

ALJABAR LINIER

Sistem Persamaan Linear (SPL)

Pertemuan 1



AGENDA PERTEMUAN 1

Perkenalan Dosen

Tujuan Alin dan Buku
Referensi

Pertemuan Alin

Tujuan Instruksi
Khusus

SPL

Contoh SPL
dengan Cara SMA

AGENDA PERTEMUAN 1

Gauss

Gauss-Jordan

Contoh Quiz

Matlab

Contoh PR

Nilai ALIN

AGENDA PERTEMUAN 1

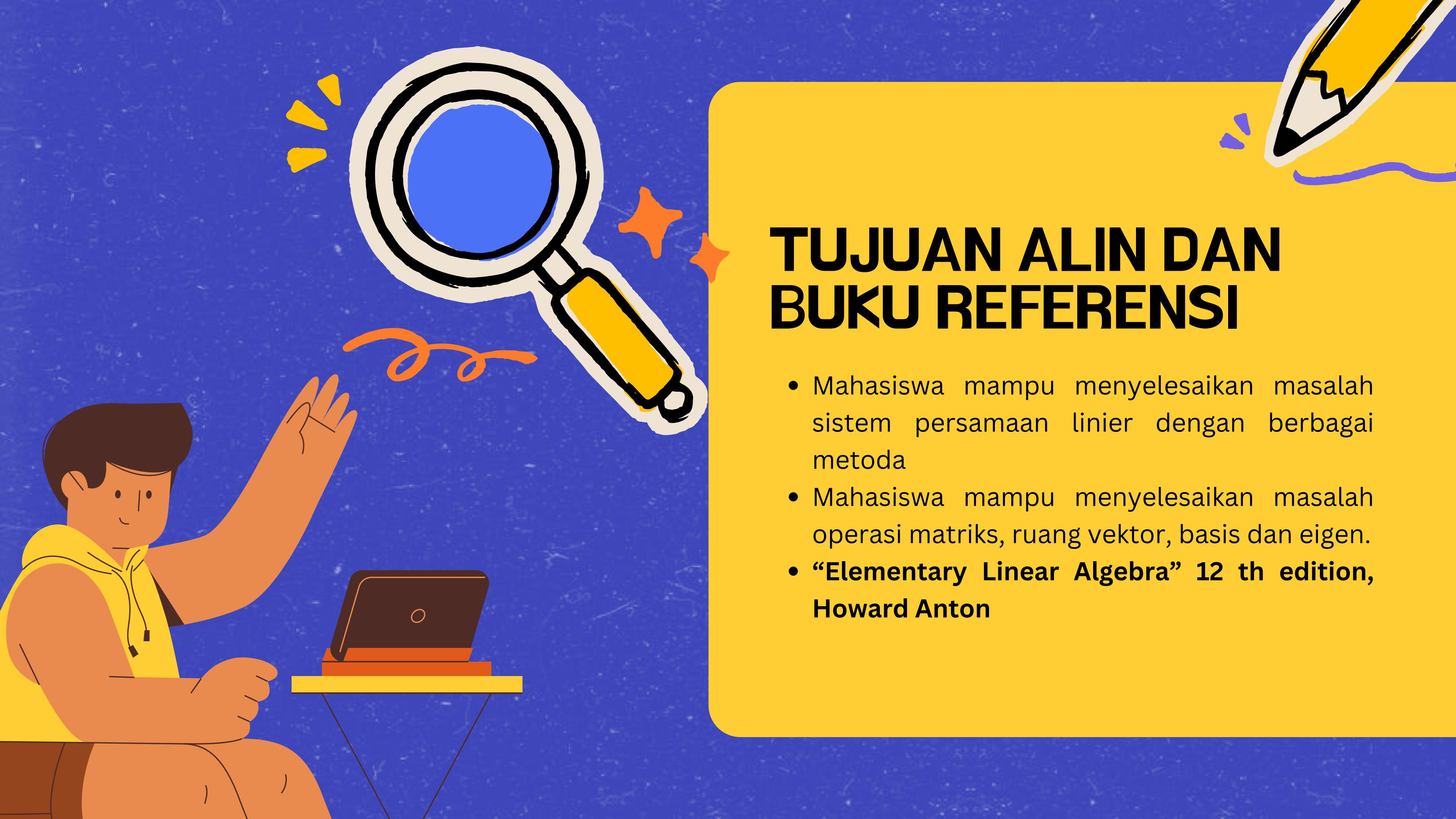
Kalkulator

PR



PERKENALAN





TUJUAN ALIN DAN BUKU REFERENSI

- Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah sistem persamaan linier dengan berbagai metoda
- Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah operasi matriks, ruang vektor, basis dan eigen.
- “Elementary Linear Algebra” 12 th edition,
Howard Anton

TUJUAN INSTRUKSI KHUSUS

Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan :

- Mengetahui Definisi Sistem Persamaan Linear (SPL)
- Dapat membentuk matriks yang merepresentasikan SPL
- Dapat menyelesaikan SPL dengan menggunakan metode Gauss dan Gauss-Jordan



SISTEM PERSAMAAN LINIER (SPL)

BAB 1.1

PERSAMAAN LINIER

Persamaan yang semua variabelnya berpangkat 1 atau 0 dan tidak terjadi perkalian antar variabelnya.

Contoh:

- (1) $x + y + 2z = 9$ (**Persamaan Linier**)
- (2) $2x + y = 9$ (**Persamaan Linier**)
- (3) $2xy - z = 9$ (**Bukan Persamaan Linier**)

SISTEM PERSAMAAN LINIER (SPL)

Suatu sistem dengan beberapa (2 atau lebih) persamaan linier.

Contoh:

$$1) x + y = 3$$

$$2) 3x - 5y = 1$$

CONTOH SPL DENGAN CARA SMA

BERAPAKAH NILAI X, Y, Z



$$\begin{aligned}3X + 3Y - 6Z &= -18 \\12X - 3Y + 6Z &= 48 \\2X + 2Y + 4Z &= 36\end{aligned}$$

Jawab : X = 2, Y = 4 dan Z = 6

Bagaimana mencari nilai X, Y, dan Z ?

1. Subtitusi – eliminasi
2. Matrix



SMA

1. Gauss
2. Gauss – jordan
3. Matlab

KULIAH



PENYIMPANGAN PADA PENYELESAIAN SUATU SPL

Pada beberapa SPL tertentu terdapat penyimpangan – penyimpangan dalam penyelesaiannya, misal :

Diberikan SPL sebagai berikut :

$$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = 1$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{4}x_3 = 0$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 = 0$$

Didapat penyelesaian $x_1 = 9$, $x_2 = -36$, dan $x_3 = 30$

Jika SPL tersebut dituliskan dalam bentuk dua desimal :

$$x_1 + 0,5x_2 + 0,33x_3 = 1$$

$$0,5x_1 + 0,33x_2 + 0,25x_3 = 0$$

$$0,33x_1 + 0,25x_2 + 0,2x_3 = 0$$

Didapat penyelesaian $x_1 \approx 55,55$; $x_2 \approx -277,778$; dan $x_3 \approx 255,556$



