

Komputasi Numerik



PERTEMUAN 13

INTEGRASI

2024/2025

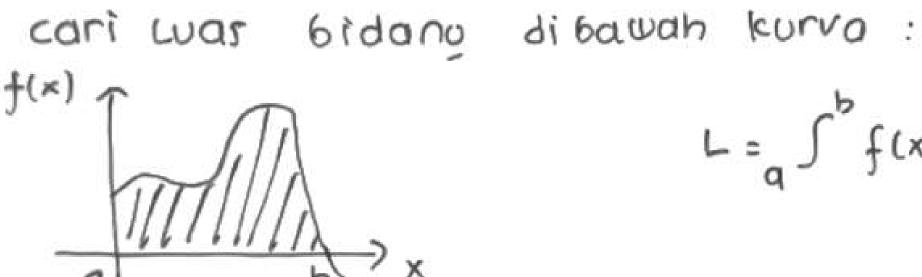


Formula Integrasi Newton-Cotes



Tujuan: mencari luas bidang di bawahh kurva

Contoh:









Integrasi

- 01 Trapesium
- 02 Trapesium Segmen berganda
- 03 Simpson 1/3
- 04 Simpson ⅓ segmen berganda
- 05 Simpson 3/8
- 106 Integral Reimann
- 107 Integrasi Gauss

7.1 Aturan Trapesium

Contoh: 13.1

Hitung integral dari fuungsi f(x) di bawah ini menggunakan aturan trapesium

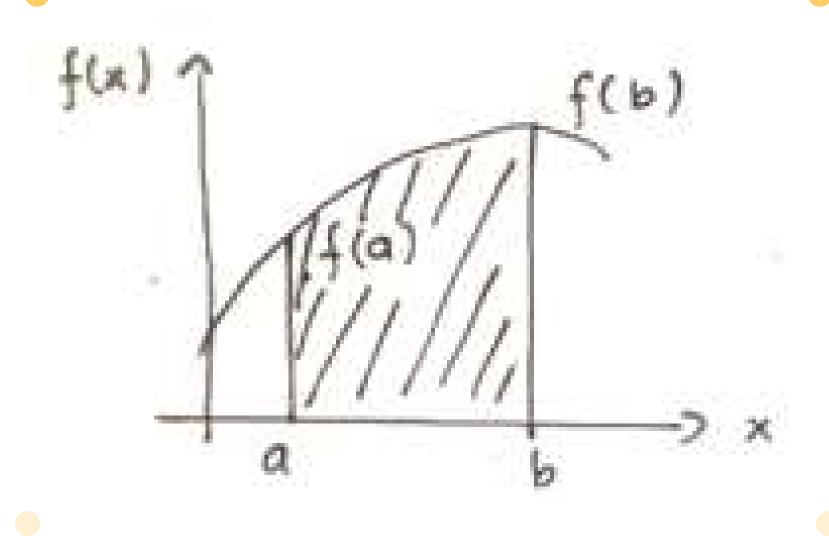
$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

dari a=0 sampai b=0,8



$$L = alas \times tinogi rato - rato$$

$$L = (b-a) \times \frac{f(a) + f(b)}{2}$$



Sub: Harga Sesungguhnya

$$L = \int_0^{0.8} f(x) dx$$

$$= \int_0^{0.8} (0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5) dx$$

$$= \left[0.2x + \frac{25}{2}x^2 - \frac{200}{3}x^3 + \frac{675}{4}x^4 - \frac{900}{5}x^5 + \frac{400}{6}x^6 \right]_0^{0.8}$$

$$= 1.64053334$$

Harga L jika menggunakan metode trapesium

$$a=0$$

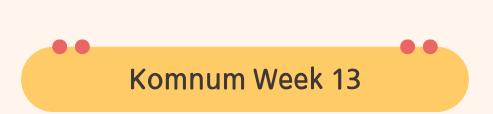
 $b=0.8$
 $L=(0.8-0)\cdot \frac{0.2+0.232}{2}=0.8\cdot \frac{0.432}{2}=0.1728$

