Aljabar Linear

DETERMINAN

Pertemuan 3: Bab 2.1-2.4

AGENDA PERTEMUAN 3

metode **Gauss**

metode
Segitiga Atas

Determinan dengan **Kofaktor**

SPL dengan determinan
(Aturan Cramer)

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS

Setelah menyelesaikan pertemuan ini, mahasiswa diharapkan:

- Dapat Menghitung determinan
- Dapat Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier dengan menggunakan determinan

DETERMINANT METHOD

MATRIKS 3X3

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 2 & 8 & 5 \\ 6 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Cara biasa ~

MATRIKS 4X4

- Segitiga Atas
- Gauss
- Kofaktor

DETERMINAN CARA LAMA

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(A) = 3(-2) - 1(4) = -10$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ -4 & 5 \\ 7 & -8 \end{matrix}$$

$$\text{Det}(B) = (45+84+96) - (105+(-48)+(-72)$$

$$= 240$$

Mencari Determinan dengan

OBE

(Operasi Baris Elementer)

CARA MENGERJAKAN OBE

OBE

GAUSS

SEGITIGA ATAS/BAWAH

Determinan akan didapatkan dari perkalian diagonal utama

Bila A(nxn) matriks segitiga atas, matriks segitiga bawah, atau matriks diagonal, maka det(A) adalah *hasil kali dari elemen-elemen diagonal utama.*

Teorema 2.2.2

Pembuktian:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{matrix} 2 & 7 \\ 0 & -3 \\ 0 & 0 \end{matrix}$$

Semua perkalian silang menghasilkan 0 kecuali elemen diagonal utama

Sehingga, Det(A) = 2 x (-3) x 6


PENGARUH OBE
TERHADAP
DETERMINAN

PENGARUH OBE TERHADAP DETERMINAN

Sebelum melangkah lebih jauh diberikan contoh matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det}(A) &= (1+8+0) - (3+8+0) \\ &= 9 - 11 \\ &= -2 \end{aligned}$$

PENGARUH OBE (1)

Misal, baris pertama (b1) pada matriks A dikali dengan konstanta 4 menjadi matriks A1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \times 4 \\ \\ \\ \end{matrix} \Rightarrow A1 = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

PENGARUH OBE (1)

Maka akan didapatkan determinan matriks A1 sebagai berikut:

$$\mathrm{Det}(A1) = (4+32+0) - (12+32+0)$$
$$= 36 - 44$$
$$= -8$$

$$\mathbf{Det(A1) = 4\,Det(A)}$$

Dapat disimpulkan bahwa perkalian suatu baris dengan konstanta **k** akan mengalikan determinan dengan **k**.

PENGARUH OBE (2)

Misal, baris pertama (b1) pada matriks A ditukar dengan baris kedua (b2) menjadi matriks A2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

PENGARUH OBE (2)

Maka akan didapatkan determinan matriks A2 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathrm{Det}(A2) &= (0+3+8) - (8+0+1) \\ &= 11 - 9 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{Det(A2) = - Det(A)}$$

Dapat disimpulkan bahwa operasi tukar baris akan mengubah nilai determinan dari positif ke negatif atau sebaliknya.

PENGARUH OBE (3)

Misal, baris kedua (b2) pada matriks A dijumlahkan dengan hasil perkalian baris pertama (b1) dengan -2, menghasilkan matriks A3

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{b2 = b2 + (-2)b1} A3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

PENGARUH OBE (3)

Maka akan didapatkan determinan matriks A3 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Det(A3) &= ((-3)+(-4)+(-12)) - ((-9)+(-4)+(-4)) \\ &= (-19) - (-17) \\ &= -2 \end{aligned}$$

Det(A3) = Det(A)

Dapat disimpulkan bahwa operasi perkalian sebuah baris dengan konstanta $\underline{k}$ dan ditambah pada baris lain tidak akan merubah nilai determinan

Hitung det A dimana $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$

dengan mengubah matriks menjadi bentuk:

1. **Gauss**
2. **Segitiga Atas**

SOAL 1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

det A = 165

mencari det A dgn cara OBE → menj bentuk <u>gauss</u>

eselon baris

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 165$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 165$$

tukar baris 1 & 2

$$= -\underbrace{\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}_{-165} = 165$$

ITERASI 1

ITERASI 2

$$= -.3 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}_{-55} = 165$$

ITERASI 3

$$= -3 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 10 & -5 \end{vmatrix}}_{-55} = 165$$

ITERASI 4

$$= -3 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -55 \end{vmatrix}}_{-55} = 165$$

ITERASI 5

$$= -3.-55 \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}}_{1} = 165$$

$$= 165$$

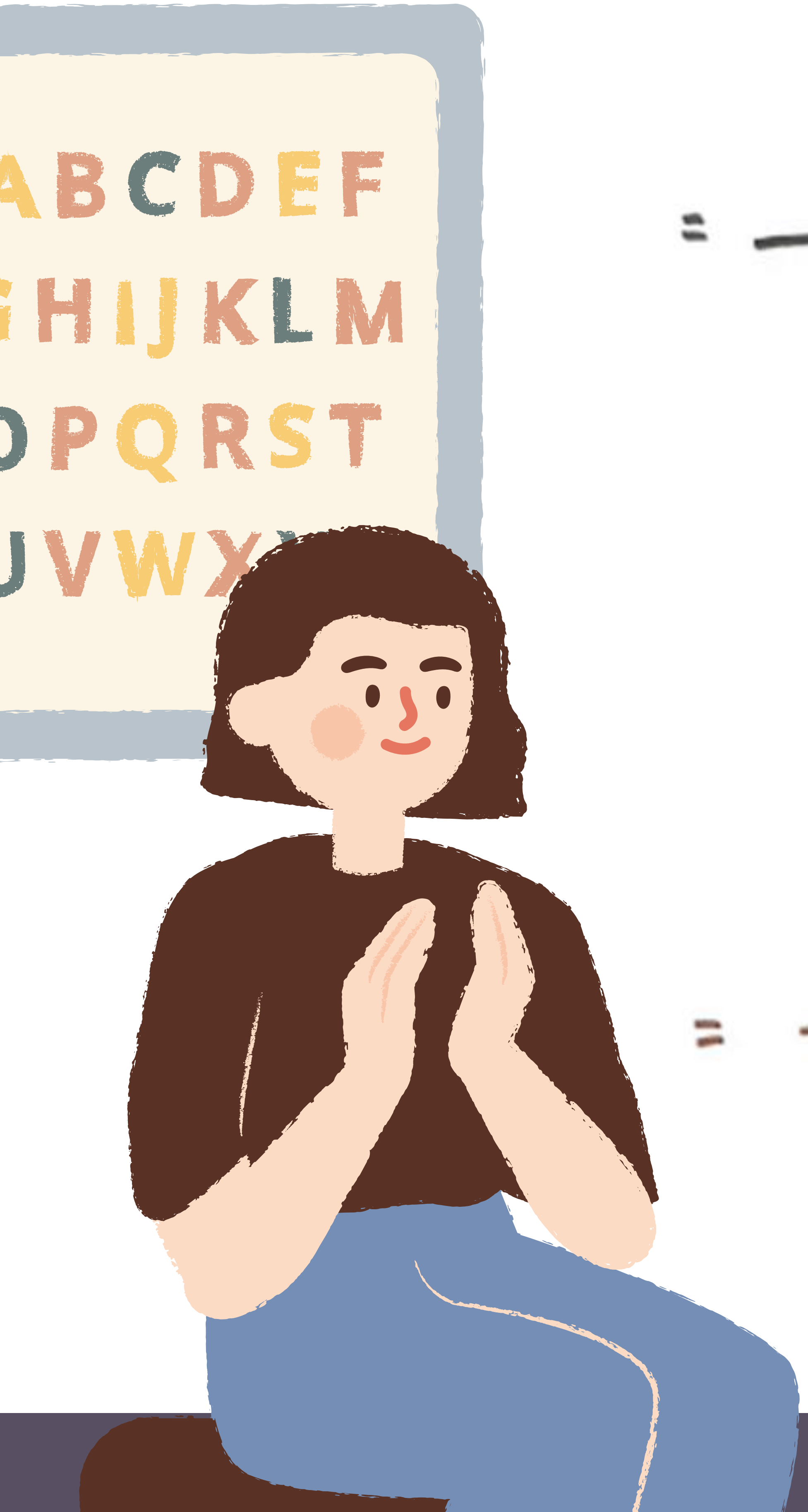
SOAL 2

9

mencari det A dgn cara $\xrightarrow{OBE}$ menj bentuk △ atas

$$\det A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 165$$

$$= -\underbrace{\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}_{-165} = 165$$



ITERASI 1

$$= -\underbrace{\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}}_{-165} = 165$$

ITERASI 2

$$= -\underbrace{\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 10 & -5 \end{vmatrix}}_{-165} = 165$$

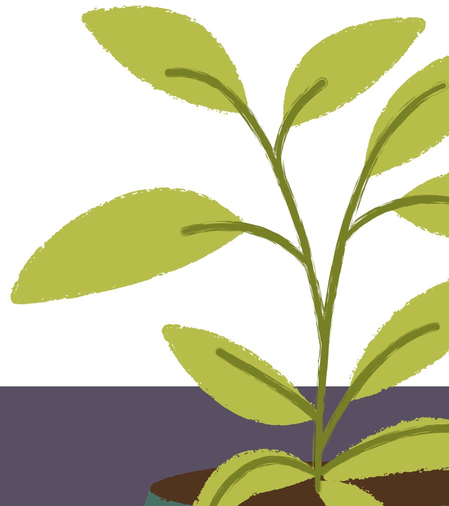
ITERASI 3

$$= -\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -55 \end{vmatrix} = 165$$

