



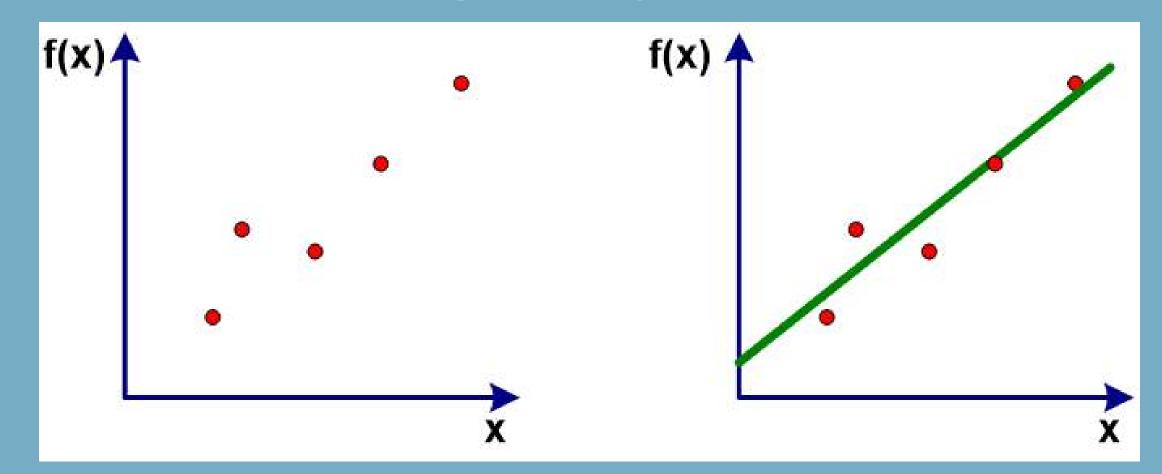
Seringkali data tersajikan dalam bentuk rangkaian nilai diskrit (deretan angka2 dalam urutan yang kontinu), tanpa disertai bentuk fungsi yang menghasilkan data tsb.

Dalam kasus di atas, kitadapat men-"generate" fungsi sederhana untuk mengaproksimasi bentuk fungsi sebenarnya dengan memanfaatkan rangkaian data yang ada.



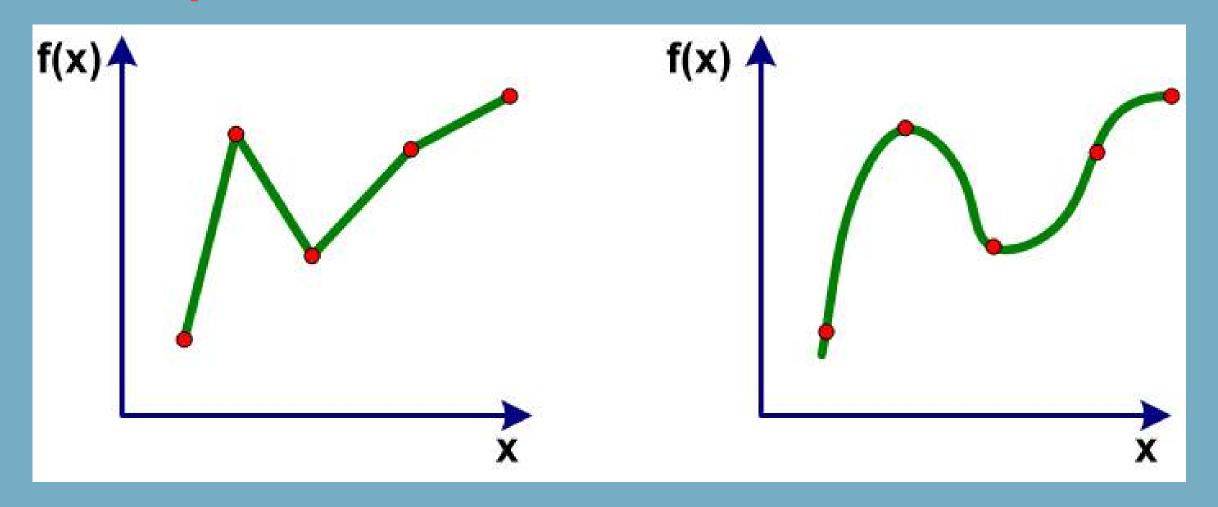
Pendekatan-pendekatan yang lazim digunakan untuk melakukan Pencocokan Kurva antara lain adalah :

Regresi Kuadrat Terkecil (least-square regresion)





Interpolasi



Analisis regresi menggunakan sedikit notasi dan perhitungan statistik. Iniartinya, ada sedikit yang perluanda ingat kembali...





