



Elementos de Máquinas II

Embreagens e Freios

Professor MSc. Diego P. A. Peña

Universidade Federal da Paraíba
João Pessoa - PB, Brasil

Sumário

Introdução

Materiais de Atrito

Análise estática de embreagens e freios

Sapatas Internas

Sapatas Externas

Sapata Externa Curta

Embreagens e Freios de Cinta

Embreagens de contato axial

Freios de disco

Embreagens e freios cônicos

Considerações Energéticas

Elevação da Temperatura

Embreagens variadas e Acoplamentos

Volantes

Referências

Tipos

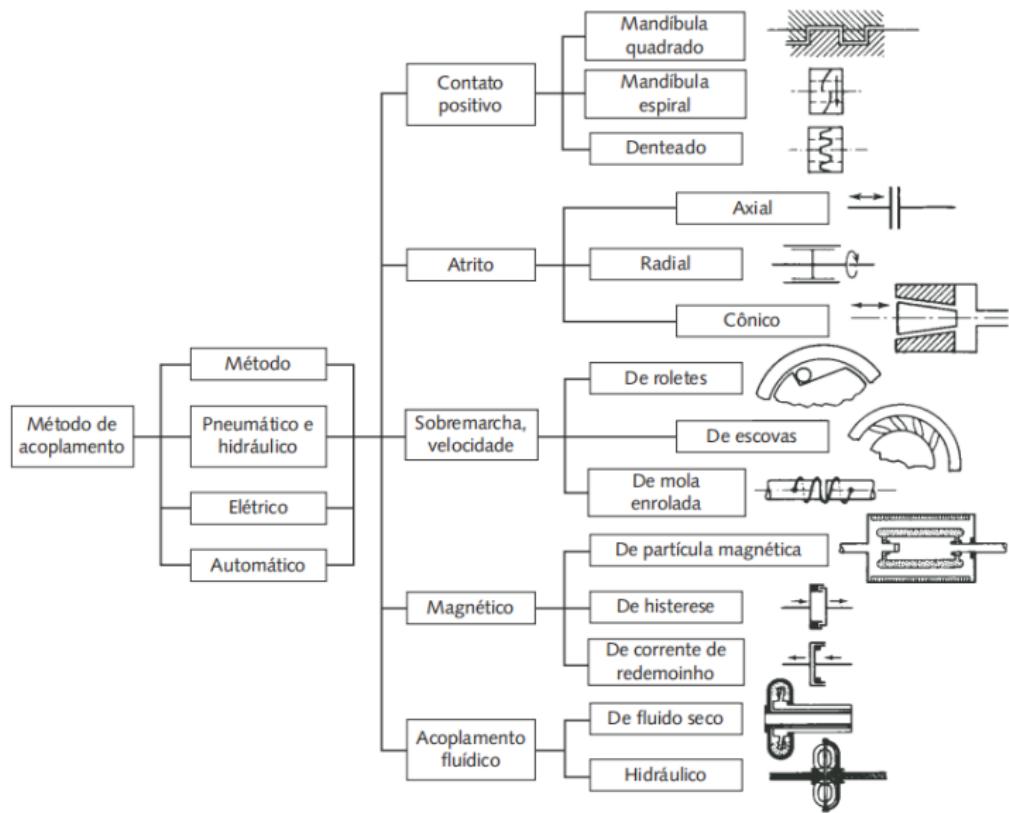
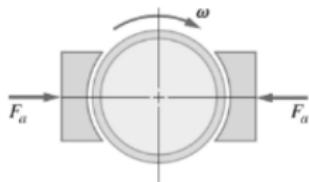


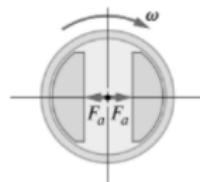
FIGURA 17-1

Classificação de embreagens e freios. (Fonte: Z. Hinckley, *Machine Design Fundamentals*, Prentice-Hall, 1983, com

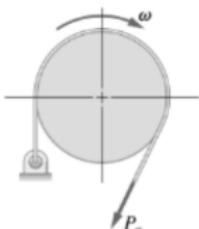
Tipos



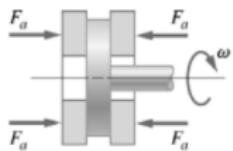
(a) Tipo aro; sapatas externas de contração.



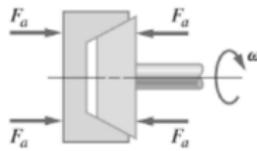
(b) Tipo aro; sapatas internas de expansão.



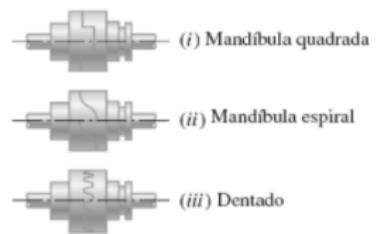
(c) Tipo cinta.



(d) Tipo disco.



(e) Tipo cone.

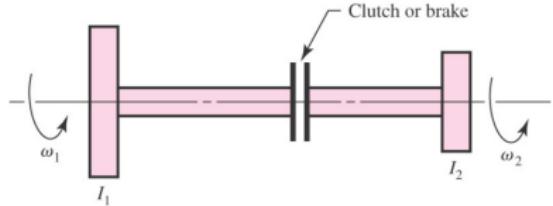


(f) Tipo de contato positivo.

Figura 16.2

Vários tipos usuais de freios e embreagens.

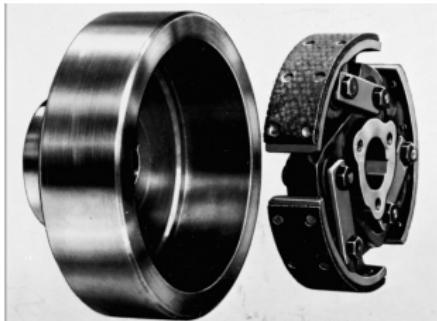
Introdução



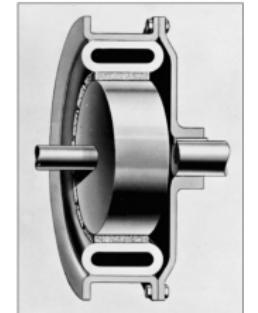
- ▶ **Embreagem ou freio** são duas inéncias movendo-se com velocidades angulares distintas devem ser levadas à mesma velocidade por meio do acoplamento.
- ▶ No caso do **freio**, uma das tem **velocidade zero**.