HASIL

$$= - \cdot 3 \cdot 1 \cdot -55$$

$$= 165 \,//$$

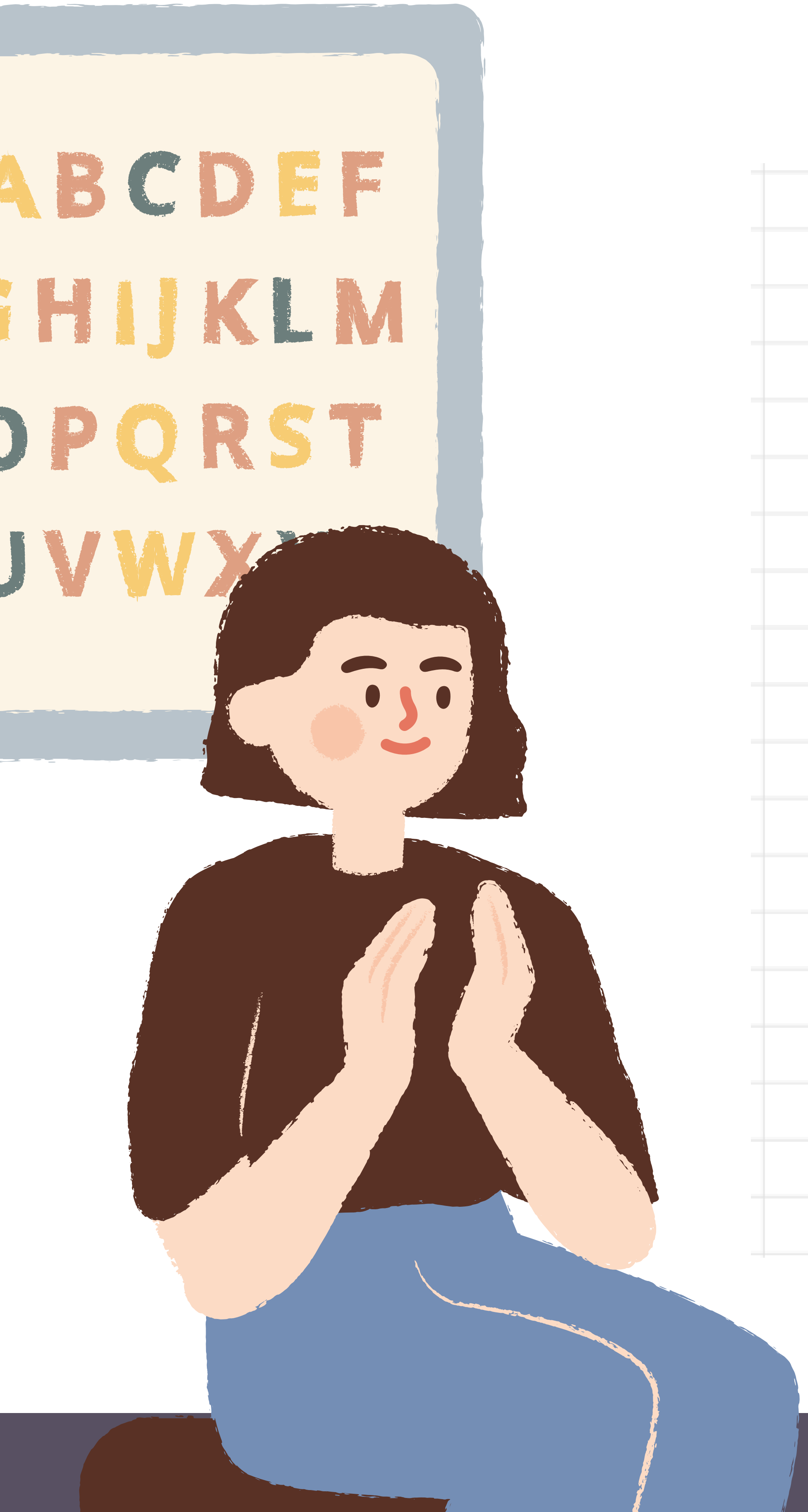


SOAL 3

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -3 & 5 \\ -5 & -1 & 7 & 2 \\ 9 & 4 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

cari determinan matriks disamping dengan mengubahnya menjadi bentuk gauss

Proses Iterasi

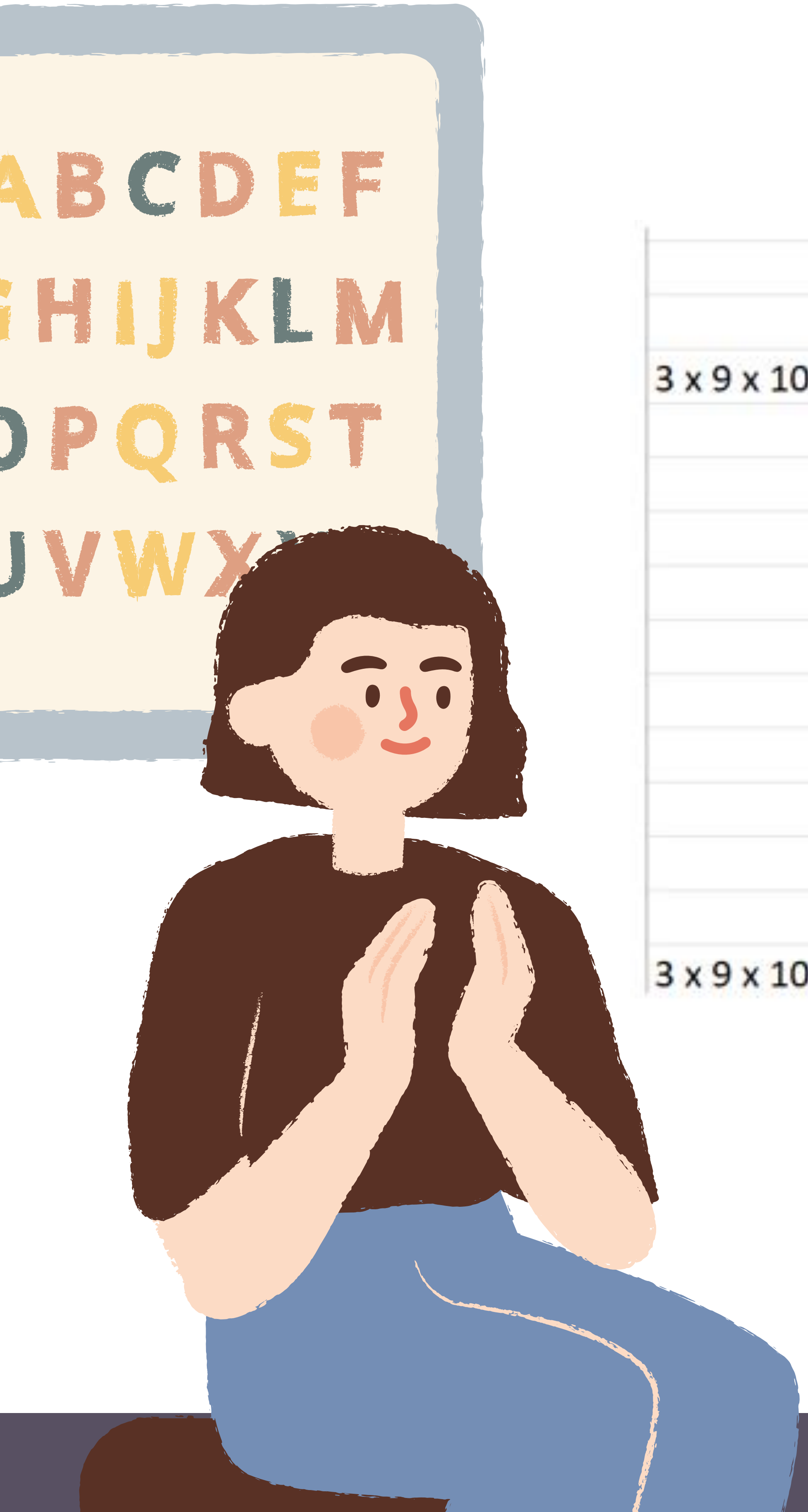


	1	2	-1	1.67	iterasi ke 1, berapa isi sel A(1,4)	1.67
	-5	-1	7	-2		
3	9	4	-2	3		
	4	-5	6	6		
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 2, berapa isi sel A(2,4)	6.35
	0	9	2	6.35		
	9	4	-2	3		
	4	-5	6	6		
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 3, berapa isi sel A(3,4)	-12.03
	0	9	2	6.35		
	0	-14	7	-12.03		
	4	-5	6	6		
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 4, berapa isi sel A(4,2)	-13
	0	9	2	6.35		
	0	-14	7	-12.03		
	0	-13	10	-0.68		

Proses Iterasi

	1	2	-1	1.67	iterasi ke 5, berapa isi sel A(2,4)	0.71
3 x 9	0	1	0.22	0.71		
	0	-14	7	-12.03		
	0	-13	10	-0.68		
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 6, berapa isi sel A(3,3)	10.08
	0	1	0.22	0.71		
	0	0	10.08	-2.09		
	0	-13	10	-0.68		
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 7, berapa isi sel A(4,4)	8.55
	0	1	0.22	0.71		
	0	0	10.08	-2.09		
	0	0	12.86	8.55		

Proses Iterasi



	1	2	-1	1.67	iterasi ke 8, berapa isi sel A(3,4)		-0.21
	0	1	0.22	0.71			
3 x 9 x 10.08	0	0	1	-0.21			
	0	0	12.86	8.55			
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 9, berapa isi sel A(4,4)		11.25
	0	1	0.22	0.71			
	0	0	1	-0.21			
	0	0	0	11.25			
	1	2	-1	1.67	iterasi ke 10, berapa isi sel A(4,6)		
	0	1	0.22	0.71			
	0	0	1	-0.21			
3 x 9 x 10.08 x 11,25	0	0	0	1	Determinan A =	3062	