Contoh aproksimasi kuadrat terkecil → mencocokkan sebuah garis lurus terhadap sekumpulan pasangan pengamatan (data)

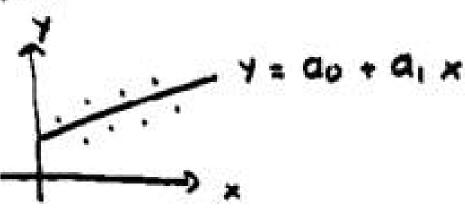
 \Rightarrow (x1,y1), (x2,y2),(xn,yn)

Persamaan garis lurus : $y=a_0+a_1x$

a0 = perpotongan

a1 = kemiringan







Untuk mencari a0 & a1

→ Biasa:

$$a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

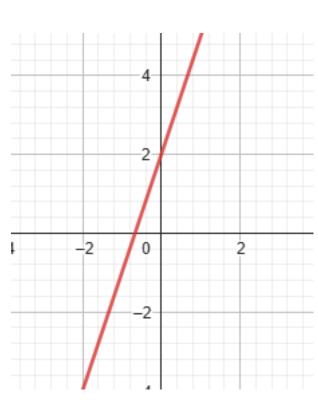
$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$



Contoh

cari sebuah persamaan garis lurus yang datanya sebaai berikut:

X	-2	-1	0	1	2
У	-4	-1	2	5	8



jawab : y = 2 + 3x

REGRESI LINIER

jwb:

	×;	y;	x; y;	Χï
_	-2	-4	8	4
	-1	1	ı	ı
	0	2	0	0
	1	\$.	5	. 1
	2 .	8	16	4
Σ	0	10	30	10

.. persamaan garis lurus = y = 2 + 3 x

REGRESI LINIER

- dapat digunakan u meramal titik berikut-



• Contoh 10.1

cocokkan sebuah garis lurus terhadap harga x & y pada kolom berikut:

$$9 = 3,43$$

 $7 = 4$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$
 $7 = 7$

пацар	Harga X	α y paua ku	nom ben
\times ;	Уi	×i Yi	×T
1	0,5	0,5	1
2	2,5	5	4
3	2	6	9
4	4	16	16
5	3.5	17,5	25
5	6	36	36
7	5,5	38.5	49
28	24	119,5	140

REGRESI LINIER

• Contoh 10.1

cocokkan sebuah garis lurus terhadap harga x & y pada kolom berikut:

$$Q_{1} = \frac{n}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} y_{i}^{2}}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2}} - (\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2})^{2}$$

$$= \frac{7 \cdot (119,5) - 28 \cdot 24}{140 - (28)^{2}}$$

$$= 0,8393$$

$$Q_0 = 3,43 - 0,8393(4)$$

= 0,07143

Error

$$X = 2$$
 by dr regren unier
 $y = 0.07143 + 0.8393.2$
 $= 1.75$
Et = $\frac{2.5 - 1.75}{2.5}$ | . 100 & = 30 %
Of whendryyy y

pencocokan kvadrat terkecil adalah: y = 0,07143+0,839)