- ▶ Devido ao deslizamento que ocorrerá, haverá dissipação de energia com aumento da temperatura sendo importante considerar:
 - ▶ Força de açãoamento
 - ▶ Torque transmitido
 - ▶ Perda de energia
 - ▶ Aumento de temperatura

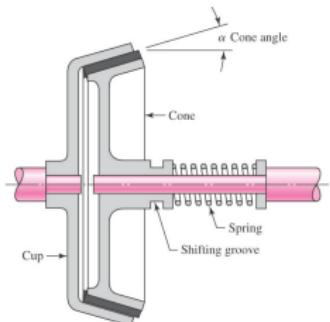
Introdução



Tambor com sapata interna de
acionamento centrífugo



Freio-embreagem contrátil externo
engatado expandindo o tubo
flexível com ar comprimido



Embreagem Cônica

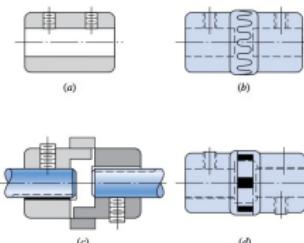
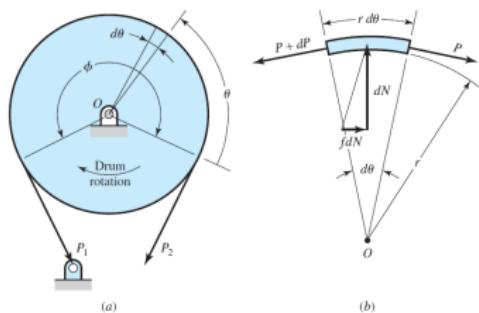


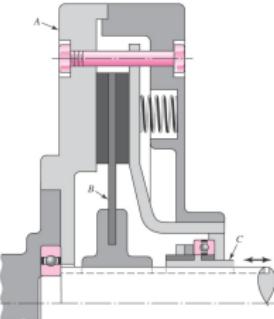
Figura 16-26 Acoplamentos de eixo: (a) plano; (b) acoplamento dentado de trabalho leve; (c) BOST-FLEX® de orifício passante com elastómero inserido para transmitir torque por compressão; o inserto permite 1° de desalinhamento; (d) acoplamento de três dentes disponível em bronze, borracha ou inserto de poliuretano, para minimizar a vibração (Reproduzido com autorização, Boston Gear Division, Coifax Corp.).

Acoplamentos de eixo

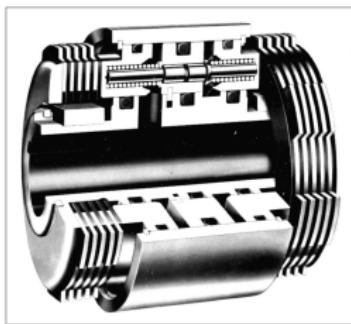
Introdução



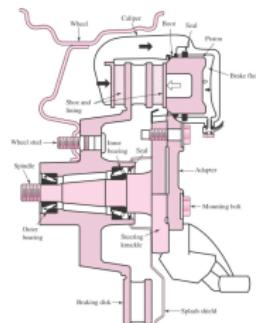
Cinta de Freio



Embreagem de disco

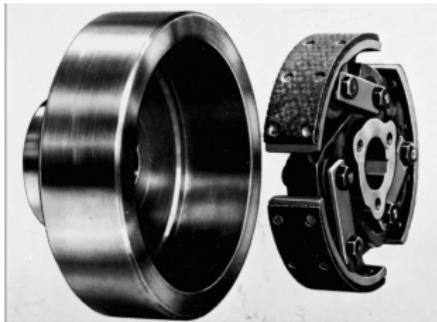


Embreagem de múltiplos discos

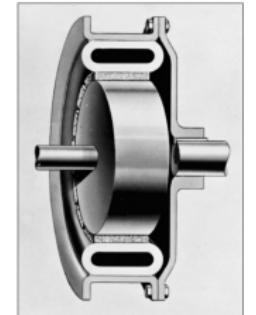


Freio de disco automotivo

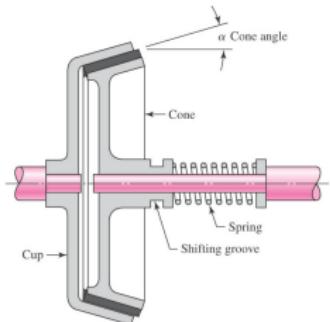
Introdução



Tambor com sapata interna de
acionamento centrífugo



Freio-embreagem contrátil externo
engatado expandindo o tubo
flexível com ar comprimido



Embreagem Cônica

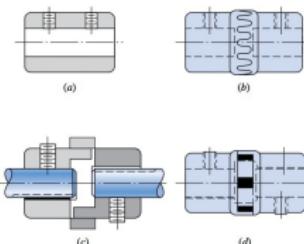
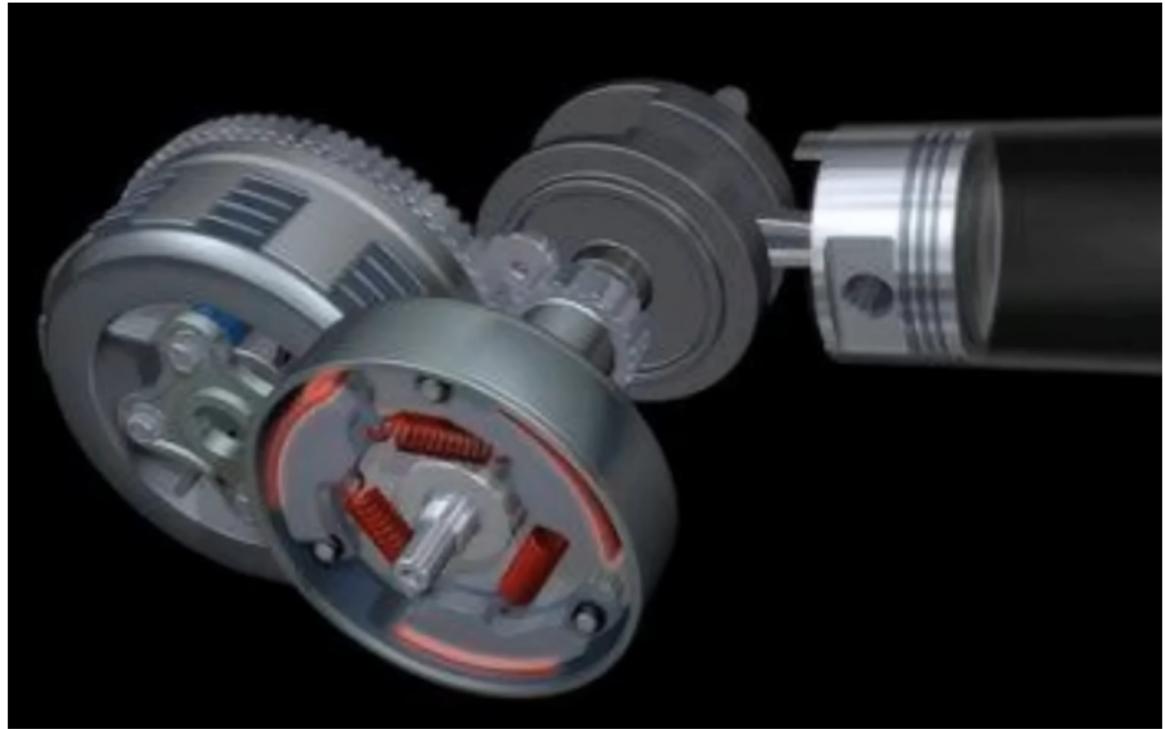


Figura 16-26 Acoplamentos de eixo: (a) plano; (b) acoplamento dentado de trabalho leve; (c) BOST-FLEX® de orifício passante com elastómero inserido para transmitir torque por compressão; o inserto permite 1° de术 desalinhamento; (d) acoplamento de três dentes disponível em bronze, borracha ou inserto de poliuretano, para minimizar a vibração (Reproduzido com autorização, Boston Gear Division, Coifax Corp.).