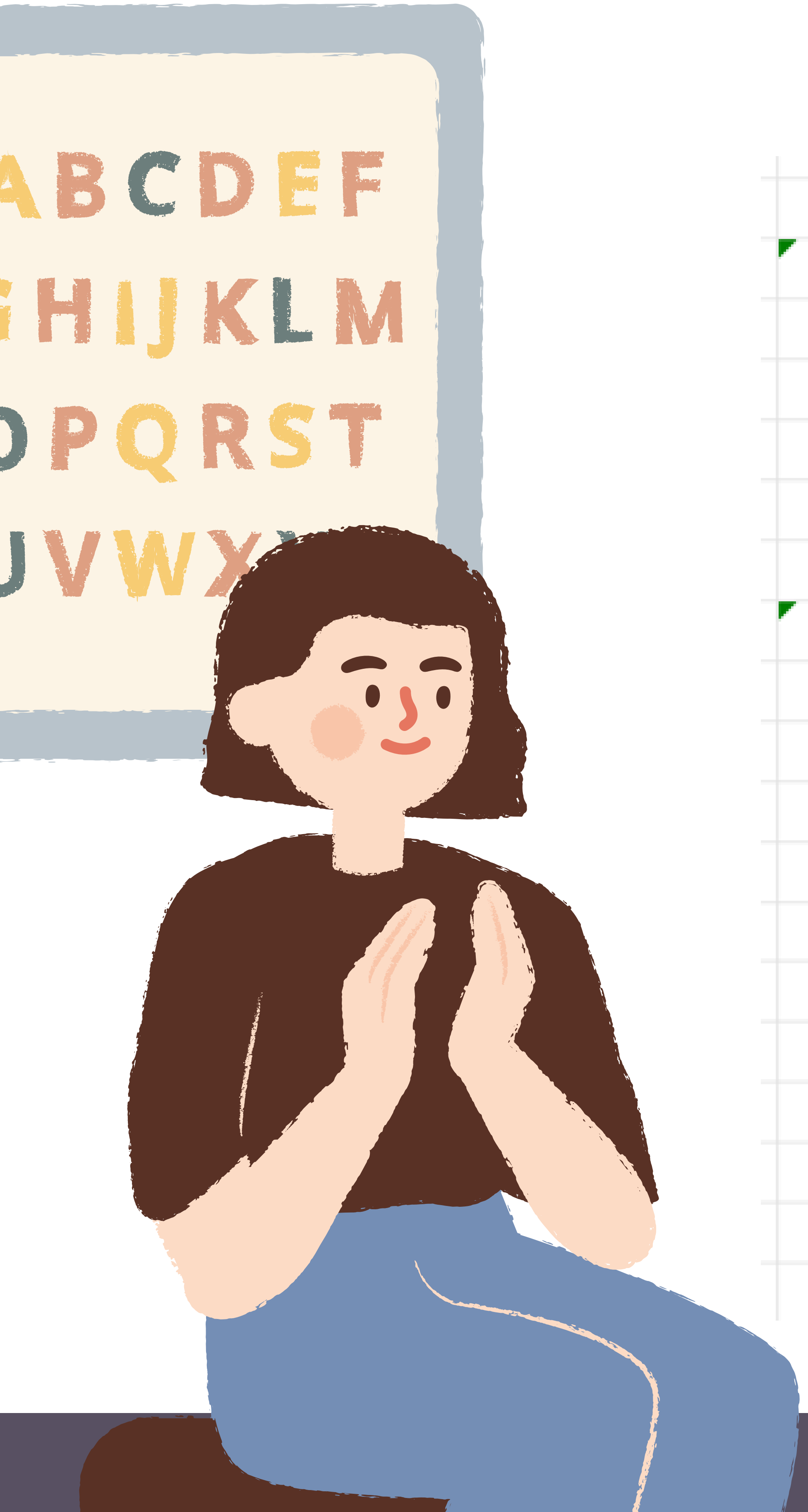
SOAL 4

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -3 & 5 \\ -5 & -1 & 7 & 2 \\ 9 & 4 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

cari determinan matriks disamping dengan mengubahnya menjadi bentuk segitiga atas

DIKERJAIN DI PAPAN GAK SIH??

Proses Iterasi



3	6	-3	5	iterasi ke 1, berapa isi sel A(2,4)	6.33
0	9	2	6.33		
9	4	-2	3		
4	-5	6	6		
3	6	-3	5	iterasi ke 2, berapa isi sel A(3,3)	7
0	9	2	6.33		
0	-14	7	-12		
4	-5	6	6		
3	6	-3	5	iterasi ke 3, berapa isi sel A(4,4)	-0.67
0	9	2	6.33		
0	-14	7	-12		
0	-13	10	-0.67		
3	6	-3	5	iterasi ke 4, berapa isi sel A(3,3)	10.11
0	9	2	6.33		
0	0	10.11	-2.15		
0	-13	10	-0.67		

Proses Iterasi

3	6	-3	5		iterasi ke 5, berapa isi sel A(4,3)	12.89
0	9	2	6.33			
0	0	10.11	-2.15			
0	0	12.89	8.47			
3	6	-3	5		iterasi ke 6, berapa isi sel A(4,4)	11.21
0	9	2	6.33			
0	0	10.11	-2.15	3059.99		
0	0	0	11.21			

$$\text{Det} = 3 \times 9 \times 10.11 \times 11.21 = 3059.99$$

SIFAT-SIFAT FUNGSI DETERMINAN

SIFAT DETERMINAN (1)

Determinan bisa bernilai 0, jika memenuhi syarat-syarat berikut:

- ada 2 kolom yang sebanding
- ada 2 baris yang sebanding
- ada 1 baris yang seluruhnya bernilai 0

NIHH BUKTINYA!!!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ -4 & 8 & 4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

Dari Matriks A di atas, secara kasat mata kita tahu bahwa kolom 2 adalah kelipatan -2 dari kolom 1

Dengan melakukan OBE agar kita mencari bentuk segitiga atas, akan diperoleh hasil akhir:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 32 \\ 0 & 0 & -11 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} Det(A) &= (1 \,.\, 0 \,.\, (-11)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$Det(A) = 0$

Bila A adalah matriks persegi (nxn), maka:

det (A) = det (A^T)

A^T adalah bentuk transpose dari matriks A

Teorema

Pembuktian:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

det(A) = -2

det(A^T) = -2

TEOREMA TERBUKTI

SIFAT DETERMINAN (3)

det(k.A) = k^n det (A)

*n = jumlah baris

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$ Det(A) = 4

$$5A = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 10 & 10 \end{bmatrix}$$ Det(5A) = 100

Maka:

Det(5A) = 5^2 x 4

Dapat disimpulkan kalau sifat tersebut TERBUKTI

$\det(A'') = \det(A) + \det(A')$

JIKA

ada 1 baris pada A'' yang entri nya penjumlahan dari entri A dan A'

Teorema

Pembuktian:

$$A'' = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1+0 & 4+1 & 7-1 \end{bmatrix} \qquad \det(A'') = -28$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix} \qquad A' = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$\det(A) = -49$ $\qquad$ $\det(A') = 21$

sesuai teorema:

$$\det(A'') = \det(A) + \det(A') = -49 + 21 = -28$$

TEOREMA TERBUKTI

Jika A dan B matriks kuadrat (nxn) berukuran sama:

det (AB)
= det (A).det(B)

Teorema

Pembuktian:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

det(A) = 1 det(B) = -23

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 17 \\ 3 & 14 \end{bmatrix}$$

det(AB) = -23

sesuai teorema:

det(AB) = det(A) . det(B)
= 1 . -23 = -23

TEOREMA TERBUKTI

Sebuah matriks A (nxn) dapat dibalik (invers) jika:

det(A) <>0

maka,
det(A^-1) = 1/det(A)

Teorema

Pembuktian:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

det(A) = -10

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -0{,}1 & 0{,}43 \\ 0{,}3 & -0{,}2 \end{bmatrix}$$

det(A^-1) = -0,1

sesuai teorema:

det(A^-1) = 1 / det(A)
= 1 / -10
= - 0,1

TEOREMA TERBUKTI


Mencari Determinan dengan
KOFAKTOR

MINOR

adalah HASIL DETERMINAN matriks bagian dari suatu matriks yang diperoleh dengan menghilangkan elemen-elemen dari baris i dan kolom j. Minor dilambangkan dengan:

$$M_{ij}$$

Jumlah Minor dalam suatu matriks itu bergantung dengan jumlah elemen matriks asalnya, jika Matriks asal berukuran 2x2 maka Minor matriks tersebut berjumlah 4. Sedangkan untuk matriks berukuran 3x3 maka Minor matriks tersebut berjumlah 9

CONTOH:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

CARI SELURUH MINOR DARI MATRIKS TERSEBUT !

pada matriks 3x3, minor yang terdapat pada matriks tersebut berjumlah 9

M_{11}

$= \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

$= 12$

M_{12}

$= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$= -6$

M_{13}

$= \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$= -16$

M_{21}

$= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

$= -4$

M_{22}

$= \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$= 2$

M_{13}

$= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$

$= -16$

LANJUTAN:

$$M_{31} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = 12$$

$$M_{32} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = 10$$

$$M_{33} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} = 16$$

PERLU DIPERHATIKAN !!

