

Komputasi Numerik



PERTEMUAN 2



Grafik + Tabulasi + Bagi dua + Regula Falsi

2024/2025





Komnum Week 2

Apa Yang Akan Kita Pelajari? ✨

01

Pengertian Akar Persamaan

02

Metoda Akolade; Grafik, Tabulasi, Bolzano (Bagi dua/biseksi), Regula Falsi

03

Tugas 1

Tujuan

- Mencari
 - akar persamaan
 - menentukan harga X untuk $f(x) = 0$
 - fungsi $f(x)$ memotong sumbu x



carilah akar
 $f(x) = x^2 - x - 6$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$
$$x = 3 \rightarrow f(x) = 0$$
$$x = -2 \rightarrow f(x) = 0$$

Pada persamaan
polinomial pangkat 2
misal $f(x) = x^2 + x - 2$

untuk mencari x_1 dan x_2 kita
bisa menggunakan rumus ABC

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Bagaimana untuk
mencari akar persamaan :

$$f(x) = x^4 - 3x - 2 = 0$$

$$f(x) = e^{-x} - x = 0$$

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$$

Cara pemecahan

mencoba-coba,
memasukkan nilai x , agar
 $f(x)$ menjadi 0

Hasilnya lama dan belum
tentu ketemu 😊

Dalam 2 pertemuan ke depan kita akan mempelajari beberapa metode untuk mencari akar-akar persamaan.

Pengertian Akar Persamaan



Untuk polynomial berderajat 2, tersedia magical formula “ABC”, yang secara analitis dapat membantu mencari akar-akar persamaan tersebut.

Sementara untuk polynomial berderajat 3 / 4, rumus2 yang ada cukup kompleks. Kita perlu berkali2 mengucap “gladium laviosa” sebelum dapat menggunakannya. Tetapi bagaimanapun juga (secara analitis) rumus2 tsb masih dapat digunakan.

polynomial derajat > 4 ?

yang bisa kita lakukan hanyalah mencoba menyelesaikan melalui serangkaian pendekatan numeris. Dan untuk itu tersedia beragam metode yang dapat kita pilih.

➤ Pengertian Akar Persamaan ➤

Cara termudah mencari akar persamaan polynomial berderajat tinggi adalah dengan menggambarkan fungsi tersebut pada koordinat cartesian. Kemudian mencari titik potong fungsi pada sumbu X.

Cara mudah lainnya?!...

Ada, tapi butuh kesabaran. Yaitu dengan mencoba2 (trial error). Tetapkan sebarang nilai x dan teliti apakah anda bisa mendapatkan $f(x) = 0$.

Jika gagal, coba nilai x lainnya. Sampai anda 'beruntung' menemukan $f(x) = 0$.

Kedua cara ini sebenarnya sudah dapat dikategorikan sebagai upaya pendekatan (walaupun tidak sistematis). Di sisi lain terdapat banyak teknik pendekatan yang secara garis besar dikelompokkan dalam 2 kelompok besar, yaitu :

**Kelompok Metode
Akolade (minggu ini)**

**Kelompok Metode
Terbuka (pertemuan
berikutnya)**

1. Metoda Grafik

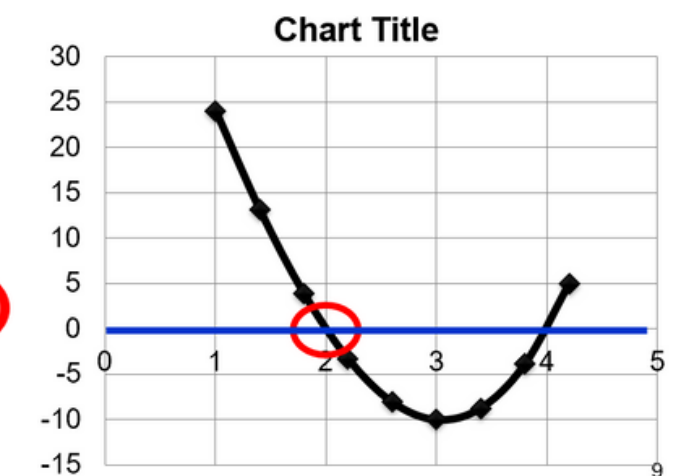
- Taksiran kasar
- Tidak bisa dihitung E_a (error aproximate), hanya bisa dihitung E_t (error true/sebenarnya)
- Pertama buat tabel untuk menggambar grafik
- Dari grafik dapat dilihat, dimana fungsi $f(x)$ memotong sumbu x
- Titik inilah yang menyatakan harga x untuk $f(x)=0$

