

Komputasi Numerik

PERTEMUAN 14

Integral Reimann dan Gauss

2025/2026





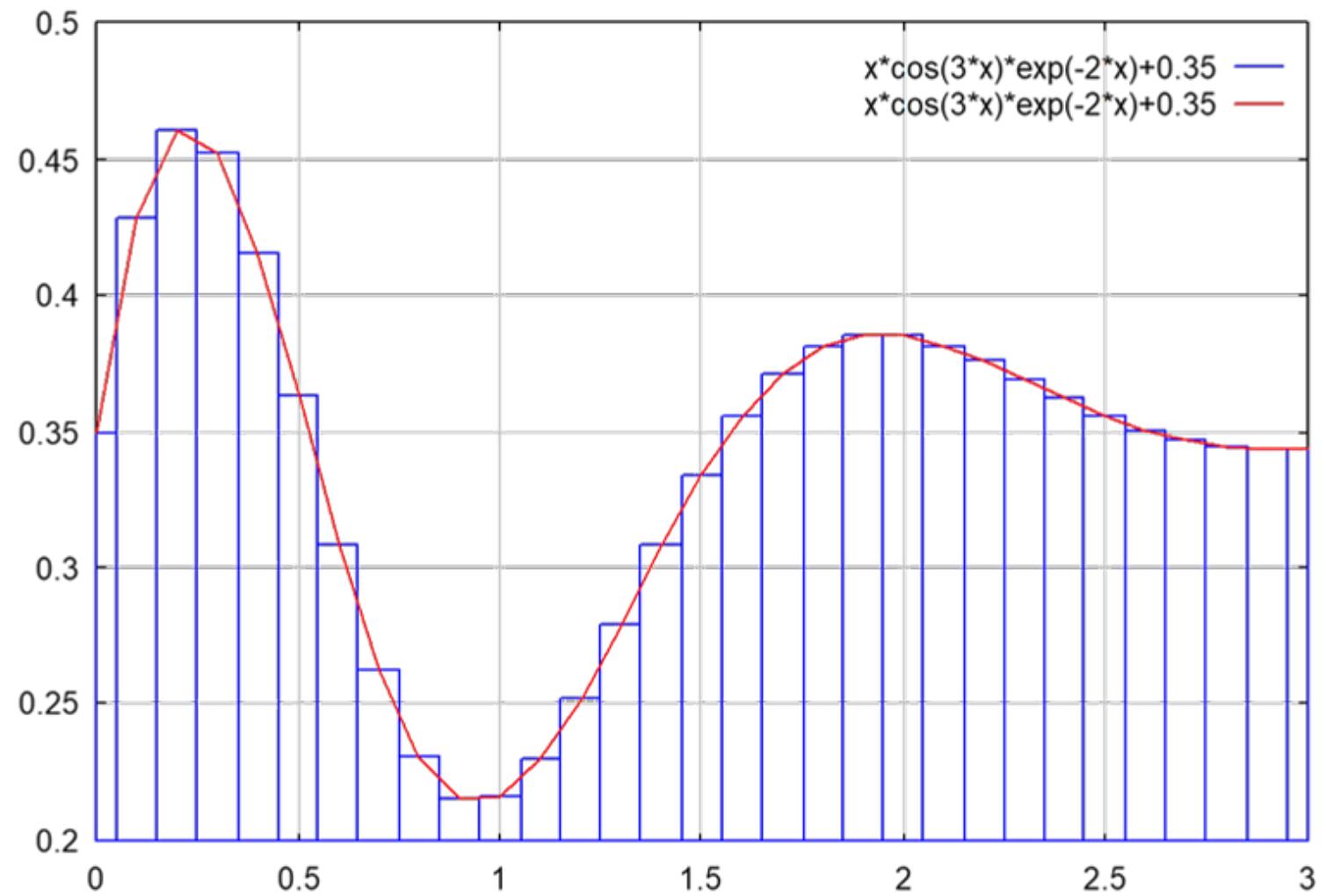
KOMNUM Week 14

Apa Yang Akan Kita Pelajari?

01 Integrasi Reimann

02 Integrasi Gauss

Integrasi Reimann



- Membagi menjadi beberapa persegi panjang

- Lebar segmen sama $\rightarrow h$

- Menghitung luas persegi panjang pada setiap segmen

- Hitung

$$h = \frac{b - a}{N}$$

- Hitung

$$L = h \sum_{i=0}^{N-1} f(x_i)$$

⇒ Integrasi Reimann ⇐

- Luas keseluruhan adalah jumlah L_i dan dituliskan:

$$\begin{aligned}L &= L_0 + L_1 + L_2 + \dots + L_n \\&= f(x_0)\Delta x_0 + f(x_1)\Delta x_1 + f(x_2)\Delta x_2 + \dots + f(x_n)\Delta x_n \\&= \sum_{i=0}^n f(x_i)\Delta x_i\end{aligned}$$