PASTIKAN TIAP BARIS DAN KOLOM SESUAI DENGAN PERMINTAAN SOAL

KOFAKTOR

adalah perkalian MINOR dengan suatu angka yang besar nya menuruti aturan, yakni:

$$-1^{i+j}$$

dimana i adalah baris dan j adalah kolom. Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j seringkali disimbolkan dalam bentuk cij. Rumus dari kofaktor:

$$c_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij}$$

$$\text{Kofaktor } A = \begin{pmatrix} +m_{11} & -m_{12} & +m_{13} \\ -m_{21} & +m_{22} & -m_{23} \\ +m_{31} & -m_{32} & +m_{33} \end{pmatrix}$$

Gambar di atas adalah contoh matriks Kofaktor dari Matriks A

Dimana tiap elemen matriks kofaktor A adalah nilai kofaktor dari Matriks A

CONTOH:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

CARI KOFAKTOR DARI MATRIKS TERSEBUT !

berdasarkan hasil dari minor matriks A sebelumnya, kita bisa menemukan matriks kofaktor dari matriks A

$$\text{kofaktor } A = \begin{bmatrix} +12 & -(-6) & +(-16) \\ -(-4) & +2 & -(-16) \\ +12 & -10 & +16 \end{bmatrix}$$

$$\text{kofaktor } A = \begin{bmatrix} 12 & 6 & -16 \\ 4 & 2 & 16 \\ 12 & -10 & 16 \end{bmatrix}$$

MENCARI DETERMINAN DENGAN KOFAKTOR!!

kita bisa mencari determinan suatu matriks dengan kofaktor baris-n atau kolom ke-n

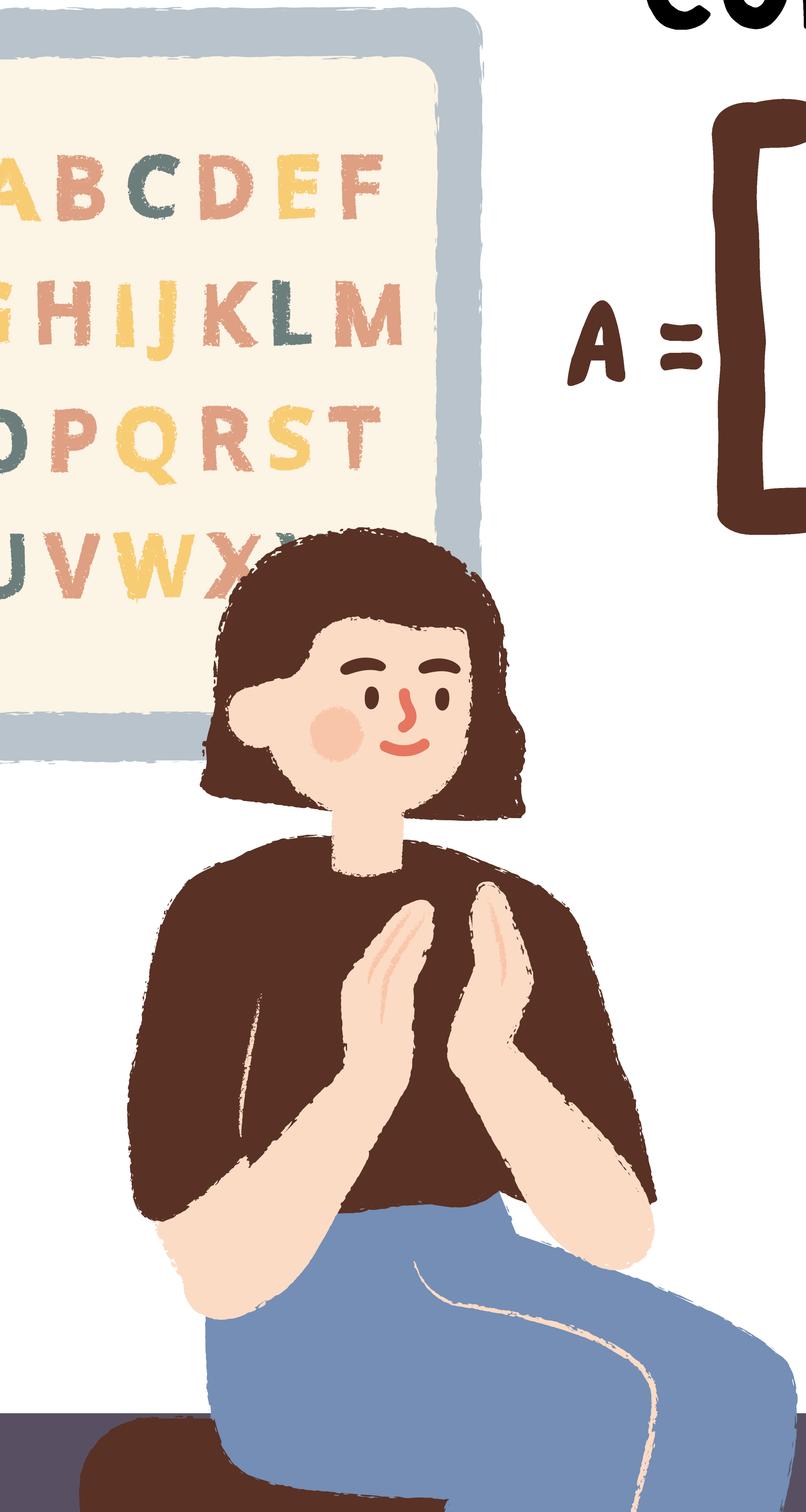
misalkan kita menggunakan kofaktor
baris pertama:

det(A) = $a_{11}.c_{11} + a_{12}.c_{12} + a_{13}.c_{13}$

*a = elemen matriks A
*c = elemen matriks kofaktor A

CONTOH!!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$



kita mencari determinan matriks A menggunakan kofaktor baris pertama:

det(A) =

$$a_{11}.\,c_{11} + a_{12}.\,c_{12} + a_{13}.\,c_{13}$$

det A dgn cara baris pertama

$$\det A = 3\,.\,12 + 2\,.\,6 + -1\,.\,(-16)$$
$$= 36 + 12 + 16$$
$$= 64$$

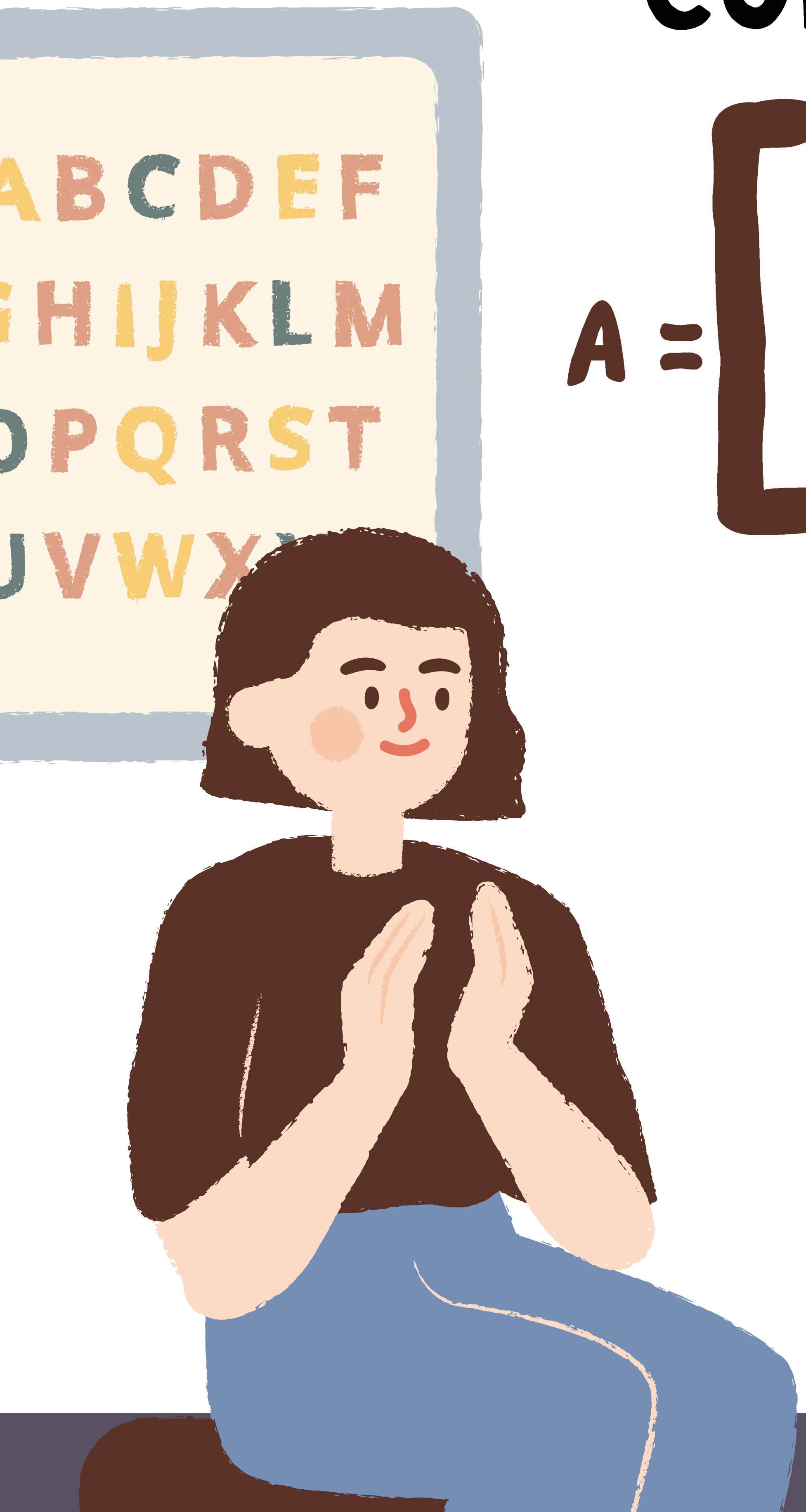
CONTOH 2 !!

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 6 & 3 \\ 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

kita mencari determinan matriks A menggunakan kofaktor kolom ketiga:

det(A) =

$$a_{13} \cdot c_{13} + a_{23} \cdot c_{23} + a_{33} \cdot c_{33}$$



det A dgn cara kolom ketiga

$$\det A = -1 \cdot (-16) + 3 \cdot 16 + 0 \cdot 16$$
$$= 16 + 48 + 0$$
$$= 64$$

SPL DENGAN DETERMINAN (CRAMER)

Solusi untuk Sistem Persamaan Linier

$Ax = b$

A matriks koefisien;
b vektor (nx1);
x vektor yang dicari

Teorema 2.4.3

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}$$

$i = 1, 2, 3, \ldots, n$

di mana A_i adalah matriks A dengan menggantikan kolom-i dengan (vektor) b

ATURAN CRAMER :

A . X = B

$$x1 = \frac{\det(A1)}{\det(A)} \qquad x2 = \frac{\det(A2)}{\det(A)} \qquad x3 = \frac{\det(An)}{\det(A)}$$

Untuk Aj → mengganti kolom ke j dengan matrix B

SOAL 5

Gunakan aturan Cramer untuk menyelesaikan SPL berikut

$$
\begin{aligned}
x_1 \qquad\quad + 2x_3 &= 6 \\
-3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 30 \\
-1x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 8
\end{aligned}
$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A1 = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 30 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 3 \end{bmatrix} \qquad x1 = \frac{\det(A1)}{\det(A)} = \frac{-40}{44} = \frac{-10}{11}$$

$$A2 = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -3 & 30 & 6 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix} \qquad x2 = \frac{\det(A2)}{\det(A)} = \frac{72}{44} = \frac{16}{11}$$

$$A3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ -3 & 4 & 30 \\ -1 & -2 & 8 \end{bmatrix} \qquad x3 = \frac{\det(A3)}{\det(A)} = \frac{152}{44} = \frac{38}{11}$$