2. APLIKASI REGRESI LINIER



APLIKASI REGRESI LINIER

7.2 Aplikasi Regresi Unier - Unierisasi hub tak

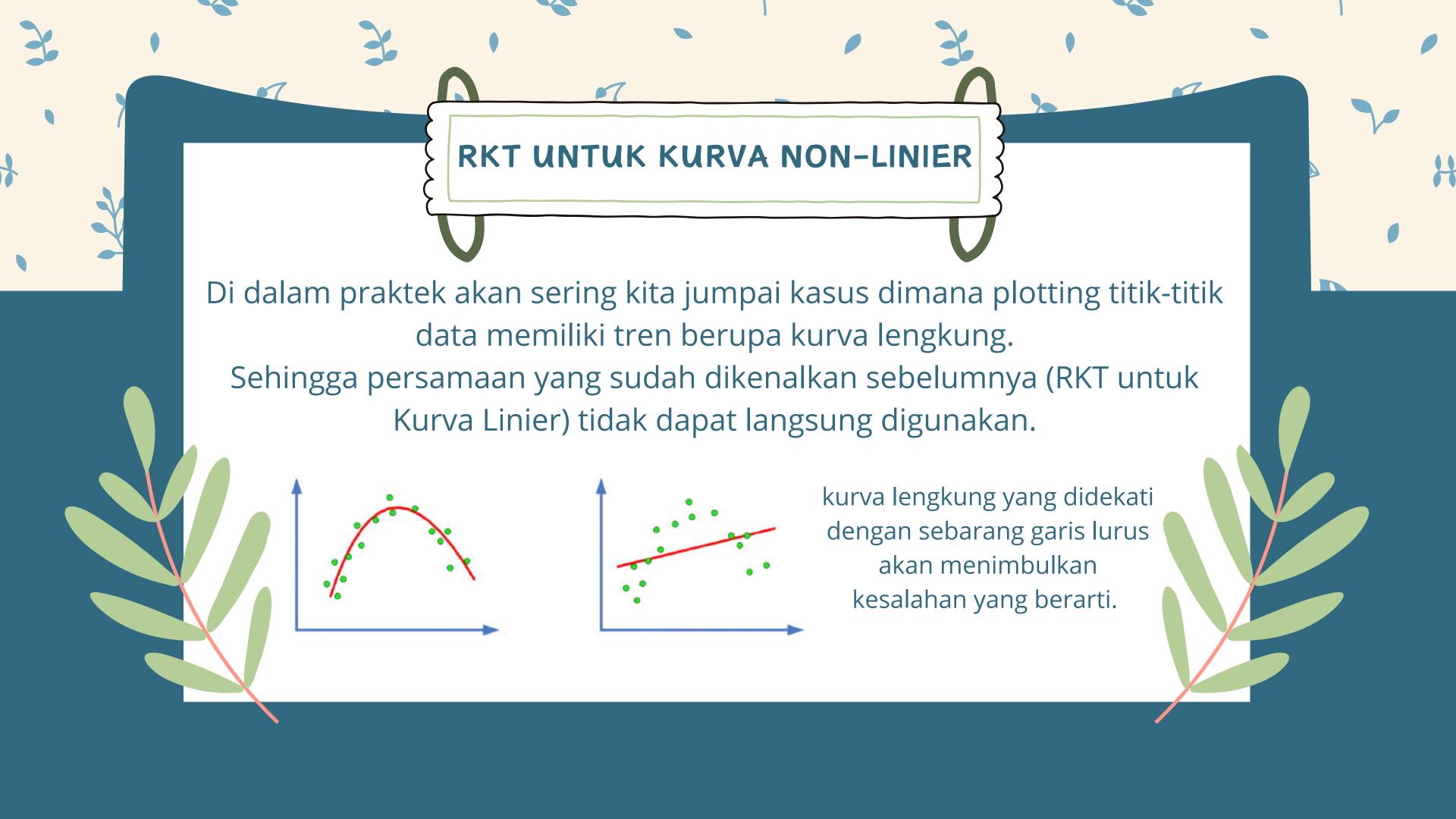
mengo pers. garis lurus, cara ure transformasi

1

dt + cocok <u>u</u> regresi tuadrat terkecil <u>unier</u>



parabolo lebih disenangi



RKT UNTUK KURVA NON-LINIER

pers. turva yo atan dipelajari:

pers. pongtat sederhana = y = a. Exx

→ sym cara meruban pers. diatas menj.
pers. paris → y = ao + a.. x

RKT UNTUK KURVA NON-LINIER

b pers. pangkat sederhana =0
$$y = a.x^b$$
 $log(y) = log(a.x^b)$
 $log y = log a + log x^b$
 $log y = log a + b. log x > pers. pongkat y identit

 $f = f$
 $f = f$$



(nilai 21) carilah persamaan pangkat sederhana $y = a \cdot x^b$ terhadap data berikut:

X	у
2	0.99
3	1.21
4	1.40
5	1.57
6	1.71

×	v		xi = log x	yi = log y	xi * xi	xi *yi									
2	0,99		0,30	0,00	0,09	0,00	1.1	_	a ,	K b		}	<u>-</u>	JAW	IAB
3	1,21		0,48	0,08	0,23	0,04	- 4	=	a. /			£			
4	1,40		0,60	0,15	0,36	0,09									
5	1,57		0,70	0,19	0,49	0,14									
6	1,71		0,78	0,23	0,61	0,18									
		Total	2,86	0,65	1,77	0,44				nilai =	3				
											•				
x rata	-rata (xr)	0,57													
y rata	-rata (yr)	0,13													
a1 =	n.(Σxi.)	Yi) - Σ x	i. Σ yi				a1 =	5	*	0,44	-	2,86	*	0,65	
	n . (Σ xi*xi)	- (Σ xi)*(Σxi)					5	*	1,77	-	2,86	*	2,86	
ao =	yr - a1* xr						a1 =	0,5							
ao	=	log a					ao =	0,13	-	0,5	*	0,57			
-0,15	=	log a													
maka	a =	0,70					ao=	-0,15	}						
a1 =	b														
maka	b =	0,5													
maka fu	ungsi yang d	dicari ad	alah	y = 0.7 * x ^	0.5										