INTERPRETASI GEOMETRIK

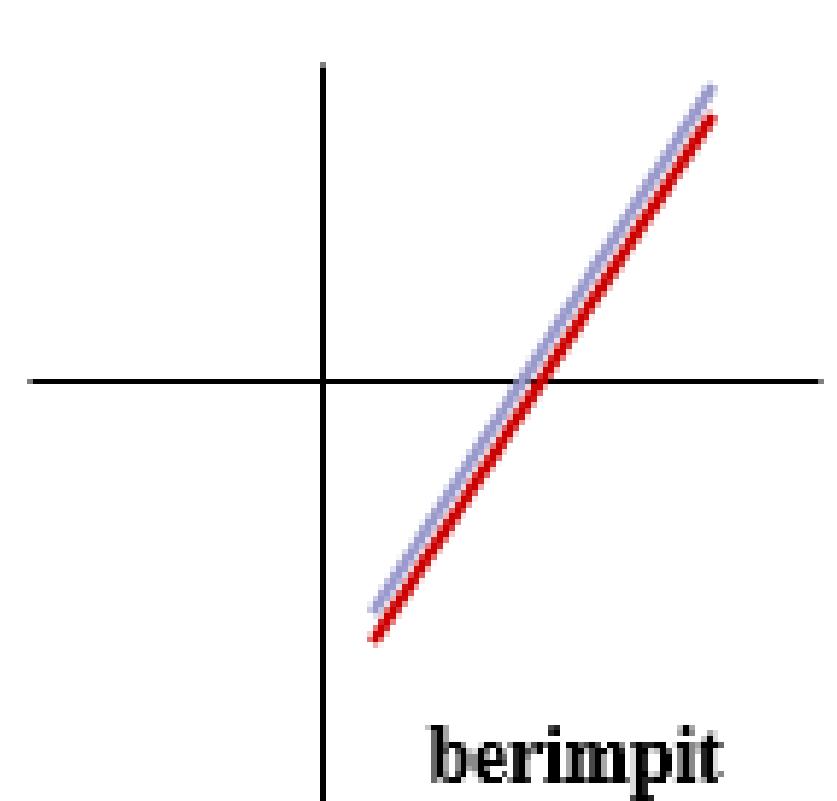
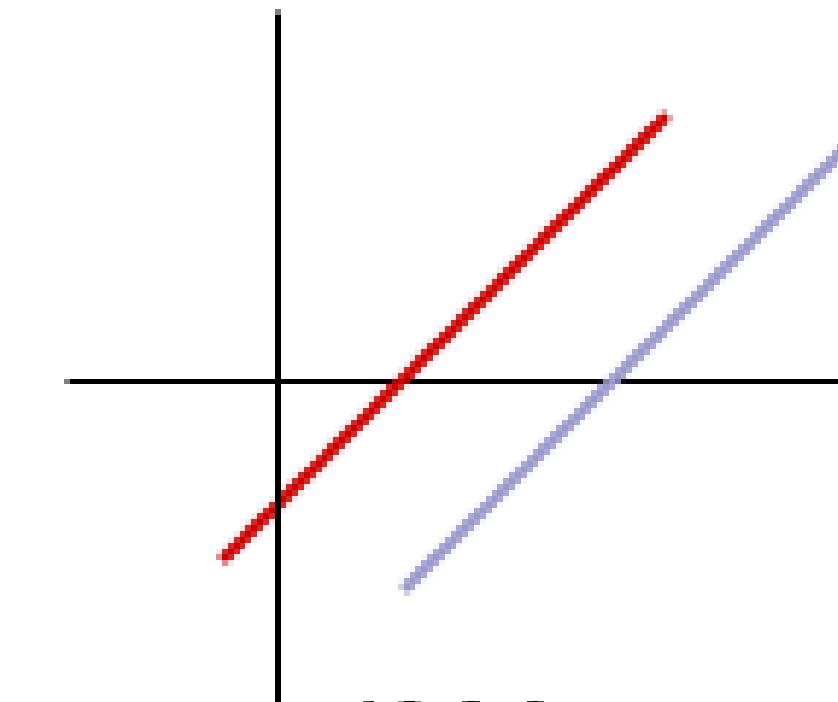
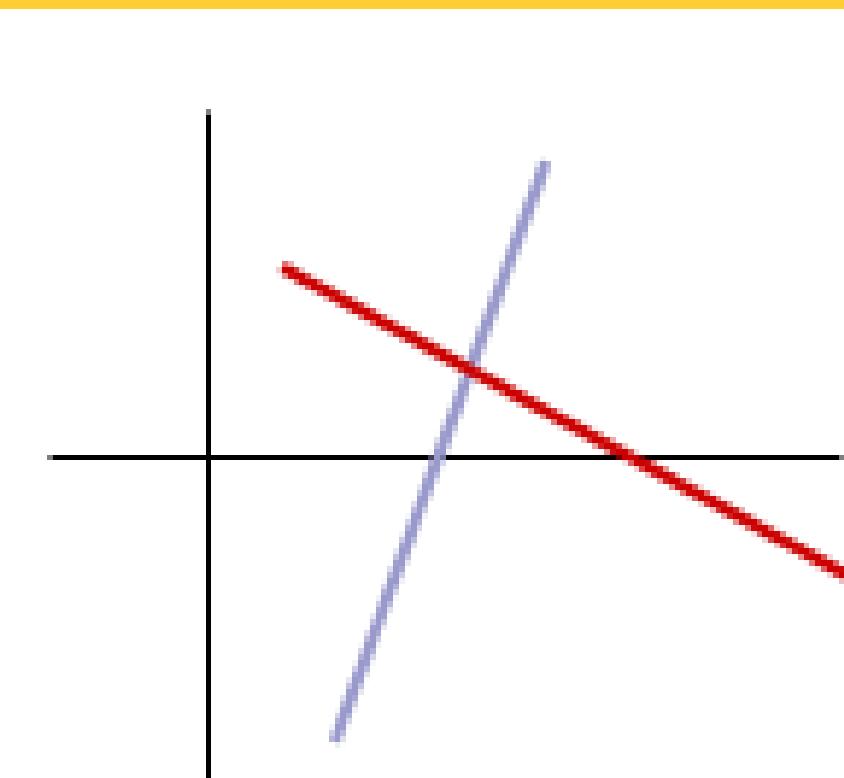
Sistem menggambarkan 2 garis lurus pada sebuah bidang datar.

$$g_1: x + y = 3$$

$$g_2: 3x - 5y = 1$$

Solusi: g_1 dan g_2 berpotongan di $(2, 1)$

Kemungkinan:





METODE GAUSS DAN GAUSS-JORDAN

BAB 1.2



Carl Friedrich Gauss
(1777–1855)



Wilhelm Jordan
(1842–1899)

Although versions of Gaussian elimination were known much earlier, its importance in scientific computation became clear when the great German mathematician Carl Friedrich Gauss used it to help compute the orbit of the asteroid Ceres from limited data. What happened was this: On January 1, 1801 the Sicilian astronomer and Catholic priest Giuseppe Piazzi (1746–1826) noticed a dim celestial object that he believed might be a “missing planet.” He named the object Ceres and made a limited number of positional observations but then lost the object as it neared the Sun. Gauss, then only 24 years old, undertook the problem of computing the orbit of Ceres from the limited data using a technique called “least squares,” the equations of which he solved by the method that we now call “Gaussian elimination.” The work of Gauss created a sensation when Ceres reappeared a year later in the constellation Virgo at almost the precise position that he predicted! The basic idea of the method was further popularized by the German engineer Wilhelm Jordan in his book on geodesy (the science of measuring Earth shapes) entitled *Handbuch der Vermessungskunde* and published in 1888.