SOAL 6

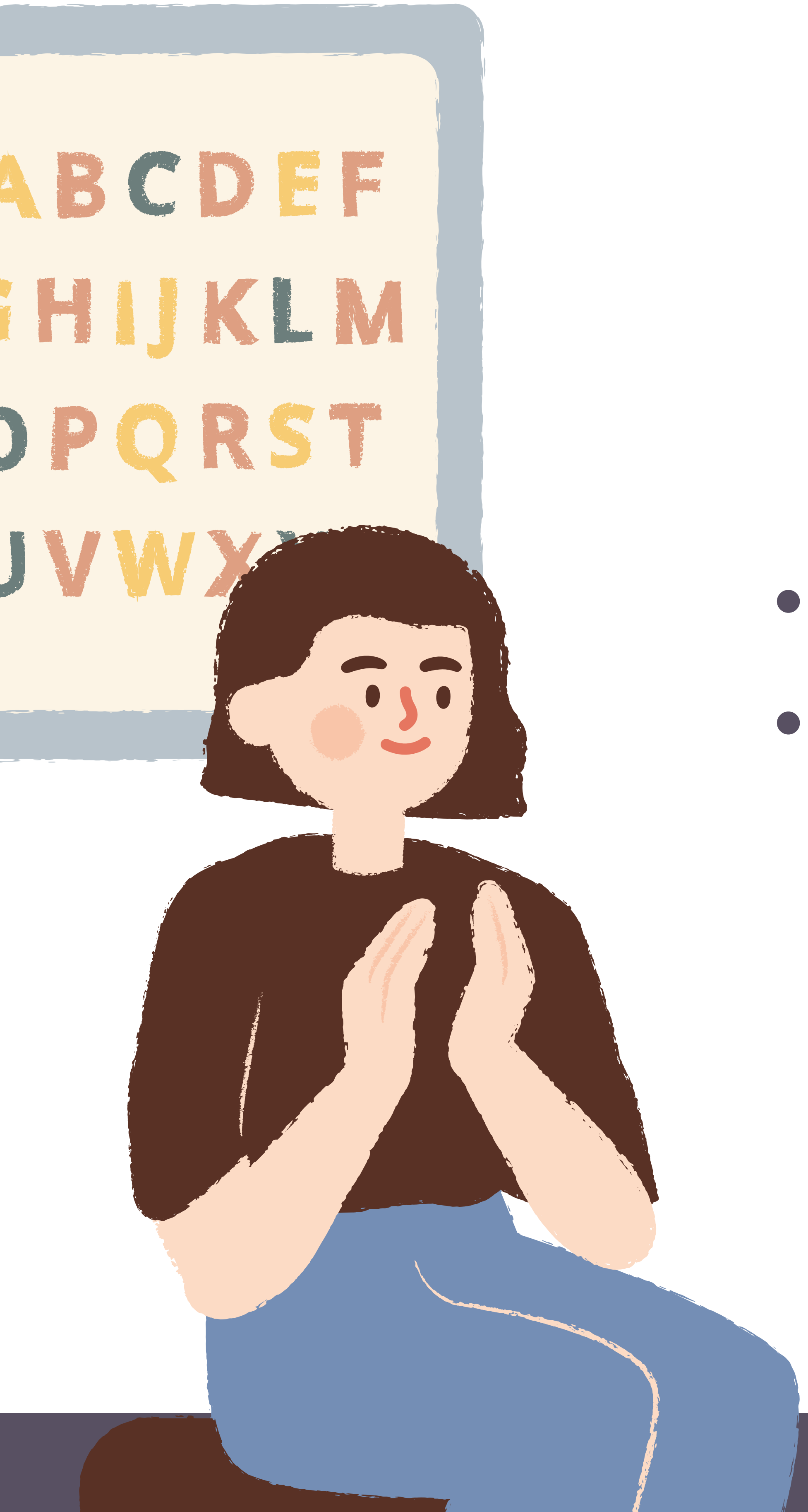
Carilah nilai x, y dan z dengan menggunakan aturan cramer :

- Carilah determinan A dengan menggunakan perkalian kofaktor untuk baris pertama
- Carilah determinan A(x) dengan menggunakan perkalian kofaktor untuk baris kedua
- Carilah determinan A(y) dengan menggunakan perkalian kofaktor untuk kolom pertama
- Carilah determinan A(z) dengan menggunakan perkalian kofaktor untuk kolom ketiga

$$
\begin{aligned}
-5x + 7z &= -32 \\
3y - 6z &= 48 \\
2x + y + 4z &= -24
\end{aligned}
$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & -6 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{Kofaktor } A = \begin{bmatrix} 18 & -12 & -6 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Determinan A = (-5x18) + (0x-12) + (7x-6) = -132

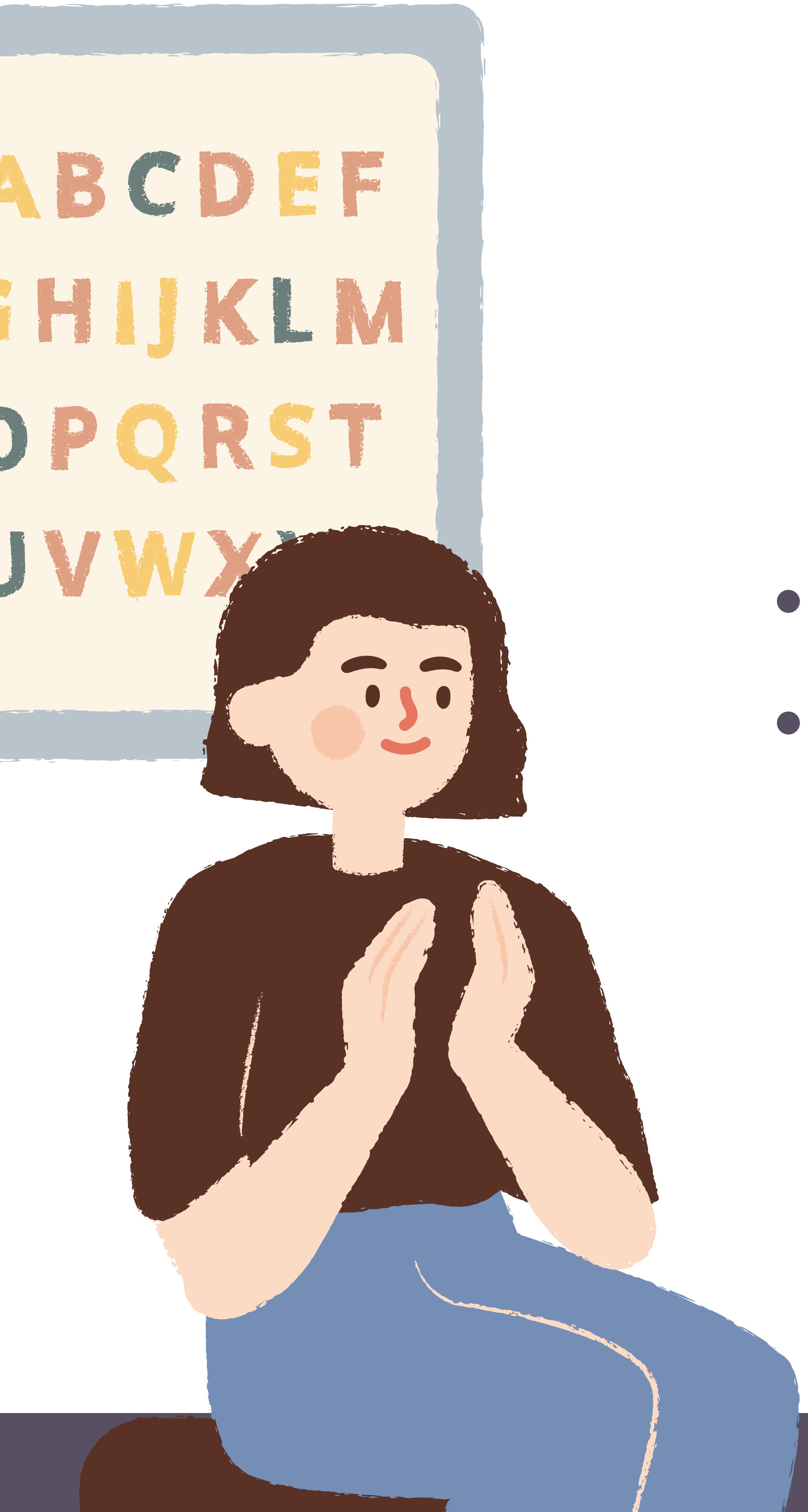


$$A(x) = \begin{bmatrix} -32 & 0 & 7 \\ 48 & 4 & -6 \\ -24 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- Kofaktor A(x) untuk baris kedua [7, 40, 32]
- Determinan A(x) = (7 x 48) + (40 x 3) + (32 x -6) = 264