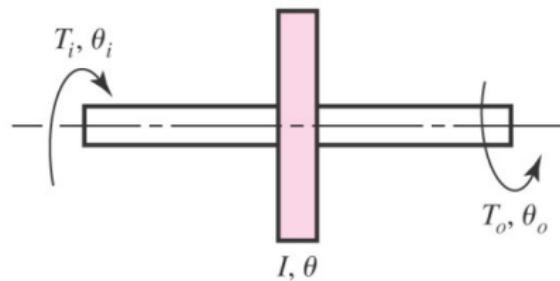
Acoplamentos de eixo

Introdução



Honda Biz

Introdução



- ▶ **Volante** é um aparato inercial de armazenamento de energia.

- ▶ Ao absorver energia, aumenta a velocidade angular $\uparrow \omega$, bem como ao receber um torque de entrada T_i
- ▶ Ao repassar energia, diminui a velocidade angular. $\downarrow \omega$, bem como ao receber um torque de saída T_O
- ▶ Assim, deve-se projetar volantes para uma quantidade específica de regulação de velocidade.

Materiais de Atrito

Características de material de forro de freios/embreagens

- ▶ Coeficiente de atrito alto e reproduzível
- ▶ Não afetável por condições ambientais (umidade, etc.)
- ▶ Habilidade de suportar elevadas T com boa condutividade térmica e difusividade, e alto C_P
- ▶ Boa resiliência
- ▶ Alta resistência ao desgaste, marcas e esfolamento (desgaste adesivo)
- ▶ Compatível com o ambiente
- ▶ Flexibilidade.

Materiais de Atrito

Tabela 16-2 Área de material de atrito requerida para uma dada potência média de frenagem.

Ciclo de serviço	Aplicações típicas	<i>Razão de área por potência média de frenagem, (10⁻⁶)m²/joules/s)</i>		
		Freios de banda (cinta) e tambor	Freios de disco de prato	Freios de disco de pinça
Não frequente	Freios de emergência	52	171	17,1
Intermitente	Elevadores, guindastes e guinchos	171	434	43
Serviço pesado	Escavadeiras, prensas	342–422	832	86

Fontes: M. J. Neale, *The Tribology Handbook*, Butterworth, Londres, 1973; *Friction Materials for Engineers*, Ferodo Ltd., Chapel-en-le-frith, Inglaterra, 1968.

- ▶ A manufatura desses materiais é altamente especializada.
- ▶ Catálogos de fabricantes são utilizados para selecionar os materiais em tamanhos padronizados.

Materiais de Atrito

- ▶ Revestimento (lona) de **algodão trançado** é produzido como um cinto de tecido impregnado com resinas e polimerizado. Utilizado em maquinária pesada. Geralmente é produzido em rolos com 300mm de larguras e 15m, espessuras de 3 a 25mm.
- ▶ Revestimento de **asbesto trançado** é feito de maneira similar ao algodão e pode conter partículas de metais.
- ▶ Revestimento de **asbesto moldado** contém fibra de asbesto e modificadores de atrito, é usado um polímero termorrígido com calor para formar um molde. É usado em freio de tambor.
- ▶ **Pastilhas de asbesto moldado** não são flexíveis e são utilizadas em embreagens e freios.
- ▶ **Pastilhas de metal sinterizado** são feitas de uma mistura de cobre e/ou partículas de ferro com modificadores de atrito. São utilizadas em freios e embreagens de aplicações de serviço pesado.
- ▶ **Pastilhas de cermeto** são similares às de metal e têm um conteúdo cerâmico substancial.

Materiais de Atrito

Tabela 16-3 Características de materiais de atrito para freios e embreagens.

Material	Coeficiente de atrito <i>f</i>	Pressão máxima <i>P</i> _{max} , MPa	Temperatura máxima Instantânea, °C	Continua, °C	Velocidade máxima <i>V</i> _{max} , m/s	Aplicações
Cermeto	0,32	1,0	815	400		Freios e embreagens
Metal sinterizado (seco)	0,29–0,33	2,1–2,8	500–550	300–350	18	Embreagens e freios de disco de pinça
Metal sinterizado (úmido)	0,06–0,08	3,4	500	300	18	Embreagens
Asbesto rígido moldado (seco)	0,35–0,41	0,7	350–400	180	18	Freios de tambor e embreagens
Asbesto rígido moldado (úmido)	0,06	2,1	350	180	18	Embreagens industriais
Pastilhas de asbesto rígido moldado	0,31–0,49	5,2	500–750	230–350	24	Freios de disco
Não asbesto rígido moldado	0,33–0,63	0,7–1,0		260–400	24–38	Embreagens e freios
Asbesto semirrígido moldado	0,37–0,41	0,7	350	150	18	Embreagens e freios
Asbesto flexível moldado	0,39–0,45	0,7	350–400	150–180	18	Embreagens e freios
Fio tecido (lonja) de asbestos e arame	0,38	0,7	350	150	18	Embreagens veiculares
Algodão de asbestos e arame	0,38	0,7	260	130	18	Embreagens industriais e freios
Algodão trançado	0,47	0,7	110	75	18	Embreagens industriais e freios
Papel resiliente (úmido)	0,09–0,15	2,8	150		<i>PV</i> < 18 MPa m/s	Embreagens e bandas (ou cintas) de transmissão

Fontes: Ferodo Ltd., Chapel-en-le-frith, Inglaterra; Scan-pac, Mequon, Wisc.; Raybestos, Nova York, N.Y. e Stratford, Conn.; Gatke Corp, Chicago, Ill.; General Metals Powder Co., Akron, Ohio; D.A.B. Industries, Troy, Mich.; Friction Products Co., Medina, Ohio.

Materiais de Atrito

Tabela 16–4 Algumas propriedades de revestimentos de freio.

	Revestimento trançado	Revestimento moldado	Bloco rígido
Resistência de compressão, kpsi	10–15	10–18	10–15
Resistência de compressão, MPa	70–100	70–125	70–100
Resistência de tração, kpsi	2,5–3	4–5	3–4
Resistência de tração, MPa	17–21	27–35	21–27
Temperatura máxima, °F	400–500	500	750
Temperatura máxima, °C	200–260	260	400
Velocidade máxima, ft/min	7 500	5 000	7 500
Velocidade máxima, m/s	38	25	38
Pressão máxima, psi	50–100	100	150
Pressão máxima, kPa	340–690	690	1 000
Coeficiente de atrito, médio	0,45	0,47	0,40–45