[Images: Photo Inc/Photo Researchers/Getty Images (Gauss);
https://en.wikipedia.org/wiki/Andrey_Markov#/media/File:Andrei_Markov.jpg. Public domain. (Jordan)]

SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LINIER

1

Eliminasi biasa
(seperti cara di SMA)

3

Eliminasi Gauss-
Jordan

2

Eliminasi Gauss



A. ELIMINASI CARA BIASA (REVIEW CARA DI SMA):

$$\text{I. } x + y = 3 \rightarrow 3x + 3y = 9$$

$$3x - 5y = 1 \rightarrow \begin{array}{r} 3x - 5y = 1 \\ \hline 8y = 8 \end{array} \rightarrow y = 1$$

$$3x - 5 = 1 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$$

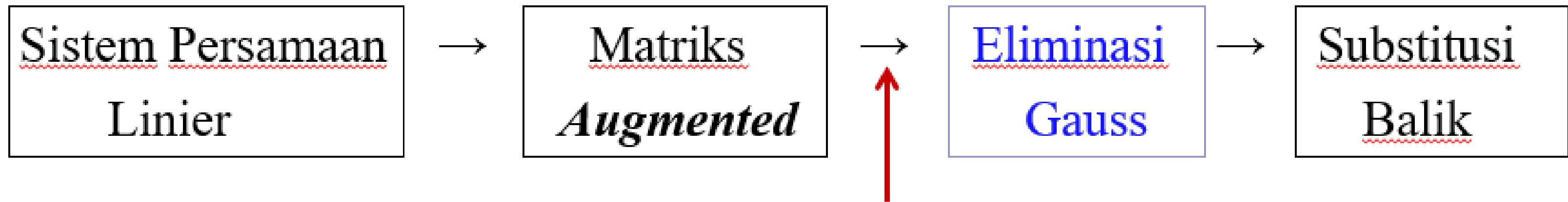
$$\text{II. } y = 3 - x$$

$$3x - 5(3 - x) = 1 \text{ atau } 3x - 15 + 5x = 1 \rightarrow 8x = 16 \rightarrow x = 2$$

$$y = 3 - x \rightarrow y = 1$$

GAUSS

B. ELIMINASI GAUSS (RINGKASAN)



OBE

OBE = operasi baris elementer

Matriks Augmented (Matriks Yang Diperbesar)

Matriks yang entri-entrinya dibentuk dari koefisien-koefisien Sistem Persamaan Linier

Contoh soal : $3x - 3y + 2z = -17$

$$4x + 7y - 4z = 21$$

$$-4x + 6y - 5z = 25$$

Matriks Augmented :

3	-3	2	-17
4	7	-4	21
-4	6	-5	25



Operasi Baris Elementer (O.B.E)

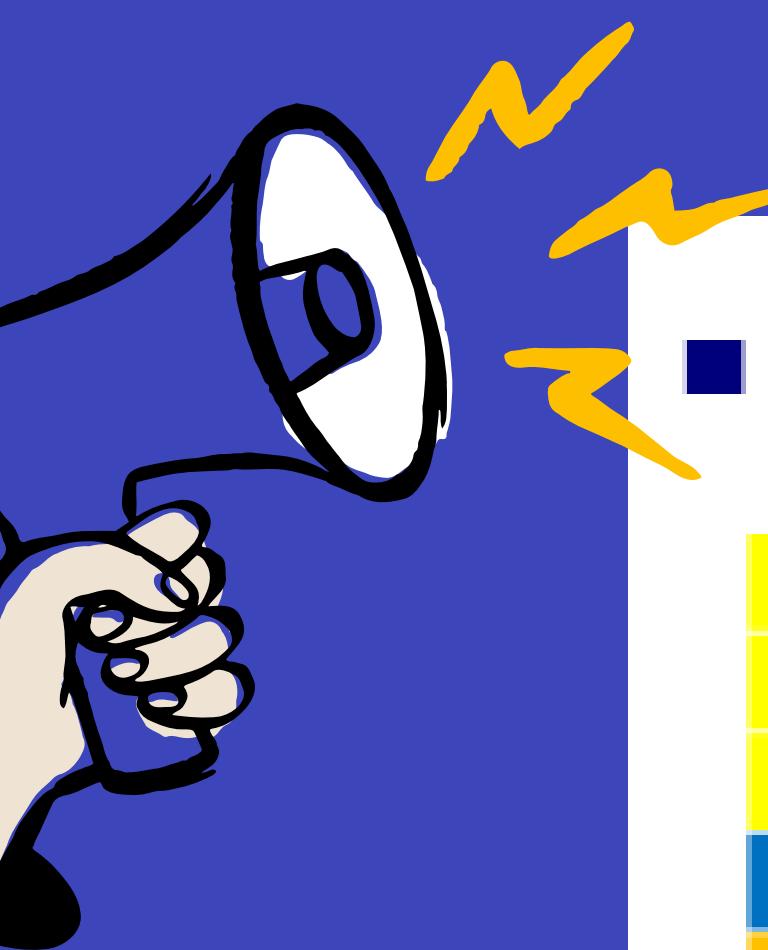
1. Dikali sebuah baris dengan konstanta $\neq 0$
2. Dikali sebuah baris dengan konstanta $\neq 0$ kemudian dijumlah pada baris lain
3. Menukar 2 buah baris



Ciri-ciri Eliminasi Gauss (Bentuk Eselon Baris)



1. Jika suatu baris tidak semua nol, maka bilangan pertama yang tidak nol adalah 1 (1 utama)
2. Utama baris berikutnya berada di kanan 1 utama baris di atasnya.
3. Dibawah 1 utama harus 0
4. Baris nol terletak paling bawah