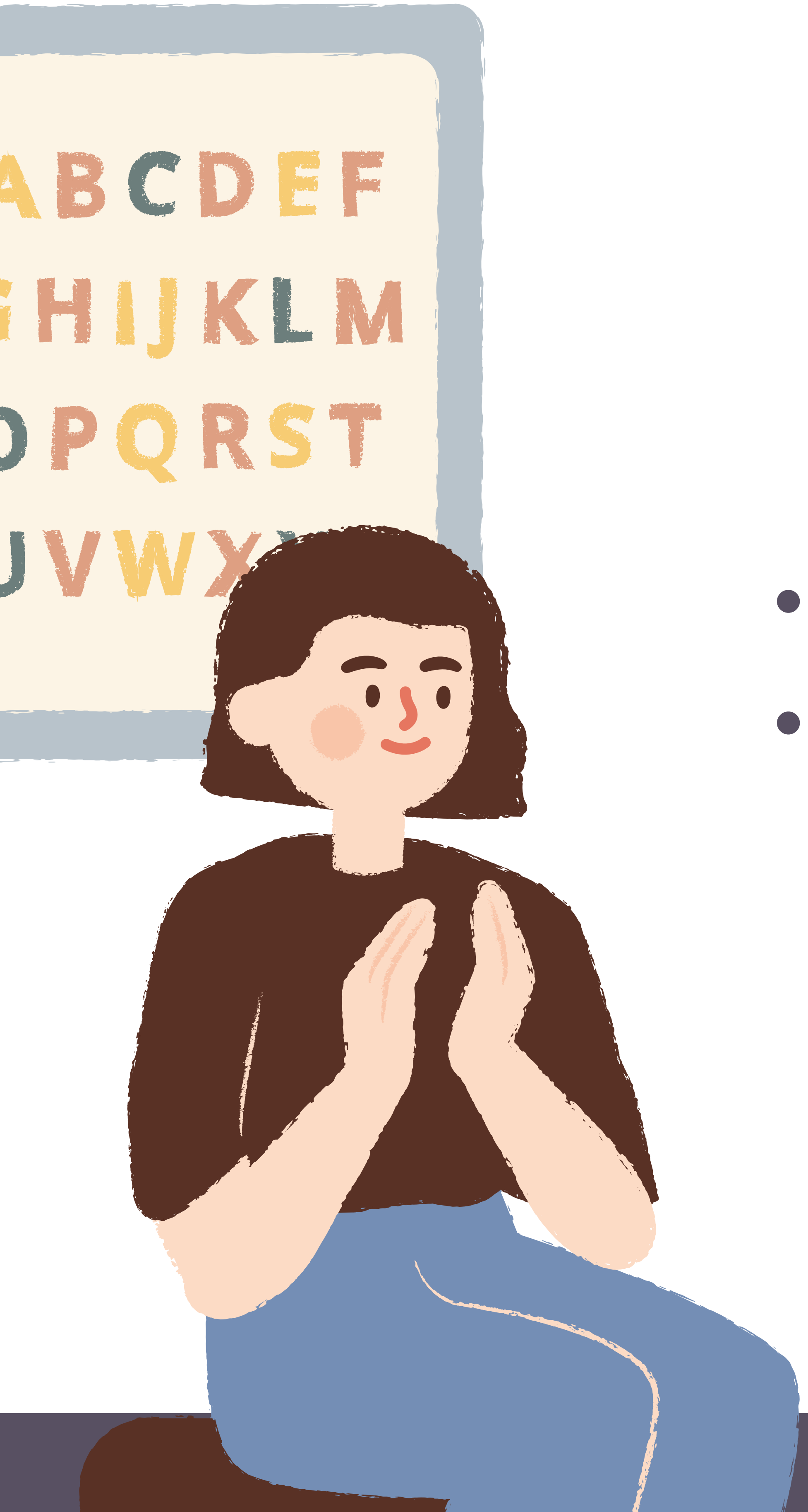
$$X = \frac{\det A(x)}{\det(A)} = \frac{264}{-132} = -2$$

$$A(y) = \begin{bmatrix} -5 & -32 & 7 \\ 0 & 48 & -6 \\ 2 & -24 & 4 \end{bmatrix}$$



- Kofaktor A(y) untuk kolom pertama [48, 40, -144]
- Determinan A(y) = (48 x -5) + (0 x 40) + (2 x -144) = -528

$$X = \frac{\det A(x)}{\det(A)} = \frac{-528}{-132} = 4$$



$$A(z) = \begin{bmatrix} -5 & 0 & -32 \\ 0 & 3 & 48 \\ 2 & 1 & -24 \end{bmatrix}$$

- Kofaktor A(z) untuk kolom ketiga = [-6, 5, -15]
- Determinan A(z) = (32 x -6) + (48 x 5) + (-24 x -15) = 729

$$X = \frac{\det A(y)}{\det(A)} = \frac{729}{-132} = 6$$

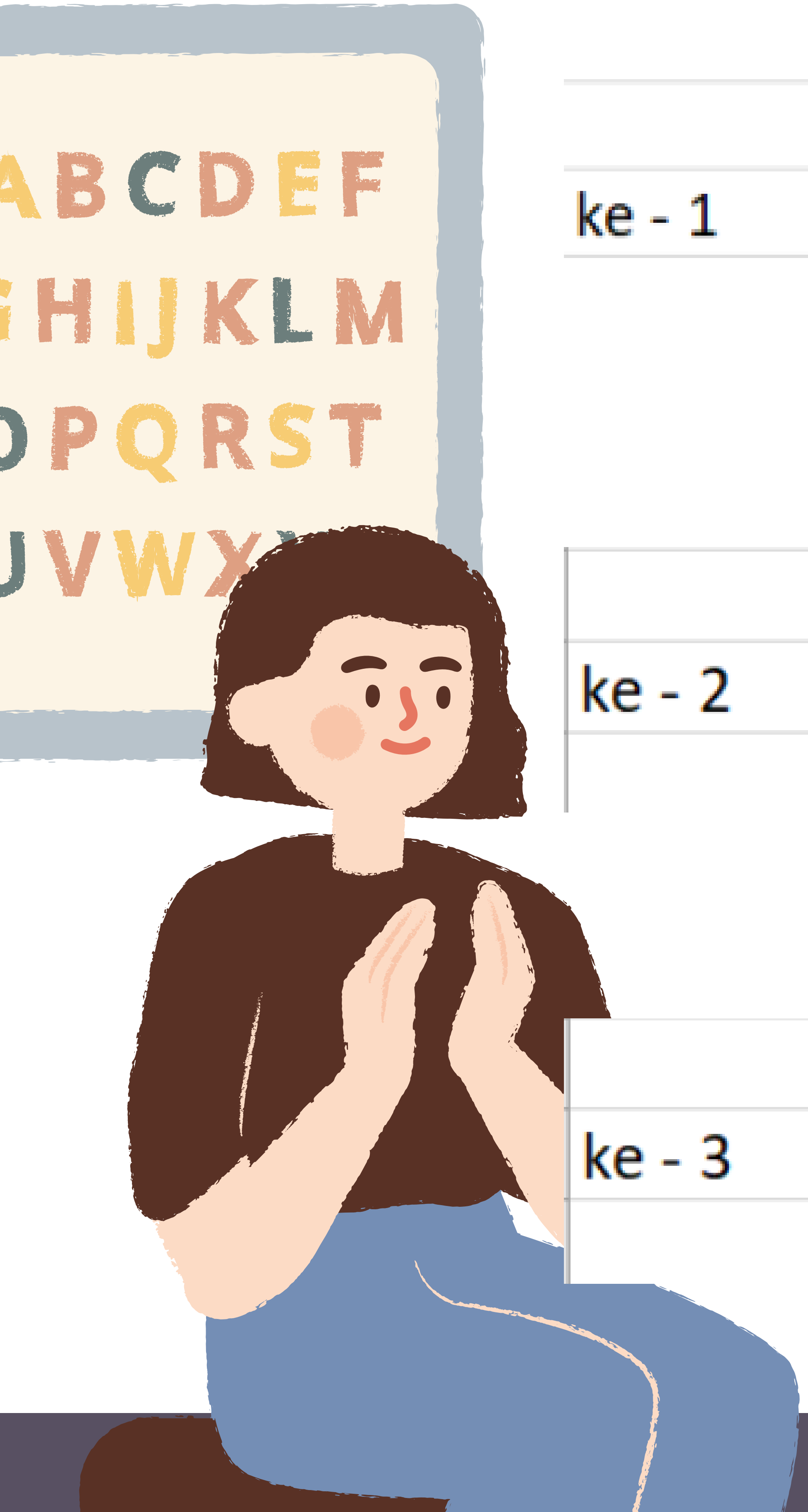
SOAL 7

Carilah nilai X, Y, Z dengan menggunakan atura cramer dengan merubah menjadi bentuk gauss

$$4x - 3z = 40$$
$$3x - 6y + 9z = 15$$
$$7y - 3z = -23$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \\ 0 & 7 & -3 \end{bmatrix}$$

1. Pada iterasi ke-1, berapa isi sel A(1,3) = -0,75
2. Pada iterasi ke-2, berapa isi sel A(2,3) = 11,25
3. Pada iterasi ke-3, berapa isi sel A(2,3) = -1,88
4. Pada iterasi ke-4, berapa isi sel A(3,3) = 10,16
5. Berapakah determinan matriks A = -243,8



