

Komputasi Numerik



PERTEMUAN 14



Integral Reimann dan Gauss

2025/2026





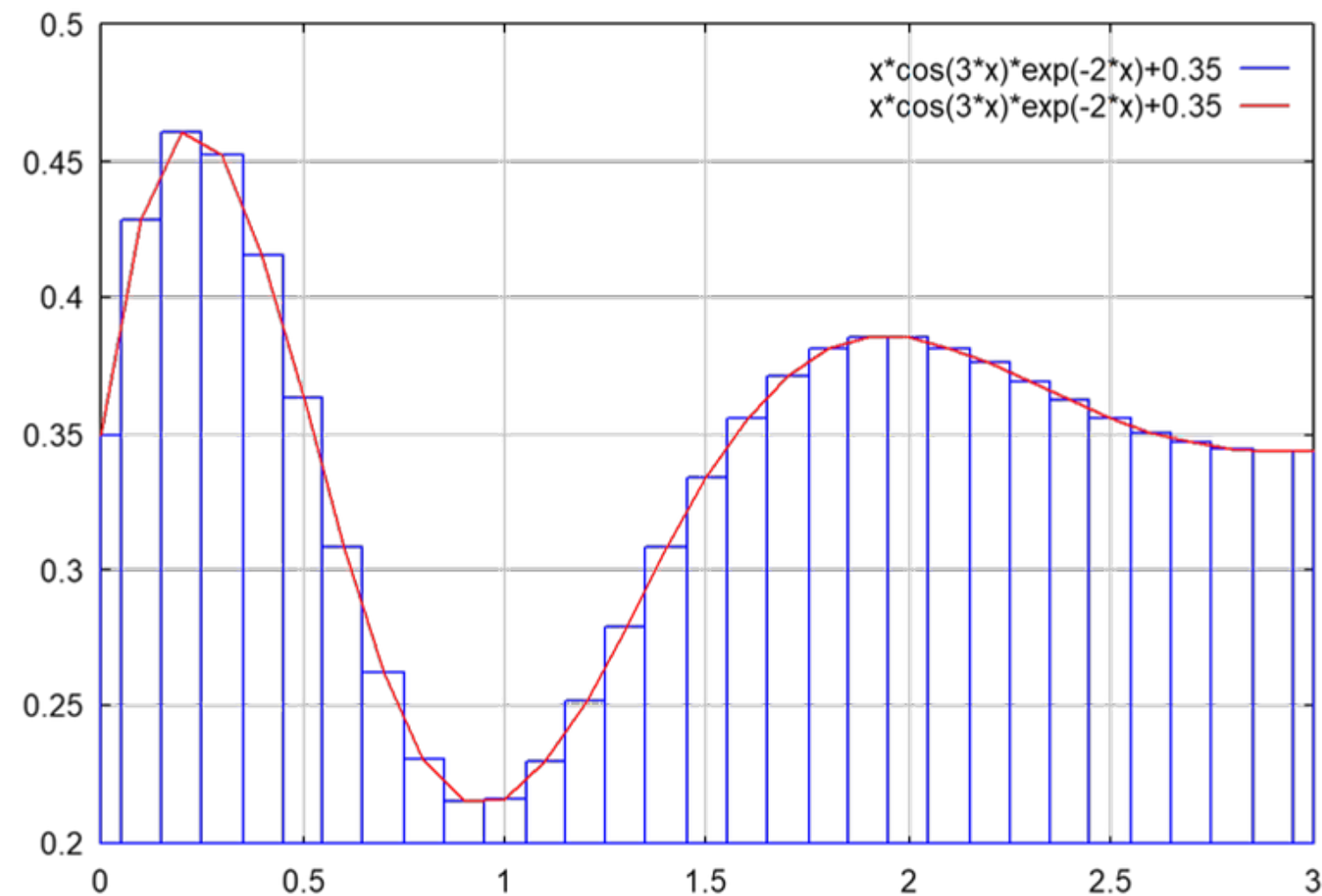
KOMNUM Week 14

Apa Yang Akan Kita Pelajari?

01  Integrasi Reimann

02  Integrasi Gauss

Integrasi Reimann



- Membagi menjadi beberapa persegi panjang
- Lebar segmen sama $\rightarrow h$
- Menghitung luas persegi panjang pada setiap segmen

- Hitung

$$h = \frac{b - a}{N}$$

- Hitung

$$L = h \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i)$$

➤ Integrasi Reimann ➤

- Luas keseluruhan adalah jumlah L_i dan dituliskan:

$$\begin{aligned} L &= L_0 + L_1 + L_2 + \dots + L_n \\ &= f(x_0)\Delta x_0 + f(x_1)\Delta x_1 + f(x_2)\Delta x_2 + \dots + f(x_n)\Delta x_n \\ &= \sum_{i=0}^n f(x_i)\Delta x_i \end{aligned}$$