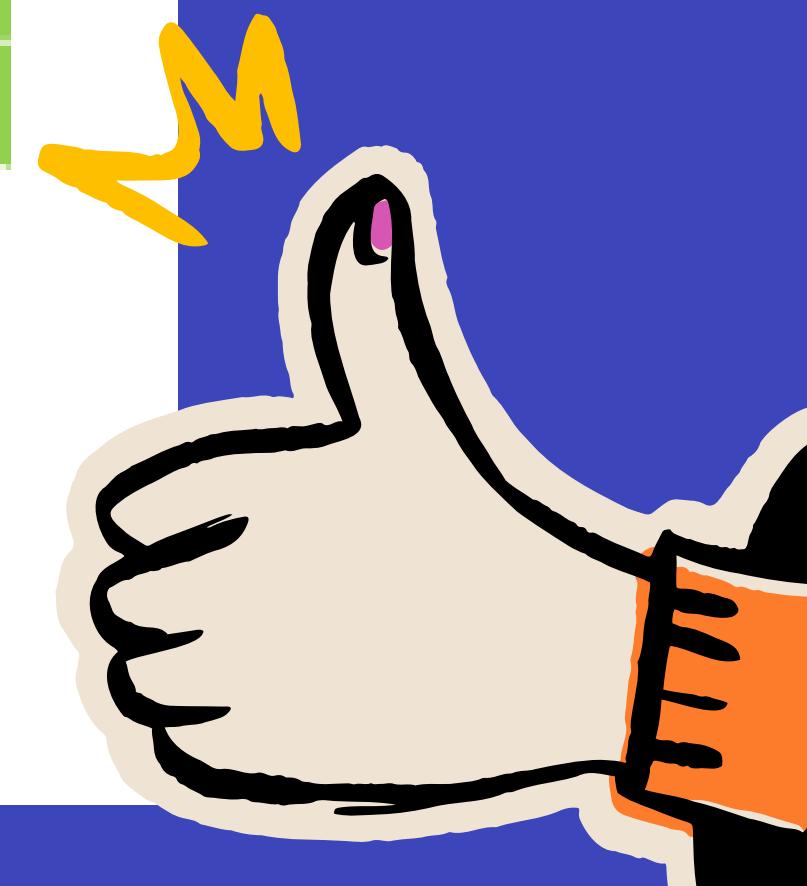


■ Bukan Gauss

1	0	1	4
0	1	3	7
0	1	4	5
1	0	1	4
0	5	6	7
0	0	3	6
1	7	4	3
0	0	0	0
0	0	0	1
5	7	3	4
0	1	2	6
0	0	1	8

■ Gauss

1	7	4	3
0	0	1	6
0	0	0	0
1	7	4	3
0	0	1	1
0	0	0	0
1	7	4	3
0	1	1	6
0	0	1	8



PENYELESAIAN CONTOH SOAL SISTEM PERSAMAAN LINIER

b. Eliminasi Gauss



$$\left. \begin{array}{l} 3x - 3y + 2z = -17 \\ 4x + 7y - 4z = 21 \\ -4x + 6y - 5z = 25 \end{array} \right\} \begin{matrix} \text{ditulis} \\ \text{dalam} \\ \text{bentuk} \\ \text{matriks} \\ \textit{augmented} \end{matrix} \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & -3 & 2 & -17 \\ 4 & 7 & -4 & 21 \\ -4 & 6 & -5 & 25 \end{array} \right]$$

lalu diusahakan berbentuk

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & ? & ? & ? \\ 0 & 1 & ? & ? \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{array} \right]$$

dengan proses **Operasi Baris Elementer (OBE)**
(Elementary Row Operation - ERO)



Matriks *Augmented* :

$$\begin{matrix} 3 & -3 & 2 & -17 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 4 & 7 & -4 & 21 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -4 & 6 & -5 & 25 \end{matrix}$$



Eliminasi Gauss

$$\begin{matrix} 1 & ? & ? & ? \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & ? & ? \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & ? \end{matrix}$$

OBE :

1. * K
2. * K + baris lain
3. tukar baris

Matriks awal			
3	-3	2	-17
4	7	-4	21
-4	6	-5	25

iterasi 1 $b_1 = b_1 * 1/3$			
1	-1	0,67	-5,67
4	7	-4	21
-4	6	-5	25

iterasi ke 5 $b_3 = b_2 * -2 + b_3$			
1	-1	0,67	-5,67
0	1	-0,61	3,97
0	0	-1,1	-5,62

iterasi 2 $b_2 = b_1 * -4 + b_2$			
1	-1	0,67	-5,67
0	11	-6,68	43,68
-4	6	-5	25

iterasi ke 6 $b_3 = b_3 * -1/1,1$			
1	-1	0,67	-5,67
0	1	-0,61	3,97
0	0	1	5,11

iterasi 3 $b_3 = b_1 * 4 + b_3$			
1	-1	0,67	-5,67
0	11	-6,68	43,68
0	2	-2,32	2,32

iterasi 4 $b_2 = b_2 * 1/11$			
1	-1	0,67	-5,67
0	1	-0,61	3,97
0	2	-2,32	2,32

DITULIS KEMBALI KE
BENTUK SPL

$$x - y + 0,67z = -5,67 \quad (1)$$

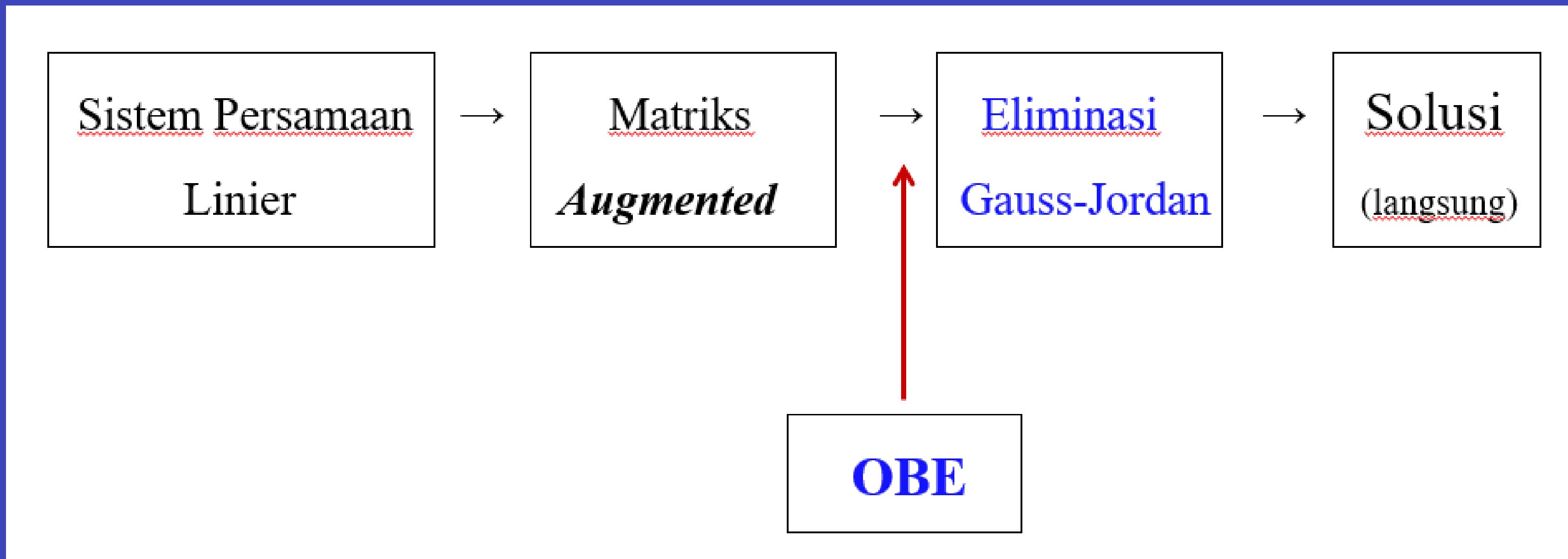
$$y - 0,61z = 3,97 \quad (2)$$

$$z = 5,11 \quad (3)$$

Didapat pula $y = 7,09$ dan $x = -2$

GAUSS-JORDAN

C. ELIMINASI GAUSS-JORDAN (RINGKASAN)



PENYELESAIAN CONTOH SOAL SISTEM PERSAMAAN LINIER

b. Eliminasi

Gauss-Jordan

(contoh yang sama)



$$3x - 3y + 2z = -17$$

$$4x + 7y - 4z = 21$$

$$-4x + 6y - 5z = 25$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -3 & 2 & -17 \\ 4 & 7 & -4 & 21 \\ -4 & 6 & -5 & 25 \end{array} \right)$$

dan diusahakan berbentuk

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & ? \\ 0 & 1 & 0 & ? \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{array} \right)$$

dengan proses **Operasi Baris Elementer (OBE)**

(Elementary Row Operation - ERO)