$$E_t = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{aproximasi}}{x_{sebenarnya}} \right| \times 100\%$$

dapatkan akar pendekatan dari persamaan $f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$

01 Pertama, buat dulu tabel

x	f(x)
1	24
1,4	13,104
1,8	3,872
2,2	-3,312
2,6	-8,064
3	-10
3,4	-8,736
3,8	-3,888
4,2	4,928



02 Diketahui harga sebenarnya $x = 2$,

Sehingga kita dapat menghitung E_t , yaitu :

$$E_t = \left| \frac{2 - (2,2)}{2} \right| * 100\% = 10\%$$

E_t = kesalahan di acu terhadap harga sebenarnya

1. Metoda Grafik

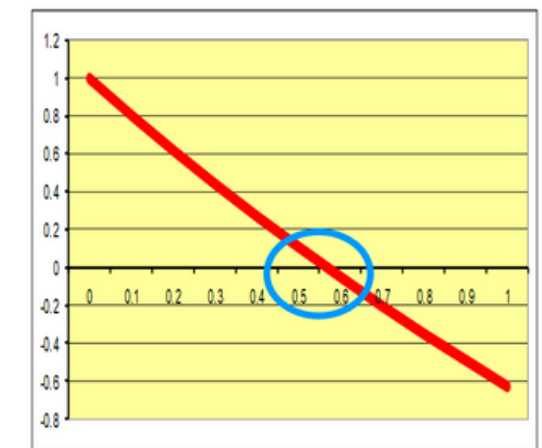
- Taksiran kasar
- Tidak bisa dihitung E_a (error aproximate), hanya bisa dihitung E_t (error true/sebenarnya)
- Pertama buat tabel untuk menggambar grafik
- Dari grafik dapat dilihat, dimana fungsi $f(x)$ memotong sumbu x
- Titik inilah yang menyatakan harga x untuk $f(x)=0$

$$E_t = \left| \frac{x_{sebenarnya} - x_{aproximasi}}{x_{sebenarnya}} \right| \times 100\%$$

dapatkan akar pendekatan dari persamaan $f(x) = e^{-x} - x$

01 Pertama, buat dulu tabel, rumus excel =EXP(-A1)-A1

x	f(x)
0.5	0.106531
0.51	0.090496
0.52	0.074521
0.53	0.058605
0.54	0.042748
0.55	0.02695
0.56	0.011209
0.57	-0.00447
0.58	-0.0201
0.59	-0.03567
0.6	-0.05119



02 Diketahui harga sebenarnya $x = 0,56714329$

Sehingga kita dapat menghitung E_t , yaitu :

$$E_t = \left| \frac{0,56714329 - 0,57}{0,56714329} \right| * 100 \% = 0,5 \%$$

E_t = kesalahan di acu terhadap harga sebenarnya

2. Metode Tabulasi

Metode Tabulasi ini sebenarnya merupakan perluasan dari metode Grafik. Karena Metode Grafik hanya memberikan pendekatan kasar, maka hasil lebih presisi dapat diperoleh melalui metode Tabulasi ini.