$$f(a)=f(0)=0.2$$

$$f(b)=f(0.8)=0.232$$

Error Estimasi

$$E=85.9\%$$





Integrasi





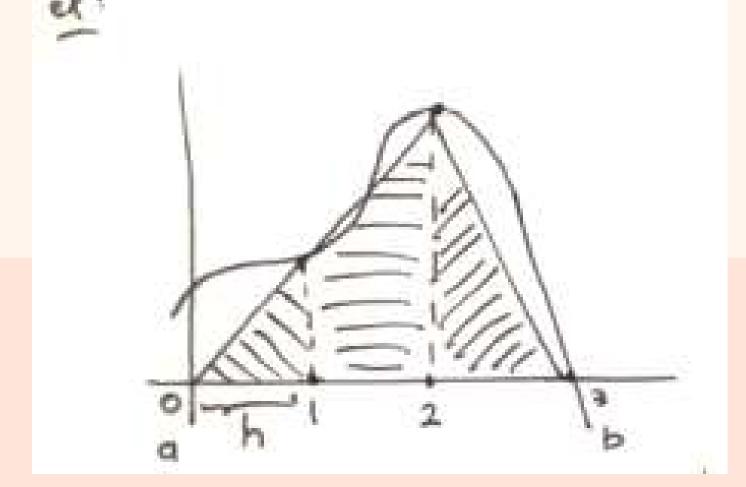


- lebar antar segmen sama
- menerapkan metode trapesium pada tiap segmen
- menjumlahkan seluruh segmen untuk mendapatkan luas





Komnum Week 13



Diketahui:



$$b = 3, \quad a = 0, \quad n = 3$$

$$h=\frac{b-a}{n}=\frac{3-0}{3}=1$$

Penyusun Integral

$$L = \int_{x_0}^{x_1} f(x) \, dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) \, dx + \ldots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) \, dx$$

Menggunakan aturan trapesium

$$L = h \cdot \frac{f(x_1) + f(x_0)}{2} + h \cdot \frac{f(x_2) + f(x_1)}{2} + \dots + h \cdot \frac{f(x_n) + f(x_{n-1})}{2}$$



$$L = \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

masukkan $h = \frac{b-a}{}$

$$L = (b-a) \frac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{\infty} f(x_i) + f(x_n)}{2n}$$
alar tinogi rata - rata

Contoh 13.2:

use aturan trapesium 2 segmen untuk menaksir integral dari

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

dari a=0 sampai b=0,8

L sebenanrnya= 1,6405333



$$L = (b-a) \frac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n}$$
alar though rate - rate

Contoh 13.2:

use aturan trapesium 2 segmen untuk menaksir integral dari

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

dari a=0 sampai b=0,8

L sebenanrnya= 1,6405333

misal n=2 maka

$$h = \frac{b-a}{n} = \frac{0.8-0}{2} = 0.4$$

$$f(0) = 0.2, \quad f(0.4) = 2.456, \quad f(0.8) = 0.232$$

$$L = (0.8 - 0) \cdot \frac{0.2 + 2 \cdot 2.456 + 0.232}{4}$$

$$= 0.8 \cdot \frac{0.2 + 4.912 + 0.232}{4}$$

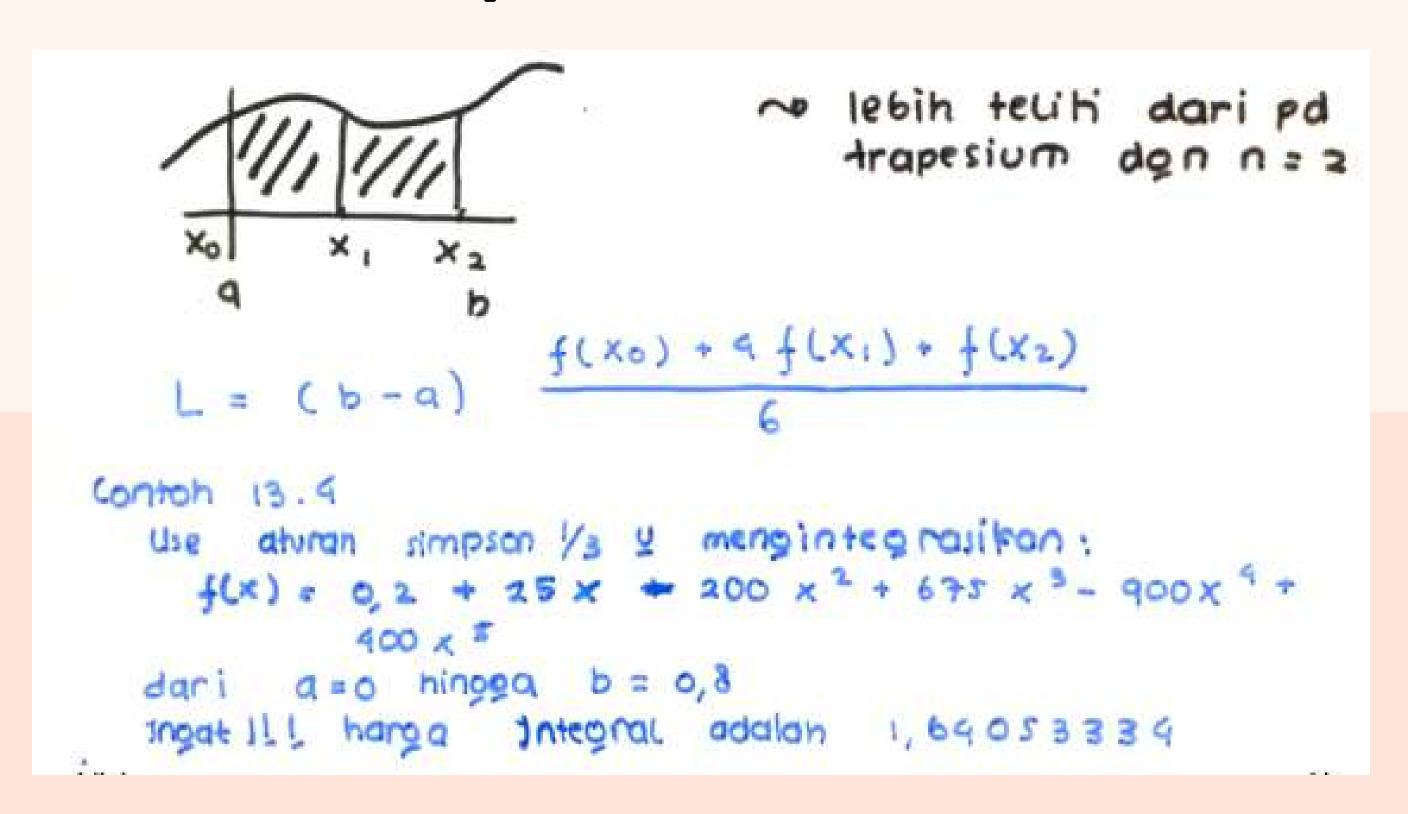
$$= 0.8 \cdot \frac{5.344}{4}$$

$$= 1.0688$$

$$E = 34.9\%$$

7.2 Aturan Simpson

7.2.1 Aturan Simpson 1/3



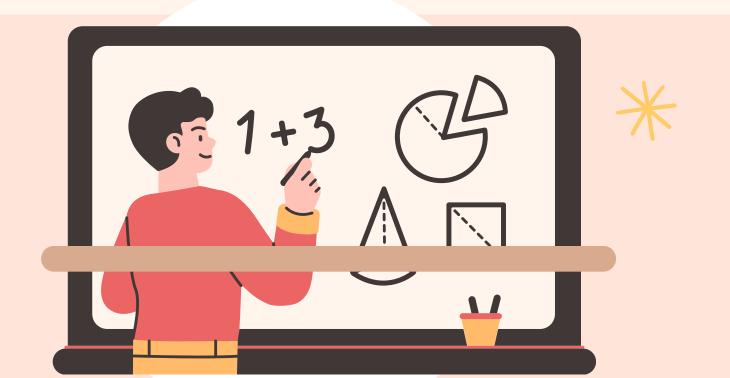
Komnum Week 13

Contoh 13.4 Use aturan simpson ⅓ untuk mengintegrasikan

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

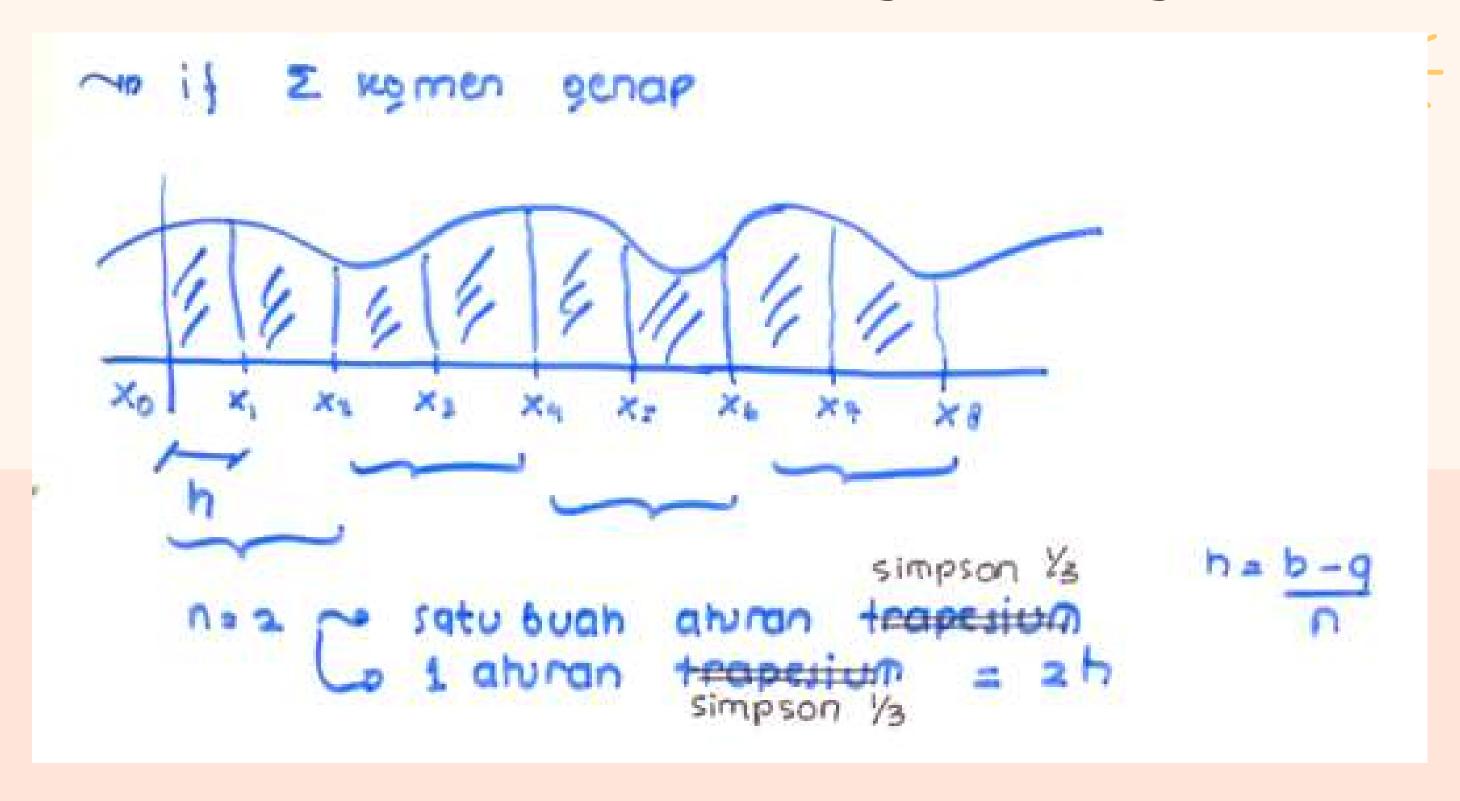
dari a=0 sampai b=0,8 ingat!! harga integral adalah 1,64053334





Dub: $X_0 = 0$ $f(X_0) = f(0) = 0,2$ $X_1 = 0,4$ $f(X_1) = f(0,4) = 2,456$ $X_2 = 0,8$ $f(X_2) = f(0,8) = 0,232$ L = (0,8-0) . 0,2+4(2,456) + 0,232 = 1,36746667 6t = 16,6 %

7.2.2 Aturan Simpson 1/3 segmen berganda



$$L = 2h \cdot \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} + 2h \cdot \frac{f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)}{6} + 2h \cdot \frac{f(x_4) + 4f(x_5) + f(x_6)}{6} + 2h \cdot \frac{f(x_6) + 4f(x_7) + f(x_8)}{6}$$

Maka rumus umumnya adalah:

$$L = \frac{2}{6} \cdot h \left[f(x_0) + 4 \sum_{\substack{i=1 \ i \text{ ganjil}}}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{\substack{i=2 \ i \text{ genap}}}^{n-2} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

atau dapat ditulis juga sebagai:

$$L = \frac{b-a}{3n} \left[f(x_0) + 4 \sum_{\substack{i=1 \ i \text{ ganjil}}}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{\substack{i=2 \ i \text{ genap}}}^{n-2} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

Contoh 13.5
Use aturan simpson ⅓ segmen berganda dengan n=4 untuk menaksir harga integral dari:

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

dari a=0 sampai b=0,8 ingat!! harga integral adalah 1,64053334



$$\int \frac{1}{10} \int \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

7.2.3 Aturan Simpson 3/8

The segmen panjil
$$x_0 = x_1 + x_2 + x_3$$

$$L = (b-a) \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8}$$

Komnum Week 13

kita dpt menerapkan 2 buah aturan pd satu masalah ⇒ contoh 13.6

a) use aturan simpson 3/8 utk mengintegralkan:

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

dari a=0 sampai b=00,8

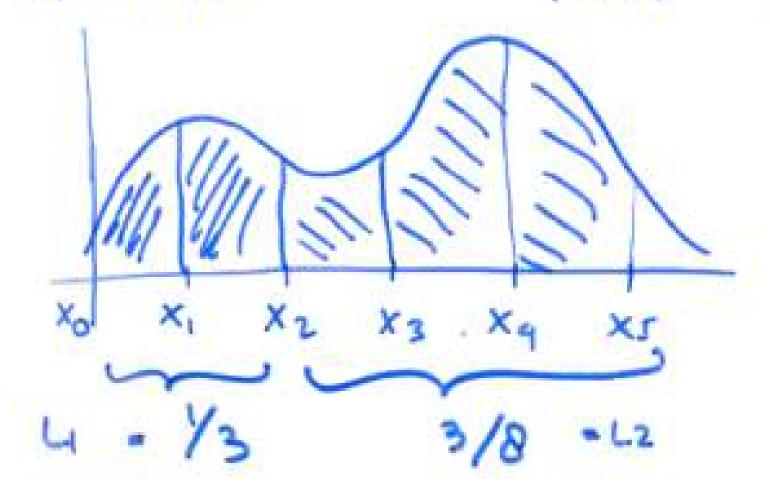




Jawab

a) simpson $\frac{3}{8}$ need 4 title bersposi sama: $x_0 = 0 \longrightarrow f(x_0) = 0.2$ $x_1 = 0.2667 \longrightarrow f(x_1) = 1.43272428$ $x_2 = 0.5333 \longrightarrow f(x_2) = 3.48717696$ $x_3 = 0.8 \longrightarrow f(x_3) = 0.232$ $x_4 = 0.8 \longrightarrow f(x_3) = 0.232$ $x_5 = 0.8 \longrightarrow f(x_3) = 0.232$

$$X_0 = 0$$
 $\longrightarrow f(X_0) = 0,2$
 $X_1 = 0,16$ $\longrightarrow f(X_1) = 1,296919$
 $X_2 = 0,32$ $\longrightarrow f(X_2) = 1,743393$
 $X_3 = 0,40$ $\longrightarrow f(X_3) = 3,1860197$
 $X_4 = 0,64$ $\longrightarrow f(X_4) = 3,1819289$
 $X_5 = 0,6$ $\longrightarrow f(X_5) = 0,232$



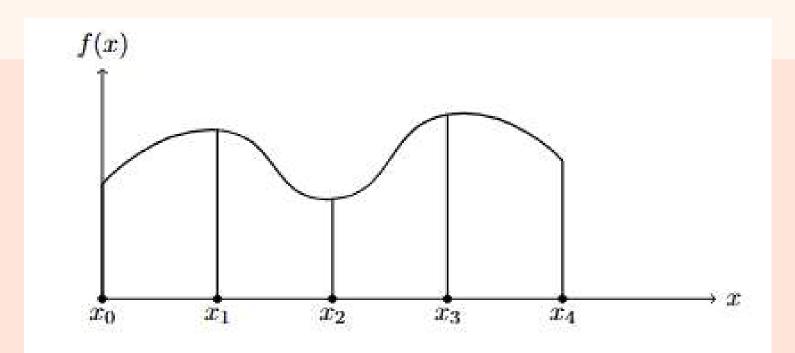
$$\frac{1}{3}$$
 where $\frac{1}{4} = 0.32$ $\frac{0.2 + 4(1.2969...) + 1.743...}{6}$ $\frac{1}{4} = 0.3803237$ $\frac{1}{4} = 0.48$ $\frac{1.743... + 3(5.1860... + 3.1819...) + 0.22}{8}$ $\frac{1.743... + 3(5.1860... + 3.1819...) + 0.22}{8}$ $\frac{1.743... + 3(5.1860... + 3.1819...) + 0.22}{8}$ total wor $\frac{1.743... + 3(5.1860... + 3.1819...) + 0.22}{8}$

7.3 Integrasi dengan segmen tidak sama

- · Sub bab terdahulu → segmen sama
- Sub bab saat ini → pada kenyataannya banyak segmennya yang tidak

