nilai variabel y pada persamaan bidang adalah				-38
Q03	nilai variabel z pada persamaan bidang adalah				-122
Q04	nilai variabel d (konstanta) pada persamaan bidang adalah				974

$$(x - 8) - 138 + (y - 3) - 38 + (z - -2) - 122 = 0$$

$$-138x + -38y + -122z + 974 = 0$$

Dot Product



Terimakasih.....

Semangat Quiz 2!!!!