Contoh 1:

Dapatkan akar pendekatan dari persamaan dibawah ini

$$f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$$

x	f(x)
1	24
1,4	13,104
1,8	3,872
2,2	-3,312
2,6	-8,064
3	-10
3,4	-8,736
3,8	-3,888
4,2	4,928

x	f(x)
1,8	3,872
1,82	3,460968
1,84	3,055104
1,86	2,654456
1,88	2,259072
1,9	1,869
1,92	1,484288
1,94	1,104984
1,96	0,731136
1,98	0,362792
2	0
2,02	-0,35719
2,04	-0,70874

Metode Tabulasi

Contoh 2 :

Dapatkan akar pendeketan dari persamaan $f(x) = e^{-x} - x$

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
0	1	0.5	0.106531	0.56	0.011209
0.1	0.804837	0.51	0.090496	0.561	0.009638
0.2	0.618731	0.52	0.074521	0.562	0.008068
0.3	0.440818	0.53	0.058605	0.563	0.006498
0.4	0.27032	0.54	0.042748	0.564	0.004929
0.5	0.106531	0.55	0.02695	0.565	0.00336
0.6	-0.05119	0.56	0.011209	0.566	0.001792
0.7	-0.20341	0.57	-0.00447	0.567	0.000225
0.8	-0.35067	0.58	-0.0201	0.568	-0.00134
0.9	-0.49343	0.59	-0.03567	0.569	-0.00291
1	-0.63212	0.6	-0.05119	0.57	-0.00447

➤ Metode Tabulasi ➤

- Diketahui harga sebenarnya $x = 0,56714329$
- Sehingga kita dapat menghitung E_t , yaitu :

E_t = kesalahan di acu terhadap harga sebenarnya

$$E_t = \left| \frac{0,56714329 - 0,567}{0,56714329} \right| * 100 \% = 0,025 \%$$