CIRI-CIRI ELIMINASI GAUSS JORDAN (BENTUK ESELON BARIS TEREDUKSI)

- Jika suatu baris tidak semua nol, maka bilangan pertama yang tidak nol adalah 1 (1 utama)
- utama baris berikutnya berada di kanan 1 utama baris di atasnya.
- Dibawah 1 utama harus 0
- Diatas 1 utama harus 0
- Baris nol terletak paling bawah

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Melanjutkan Contoh Gauss

iterasi ke 6 $b3 = b3 * -1/1,1$			
1	-1	0,67	-5,67
0	1	-0,61	3,97
0	0	1	5,11

(akhir dari gauss)

iterasi ke 7 $b2 = b3 * 0.61 + b2$			
1	-1	0.67	-5.67
0	1	0	7.09
0	0	1	5.11

iterasi ke 8 $b1 = b3 * -0.67 + b1$			
1	-1	0	-9.09
0	1	0	7.09
0	0	1	5.11

iterasi ke 9 $b1 = b2 * -1 + b1$			
1	0	0	-2
0	1	0	7.09
0	0	1	5.11

$$\begin{aligned} X &= -2 \\ Y &= 7,09 \\ Z &= 5,11 \end{aligned}$$



MATLAB

$$x + y + 2z = 9$$

$$2x + 4y - 3z = 1$$

$$3x + 6y - 5z = 0$$

Buat matrixnya pada Matlab

```
>> a=[1, 1, 2, 9; 2, 4, -3 1; 3, 6, -5, 0]  
  
a =  
  
1 1 2 9  
2 4 -3 1  
3 6 -5 0  
  
>>
```

1

Mengenol-kan baris ke-2, kolom 1

--> Baris 2 = Baris 1 * -2 + baris 2

```
a =
```

1	1	2	9
2	4	-3	1
3	6	-5	0

2

```
>> a(2,:)=a(1,:)*-2+a(2,:)
```

```
a =
```

1	1	2	9
0	2	-7	-17
3	6	-5	0

```
>>
```

Mengeliminasi baris ke-3, kolom 1

--> Baris 3 = Baris 1 * -3 + baris 3

```
a =
```

1	1	2	9
0	2	-7	-17
3	6	-5	0

```
>> a(3,:)=a(1,:)*-3+a(3,:)
```

```
a =
```

1	1	2	9
0	2	-7	-17
0	3	-11	-27

3

Membuat nilai 1 pada kolom 2 dan baris 2

--> Baris 2 = Baris 2 * 1/2

```
a =
```

1	1	2	9
0	2	-7	-17
0	3	-11	-27

```
>> a(2,:)=a(2,:)*1/2
```

```
a =
```

1.0000	1.0000	2.0000	9.0000
0	1.0000	-3.5000	-8.5000
0	3.0000	-11.0000	-27.0000

4

```
>> a(3,:)=a(2,:)*-3+a(3,:)
```

```
a =
```

1.0000	1.0000	2.0000	9.0000
0	1.0000	-3.5000	-8.5000
0	0	-0.5000	-1.5000

```
>> a(3,:)=a(3,:)*-2
```

```
a =
```

1.0000	1.0000	2.0000	9.0000
0	1.0000	-3.5000	-8.5000
0	0	1.0000	3.0000

5

```
>> a(2,:)=a(3,:)*3.5+a(2,:)
```

```
a =
```

1	1	2	9
0	1	0	2
0	0	1	3

```
>> a(1,:)=a(3,:)*-2+a(1,:)
```

```
a =
```

1	1	0	3
0	1	0	2
0	0	1	3

```
>> a(1,:)=a(2,:)*-1+a(1,:)
```

```
a =
```

1	0	0	1
0	1	0	2
0	0	1	3

6

CONTOH PR

dijawab dengan detail, PR dikerjakan seperti ini

persamaan pertama, nilai variable y adalah 0 dan
persamaan kedua, nilai variable x adalah 0

**Carilah nilai x , y , dan z yang memenuhi
persamaan-persamaan berikut dengan
menggunakan metode Gauss-Jordan.**

$$3x - 2z = 7$$

$$-y + 4z = -5$$

$$2x + 3y + z = 6$$



PENYELESAIAN

$$\begin{aligned}3x - 2z &= 7 \\-y + 4z &= -5 \\2x + 3y + z &= 6\end{aligned}$$

3	0	-2	7
0	-1	4	-5
2	3	1	6

Iterasi 1 :

$$B_1 = B_1 * (\%)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix} * (\%)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0.67 \\ 2.33 \end{bmatrix}$$

1	0	-0.67	2.33
0	-1	4	-5
2	3	1	6

Iterasi 2

$$B3 = B1 * (-2) + B3$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0,67 \\ 2,33 \end{bmatrix} * (-2) + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$B3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1,34 \\ -4,66 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2,34 \\ 1,34 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 2

$$b3 = b1 * -2 + b3$$

1	0	-0.67	2.33
0	-1	4	-5
0	3	2.34	1.34

Iterasi 3 :

$$B2 = B2 * -1$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix} * (-1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 3

$$b2 = b2 * -1$$

1	0	-0.67	2.33
0	1	-4	5
0	3	2.34	1.34

Iterasi 4

$$B3 = B2 * (-3) + B3$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} * (-3) + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2,34 \\ 1,34 \end{bmatrix}$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 12 \\ -15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 2,34 \\ 1,34 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 14,34 \\ -13,66 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 4

b2 = b2 * -3+b3

1	0	-0.67	2.33
0	1	-4	5
0	0	14.34	-13.66

Iterasi 5

$$B3 = B3 * (1/14,34)$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 14,34 \\ -13,66 \end{bmatrix} * (1/14,34)$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -0,95 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 5

b3 =b3/14.34

1	0	-0.67	2.33
0	1	-4	5
0	0	1	-0.95

Iterasi 6

$$B2 = B3 * (4) + B2$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -0,95 \end{bmatrix} * (4) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ -3,8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1,2 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 6

$b2 = b3 * 4 + b2$

1	0	-0.67	2.33
0	1	0	1.2
0	0	1	-0.95

Iterasi 7

$$B1 = B3 * (0,67) + B1$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -0,95 \end{bmatrix} * (0,67) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0,67 \\ 2,33 \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,67 \\ -0,64 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -0,67 \\ 2,33 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1,69 \end{bmatrix}$$

iterasi ke 7

$b1=b3*0.67+b1$

1	0	0	1.69
0	1	0	1.2
0	0	1	-0.95



SISTEM PERSAMAAN LINIER HOMOGEN

BAB 1.3

TEOREMA SPL HOMOGEN



(Umum) SPL dengan banyaknya **variabel** lebih banyak dibanding banyaknya **persamaan** sehingga mempunyai tak berhingga solusi pemecahan.