X	У		xi = log x	yı – log y	xi * xi	xl *yl
4	1.05		0.60	0.03	0.36	0.02
5	1.13		0.70	0.05	0.49	0.04
6	1.20		0.78	80.0	0.61	0.06
7	1.25		0.85	0.10	0.71	80.0
8	1.31		0.90	0.12	0.82	0.10
		Total	3.83	0.37	2.99	0.30
			_			
x rata	-rata (xr)	0.77				
y rata	-rata (yr)	0.07				

$$loo_{\hat{y}} y = loo_{\hat{x}} a + b \cdot loo_{\hat{x}} x$$

$$\hat{y} = \hat{q}_{0} + \hat{q}_{1} \cdot x$$

90	-	log a
-0.15	=	log a
maka	a =	0.70

maka fungsi yang dicari adalah

a1=	5	•	0.30	-	3.83	٠	0.37
_	5		2.99	-	3.83		3.83

@ model eksponensial \sim $y = a.e^{b.x}$ aturan Ln: $h(y) = \ln (a.e^{bx})$ $\ln (a.b) = \ln a + \ln b$ $\ln y = \ln a + \ln e^{bx}$ $\ln a^x = x. \ln a$ $\ln y = \ln a + b. x$ $\ln e$ $\ln e = 1$ $\ln y = \ln a + b. x$ perpotentian Lo kemiringan

Iny = In q + b. x ~10 pers. emponensial 40 identite

f f o identite dan pers. yaris

y = ao + ai. x

jadi u mencari In a = u mencari ao



(nilai 21) cari persamaan pangkat sederhana y = a. e b.x terhadap data berikut

x	у
2	2.03
3	4.08
4	8.22
5	16.56
6	33.34

×	у		xi = x	yi = ln y	xi*xi	xi *yi									JAWAB
2	2,03		2	0,71	4	1,41		y	=	a. (ם פ	· ×	}		JAVVD
3	4,08		3	1,41	9	4,22									
4	8,22		4	2,11	16	8,43									
5	16,56		5	2,81	25	14,03									
6	33,34		6	3,51	36	21,04									
		Total	20	10,53	90	49,14				nilai =	3				
x rata-	rata (xr)	4					-								
y rata-	rata (yr)	2,11													
a1 =	n.(Σxi	. Yi) - Σ xi	. Σ yi				a1 =	5	*	49,14	-	20	*	10,53	
		xi) - (Σ xi)*(Σ	The second secon					5	*	90	-	20	*	20	
ao =	yr - a1*)	kr					a1 =	0,7							
							_								
ao	=	In a					ao =	2,11	-	0,7	*	4			
-0,69	=	In a													
maka	a =	0,50					ao=	-0,69							
a1 =	b														
maka	b =	0,7													
maka fu	ungsi yan	g dicari ada	alah	y = 0.5 * e	(0.7 * x)										



Х	у		xi = x	yi = ln y	xi * xi	xi *yi
4	1.99		4	0.69	16	2.76
5	2.69		5	0.99	25	4.95
6	3.63		6	1.29	36	7.74
7	4.90		7	1.59	49	11.12
8	6.61		8	1.89	64	15.11
		Total	30	6.45	190	41.68