Materiais de Atrito

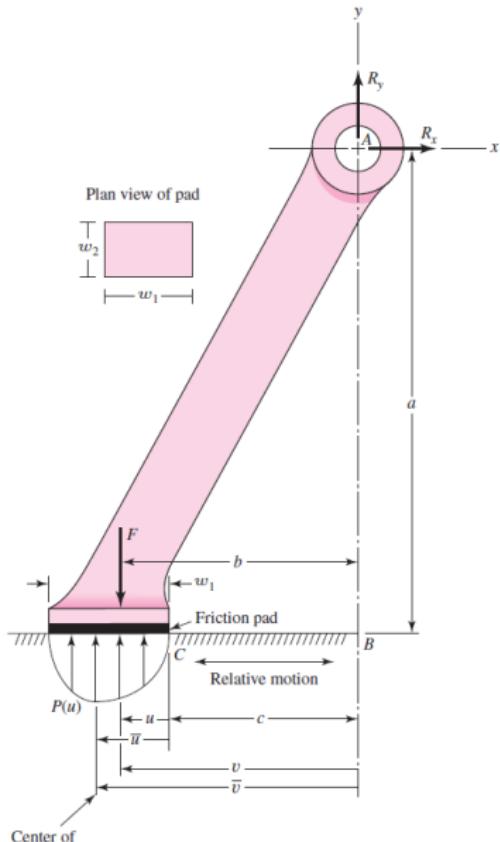
Tabela 16–5 Materiais de atrito para embreagens.

Material	Coeficiente de atrito		Temperatura máxima		Pressão máxima	
	Úmido	Seco	°F	°C	psi	kPa
Ferro fundido em ferro fundido	0,05	0,15–0,20	600	320	150–250	1000–1750
Metal pulverizado* em ferro fundido	0,05–0,1	0,1–0,4	1000	540	150	1000
Metal pulverizado* em aço duro	0,05–0,1	0,1–0,3	1000	540	300	2100
Madeira em aço ou ferro fundido	0,16	0,2–0,35	300	150	60–90	400–620
Couro em aço ou ferro fundido	0,12	0,3–0,5	200	100	10–40	70–280
Cortiça em aço ou ferro fundido	0,15–0,25	0,3–0,5	200	100	8–14	50–100
Feltro em aço ou ferro fundido	0,18	0,22	280	140	5–10	35–70
Asbesto trançado* em aço ou ferro fundido	0,1–0,2	0,3–0,6	350–500	175–260	50–100	350–700
Asbesto moldado* em aço ou ferro fundido	0,08–0,12	0,2–0,5	500	260	50–150	350–1000
Asbesto impregnado* em aço ou ferro fundido	0,12	0,32	500–750	260–400	150	1000
Aço carbono em aço	0,05–0,1	0,25	700–1000	370–540	300	2100

* O coeficiente de atrito pode ser mantido com $\pm 5\%$ para materiais específicos neste grupo.

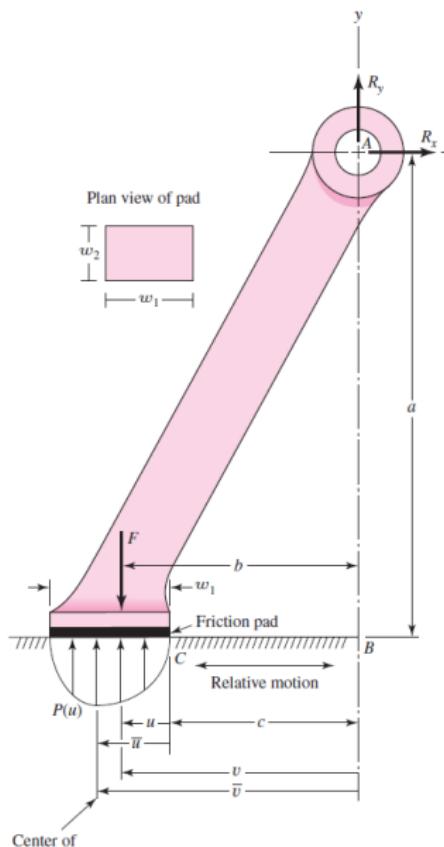
Análise estática de embreagens e freios

- ▶ Vários dispositivos podem ser analisados através de um procedimento geral que analise:
 - ▶ A Distribuição de pressão nas superfícies de atrito.
 - ▶ Relação entre a máxima pressão e a pressão em qualquer ponto.
 - ▶ Força e/ou toque de frenagem e as reações de suporte



Calço de porta comum

Análise estática de embreagens e freios



Força Normal causada pela pressão $P(u)$

$$N = p_{av}w_1w_2$$

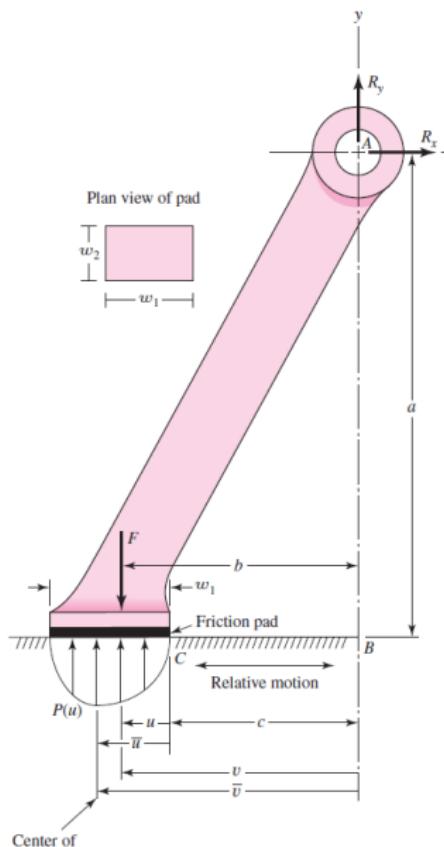
A Pressão Média

$$p_{av} = \frac{1}{w_1} \int_0^{w_1} p(u)du$$

Atrito: $F_{at} = w_2 \int_0^{w_1} fp(u)du = fp_{av}w_1w_2$

$$F_{at} = fp_{av}w_1w_2$$

Análise estática de embreagens e freios



$$N = p_{av}w_1w_2$$

$$F_{at} = fp_{av}w_1w_2$$

$$\int_0^{w_1} \bar{u} w_2 p(u) du = p_{av} w_1 w_2 u$$

Somatório de forças em x:

$$\sum F_x = R_x \mp F_{at} = 0$$

- para \rightarrow

+ para \leftarrow

$$R_x = \pm fp_{av}w_1w_2$$

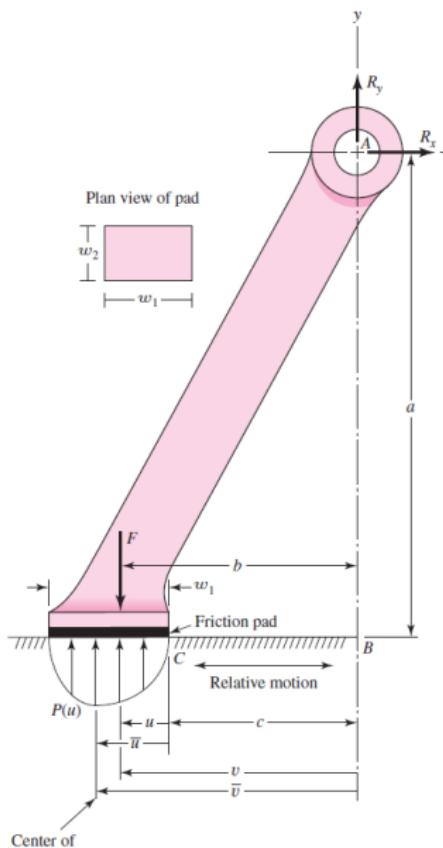
Do somatório de forças em y:

$$\sum F_y = -F + N + R_y = 0$$

$$R_y = F - N = F - p_{av}w_1w_2$$

$$R_y = F - p_{av}w_1w_2$$

Análise estática de embreagens e freios



Momentos em relação a A: $\circlearrowleft \sum M_A = 0$

$$Fb - M_N \mp M_{F_{at}} = 0$$

$$M_N = w_2 \int_0^{w_1} p(u)(c + u)du$$

$$M_{F_{at}} = aw_2 \int_0^{w_1} fp(u)du = afp_{av}w_1w_2$$

$$F = \frac{w_2}{b} \left[\int_0^{w_1} p(u)(c + u)du \pm af \int_0^{w_1} p(u)du \right]$$

Análise estática de embreagens e freios

► Sapata de freio

- **Autoenergizante** é quando o sentido do momento ajuda a assentar o freio.

A medida que o atrito cresce, a força F requerida para frear diminui.

- **Autodesenergizante** é quando o momento resiste a assentar o freio

- **Autoativação/autoacionamento/autotravamento** está presente independentemente do conhecimento da distribuição de pressão $p(u)$

Ocorre quando a força $F \leq 0$ Geralmente indesejável.

- As aplicações de travamento de retorno utilizam esse artifício, como embreagens de sobremarcha e guinchos. Para evitar o retorno da carga.

Análise estática de embreagens e freios

$$F = \frac{w_2}{b} \left[\int_0^{w_1} p(u)(c + u)du \pm af \int_0^{w_1} p(u)du \right]$$

- ▶ Surge então o questionamento: Pode $F \leq 0$?

$$f_{cr} \geq \frac{1}{a} \frac{\int_0^{w_1} p(u)(c + u)du}{\int_0^{w_1} p(u)du} = \frac{1}{a} \frac{c \int_0^{w_1} p(u)du + \int_0^{w_1} p(u)udu}{\int_0^{w_1} p(u)du}$$

$$f_{cr} \geq \frac{c + \bar{u}}{a}$$

$$\text{onde } \bar{u} = \frac{\int_0^{w_1} p(u)udu}{\int_0^{w_1} p(u)du}$$

- ▶ É necessário calcular f_{cr} a partir de $p(u)$ (ou seja, \bar{u})

Análise estática de embreagens e freios: Resumo

$$p_{av} = \frac{1}{w_1} \int_0^{w_1} p(u) du$$

$$N = p_{av} w_1 w_2$$

$$F_{at} = f p_{av} w_1 w_2$$

$$R_x = \pm f p_{av} w_1 w_2$$

$$R_y = F - p_{av} w_1 w_2$$

$$F = \frac{w_2}{b} \left[\int_0^{w_1} p(u)(c + u) du \pm af \int_0^{w_1} p(u) du \right]$$

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{w_1} p(u) u du}{\int_0^{w_1} p(u) du} \qquad \qquad f_{cr} \geq \frac{c + \bar{u}}{a}$$

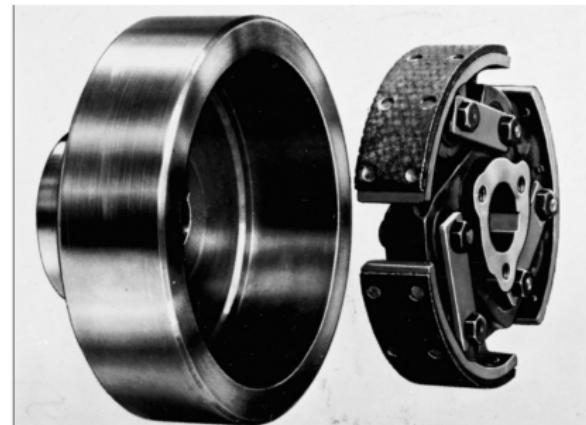
Introdução

EXEMPLO 16-1

O calço de porta representado na Figura 16–2a tem as seguintes dimensões: $a = 100$ mm, $b = 50$ mm, $c = 40$ mm, $w_1 = 25$ mm, $w_2 = 18$ mm, em que w_2 é a profundidade do forro adentrando o plano do papel.

- Para um movimento relativo para a esquerda do chão, uma força atuante F de 45 N, um coeficiente de atrito de 0,4, use uma distribuição uniforme de pressão p_{av} para encontrar R_x , R_y , p_{av} e a pressão maior p_a .
- Reita a parte a, para um movimento relativo para a direita do chão.
- Modele a pressão normal como de “esmagamento” do forro, admitindo que esta fosse composta de muitas molas espirais helicoidais pequenas. Encontre R_x , R_y , p_{av} e p_a para o movimento para a esquerda do chão e demais condições como na parte a.
- Para um movimento relativo para a direita do chão, é o calço de porta um freio de autoacionamento?

Sapatas Internas



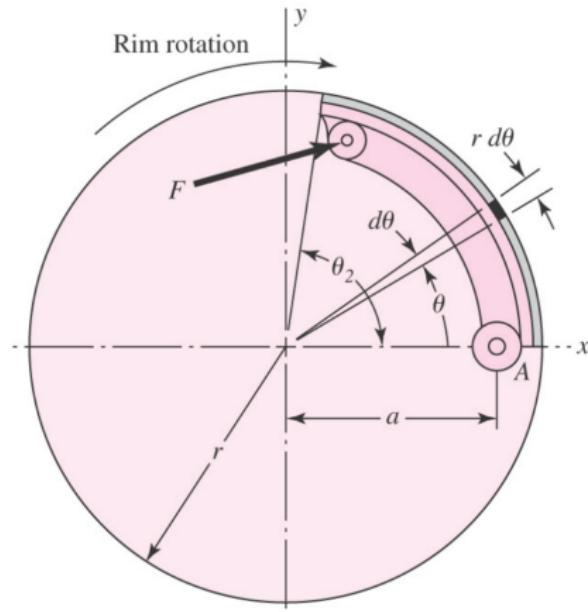
Embreagem tipo tambor com sapata interna de acionamento centrífugo

- ▶ Consiste basicamente em 3 elementos:
 1. Superfície friccional de contato
 2. Meio de transmissão de torque
 3. Mecanismo de acionamento
- ▶ Podem ser do tipo anel expansível, centrífuga, magnética, hidráulica e pneumática.
- ▶ A **Sapata Curta** tem ângulo de contato $\leq 45^\circ$
- ▶ A **Sapata Longa** tem ângulo de contato $> 45^\circ$