ke - 1	A =	4

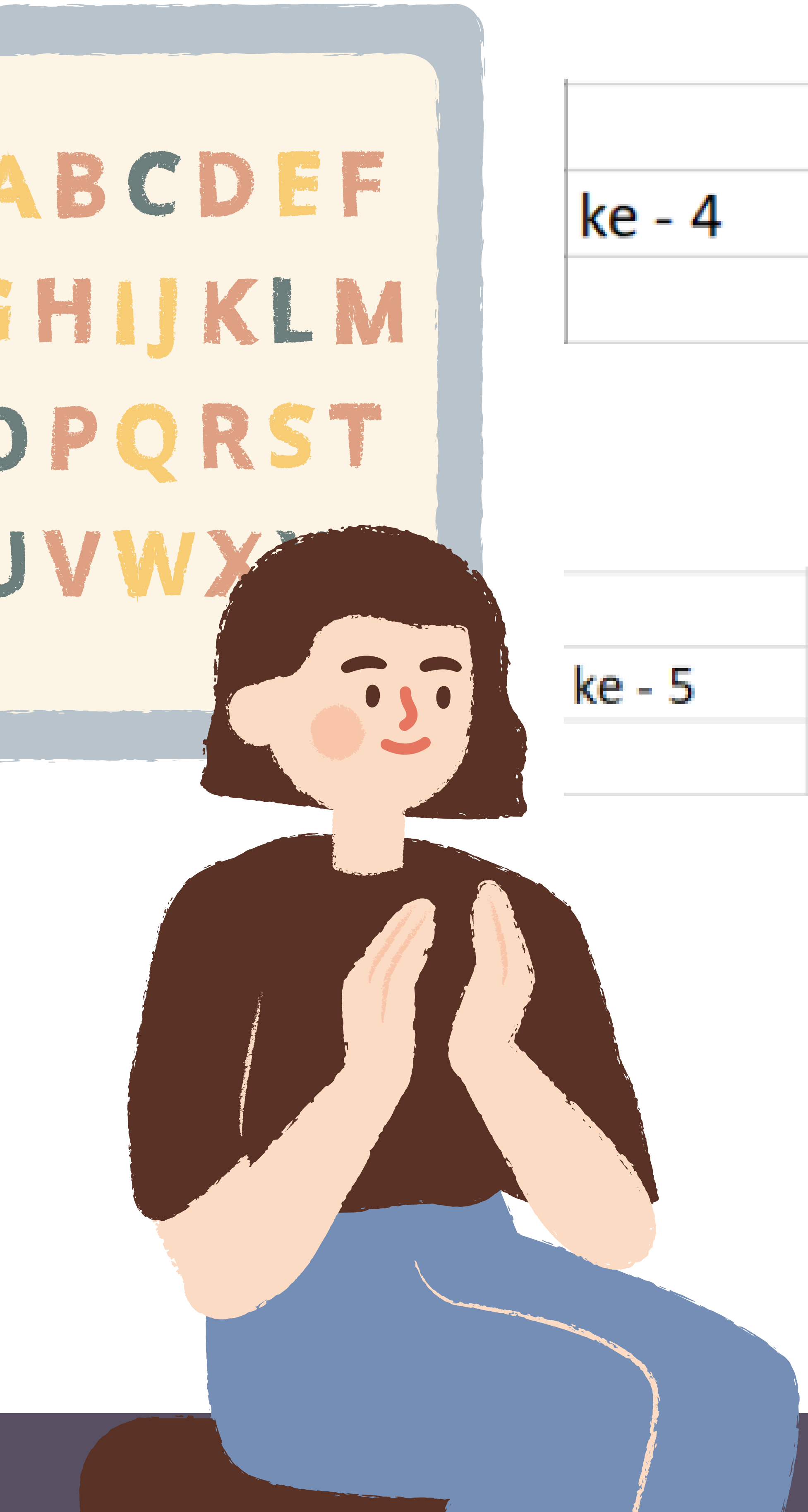
1	0	-0,75
3	-6	9
0	7	-3

ke - 2	A =	4

1	0	-0,75
0	-6	11,25
0	7	-3

ke - 3	A =	4	-6

1	0	-0,75
0	1	-1,88
0	7	-3



ke - 4	A =	4	-6

1	0	-0,75
0	1	-1,88
0	0	10,16

ke - 5	A =	4	-6	10,16

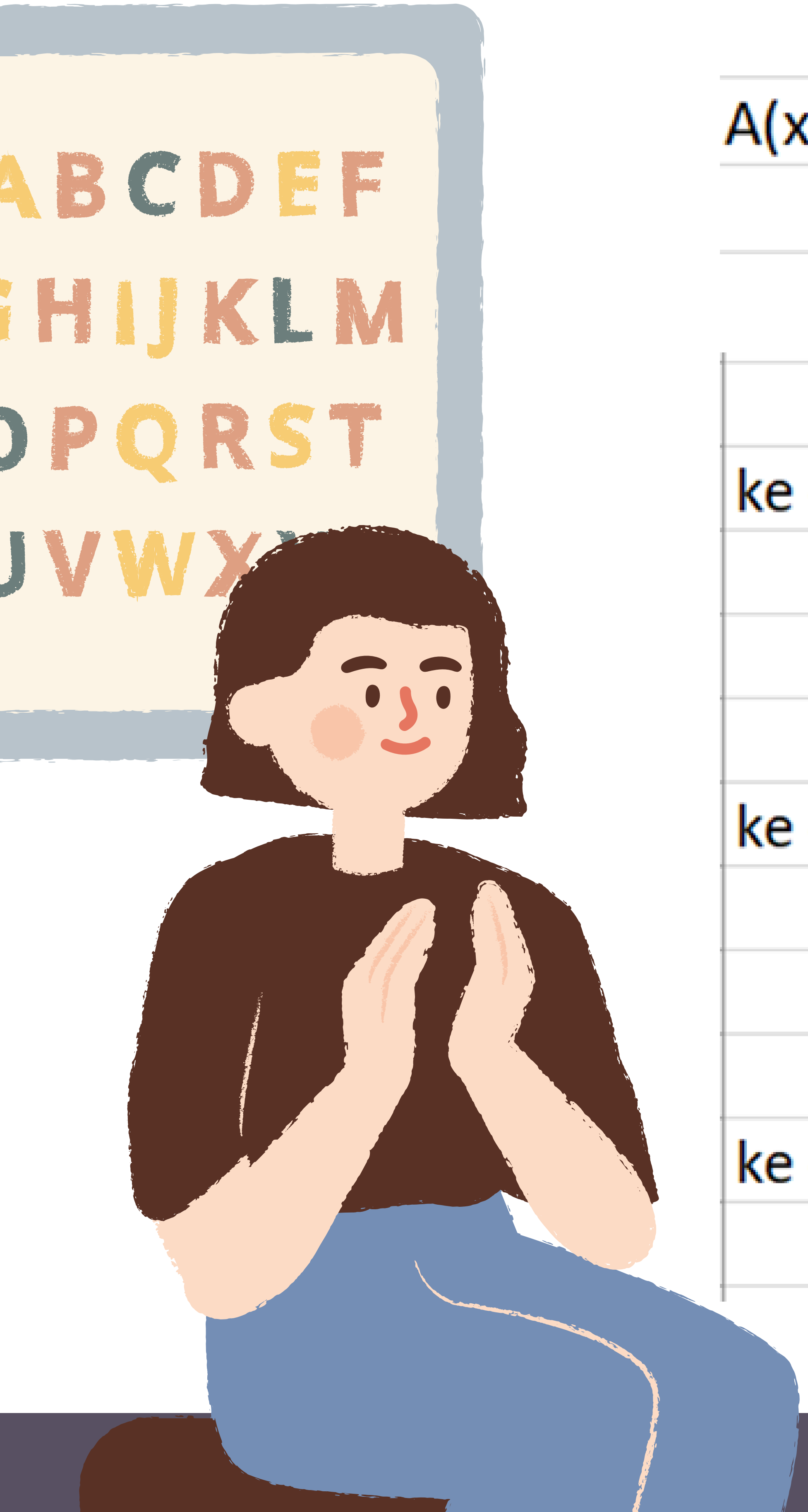
1	0	-0,75
0	1	-1,88
0	0	1

Maka: $\text{Det}A = 4 \times (-6) \times 10{,}16$

$= -243{,}84$

Carilah determinan A(x) dengan merubah menjadi bentuk segitiga atas

1. Pada iterasi ke-1, berapa isi sel A(2,3) = 10,13
2. Pada iterasi ke-2, berapa isi sel A(3,3) = -4,73
3. Pada iterasi ke-3, berapa isi sel A(3,3) = 7,09
4. Berapakah determinan matriks A(x) = -1701.60
5. Berapakah nilai X = 6.98



	40	0	-3
A(x)=	15	-6	9
	-23	7	-3

		40	0	-3,00
ke - 1	A(x)=	0	-6	10,13
		-23	7	-3
		40	0	-3
ke - 2	A(x)=	0	-6	10,13
		0	7	-4,73
		40	0	-3
ke - 3	A(x)=	0	-6	10,13
		0	0	7,09

Maka: Det A(x) = -1701,60

X = 6,98

Carilah determinan A(y) dengan menggunakan perkalian kofaktor kolom kedua

1. Berapa Kofaktor Ay(1,2) = 9
2. Berapa Kofaktor Ay(2,2) = -12
3. Berapa Kofaktor Ay(3,2) = -45
4. Berapa determinan Ay(x) = 1215
5. Berapa nilai Y = -4,98

	4	40	-3
A(y)=	3	15	9
	0	-23	-3

Carilah determinan A(z) dengan menggunakan perkalian kofaktor baris ketiga

1. Berapa Kofaktor Az(3,1) = 240
2. Berapa Kofaktor Az(3,2) = 60
3. Berapa Kofaktor Az(3,3) = -24
4. Berapa determinan A(z) = 972
5. Berapa nilai Z = -3,99

	4	0	40
A(z) =	3	-6	15
	0	7	-23

SOAL 8

CARILAH NILAI X, Y, Z DENGAN MENGGUNAKAN ATURAN CRAMER

$$6x + y + 9z = 4$$
$$5x - 2y - 3z = -48$$
$$-7x + 6y - 2z = 71$$

KERJAKAN DI PAPAN :)