x rata-rata (xr)	6
y rata-rata (yr)	1.29

a1 =
$$\frac{n .(Σ xi . Yi) - Σ xi. Σ yi}{n . (Σ xi*xi) - (Σ xi)*(Σ xi)}$$

ao =	yr - a1* xr
------	-------------

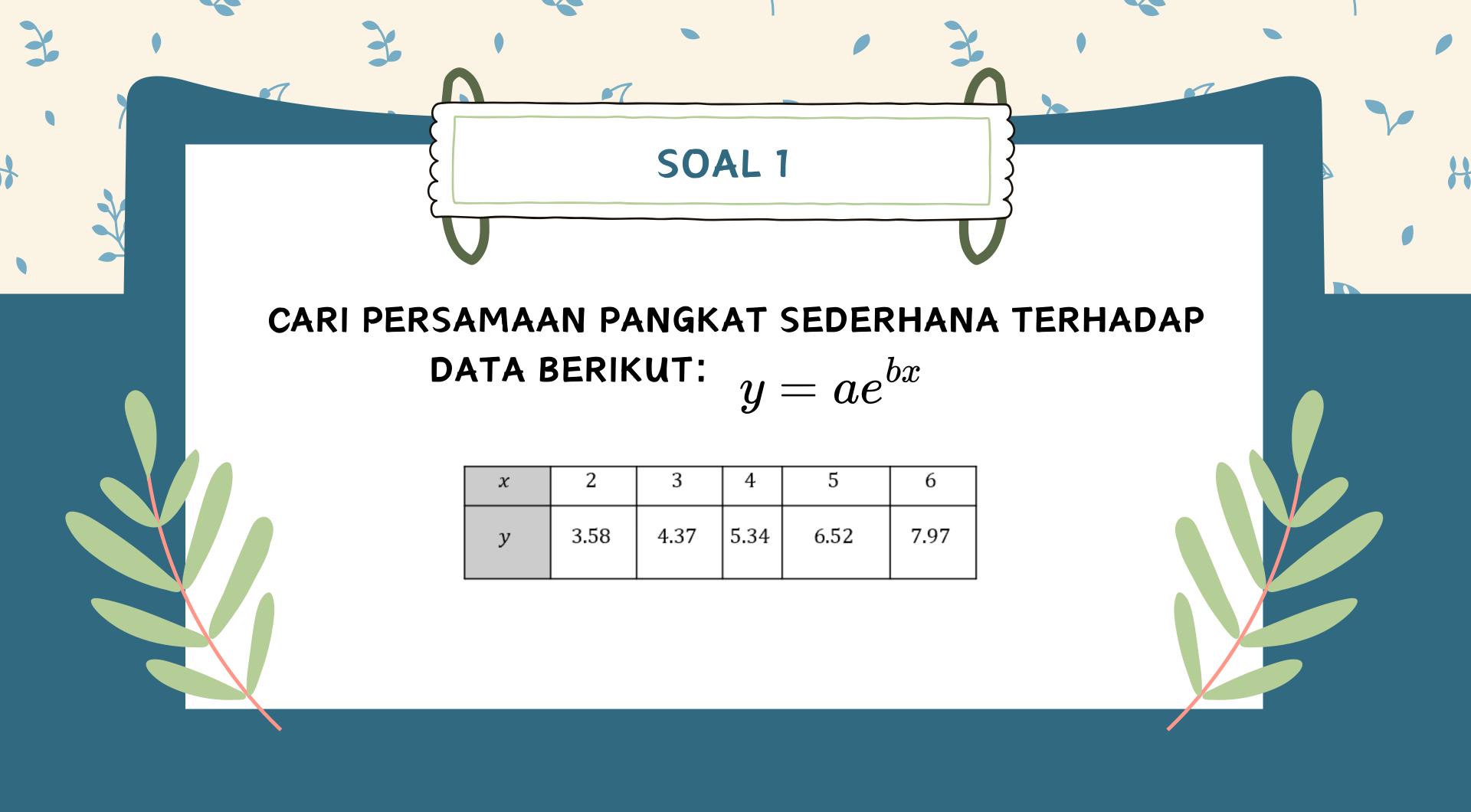
ao	=	ln a
-0.51	=	In a
maka	a =	0.60

maka fungsi yang dicari adalah

$$y = 0.6 * e (0.3 * x)$$

a1 =	5	*	41.68	-	30	*	6.45
	5	*	190	-	30	*	30

 $y = a.e^{b.x}$



1. Menggunakan *Aplikasi Regresi*

2.
$$y = ae^{bx} \Rightarrow \ln y = \ln a + bx \Rightarrow y = a_0 + a_1 X$$

No	Xi = x	$Yi = \ln y$	Xi * xi	Xi * <u>vi</u>
1	2	1,28	4	2,56
2	3	1,47	9	4,41
3	4	1,68	16	6,72
4	5	1,87	25	9,35
5	6	2,08	36	12,48
Total	20	8,38	90	35,52