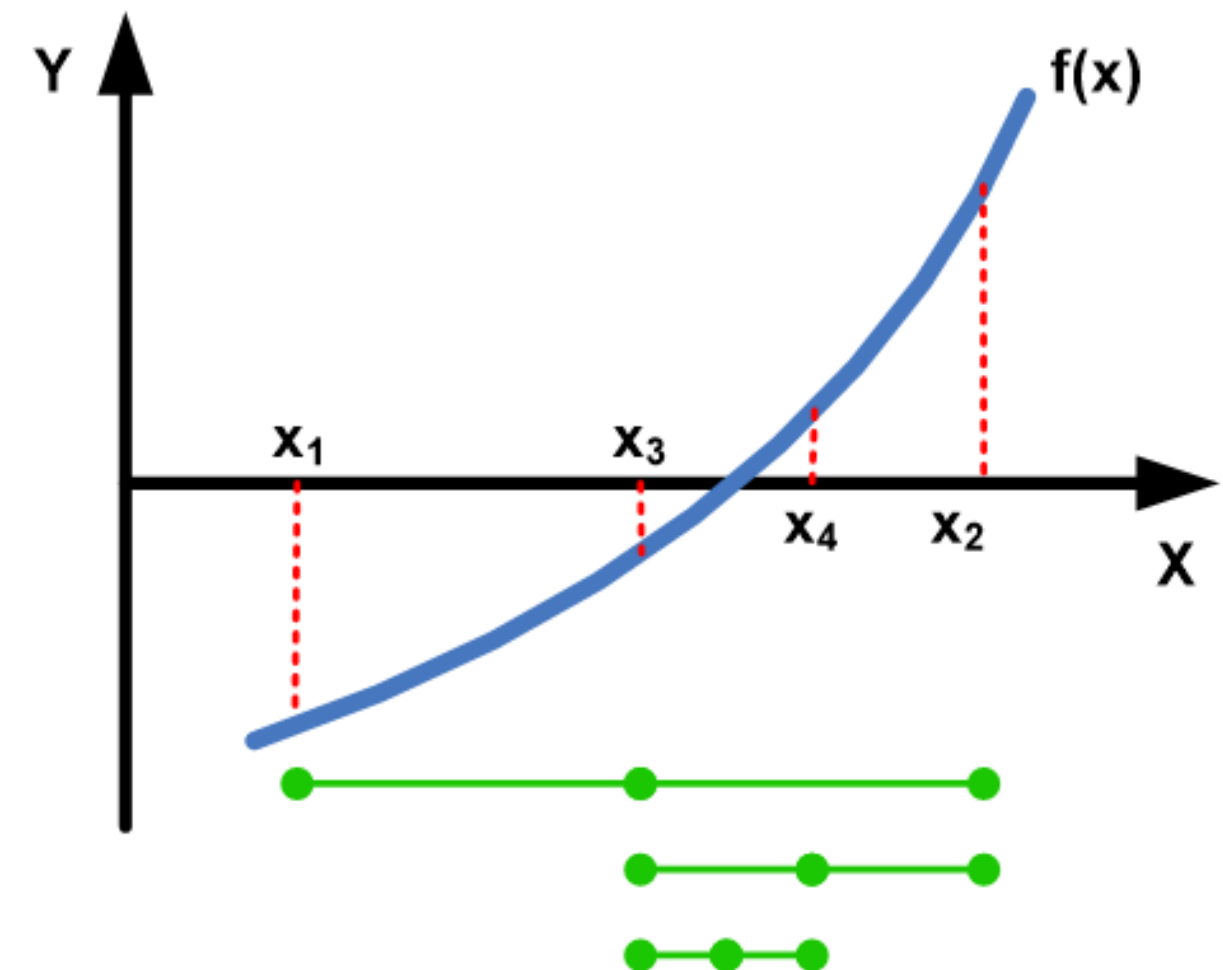
3. Metode Bagi Dua

Bolzano/Biseksi

- Taksiran lebih halus dari grafik
- Disebut juga metoda setengah interval (interval halving), bolzano atau biseksi
- Dapat dihitung E_a dan E_t
- Algoritma :
- Pilih taksiran awal X_L (X_{lower}) dan X_u (X_{upper}), dengan syarat $f(X_L) * f(X_u) < 0$, ini berarti terjadi perubahan tanda antara $f(X_L)$ dan $f(X_u)$

Metode Bolzano

- Istilah “perubahan tanda” dalam metode ini memiliki arti penting. Karena mengingat sifat fungsi yang kontinu, maka adanya 2 nilai fungsi $f(x_i)$ dan $f(x_{i+n})$ yang memiliki tanda berbeda menunjukkan fungsi tersebut memotong koordinat (setidaknya satu kali) di antara x_i dan x_{i+n}
- ingat!... yang kita cari adalah nilai x dimana $f(x) = 0$



➤ Metode Bagi Dua ⚡

Contoh Soal 1

2. Taksiran Pertama Akar: $X_r = \frac{X_l + X_u}{2}$
3. Untuk mencari sub interval berikutnya
 - If $f(X_l) \cdot f(X_r) < 0$
 - Akar terletak pada subinterval **kiri**,
 - maka $\rightarrow X_u = X_r$, lanjutkan ke no 4
 - If $f(X_l) \cdot f(X_r) > 0$
 - Akar terletak pada subinterval **kanan**
 - maka $\rightarrow X_l = X_r$, lanjutkan ke no 4
 - If $f(X_l) \cdot f(X_r) = 0$ akar = X_r , berhenti
4. Hitung taksiran baru akar: $X_r = \frac{X_l + X_u}{2}$
5. Putuskan: – If akar cukup akurat \rightarrow hentikan
– If akar kurang akurat \rightarrow langkah ke 3

Diketahui

$$f(x) = x^3 + 10x^2 - 7x - 196$$

Batas bawah (X_l) = -5

Batas atas (X_u) = 8

Nilai X sebenarnya = 4

Cari akar x dengan menggunakan metoda bagi dua (nilai 24)