Sapatas Internas

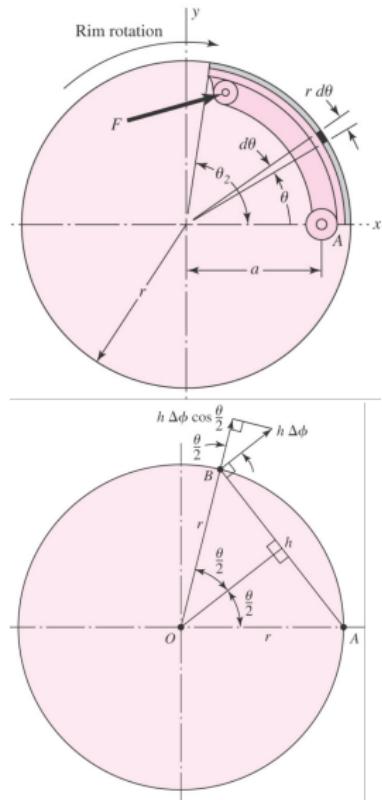
1. **Embreagem de Anel expansível** é utilizada em maquinaria têxtil, escavadoras e máquinas-ferramenta onde a embreagem é colocada dentro da polia motora. Transmitem altos toques a baixas velocidades, requerem acoplamento positivo e força de liberação ampla.
2. **Embreagem Centrífuga** é usada na maioria das vezes para operação automática.
3. **Embreagens magnéticas** são úteis para sistemas automáticos e de controle remoto e para acionamentos sujeitos a complexos ciclos de carga.
4. **Embreagens hidráulicas e pneumáticas** são úteis em acionamentos que possuem ciclos de carregamento complexos, em maquinaria automática e robôs.
O fluxo do fluido pode ser controlado por válvulas solenoides. Geralmente como embreagens de disco, de cone e de pratos múltiplos (multidiscos).
5. **Freios de sapata interna ou de tambor** é amplamente utilizado em aplicações automotivas.

Sapatas Internas



1. A sapata é pivotada no ponto A e a força de acionamento age na outra extremidade.
2. Dada a compressão, não se pode supor que a distribuição da força normal seja uniforme.
3. Admite-se que a pressão em A é nula e, usualmente, pode-se retirar material de atrito na proximidade.
4. Por fim, é necessário calcular as forças atuantes: F, Reações em A, N, f e T no tambor

Sapatas Internas



$$\sin(\theta/2) = h/2r \therefore h = 2r \sin(\theta/2)$$

Para uma rotação infinitesimal $\Delta\phi$ da sapata no sentido horário:

A deformação perpendicular ao aro:
 $h\Delta\phi \cos(\theta/2)$

$$h\Delta\phi \cos(\theta/2) = r2 \sin(\theta/2)\Delta\phi \cos(\theta/2) \\ = r\Delta\phi \sin(\theta)$$

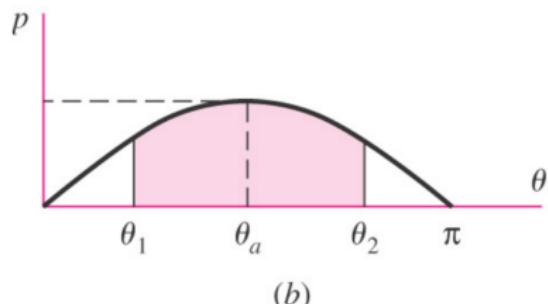
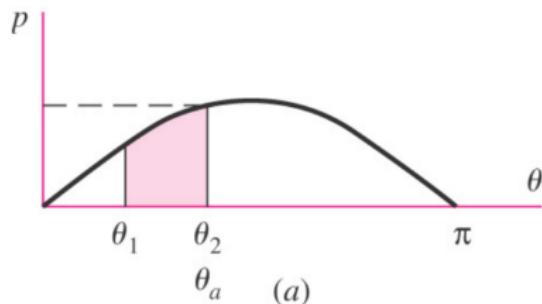
Assim, como a deformação é proporcional ao ângulo θ , a pressão também deve ser:

$$\frac{p}{\sin \theta} = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \therefore p = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \sin \theta$$

Sapatas Internas

$$p = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \sin \theta$$

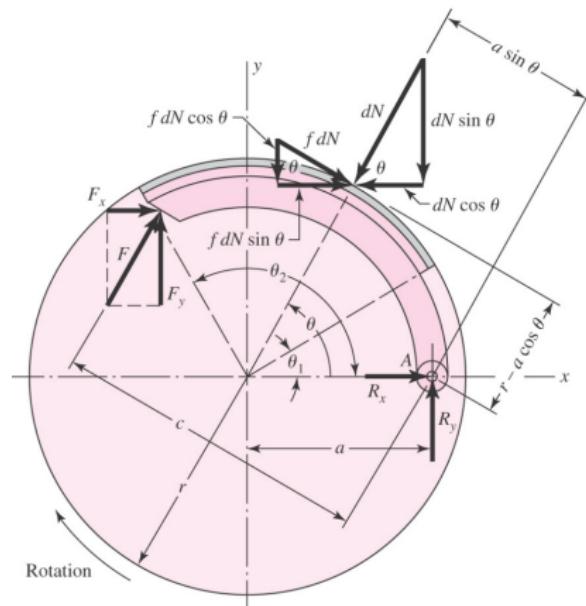
- ▶ A distribuição de pressão é então senoidal.
- ▶ Sapata curta - p_a ocorre na extremidade em θ_2
- ▶ Sapata longa - p_a ocorre em $\theta_a = 90^\circ$



Definindo o ângulo no qual a pressão máxima ocorre quando

- (a) sapata existe na zona $\theta_1 \leq \theta_2 \leq \pi/2$
- (b) sapata existe na zona $\theta_1 \leq \pi/2 \leq \theta_2$

Sapatas Internas



$$dN = p_b r d\theta$$

$$dN = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \sin \theta b r d\theta$$

$$dN = \frac{p_a b r}{\sin \theta_a} \sin \theta d\theta$$

$$\circlearrowleft \sum M_A = 0 = -Fc - M_f + M_N$$

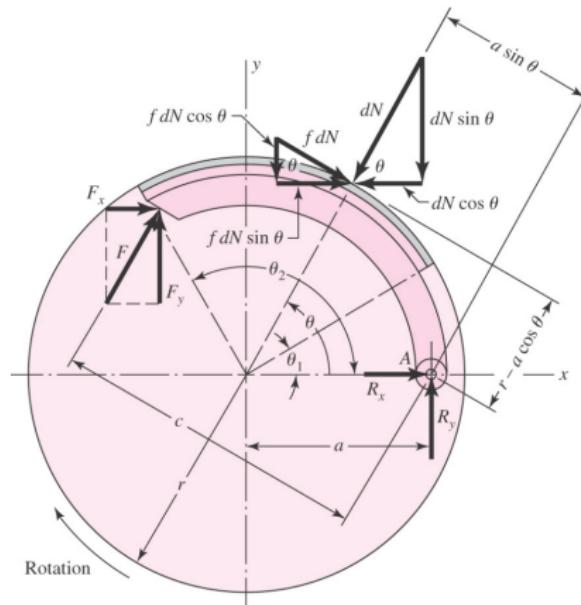
$$F = \frac{M_N - M_f}{c}$$

- ▶ Por conta do sinal negativo de M_f , esse é um freio **autoenergizante**, a força F diminui com a rotação/atraito.
- ▶ Além disso, deve-se buscar valores dimensionais que evitem o **autotravamento** para $M_N \geq M_f$