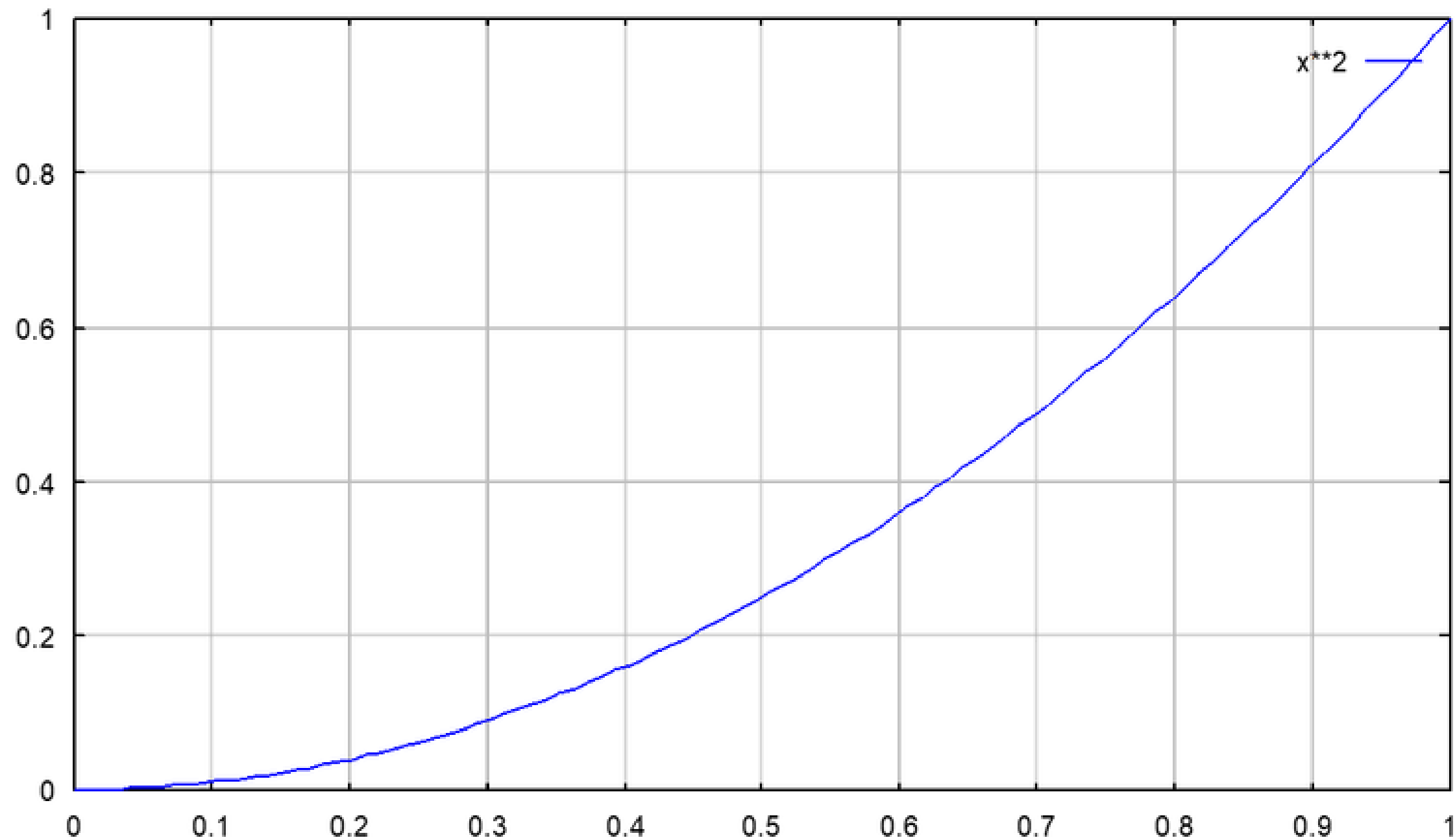
Dimana: $\Delta x_0 = \Delta x_1 = \Delta x_2 = \dots = \Delta x_n = h$

- Didapat

$$\int_a^b f(x)dx = h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

➤ Contoh 1 ➤

- Hitung luas yang dibatasi $y = x^2$ dan sumbu x untuk range $x = [0,1]$



➤ Jawaban 1 ⚡

- Dengan mengambil $h = 0.1$ maka diperoleh tabel

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
f(x)	0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

$$L = h \cdot \sum_{i=0}^9 f(x_i)$$

$$= 0.1(0 + 0.01 + 0.04 + 0.09 + 0.16 + 0.25 + 0.36 + 0.49 + 0.64 + 0.81)$$

$$= (0.1)(2.85) = 0.28$$

- Secara Kalkulus: $L = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1 = 0.33$

- Error Sebenarnya: $E_t = \left| \frac{0.33 - 0.28}{0.33} \right| \times 100\%$

➤ Integrasi Gauss 2 Titik ⚡

- Definisikan **fungsi** $f(x)$
- Tentukan **batas bawah** (a) dan **batas atas** integrasi (b)
- Hitung nilai **konversi variabel**:
$$x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$

- Tentukan **fungsi** $g(u)$ dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f(x)$$

- Hitung:

$$L = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

➤ Integrasi Reimann ➤

Hitung integral dari $f(x) = x^2$ dengan $a = 0$ dan $b = 1$

- Nilai konversi variabel:

$$x = \frac{1}{2}(b - a)u + \frac{1}{2}(b + a)$$

$$x = \frac{1}{2}(1 - 0)u + \frac{1}{2}(1 + 0)$$

$$x = \frac{u + 1}{2}$$

➤ Integrasi Reimann ➤

- Hitung Luas dengan 2 titik

$$L = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$= \frac{1}{8} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right)^2$$

$$= 0.02 + 0.31 = 0.33$$

$$E_t = 0\%$$

➤ Integrasi Gauss 3 Titik ⚡

- Definisikan fungsi $f(x)$
- Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
- Hitung nilai konversi variabel: $x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$

- Tentukan fungsi $g(u)$ dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f(x)$$

- Hitung:

$$L = \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

KOMNUM Week 14



TERIMA KASIH

Sampai Bertemu Kembali