sama

- · Cara:
- Menerapkan aturan trapesium pada tiap segmen

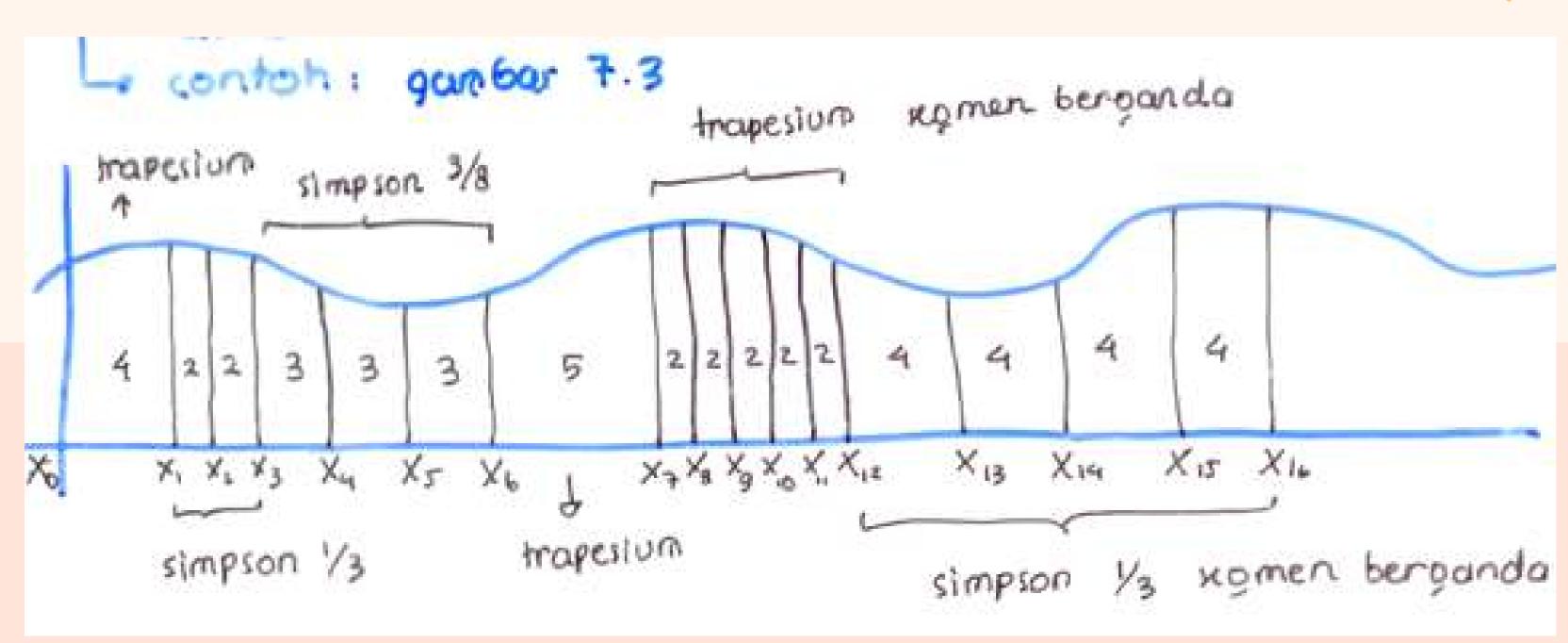


$$L = h_1 \cdot \frac{f(x_1) + f(x_0)}{2} + h_2 \cdot \frac{f(x_2) + f(x_1)}{2} + \dots + h_n \cdot \frac{f(x_n) + f(x_{n-1})}{2}$$



jika ada yang bisa menggunakan aturan trapesium atau simpson

contoh: gambar 7.3



Eunakon ahran: trapesium, trapesium segmen berganda, simpson \frac{1}{3}, simpson \frac{1}{2} komen berounda & simpson \frac{3}{8} y mengintegranikan: $f(x) = 3x^2 + 7x - 5$ dari a = 0 hingoa b = 62 - trapesium simpron 1 simpson & reman beroanda X0=0 X1 X2 X3 X4 X5 X6=24 X9=33 X10 X1=45=47 trapesium repmen berganda simpson 3

Cari luas sebenarnya

• Dengan menggunakan integral

$$F(x) = 3x^2 + 7x - 5$$

Luas sebenarnya:

$$\left[\frac{x^3}{1} + \frac{7}{2}x^2 - 5x\right]_0^{62}$$

luas sebenarnya $\Rightarrow 251.472$

$$X_5 = 20$$
 $\Rightarrow b$ $f(20) = 3.20^2 + 7.20 - 5 = 1335$ ②

 $X_6 = 24$ $\Rightarrow b$ $f(24) = 3.24^2 + 7.24 - 5 = 1891$ ②

 $L = (b - a)$. $L = f(x_0) + 4 + f(x_1) + 2 + f(x_2) + 4 + f(x_3) + 2 + f(x_4) + 4 + f(x_5) + f(x_6)$]

 $A = f(x_5) + f(x_6)$]

$$L = (24 - 0) \cdot [-5 + 4.71 + 2.243 + 4.511 + 2.875 + 4.1335 + 1891]$$

$$3.6$$

$$L = 15.720 ②$$

b) traperium keymun berganda:

$$n = 3$$
 $q = 24$
 $b = 33$
 $x_0 = 24$
 $b = 33$
 $x_0 = 24$
 $x_1 = 27$
 $x_2 = 3$
 $x_3 = 3$
 $x_4 = 27$
 $x_4 = 27$
 $x_5 = 37$
 $x_5 = 37$
 $x_6 = 37$

C simpson
$$\frac{1}{3}$$
 $n = 2$
 $q = 33$
 $b = 45$
 $x_0 = 33 = 0 \neq (33) = 3493$
 $x_1 = 39 \Rightarrow f(39) = 3.39^2 + 7.39 - 5 = 4831$
 $x_2 = 45 \Rightarrow f(45) = 3.45^2 + 7.45 - 5 = 6385$
 $1 = (6-9) \cdot \frac{f(x_0) + 4.f(x_1) + f(x_2)}{6}$
 $1 = (45-33) \cdot \frac{3493 + 4.4631 + 6385}{6}$
 $1 = 58.404$