3. Rata-rata
$$(y) = 8,38 : 5 = 1,68$$

4. Rata-rata
$$(x) = 20$$
: 5 = 4

5. Total
$$(xi \times yi) = 35,52$$

6. Total
$$(xi \times xi) = 90$$

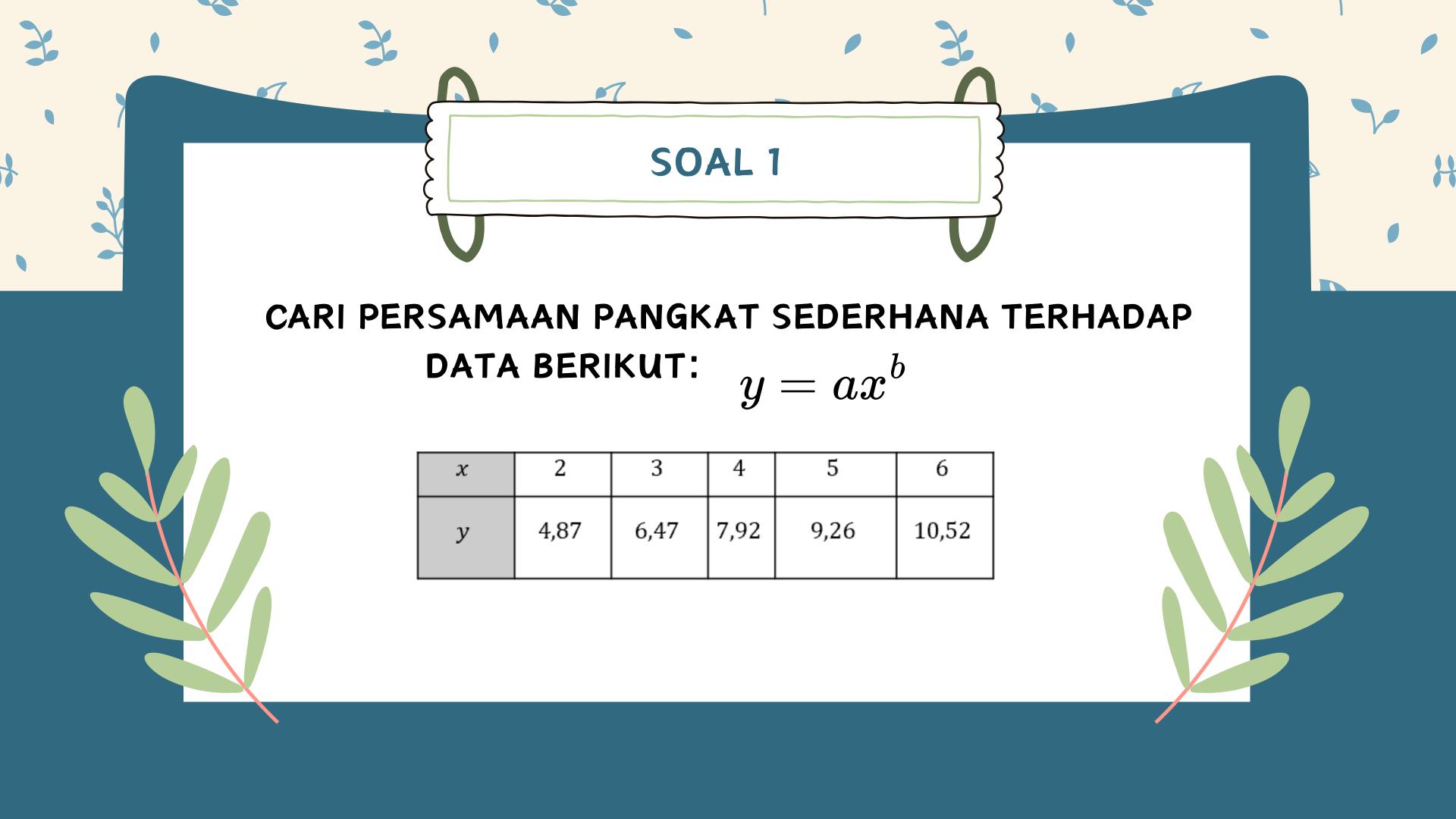
7.
$$a_1 = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5 \cdot 35,52 - 20 \cdot 8,38}{5 \cdot 90 - 400} = 0,2$$

8.
$$a_0 = y_r - a_1 \times x_r = 1,68 - 0,2 \times 4 = 0,88$$

9.
$$a = EXP(a_0) \Rightarrow a = 2.4$$

10.
$$b = a_1 \Rightarrow 0.2$$

11. Jadi persamaan
$$y = ae^{bx}$$
 adalah $y = 2,4e^{0,2x}$



1. Menggunakan *Aplikasi Regresi Linear*

2.
$$y = ax^b \Rightarrow \log y = \log a + b \log x \Rightarrow y = a_0 + a_1x$$