(Matriks) SPL dengan banyaknya **kolom** lebih banyak dibanding banyaknya **baris** sehingga mempunyai tak berhingga solusi pemecahan.



TEOREMA SPL HOMOGEN

Sistem Persamaan Linier dikatakan homogen jika semua suku di kanan tanda “=” adalah 0.

Solusi Sistem Persamaan Linier Homogen:

- Solusi Trivial (semua $x_i = 0; i = 1 .. n$): **pasti ada**
- Solusi Non-trivial (solusi trivial, plus solusi di mana ada $x_i \neq 0$)



TIPS DAN TRIK

Yang diumpamakan dengan huruf adalah variabel dengan **indeks terbesar**

Misal :

Terdapat **X₁, X₂, dan X₄**, maka yang diumpamakan terlebih dahulu adalah **X₄**

X₄ = F, maka yang lain akan mengikuti



CONTOH SPL HOMOGEN 4 VARIABEL

Soal no. 3

BERAPAKAH NILAI X_1, X_2, X_3, X_4 ?



$$2X_1 + 4X_2 - 4X_3 - 2X_4 = 12$$

$$4X_1 + 6X_2 + 2X_3 + 3X_4 = 52$$

$$2X_1 + 6X_2 - 2X_3 - 3X_4 = 32$$

MATRIKS AWAL

2.00	4.00	-4.00	-2.00	12
4.00	6.00	2.00	3.00	52
2.00	6.00	-2.00	-3.00	32

PROSES ITERASI

1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 1, berapa isi sel A(1,5)	6.00
4.00	6.00	2.00	3.00	52.00		
2.00	6.00	-2.00	-3.00	32.00		
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 2, berapa isi sel A(2,3)	10
0.00	-2.00	10.00	7.00	28.00		
2.00	6.00	-2.00	-3.00	32.00		
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 3, berapa isi sel A(3,4)	-1.00
0.00	-2.00	10.00	7.00	28.00		
0.00	2.00	2.00	-1.00	20.00		
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 4, berapa isi sel A(2,4)	-3.5
0.00	1.00	-5.00	-3.50	-14.00		
0.00	2.00	2.00	-1.00	20.00		
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 5, berapa isi sel A(3,5)	48.00
0.00	1.00	-5.00	-3.50	-14.00		
0.00	0.00	12.00	6.00	48.00		



ITERASI KE - 5

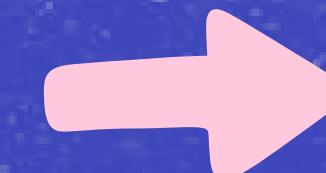
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00
0.00	1.00	-5.00	-3.50	-14.00
0.00	0.00	12.00	6.00	48.00



1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 6, berapa isi sel A(3,4)	0.5
0.00	1.00	-5.00	-3.50	-14.00		
0.00	0.00	1.00	0.50	4.00		
1.00	2.00	-2.00	-1.00	6.00	Pada iterasi ke 7, berapa isi sel A(2,5)	6.00
0.00	1.00	0.00	-1.00	6.00		
0.00	0.00	1.00	0.50	4.00		
1.00	2.00	0.00	0.00	14.00	Pada iterasi ke 8, berapa isi sel A(1,5)	14.00
0.00	1.00	0.00	-1.00	6.00		
0.00	0.00	1.00	0.50	4.00		
1.00	0.00	0.00	2.00	2.00	Pada iterasi ke 9, berapa isi sel A(1,4)	2
0.00	1.00	0.00	-1.00	6.00		
0.00	0.00	1.00	0.50	4.00		

DITULIS KEMBALI KE BENTUK SPL

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_4 &= 2 \\ X_2 - X_4 &= 6 \\ X_3 + 0.5X_4 &= 4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X_4 &= k \\ X_3 &= 4 - 0.5k \\ X_2 &= 6 + k \\ X_1 &= 2 - 2k \end{aligned}$$

CONTOH SPL HOMOGEN 4 VARIABEL

BERAPAKAH NILAI X_1, X_2, X_3, X_4 ?



$$2X_1 + 4X_2 - 4X_3 - 2X_4 = 12$$

$$4X_1 + 6X_2 + 2X_3 + 3X_4 = 52$$

$$2X_1 + 6X_2 - 2X_3 - 3X_4 = 32$$

Jawab : $X_1 = 2 - 2K$; $X_2 = 6 + K$; $X_3 = 4 - 0.5K$; $X_4 = K$

CONTOH MATRIKS [3 X 6]

Soal no. 4

MATRIKS AWAL

$$A = \begin{matrix} 3 & 2 & -1 & 4 & 5 & 12 \\ 2 & -3 & 4 & -1 & 5 & 5 \\ 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 8 \end{matrix}$$

1. Pada iterasi ke 1, berapa isi sel $A(1,5)$
2. Pada iterasi ke 2, berapa isi sel $A(2,6)$
3. Pada iterasi ke 3, berapa isi sel $A(3,4)$
4. Pada iterasi ke 4, berapa isi sel $A(2,5)$
5. Pada iterasi ke 5, berapa isi sel $A(3,4)$
6. Pada iterasi ke 6, berapa isi sel $A(3,5)$
7. Pada iterasi ke 7, berapa isi sel $A(2,6)$
8. Pada iterasi ke 8, berapa isi sel $A(1,5)$
9. Pada iterasi ke 9, berapa isi sel $A(1,6)$

MATRIKS AWAL

3.00	2.00	-1.00	4.00	5.00	12.00
2.00	-3.00	4.00	-1.00	5.00	5.00
1.00	4.00	-2.00	3.00	1.00	8.00



PROSES ITERASI

1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 1, berapa isi sel A(1,5)	1.67
2.00	-3.00	4.00	-1.00	5.00	5.00		
1.00	4.00	-2.00	3.00	1.00	8.00		
1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 2, berapa isi sel A(2,6)	-3.00
0.00	-4.34	4.66	-3.66	1.66	-3.00		
1.00	4.00	-2.00	3.00	1.00	8.00		
1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 3, berapa isi sel A(3,4)	1.67
0.00	-4.34	4.66	-3.66	1.66	-3.00		
0.00	3.33	-1.67	1.67	-0.67	4.00		
1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 4, berapa isi sel A(2,5)	-0.38
0.00	1.00	-1.07	0.84	-0.38	0.69		
0.00	3.33	-1.67	1.67	-0.67	4.00		
1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 5, berapa isi sel A(3,4)	-1.13
0.00	1.00	-1.07	0.84	-0.38	0.69		
0.00	0.00	1.89	-1.13	0.60	1.70		

ITERASI KE - 5

1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00
0.00	1.00	-1.07	0.84	-0.38	0.69
0.00	0.00	1.89	-1.13	0.60	1.70