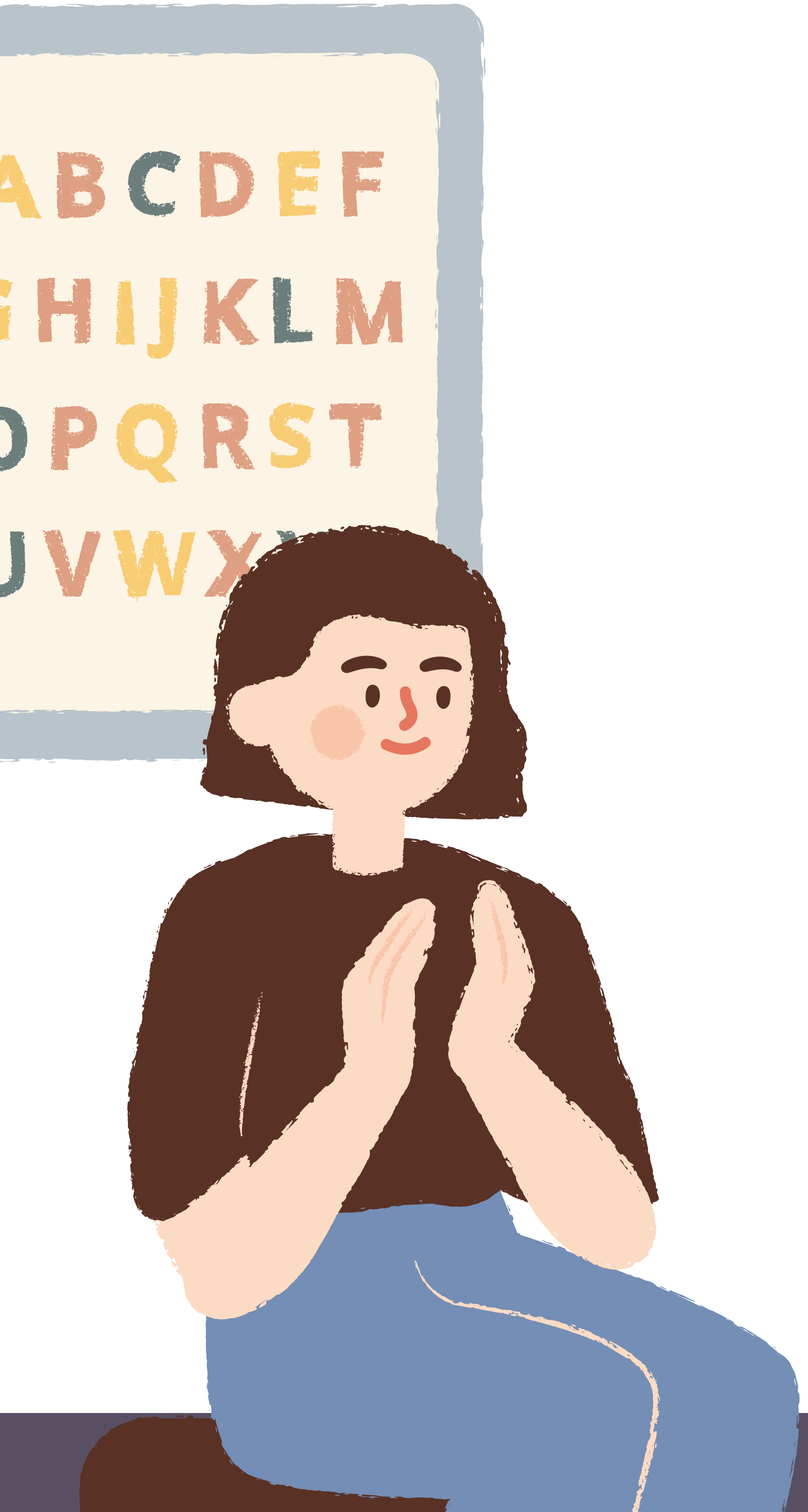
1. Carilah determinan A dengan menggunakan perkalian kofaktor kolom ketiga Berapa kofaktor A(1,3)? 16
2. Berapa kofaktor A(2,3)? .... -43
3. Berapa kofaktor A(3,3)? .... -17
4. Berapa determinan matriks A? 307

	4	1	9
A(x)=	-48	-2	-3
	71	6	-2

Carilah determinan A(x) dengan merubah menjadi bentuk gauss

- Pada iterasi ke-1, berapa isi sel Ax(1,3)? 2.25
- Pada iterasi ke-2, berapa isi sel Ax(2,2)? 10
- Pada iterasi ke-3, berapa isi sel Ax(3,3)? .... -11.75
- Pada iterasi ke-4, berapa isi sel Ax(3,3)? 10.5
- Pada iterasi ke-5, berapa isi sel Ax(3,3)? .... -38.38
- Berapakah determinan A(x)? .... -1535.20
- Berapakah nilai X? .... -5

	4	1	9
A(x)=	-48	-2	-3
	71	6	-2



			1	0.25	2.25
ke-1	A(x)=	4	-48	-2	-3
			71	6	-2
			1	0.25	2.25
ke-2	A(x)=	4	0	10	105
			71	6	-2
			1	0.25	2.25
ke-3	A(x)=	4	0	10	105
			0	-11.75	-161.75

ke-4	A(x)=	4	10

1	0.25	2.25
0	1	10.5
0	-11.75	-161.75

ke-5	A(x)=	4	10

1	0.25	2.25
0	1	10.5
0	0	-38.38

ke-6	A(x)=	4	10	-38.38

1	0.25	2.25
0	1	10.5
0	0	1

Maka: Det A(x) = 4 x 10 x (-38,38)

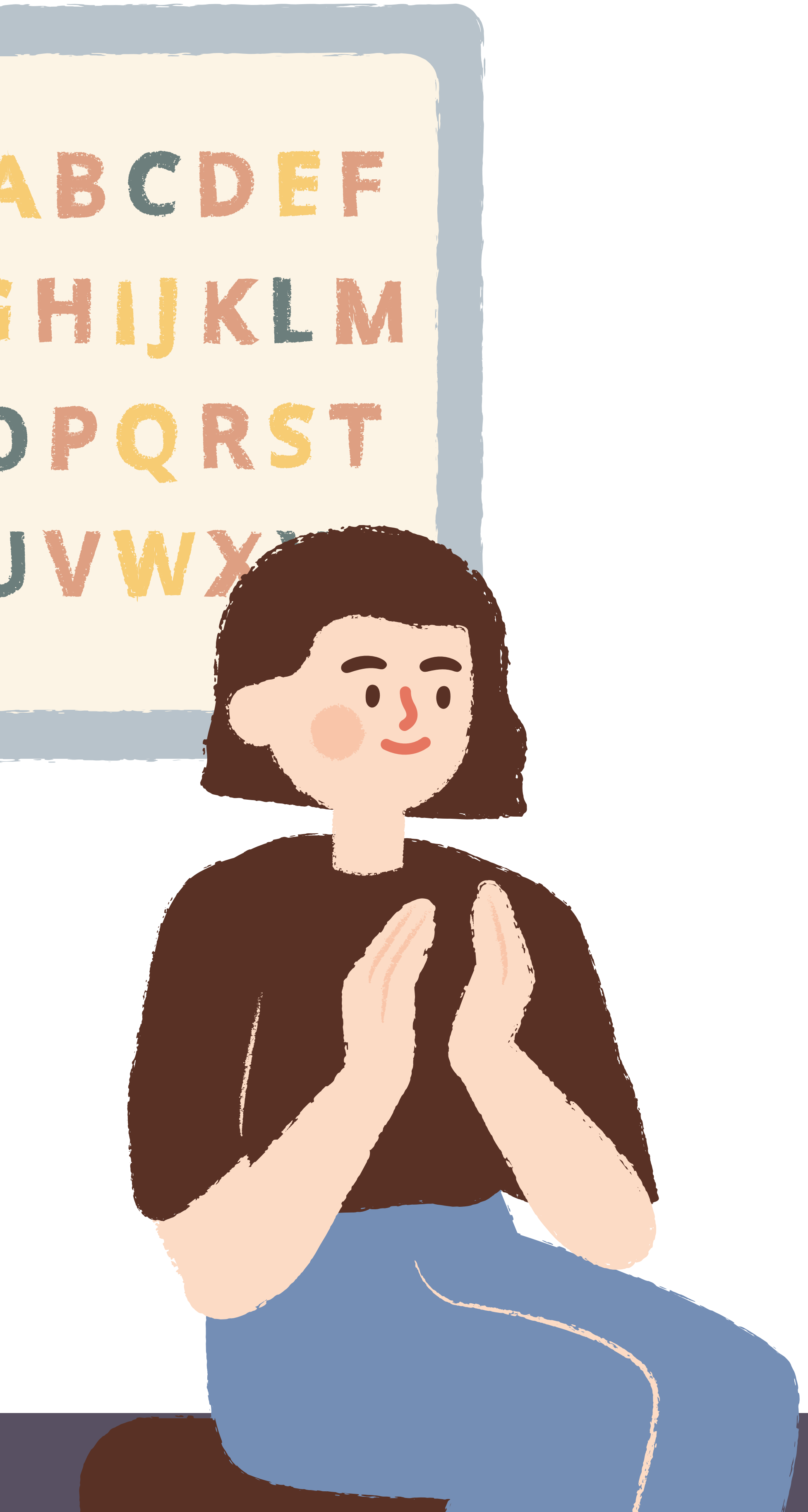
= -1535,2

Sehingga nilai x adalah -5

Carilah determinan A(y) dengan merubah menjadi segitiga atas

- Pada iterasi ke-1, berapa isi sel Ay(2,2)? .... -51.33
- Pada iterasi ke-2, berapa isi sel Ay(3,2)? 75.67
- Pada iterasi ke-3, berapa isi sel Ay(3,3)? .... -6.98
- Berapakah determinan A(y)? 2149.70
- Berapakah nilai Y? 7

	6	4	9
A(y)=	5	-48	-3
	-7	71	-2



		6	4	9
ke-1	A(y)=	0	-51.33	-10.5
		-7	71	-2
		6	4	9
ke-2	A(y)=	0	-51.33	-10.5
		0	75.67	8.5
		6	4	9
ke-3	A(y)=	0	-51.33	-10.5
		0	0	-6.98

Carilah determinan A(z) dengan menggunakan perkalian kofaktor baris kedua

- Berapa kofaktor A(2,1)? .... -47
- Berapa kofaktor A(2,2)? 454
- Berapa kofaktor A(2,3)? .... -43
- Berapa determinan matriks A(z)? 921
- Berapa nilai Z? 3

	6	1	4
A(z) =	5	-2	-48
	-7	6	71

RUANG SOLUSI DARI SISTEM PERSAMAAN LINIER AX = B

Dapat dicari dengan cara:

1. Eliminasi-substitusi
2. Eliminasi Gauss & substitusi balik
3. Eliminasi Gauss-Jordan
4. Menentukan invers A^{-1}, lalu $x = A^{-1}b$
5. Aturan Cramer

TUGAS KELOMPOK!!!

- Membuat contoh soal seputar determinan, boleh mengarang sendiri atau dari internet.
- Dijawab step by step seperti yang ada di presentasi tadi lalu dimasukkan ke PPT Tugas
- Nilai max PR adalah : 91,
- Jika ada yang tidak aktif, anggota yang aktif langsung memberi tau asisten, dan asisten akan mengurangi nilai nya


THANK
YOU !