No.	Xi = log x	Yi = log y	Xi * xi	Xi * <u>wi</u>
1	0,3	0,69	0,09	0,21
2	0,48	0,81	0,23	0,39
3	0,6	0,9	0,36	0,54
4	0,7	0,97	0,49	0,68
5	0,78	1,02	0,61	0,8
Total	2,86	4,39	1,78	2,62

3. Total
$$(xi \times yi) = 2,62$$

4. Total
$$(xi \times xi) = 1,78$$

5.
$$a_1 = \frac{n \cdot \sum x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{5 \cdot 2,62 - 2,86 \cdot 4,39}{5 \cdot 1,78 - 8,18} = \frac{0,7}{5}$$

6.
$$a_0 = y_r - a_1 \times x_r = 0.88 - 0.76 \times 0.57 = 0.48$$

7.
$$a_0 = \log a \Rightarrow a = 10^{0.48} = 3.02$$

8.
$$b = 0.7$$

9. Jadi persamaan
$$y = ax^b$$
 adalah $y = 3,02x^{0,7}$





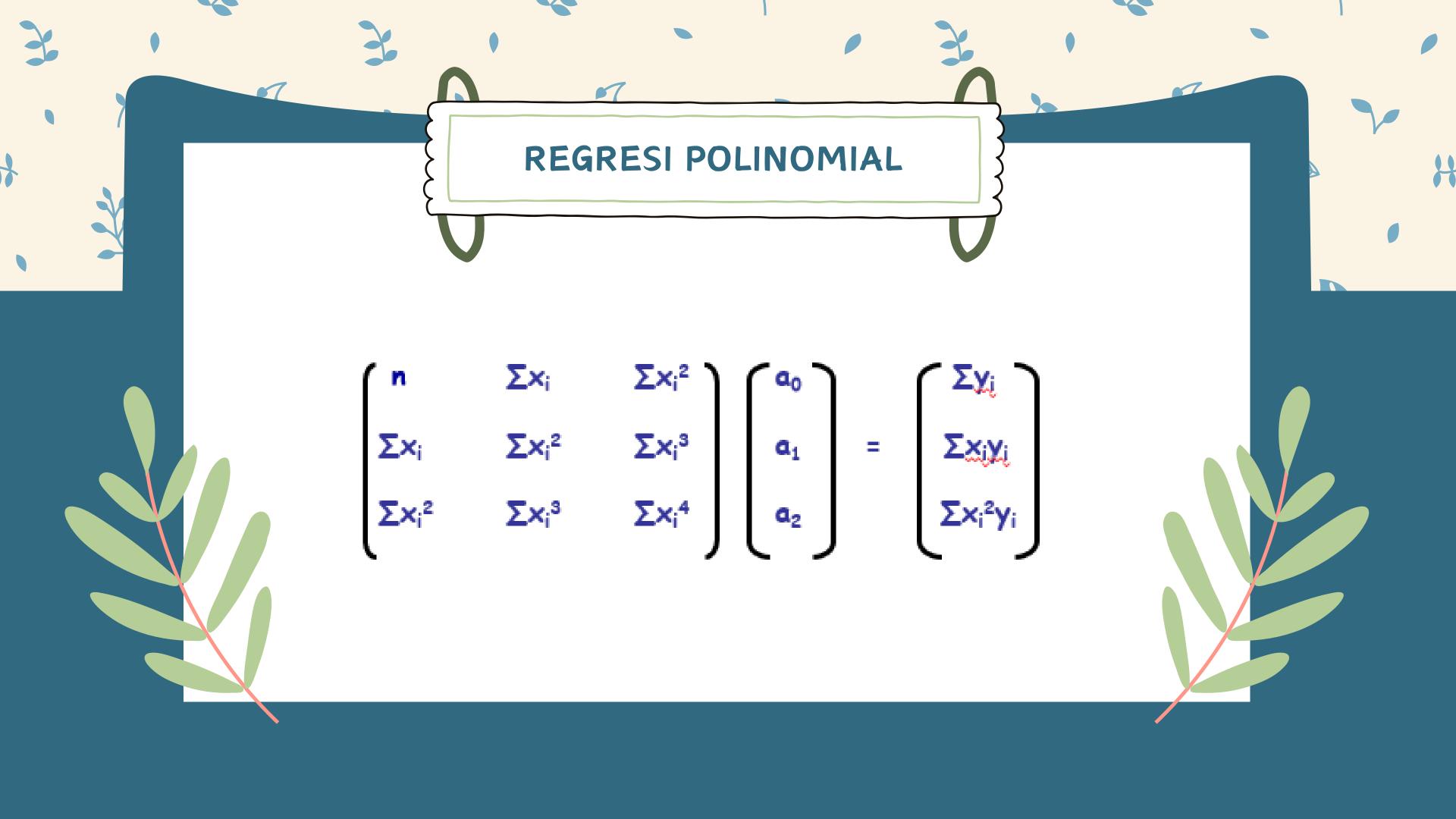
pers. polinomial berderajat te-m
y = ao + a, x + a, x + ... + am x m