Therefore:

$$a = 45 \implies f(45) = 6305$$
 $b = 47 \implies f(47) = 3.47^{2} + 7.47 - 5 = 6951$
 $L = (b-a) \cdot f(a) + f(b)$
 $= (47-45) \cdot \frac{6385 + 6951}{2}$
 $= 13.336$

(a)

Simpron
$$\frac{3}{6}$$
:

Q: 47

b: 62

Xo: 47 = f(47): 6951

X₁: 52 = f(52): 3.52^k + 7.52 - 5 = 8471 ②

X2: 57 = f(57): 5.54^k + 7.57 - 5 = 10141 ②

X5: 62 = f(62): 3.62^k + 7.62 - 5 = 11961 ②

L: (b-q). $f(x_0) + 3 f(x_1) + 3. f(x_2) + f(x_3)$

8

= (62-47). 6951 + 3.8471 + 3.10141 + 11961 ②

L: 140 152,5 ③

$$Error = rac{|251.472 - 251.516, 5|}{251.472 imes 100\%}$$

Error=0,02%



$$-f(x) = 3x^5 - 8x^4$$

- Batas atas = 16
- Batas bawah = 4

Ditanya:

- Cari luas sebenarnya dengan Integral!

Jawaban Soal 1 <</pre>

Selesaikan Persamaan dengan Integral

$$\int_{4}^{16} f(x) = \int_{4}^{16} 3x^{5} - 8x^{4} = \left[\frac{3}{6} x^{6} - \frac{8}{5} x^{5} \right]_{4}^{16}$$

$$= \left(\frac{3}{6} (16)^{6} - \frac{8}{5} (16)^{5} \right) - \left(\frac{3}{6} (4)^{6} - \frac{8}{5} (4)^{5} \right)$$

$$= 6.710.476, 8$$

⇒ Soal 2 **<**

Diketahui:

- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah = 4

Ditanya:

- Cari hasil dari fungsi berikut!
 - f(4)
 - f(7)
 - f(10)
 - f(13)
 - f(16)

-Jawaban Soal 2a

masukkan Xi ke dalam fungsi

$$f(4) = 3(4)^5 - 8(4)^4 = 1024$$
 $f(7) = 3(7)^5 - 8(7)^4 = 31213$
 $f(10) = 3(10)^5 - 8(10)^4 = 220000$
 $f(13) = 3(13)^5 - 8(13)^4 = 885391$
 $f(16) = 3(16)^5 - 8(16)^4 = 2621440$

Jawaban Soal 2b <

masukkan Xi ke dalam fungsi

a. Luas =
$$(b-a)^{\frac{[f(x_0)+4\sum_{i=1,3}^{n-1}f(x_i)+2\sum_{i=2,4}^{n-2}f(x_i)+f(x_n)]}{3n}$$

b.
$$Luas = (16 - 4) \frac{[1024 + 4(31,213 + 885,391) + 2(220000) + 2621440]}{3 \times 4} = 6728880$$

c.
$$Error = \frac{6.710.476,8-6728880}{6.710.476.8} \times 100 = 0,27$$

Jadi luas dari f(x) dan errornya adalah 6728880 dan 0,27

Soal 2 =

Diketahui:

- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

- A. Cari hasil dari fungsi berikut:
 - f(4)
 - f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Trapezium!

Jawaban

Metode Trapezium

$$L = (b - a) \times \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

Bagian (a)

- ⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!
- $f(4) = 3(4)^5 8(4)^4 = 1024$
- $f(16) = 3(4)^5 8(16)^4 = 2621440$

Bagian (b)

- ⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!
- $L = (16-4) \times \frac{f(16)+f(4)}{2} = 12 \times \frac{2621440+1024}{2} = 15734784$
- $Et = \frac{nilai\ asli-nilai\ taksir}{nilai\ asli} \times 100\% = \frac{6710476,8-15734784}{6710476,8} \times 100\% = 134,48$

Jadi luas dan error dari persamaan f(x) adalah 15734784 dan 134,34

Soal 2 =

Diketahui:

- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

- A. Cari hasil dari fungsi berikut:
 - f(4)
 - f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Trapezium!

Jawaban

Bagian (b)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

•
$$L = (16 - 4) \times \frac{f(16) + f(4)}{2} = 12 \times \frac{2621440 + 1024}{2} = 15734784$$

•
$$Et = \frac{nilai\ asli-nilai\ taksir}{nilai\ asli} \times 100\% = \frac{6710476,8-15734784}{6710476,8} \times 100\% = \frac{134,48}{6710476,8}$$

Jadi luas dan error dari persamaan f(x) adalah 15734784 dan 134,34



- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

A. Cari hasil dari fungsi berikut:

- f(4)
- f(10)
- f(16)

B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Simpson 1/3!