- catatan:
 - tiap iterasi cari E_t dan E_a
 - ketelitian 2 angka di belakang koma
 - cari iterasi 1 sampai iterasi 3
 - tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Metode Bagi Dua

Contoh Soal

Diketahui

$$f(x) = x^3 + 10x^2 - 7x - 196$$

Batas bawah (x_l) = -5

Batas atas (x_u) = 8

Nilai x sebenarnya = 4

Rumus

$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Jawaban

Iterasi 1:

$$x_l = -5$$

$$x_r = \frac{-5 + 8}{2}$$

$$x_u = 8$$

$$x_r = 1.5$$

$$E_t = \left| \frac{4 - 1.5}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 62.5\%$$

E_a = Belum dapat dilakukan

$$f(x_l) = f(-5) = -36$$

$$f(x_r) = f(1.5) = -180.63$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **positif**, maka
 $x_l = 1.5$

Iterasi 2:

$$x_l = 1.5 \quad x_r = \frac{1.5 + 8}{2}$$

$$x_u = 8$$

$$x_r = 4.75$$

$$E_t = \left| \frac{4 - 4.75}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 18.75\%$$

$$E_a = \left| \frac{4.75 - 1.5}{4.75} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 68.42\%$$

$$f(x_l) = f(1.5) = -180.63$$

$$f(x_r) = f(4.75) = 103.55$$

$$f(x_l) \times f(x_r) < 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **negatif**,
maka $x_u = 4.75$

➤ Metode Bagi Dua ⚡

Contoh Soal

Diketahui

$$f(x) = x^3 + 10x^2 - 7x - 196$$

Batas bawah (X_l) = -5

Batas atas (X_u) = 8

Nilai X sebenarnya = 4

Rumus

$$X_r = \frac{X_l + X_u}{2}$$

Jawaban

Iterasi 3:

$$x_l = 1.5 \quad x_r = \frac{1.5 + 4.75}{2}$$

$$x_u = 4.75 \quad x_r = 3.13$$

$$E_t = \left| \frac{4 - 3.13}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 21.75\%$$

$$E_a = \left| \frac{3.13 - 4.75}{3.13} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 51.76\%$$

Metode Bagi Dua

Contoh Soal 2

Diketahui

$$f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$$

Batas bawah (x_l) = -2

Batas atas (x_u) = 3

Nilai x sebenarnya = 2

Cari akar x dengan menggunakan metoda bagi dua (nilai 24)

- catatan:

- tiap iterasi cari E_t dan E_a
- ketelitian 2 angka di belakang koma
- cari iterasi 1 sampai iterasi 3
- tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Rumus

$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Jawaban

Iterasi 1:

$$x_l = -2$$

$$x_r = \frac{-2 + 3}{2}$$

$$x_u = 3$$

$$x_r = 0.5$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 0.5}{2} \right| \times 100\%$$

$$E_a = \text{Belum Dapat Dilakukan}$$

$$E_t = 75\%$$

$$f(x_l) = f(-2) = 120$$

$$f(x_r) = f(0.5) = 39.38$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **positif**, maka $x_l = 0.5$

Metode Bagi Dua

Contoh Soal 2

Diketahui

$$f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$$

Batas bawah (X_l) = -2

Batas atas (X_u) = 3

Nilai X sebenarnya = 2

Cari akar x dengan menggunakan metoda bagi dua (nilai 24)

- catatan:

- tiap iterasi cari E_t dan E_a
- ketelitian 2 angka di belakang koma
- cari iterasi 1 sampai iterasi 3
- tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Rumus

$$X_r = \frac{X_l + X_u}{2}$$

Jawaban

Iterasi 2:

$$x_l = 0.5 \quad x_r = \frac{0.5 + 3}{2}$$

$$x_u = 3 \quad x_r = 1.75$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 1.75}{2} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 12.5\%$$

$$E_a = \left| \frac{1.75 - 0.5}{1.75} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 71.43\%$$

$$f(x_l) = f(0.5) = 39.38$$

$$f(x_r) = f(1.75) = 4.92$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **positif**, maka $x_l = 1.75$