1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 6, berapa isi sel A(3,5)	0.32
0.00	1.00	-1.07	0.84	-0.38	0.69		
0.00	0.00	1.89	-1.13	0.60	1.70		
1.00	0.67	-0.33	1.33	1.67	4.00	Pada iterasi ke 7, berapa isi sel A(2,6)	1.65
0.00	1.00	0.00	0.20	-0.04	1.65		
0.00	0.00	1.00	-0.60	0.32	0.90		
1.00	0.67	0.00	1.13	1.78	4.30	Pada iterasi ke 8, berapa isi sel A(1,5)	1.78
0.00	1.00	0.00	0.20	-0.04	1.65		
0.00	0.00	1.00	-0.60	0.32	0.90		
1.00	0.00	0.00	1.00	1.81	3.19	Pada iterasi ke 9, berapa isi sel A(1,6)	3.19
0.00	1.00	0.00	0.20	-0.04	1.65		
0.00	0.00	1.00	-0.60	0.32	0.90		

DITULIS KEMBALI KE BENTUK SPL

$$\begin{aligned}
 X_1 + X_4 + 1.81X_5 &= 3.19 \\
 X_2 + 0.2X_4 - 0.04X_5 &= 1.65 \\
 X_3 - 0.6X_4 + 0.32X_5 &= 0.9
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 X_5 &= K & X_4 &= P \\
 X_3 &= 0.6P - 0.32K + 0.9 \\
 X_2 &= -0.2P + 0.04K + 1.65 \\
 X_1 &= -P - 1.81K + 3.19
 \end{aligned}$$

CONTOH SPL 5 VARIABEL (3 PERSAMAAN)

Soal no. 5

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

TUKAR BARIS MATRIKS!!!

MATRIKS
AWAL

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$



BARIS 1 TUKAR BARIS 2

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

The first and second rows in the preceding matrix were interchanged



MATRIKS AWAL

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -10 & 6 & 12 & 28 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$



PROSES ITERASI

$b1 = b1 * 0,5$ **ITERASI 1**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 2 & 4 & -5 & 6 & -5 & -1 \end{array} \right)$$

$b3 = b1 * -2 + b3$ **ITERASI 2**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 7 & 12 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -17 & -29 \end{array} \right)$$

$b2 = b2 * -0,5$ **ITERASI 3**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3,5 & -6 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & -17 & 29 \end{array} \right)$$

bilqis

$b3 = b2 * -5 + b3$ **ITERASI 4**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3,5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 1 \end{array} \right)$$

$b3 = b3 * 2$ **ITERASI 5**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -3,5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$b2 = b3 * 3,5 + b2$ **ITERASI 6**

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$



ITERASI KE - 6

$$\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 6 & 14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$



PROSES ITERASI

$b1 = b3 * -6 + b1$ **ITERASI 7**

$$\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -5 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

$b1 = b2 * 5 + b1$ **ITERASI 8**

$$\left[\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 0 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$X_1 + 2 X_2 + 3 X_4 = 7$$

$$X_3 = 1$$

$$X_5 = 2$$

$$X_4 = F$$

$$X_2 = K$$

$$X_1 = 7 - 2K - 3F$$

CONTOH SPL HOMOGEN 6 VARIABEL

Soal no. 6

BERAPAKA NILAI X₁, X₂, X₃, X₄, X₅, X₆?



$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 2x_3 &+ 2x_5 = 0 \\2x_1 + 6x_2 - 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 - 3x_6 &= 0 \\5x_3 + 10x_4 &+ 15x_6 = 0 \\2x_1 + 6x_2 &+ 8x_4 + 4x_5 + 18x_6 = 0\end{aligned}$$

MATRIKS AWAL

1	3	-2	0	2	0	0
2	6	-5	-2	4	-3	0
0	0	5	10	0	15	0
2	6	0	8	4	18	0



PROSES ITERASI

Iterasi 1: $b_2' = b_1 * -2 + b_2$

$$\begin{array}{r}
 b_2' = b_1 * -2 + b_2 \\
 \hline
 0 & 1 & 2 \\
 0 & 3 & 6 \\
 -1 & -2 & -5 \\
 \hline
 -2 & 0 & * -2 + -2 \\
 0 & 2 & 4 \\
 -3 & 0 & -3 \\
 \hline
 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

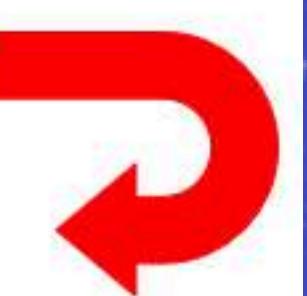
1	3	-2	0	2	0	0
2	6	-5	-2	4	-3	0
0	0	5	10	0	15	0
2	6	0	8	4	18	0



Iterasi 2: $b_4' = b_1 * -2 + b_4$

$$\begin{array}{r}
 b_4' = b_1 * -2 + b_4 \\
 \hline
 0 & 1 & 2 \\
 0 & 3 & 6 \\
 4 & -2 & 0 \\
 \hline
 8 & 0 & * -2 + 8 \\
 0 & 2 & 4 \\
 18 & 0 & 18 \\
 \hline
 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

1	3	-2	0	2	0	0
0	0	-1	-2	0	-3	0
0	0	5	10	0	15	0
2	6	0	8	4	18	0



ITERASI KE-2

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ -1 \ -2 \ 0 \ -3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 5 \ 10 \ 0 \ 15 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 \ 18 \ 0
 \end{array}$$



PROSES ITERASI

Iterasi 3: $b_2' = b_2 * (-1)$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ -1 \ -2 \ 0 \ -3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 5 \ 10 \ 0 \ 15 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 \ 18 \ 0
 \end{array} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 5 \ 10 \ 0 \ 15 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 \ 18 \ 0
 \end{array}$$



Iterasi 4: $b_3' = b_2 * (-5) + b_3$

$$\begin{array}{r}
 b_3' = b_2 * -5 + b_3 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 5 \\
 \hline
 0 \ 2 * -5 + 10 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 3 \ 15 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 5 \ 10 \ 0 \ 15 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 \ 18 \ 0
 \end{array} \xleftarrow{\hspace{1cm}} \begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 4 \ 8 \ 0 \ 18 \ 0
 \end{array}$$

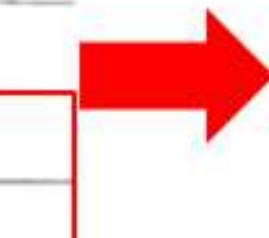


ITERASI KE-4

1	3	-2	0	2	0	0
0	0	1	2	0	3	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	8	0	18	0

PROSES ITERASI

Iterasi 5: tukar b3 dengan b4



1	3	-2	0	2	0	0
0	0	1	2	0	3	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	8	0	18	0

1	3	-2	0	2	0	0
0	0	1	2	0	3	0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	4	8	0	18	0



Iterasi 6: $b_3' = b_2 * (-4) + b_3$

$$\begin{array}{r}
 b_3' = b_2 * -4 + b_3 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 6 \\
 0 & 1 & 4 \\
 \hline
 0 & 2 * -4 + 8 \\
 0 & 0 & 0 \\
 6 & 3 & 18 \\
 \hline
 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

1 3 -2 0 2 0 0

0 0 1 2 0 3 0

0 0 4 8 0 18 0

0 0 0 0 0 0 0

1 3 -2 0 2 0 0

0 0 1 2 0 3 0

0 0 0 0 0 6 0

0 0 0 0 0 0 0



ITERASI KE-6

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \boxed{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 6 \ 0} \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



PROSES ITERASI

Iterasi 7: $b_3' = b_3 * (1/6)$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \boxed{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 6 \ 0} \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \boxed{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0} \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