Sapatas Internas

Calculando os momentos em A:

$$M_N = \int a \sin \theta dN$$



$$M_N = \frac{ap_a br}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta$$

$$M_f = \int f dN (r - a \cos \theta)$$

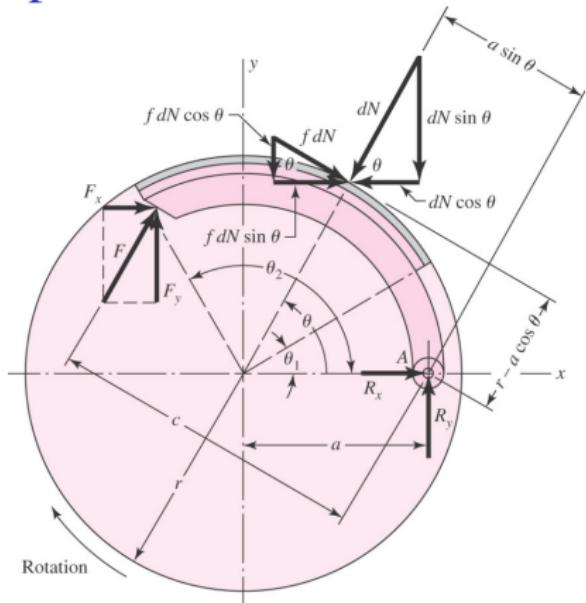
$$M_f = \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta$$

Torque do tambor:

$$T = \int r f dN$$

$$T = \frac{p_a br^2 f}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

Sapatas Internas



Calculando as reações em A:

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$R_x + F_x + \int f dN \sin \theta - \int dN \cos \theta = 0$$

$$R_x = \int dN \cos \theta - \int f dN \sin \theta - F_x$$

$$\uparrow \sum F_y = 0$$

$$R_y + F_y - \int f dN \cos \theta - \int dN \sin \theta = 0$$

$$R_y = \int dN \sin \theta + \int f dN \cos \theta - F_y$$

Substituindo dN e ambas... $dN = \frac{p_{ab}r}{\sin \theta_a} \sin \theta d\theta$

$$R_x = \frac{p_{ab}r}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta - f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta \right) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{ab}r}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta + f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta \right) - F_y$$

Sapatas Internas

- Caso a rotação se inverta, **o sentido das forças de atrito mudam.**

$F = \frac{M_N + M_f}{c}$ Assim, a sapata passa a ser autodesenergizante.

$$R_x = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta + f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta \right) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta - f \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta \right) - F_y$$

Para simplificar:

$$A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Para rotação horária \circlearrowleft :

$$R_x = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (B + fA) - F_y$$

Para rotação anti-horária \circlearrowright :

$$R_x = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (B - fA) - F_y$$

Sapatas Internas: Resumo

$$p = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \sin \theta$$

$$dN = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} \sin \theta d\theta$$

$$M_f = \frac{fp_{abr}}{\sin \theta_a} [(-r \cos \theta) - aA]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$M_N = \frac{ap_{abr}}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \frac{ap_{abr}}{\sin \theta_a} B$$

$$T = \frac{p_{abr}^2 f}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{p_{abr}^2 f}{\sin \theta_a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Para rotação horária \circlearrowleft :

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} \text{ Auto energizante}$$

$$R_x = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (B + fA) - F_y$$

Para rotação anti-horária \circlearrowright :

$$F = \frac{M_N + M_f}{c} \text{ Auto desenergizante}$$

$$R_x = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_{abr}}{\sin \theta_a} (B - fA) - F_y$$

Sapatas Internas: Considerações finais

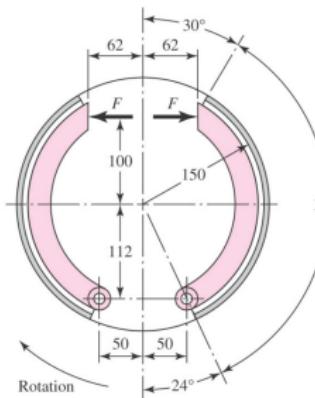
- ▶ Sistema de referência com origem no centro do tambor.
- ▶ Eixo x orientado pelo pino de articulação.
- ▶ Eixo y sempre na direção da sapata.
- ▶ Pressão proporcional à distância a partir do pino de articulação.
(Zero no calcanhar)
Os fabricantes especificam as pressões médias.
- ▶ Freios: Sapatas sem rotação ∴ Força centrífuga desprezada.
- ▶ Embreagens: Sapatas com rotação ∴ Força centrífuga deve ser considerada nas equações de equilíbrio.
- ▶ **Sapata rígida**, caso contrário haverá deformação e a distribuição de pressão se altera.
- ▶ O **coeficiente de atrito** foi considerado como constante, mas poderia ser função da pressão, temperatura, desgaste, ambiente, etc.

Sapatas Internas: Exemplo

EXEMPLO 16–2

O freio mostrado na Figura 16–8 tem em diâmetro 300 mm e é acionado por um mecanismo que exerce a mesma força F em cada sapata. As sapatas são idênticas e têm uma largura de face de 32 mm. O forro é um asbesto moldado, tem um coeficiente de atrito de 0,32 e uma limitação de pressão de 1 000 kPa. Calcule a:

- Força acionadora F .
- Capacidade de frenagem.
- Reações do pino de articulação.



(a) A sapata direita é autoenergizante, assim a força é encontrada no pressuposto de que a pressão máxima ocorrerá nesta sapata. Aqui $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 126^\circ$, $\theta_a = 90^\circ$ e $\theta_a = 1$. Também

$$a = \sqrt{(112)^2 + (50)^2} = 122,7 \text{ mm}$$

Integrando a Equação (16–2) de 0 a θ_2 , resulta

$$\begin{aligned} M_f &= \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \left[\left(-r \cos \theta \right)_0^{\theta_2} - a \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_0^{\theta_2} \right] \\ &= \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \left(r - r \cos \theta_2 - \frac{a}{2} \sin^2 \theta_2 \right) \end{aligned}$$

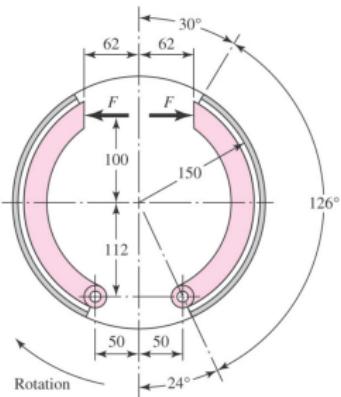
Sapatas Internas: Exercício

Mudando os comprimentos para metros, temos

$$M_f = (0,32)[1\,000(10)^3](0,032)(0,150)$$

$$\times \left[0,150 - 0,150 \cos 126^\circ - \left(\frac{0,1227}{2} \right) \sin^2 126^\circ \right] \\ = 304 \text{ N} \cdot \text{m}$$