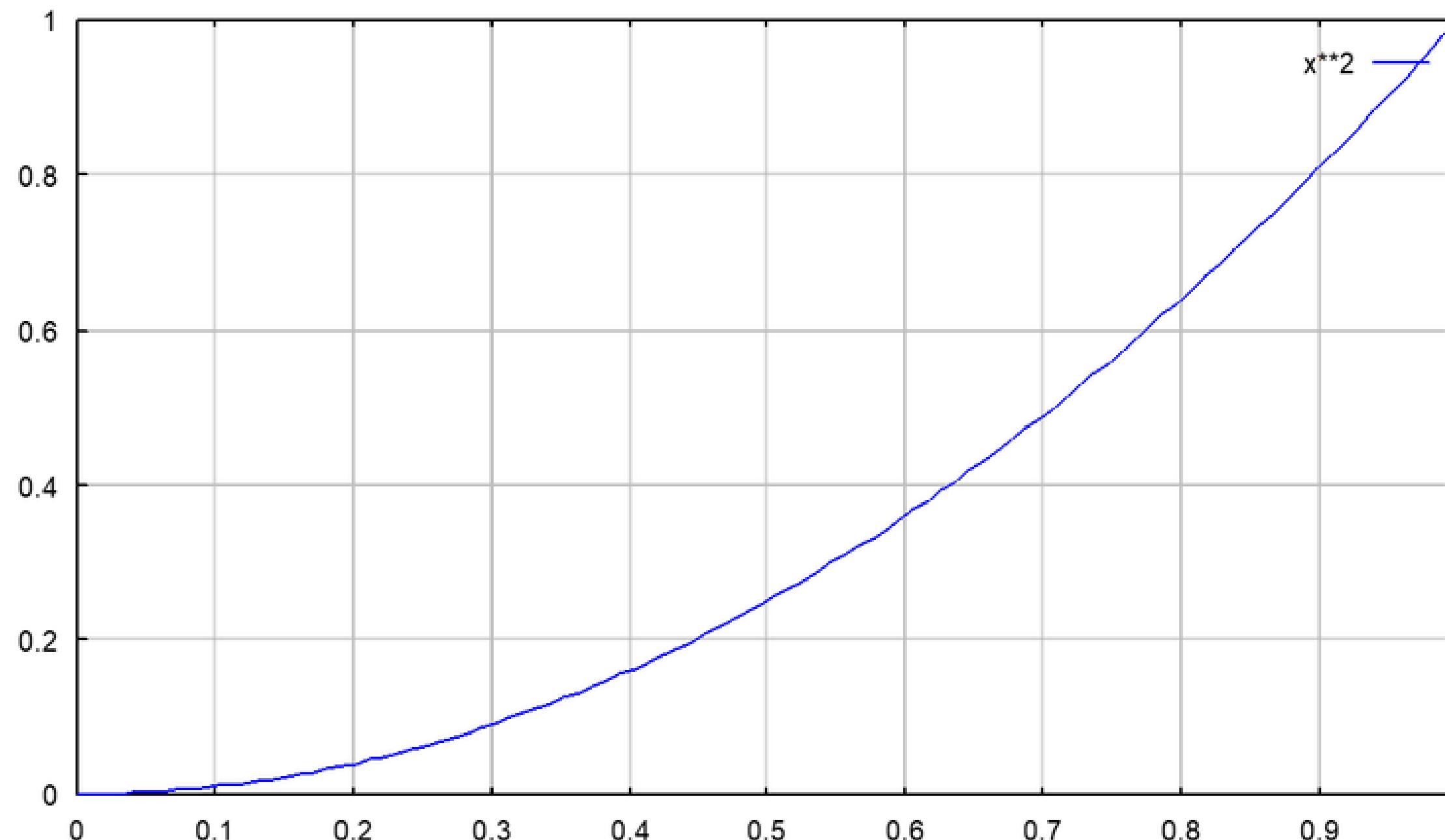
Dimana: $\Delta x_0 = \Delta x_1 = \Delta x_2 = \dots = \Delta x_n = h$

- Didapat

$$\int_a^b f(x)dx = h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

⇒ Contoh 1 ⇌

- Hitung luas yang dibatasi $y = x^2$ dan sumbu x untuk range x = [0,1]



⇒ Jawaban 1 ⇌

- Dengan mengambil $h = 0.1$ maka diperoleh tabel

| | | | | | | | | | | | |
|------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|---|
| x | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| f(x) | 0 | 0.01 | 0.04 | 0.09 | 0.16 | 0.25 | 0.36 | 0.49 | 0.64 | 0.81 | 1 |

$$\begin{aligned}L &= h \cdot \sum_{i=0}^9 f(x_i) \\&= 0.1(0 + 0.01 + 0.04 + 0.09 + 0.16 + 0.25 + 0.36 + 0.49 + 0.64 + 0.81) \\&= (0.1)(2,85) = 0,28\end{aligned}$$

- Secara Kalkulus: $L = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 \Big|_0^1 = 0,33$

- Error Sebenarnya: $E_t = \left| \frac{0.33 - 0.28}{0.33} \right| \times 100\%$

≥ Integrasi Gauss 2 Titik ≤

- Definisikan fungsi $f(x)$
- Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
- Hitung nilai konversi variabel:
$$x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$
- Tentukan fungsi $g(u)$ dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f(x)$$

- Hitung:

$$L = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

⇒ Integrasi Reimann ⇐

Hitung integral dari $f(x) = x^2$ dengan $a = 0$ dan $b = 1$

- Nilai konversi variabel:

$$x = \frac{1}{2}(b - a)u + \frac{1}{2}(b + a)$$

$$x = \frac{1}{2}(1 - 0)u + \frac{1}{2}(1 - 0)$$

$$x = \frac{u + 1}{2}$$

⇒ Integrasi Reimann ⇐

- Hitung Luas dengan 2 titik

$$\begin{aligned}L &= g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\&= \frac{1}{8} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right)^2 + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1\right)^2 \\&= 0.02 + 0.31 = 0.33\end{aligned}$$

$$E_t = 0\%$$

⇒ Integrasi Gauss 3 Titik ⇌

- Definisikan fungsi $f(x)$
- Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
- Hitung nilai konversi variabel:

$$x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$

- Tentukan fungsi $g(u)$ dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f(x)$$

- Hitung:

$$L = \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

KOMNUM Week 14

TERIMA KASIH

Sampai Bertemu Kembali