contoh 10.5

-e cocokken polinomial orde ke-2 (m=2) the tabel
beritut: (buat polinomial berorde 2)
-- y = ao + a, x + a, x*

 x_i y_i 0 2,1 dr dt di peroleh : 1 7,7 m = 22 13,6 n = 63 27,2 x = 2,54 40,9 y = 25,4335 41,1 $2x_i = 15$

dt di peroien : m = 2 n = 6 x = 2,5 x = 3,5 x = 3,5



pert simultan u orde 2:

n do + ZXi di + Z Xi di = Z Xi yi

ZXi do + Z Xi di + Z Xi di = Z Xi yi

ZXi do + Z Xi di + Z Xi di = Z Xi yi

= ure eliminari gaust - akon di perokh - de, di * al

knd marukkan ke pert = y = do + di x + di x*

	Χï	yi!	X;	X3;	Xi	xiy;	IY TX
•	:	;				Ţ -	
Σ	-					<u> </u>	1

n	Xi	y _i	X _i ²	X _i ³	Xi ⁴	x _i y _i	x _i ² y _i
1	0	2,1	0	0	0	0	0
2	1	7,7	1	1	1	7,7	7,7
3	2	13,6	4	8	16	27,2	54,4
4	3	27,2	9	27	81	81,6	244,8
5	4	40,9	16	64	256	163,6	654,4
6	5	61,1	25	75	625	305,5	1527,5
Σ	15	152,6	55	225	979	585,6	2488,8



Dengan menggunakan data tabel, maka diperoleh :

$$6a_0 + 15a_1 + 55a_2 = 152,6$$

$$15a_0 + 55a_1 + 225a_2 = 585,6$$

$$55a_0 + 225a_1 + 979a_2 = 2488,8$$

 $a_2 = 1,86071$

 $a_1 = 2,35929$

 $a_0 = 2,47857$

Jadi persamaan kurva yang dicari adalah :

$$y = 2,47857 + 2,35929 \times + 1,86071 \times^{2}$$

$$6 Q_0 + 15 Q_1 + 55 Q_2 = 152,6$$
 $15 Q_0 + 55 Q_1 + 255 Q_2 = 585,6$
 $55 Q_0 + 255 Q_1 + 979 Q_2 = 2.488,8$

use eliminari gaurs det diperoleh:

Q0 = 2,47857

Q1 = 2,35929

Q2 = 1,86071

mk pers. kuadrat terkecil u kasus ini adalah



Berarti kita bisa menyatakan himpunan persamaan turunan tersebut menjadi persamaan matriks AX = B. Dan selanjutnya kita dapat menggunakan metode eliminasi Gauss, Gauss-Jordan, dll untuk mencari nilai a0, a1, ..., ar.

Cari persamaan polinomial berorde 2 terhadap tabel berikut:

$$y = a_o + a_1 x + a_2 x^2$$

Χi	y y	Xi	×i) X;	i¥. ;×	x2. y
0	0	0	0	0	0	0
1	9	1	1	1	9	9
2	24	4	8	16	48	96
3	49	9	27	81	147	441
4	04	16	64	256	336	1344
5	129	25	125	625	645	3225
15	295	55	225	979	1185	5115

$$m = 2$$

$$\overline{X} = 2,5$$

Pers. simulari u orde 2:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{0} + \sum_{i=1}^{n} x_{i}^{2} \cdot a_{i} + \sum_{i=1}^$$

$$Z_{xi}^{2}$$
. a_{0} + Z_{xi}^{3} . a_{1} + Z_{xi}^{3} . a_{2} = Z_{xi}^{3} . a_{2} = Z_{xi}^{3} . a_{3} + Z_{xi}^{3} . a_{5} + Z_{xi}^{3} . a_{7} + Z_{xi}^{3} . a_{7}

Dyn menggunakan metoda terlent, mk didapat .

: penamoun polinomial benerde 2 odalah :