Metode Bagi Dua

Contoh Soal 2

Diketahui

$$f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$$

Batas bawah (x_l) = -2

Batas atas (x_u) = 3

Nilai x sebenarnya = 2

Cari akar x dengan menggunakan metoda bagi dua (nilai 24)

- catatan:

- tiap iterasi cari E_t dan E_a
- ketelitian 2 angka di belakang koma
- cari iterasi 1 sampai iterasi 3
- tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Rumus

$$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$$

Jawaban

Iterasi 3:

$$x_l = 1.75 \quad x_r = \frac{1.75 + 3}{2}$$

$$x_u = 3 \quad x_r = 2.38$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 2.38}{2} \right| \times 100\% \quad E_a = \left| \frac{2.38 - 1.75}{2.38} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 19\% \quad E_a = 26.47\%$$

$$f(x_l) = f(1.75) = 4.92$$

$$f(x_r) = f(2.38) = -5.77$$

$$f(x_l) \times f(x_r) < 0$$

Karena $f(x_l) * f(x_r)$ bernilai **negatif**, maka $x_u = 2.38$

4. Metode Posisi Salah ✨

- Taksiran yang dihasilkan lebih halus dari Metode Bagi Dua
- Metode Regula Falsi atau Metode Interpolasi Linear
- Algoritma
 - Pilih taksiran interval x_l dan x_u
 - taksiran awal

$$x_r = x_u - \frac{f(x_u)(x_l - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)}$$



Metode Posisi Salah

Diketahui :

$$f(x) = x^3 + 10x^2 - 7x - 196$$

Batas bawah (X_l) = - 5

Batas atas (X_u) = 8

Nilai X sebenarnya = 4

Contoh Soal

Cari akar x dengan menggunakan (nilai 24) metoda posisi salah!

- Catt :
 - Tiap iterasi cari E_t dan E_a
 - Ketelitian 2 angka dibelakang koma
 - Cari dari iterasi 1 sampai iterasi 3
 - Tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Metode Posisi Salah

Jawab :

$$x_r = x_u - \frac{f(x_u)(x_l - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)}$$

$$f(x) = x^3 + 10x^2 - 7x - 196$$

Batas bawah (x_l) = - 5

Batas atas (x_u) = 8

Nilai X sebenarnya = 4

Iterasi 1:

$$x_l = -5, f(x_l) = -36 \quad x_r = 8 - \frac{900 \times (-5 - 8)}{-36 - 900}$$

$$x_u = 8, f(x_u) = 900$$

$$x_r = -4.5$$

$$E_t = \left| \frac{4 - (-4.5)}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 212.5\%$$

E_a = Belum Dapat Dilakukan

$$f(x_l) = f(-5) = -36$$

$$f(x_r) = f(-4.5) = -53.13$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai positif, maka $x_l = -4.5$

Metode Posisi Salah

Iterasi 2:

$$x_l = -4.5, f(x_l) = 53.13 \quad x_r = 8 - \frac{900 \times (-4.5 - 8)}{-53.13 - 900}$$

$$x_r = 8, f(x_r) = 900 \quad x_r = -3.8$$

$$E_t = \left| \frac{4 - (-3.8)}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 195\%$$

$$E_a = \left| \frac{-3.8 - (-4.5)}{-3.8} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 18.42\%$$

$$f(x_l) = f(-4.5) = -53.13$$

$$f(x_r) = f(-3.8) = -79.87$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai positif, maka $x_l = -3.8$