Jawaban

Metode Simpson 1/3

$$L = (b - a) \times \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6}$$

Bagian (a)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

•
$$f(4) = 3(4)^5 - 8(4)^4 = 1024$$

•
$$f(10) = 3(10)^5 - 8(10)^4 = 220000$$

•
$$f(16) = 3(4)^5 - 8(16)^4 = 2621440$$



- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

A. Cari hasil dari fungsi berikut:

- f(4)
- f(10)
- f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Simpson 1/3!

Jawaban

Bagian (b)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

•
$$L = (16 - 4) \times \frac{f(4) + 4f(10) + f(16)}{6} = (12) \times \frac{1024 + 4 \times 220000 + 2621440}{6} = 7004928$$

•
$$Et = \frac{nilai \ asli-nilai \ taksir}{nilai \ asli} \times 100\% = \frac{6710476,8-7004928}{6710476,8} \times 100\% = 4,39$$

Jadi luas dan error dari persamaan f(x) adalah 7004928 dan 4,39



- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

A. Cari hasil dari fungsi berikut:

- f(4)
- f(8)
- f(12)
- f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Simpson 3/8!

Jawaban

Metode Simpson 3/8

$$L = (b - a) \times \frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8}$$

Bagian (a)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

- $f(4) = 3(4)^5 8(4)^4 = 1024$
- $f(8) = 3(8)^5 8(8)^4 = 65536$
- $f(12) = 3(12)^5 8(12)^4 = 580608$
- $f(16) = 3(4)^5 8(16)^4 = 2621440$



- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

A. Cari hasil dari fungsi berikut:

- f(4)
- f(8)
- f(12)
- f(16)

B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Simpson 3/8!

Jawaban

Bagian (b)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

•
$$L = (16 - 4) \times \frac{f(4) + 3f(8) + 3f(12) + f(16)}{8} = (12) \times \frac{1024 + 3 \times 65536 + 3 \times 580608 + 2621440}{8} = 6841344$$

•
$$Et = \frac{nilai \ asli-nilai \ taksir}{nilai \ asli} \times 100\% = \frac{6710476,8-6841334}{6710476,8} \times 100\% = 1,95$$

Jadi luas dan error dari persamaan f(x) adalah 6841344 dan 1,95

Soal 5 =

Diketahui:

- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

- A. Cari hasil dari fungsi berikut:
 - o f(4)
 - o f(7)
 - f(10)
 - f(13)
 - o f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Trapezium Segmen Berganda!

Jawaban

Metode Trapezium Segmen Berganda

$$L = (b-a) imes rac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n}$$

Bagian (a)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

$$- f(4) = 3(4)^5 - 8(4)^4 = 1024$$

$$- f(7) = 3(7)^5 - 8(7)^4 = 31213$$

$$- f(10) = 3(10)^5 - 8(10)^4 = 220000$$

$$- f(13) = 3(13)^5 - 8(13)^4 = 885391$$

$$- f(16) = 3(16)^5 - 8(16)^4 = 2621440$$

Soal 5 =

Diketahui:

- $f(x) = 3x^5 8x^4$
- Batas atas = 16
- Batas bawah= 4

Ditanya:

- A. Cari hasil dari fungsi berikut:
 - o f(4)
 - f(7)
 - o f(10)
 - f(13)
 - f(16)
- B. Cari luas dan error dari persamaan diatas dengan cara Trapezium Segmen Berganda!

Jawaban

Metode Trapezium Segmen Berganda

$$L = (b-a) imes rac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n}$$

Bagian (b)

⇒ Masukkan variabel ke dalam persamaan!

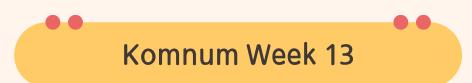
$$-L = (16-4) \times \frac{f(4)+2\times(f(7)+f(10)+f(13))+f(16)}{2\times4} = \frac{12}{8} \times (1024+2\times(31213+220000+885391) + 2621440) = 7343508$$

$$-Et = \frac{nilai \ asli-nilai \ taksir}{nilai \ asli} \times 100\% = \frac{6710476,8-7343508}{6710476,8} \times 100\% = 9.43$$

Jadi luas dan error dari persamaan f(x) adalah 7343508 dan 9,43



https://its.id/m/komnum25



Tugas Individu =

Hitunglah integral dari fungsi $f(x) = -4 + 7x^2$ dengan menggunakan aturan:

- a. x_0 - x_4 menggunakan simpson 1/3 segmen berganda
- b. $x_4 x_7$ menggunakan simpson 3/8
- ${f c.}\,x_7-x_{10}$ menggunakan trapesium segmen berganda

						X ₅					
angka	0	3	6	9	12	16	20	24	26	28	30



Komnum Week 5



TERIMA KASIH



Sampai Bertemu Kembali