Iterasi 8: $b_2' = b_3 * (-3) + b_2$

$$\begin{array}{r}
 b_2' = b_3 * -3 + b_2 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 1 \\
 2 \ 0 \ * -3 + 2 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 1 \ 3 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



ITERASI KE-8

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}$$



PROSES ITERASI

Iterasi 9: $b_1' = b_2 * 2 + b_1$

$$\begin{array}{r}
 b_1' = b_2 * 2 + b_1 \\
 \hline
 1 \ 0 \ \quad \quad \quad 1 \\
 3 \ 0 \ \quad \quad \quad 3 \\
 0 \ 1 \ \quad \quad \quad -2 \\
 \hline
 4 \ 2 * 2 + \ 0 \\
 2 \ 0 \ \quad \quad \quad 2 \\
 0 \ 0 \ \quad \quad \quad 0 \\
 \hline
 0 \ 0 \ \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

1	3	-2	0	2	0	0
0	0	1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0
1	3	0	4	2	0	0
0	0	1	2	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0



misal : $x_5 = f$, $x_4 = k$, $x_2 = s$

$$x_1 = -3s - 4k - 2f$$

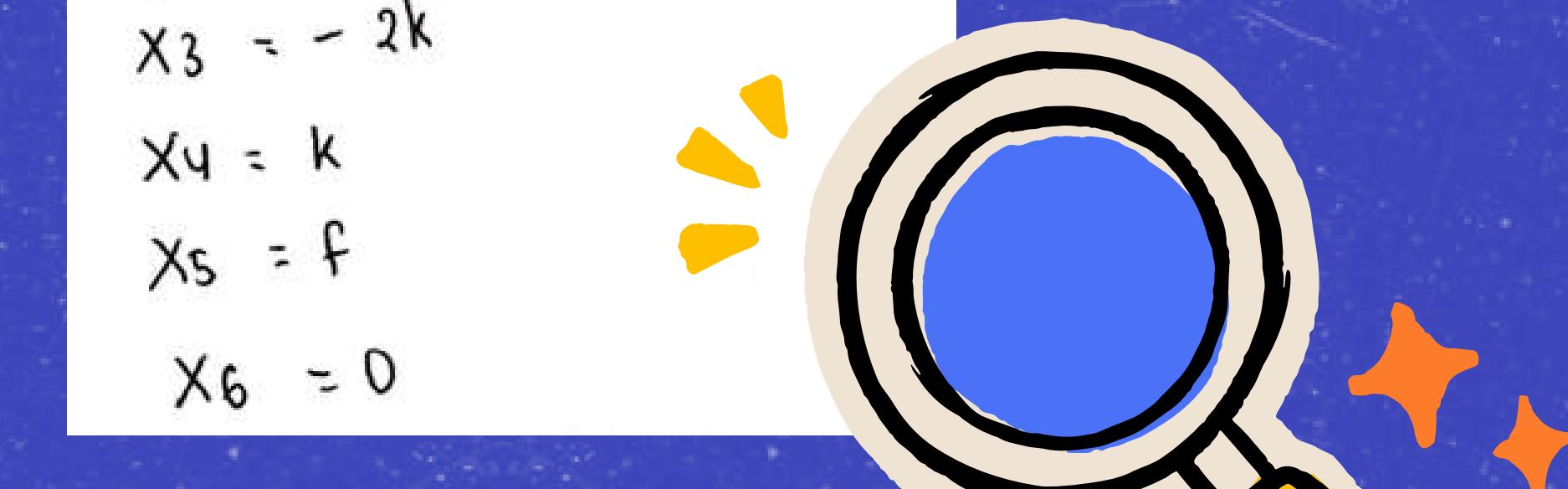
$$x_2 = s$$

$$x_3 = -2k$$

$$x_4 = k$$

$$x_5 = f$$

$$x_6 = 0$$



CONTOH MATRIKS [4 X 6]

Soal no. 7

MATRIKS AWAL

	3	3	-2	7	2	-47
A =	2	5	-5	-2	4	8
	-4	8	5	10	-3	-21
	2	6	6	8	4	-6

MATRIKS AWAL

3	3	-2	7	2	-47
2	5	-5	-2	4	8
-4	8	5	10	-3	-21
2	6	6	8	4	-6



PROSES ITERASI

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 1, berapa isi sel A(1,3) ...	-0.67
2	5	-5	-2	4	8		
-4	8	5	10	-3	-21		
2	6	6	8	4	-6		

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 2, berapa isi sel A(2,4) ...	-6.66
0	3	-3.66	-6.66	2.66	39.34		
-4	8	5	10	-3	-21		
2	6	6	8	4	-6		

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 3, berapa isi sel A(3,5) ...	-0.32
0	3	-3.66	-6.66	2.66	39.34		
0	12	2.32	19.32	-0.32	-83.68		
2	6	6	8	4	-6		

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 4, berapa isi sel A(4,6) ...	25.34
0	3	-3.66	-6.66	2.66	39.34		
0	12	2.32	19.32	-0.32	-83.68		
0	4	7.34	3.34	2.66	25.34		

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 5, berapa isi sel A(2,3) ...	-1.22
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	12	2.32	19.32	-0.32	-83.68		
0	4	7.34	3.34	2.66	25.34		

ITERASI KE-5

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11
0	12	2.32	19.32	-0.32	-83.68
0	4	7.34	3.34	2.66	25.34



PROSES ITERASI

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 6, berapa isi sel A(3,4) ...	45.96
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	0	16.96	45.96	-11	-241		
0	4	7.34	3.34	2.66	25.34		
1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 7, berapa isi sel A(4,5) ...	-0.9
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	0	16.96	45.96	-11	-241		
0	0	12.22	12.22	-0.9	-27.1		
1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 8, berapa isi sel A(3,4) ...	2.71
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	0	1	2.71	-0.65	-14.21		
0	0	12.22	12.22	-0.9	-27.1		
1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 9, berapa isi sel A(4,5) ...	7.04
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	0	1	2.71	-0.65	-14.21		
0	0	0	-20.9	7.04	146.55		
1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67	iterasi ke 10, berapa isi sel A(4,6) ...	-0.34
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11		
0	0	1	2.71	-0.65	-14.21		
0	0	0	1	-0.34	-7.01		

ITERASI KE-10

1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11
0	0	1	2.71	-0.65	-14.21
0	0	0	1	-0.34	-7.01



1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67
0	1	-1.22	-2.22	0.89	13.11
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01
1	1	-0.67	2.33	0.67	-15.67
0	1	-1.22	0	0.14	-2.45
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01
1	1	-0.67	0	1.46	0.66
0	1	-1.22	0	0.14	-2.45
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01
1	1	-0.67	0	1.46	0.66
0	1	0	0	0.47	3.39
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01
1	1	0	0	1.64	3.87
0	1	0	0	0.47	3.39
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01
1	0	0	0	1.17	0.48
0	1	0	0	0.47	3.39
0	0	1	0	0.27	4.79
0	0	0	1	-0.34	-7.01

ITERASI KE-11

ITERASI KE-12

ITERASI KE-13

ITERASI KE-14

ITERASI KE-15

ITERASI KE-16

THANK YOU