Iterasi 3:

$$x_l = -3.8, f(x_l) = -79.87 \quad x_r = 8 - \frac{900 \times (-3.8 - 8)}{-79.87 - 900}$$

$$x_u = 8, f(x_u) = 900 \quad x_r = -2.84$$

$$E_t = \left| \frac{4 - (-2.84)}{4} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 171\%$$

$$E_a = \left| \frac{-2.84 - (-3.8)}{-2.84} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 33.8\%$$

$$f(x_l) = f(-3.8) = -79.87$$

$$f(x_r) = f(-2.84) = 118.37$$

$$f(x_l) \times f(x_r) < 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai negatif, maka $x_u = -2.84$

Contoh Soal 2 **Metode Posisi Salah**

Diketahui

$$f(x) = x^3 + x^2 - 34x + 56$$

Batas bawah (x_l) = -2

Batas atas (x_u) = 3

Nilai x sebenarnya = 2

Cari akar x dengan menggunakan metoda bagi dua

- catatan:
 - tiap iterasi cari E_t dan E_a
 - ketelitian 2 angka di belakang koma
 - cari iterasi 1 sampai iterasi 3
 - tuliskan rumusnya terlebih dahulu

Iterasi 1:

$$x_l = -2, f(x_l) = 120 \quad x_r = 3 - \frac{-10 \times (-2 - 3)}{120 - (-10)}$$
$$x_u = 3, f(x_u) = -10 \quad x_r = 2.62$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 2.62}{2} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 31\% \quad E_a = \text{Belum Dapat Dilakukan}$$

$$f(x_l) = f(-2) = 120$$

$$f(x_r) = f(2.62) = -8.23$$

$$f(x_l) \times f(x_r) < 0$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **negatif**, maka $x_u = -2.62$

➤ Metode Posisi Salah ➤

Iterasi 2:

$$x_l = -2, f(x_l) = 120$$

$$x_u = 2.62, f(x_u) = -8.23$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 2.32}{2} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 16\%$$

$$f(x_l) = f(-2) = 120$$

$$f(x_r) = f(2.32) = -5.01$$

$$f(x_l) \times f(x_r) < 0$$

Karena $f(x_l) * f(x_r)$ bernilai **negatif**, maka $x_u = -2.32$

$$x_r = 2.62 - \frac{-8.23 \times (-2 - 2.62)}{120 - (-8.62)}$$

$$x_r = 2.32$$

$$E_a = \left| \frac{2.32 - 2.62}{2.32} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 12.93\%$$

Metode Posisi Salah

Iterasi 3:

$$x_l = -2, f(x_l) = 120$$

$$x_u = 2.32, f(x_u) = -5.01$$

$$E_t = \left| \frac{2 - 2.15}{2} \right| \times 100\%$$

$$E_t = 7.5\%$$

$$f(x_l) = f(-2) = -120$$

$$f(x_r) = f(2.15) = -2.54$$

$$f(x_l) \times f(x_r) > 0$$

$$x_r = 2.32 - \frac{-5.01 \times (-2 - 2.32)}{120 - (-5.01)}$$

$$x_r = 2.15$$

$$E_a = \left| \frac{2.15 - 2.32}{2.15} \right| \times 100\%$$

$$E_a = 7.91\%$$

Karena $f(x_l) \times f(x_r)$ bernilai **positif**, maka $x_l = -2.15$

<https://its.id/m/komnum25>

Komnum Week 2

Tugas Kelompok

1. Buatlah contoh soal sendiri, boleh mengarang atau mengambil dari internet:
 - a. Metodagrafik = 2 kelompok
 - b. Tabulasi = 2 kelompok
 - c. Bagi Dua = 3 kelompok
 - d. Posisi Salah = 3 kelompok
2. Bentuk file PPT + nama kelompok dan anggota
3. Berikan contoh implementasi di dunia nyata dari metode yang digunakan

Ditanya :

- Tiap iterasi cari Et dan Ea
- Ketelitian 2 angka dibelakang koma
- Cari dari iterasi 1 sampai iterasi 3
- Tuliskan rumusnya terlebih dahulu



Komnum Week 2



TERIMA KASIH

Sampai Bertemu Kembali