O momento das forças normais é obtido por meio da Equação (16-3). Integrando de 0 a θ_2



$$M_N = \frac{p_a b r a}{\sin \theta_a} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_0^{\theta_2} \\ = \frac{p_a b r a}{\sin \theta_a} \left(\frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta_2 \right) \\ = [1\,000(10)^3](0,032)(0,150)(0,1227) \left\{ \frac{\pi}{2} \frac{126}{180} - \frac{1}{4} \sin[(2)(126^\circ)] \right\} \\ = 788 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Pela Equação (16-4), a força acionadora é

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} = \frac{788 - 304}{100 + 112} = 2,28 \text{ kN}$$

Pela Equação (16-6), o torque aplicado pela sapata da direita é

$$T_R = \frac{f p_a b r^2 (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\sin \theta_a}$$

$$= \frac{0,32[1000(10)^3](0,032)(0,150)^2(\cos 0^\circ - \cos 126^\circ)}{\sin 90^\circ} = 366 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Sapatas Internas: Exercício

O torque contribuído pela sapata esquerda não pode ser obtido até que aprendamos qual é a sua pressão máxima operacional. As Equações (16–2) e (16–3) indicam que os momentos devido às forças de atrito e normal são proporcionais a essa pressão. Assim, para a sapata esquerda,

$$M_N = \frac{788p_a}{1\,000} \quad M_f = \frac{304p_a}{1\,000}$$

Então, por meio da Equação (16–7),

$$F = \frac{M_N + M_f}{c}$$

ou

$$2,28 = \frac{(788/1\,000)p_a + (304/1\,000)p_a}{100 + 112}$$

Resolvendo, obtém-se $p_a = 443$ kPa. Então, por meio da Equação (16–6), o torque na sapata esquerda é

$$T_L = \frac{fp_a br^2(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\sin \theta_a}$$

Visto que $\theta_a = \sin 90^\circ = 1$, temos

$$T_L = 0,32[443(10)3](0,032)(0,150)^2(\cos 0^\circ - \cos 126^\circ) = 162 \text{ N}\cdot\text{m}$$

A capacidade de frenagem é o torque total:

$$T = T_R + T_L = 366 + 162 = 528 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Sapatas Internas: Exercício

(c) A fim de encontrarmos as reações de pino de articulação, notamos que $\theta_a = 1$ e $\theta_1 = 0$. Assim, a Equação (16–8) dá

$$A = \frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 \theta_2 = \frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 126^\circ = 0,3273$$

$$B = \frac{\theta_2}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2\theta_2 = \frac{\pi(126)}{2(180)} - \frac{1}{4} \operatorname{sen}[(2)(126^\circ)] = 1,3373$$

Além disso, suponha que

$$D = \frac{p_a br}{\operatorname{sen} \theta_a} = \frac{1000(0,032)(0,150)}{1} = 4,8 \text{ kN}$$

em que $p_a = 1000 \text{ kPa}$ para a sapata direita. Então, usando a Equação (16–9), temos

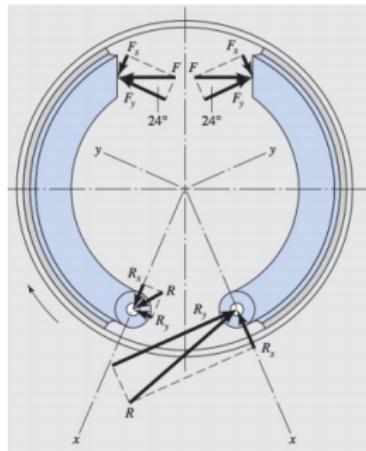
$$\begin{aligned} R_x &= D(A - fB) - F_x = 4,8[0,3273 - 0,32(1,3373)] - 2,28 \operatorname{sen} 24^\circ \\ &= -1,410 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_y &= D(B + fA) - F_y = 4,8[1,3373 + 0,32(0,3273)] - 2,28 \cos 24^\circ \\ &= 4,839 \text{ kN} \end{aligned}$$

A resultante neste pino de articulação é

$$R = \sqrt{(-1,410)^2 + (4,839)^2} = 5,04 \text{ kN}$$

Sapatas Internas: Exercício



As reações no pino de articulação da sapata esquerda são encontradas usando as Equações (16–10) para uma pressão de 443 kPa. Elas devem ser $R_x = 0,678 \text{ kN}$ e $R_y = 0,538 \text{ kN}$. A resultante é

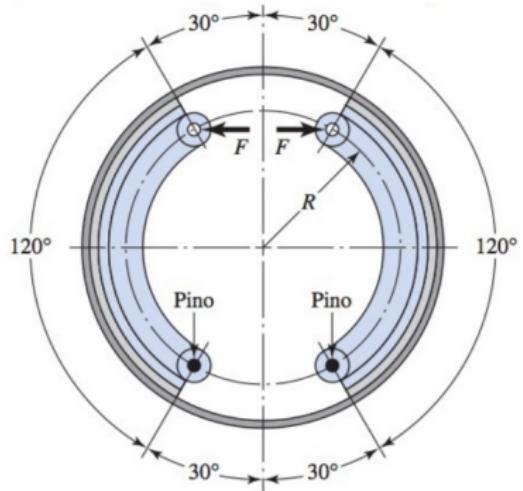
$$R = \sqrt{(0,678)^2 + (0,538)^2} = 0,866 \text{ kN}$$

As reações para ambos os pinos de articulação, junto com suas direções, são mostradas na Figura 16–9.

Este exemplo mostra dramaticamente o benefício a ser ganho ao arranjar as sapatas para serem autoenergizantes. Se a sapata esquerda fosse invertida, de modo que colocasse o pino de articulação no topo, ela aplicaria o mesmo torque que a sapata direita. Isso tornaria a capacidade do freio $(2)(366) = 732 \text{ N} \cdot \text{m}$ em vez da atual $528 \text{ N} \cdot \text{m}$, uma melhoria de 30%. Além disso, algo do material de atrito no pino de articulação poderia ser eliminado sem afetar seriamente a capacidade, por causa da baixa pressão nesta área. Essa mudança pode realmente melhorar todo o projeto, porque a exposição adicional do aro melhoraria a capacidade de dissipação de calor.

Sapatas Internas: Exercício

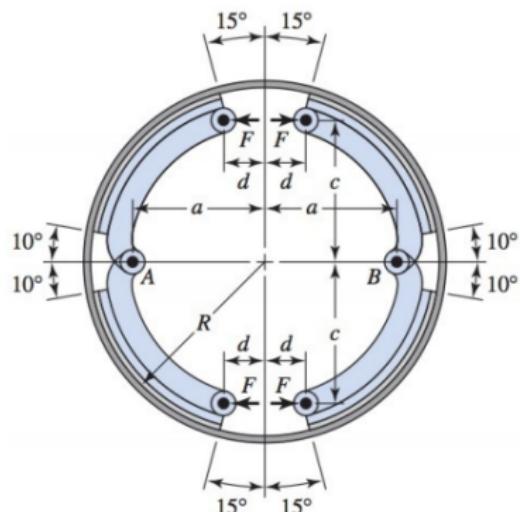
- **16-1 Shigley 10ed.** A figura mostra um freio do tipo de tambor com sapatas, tendo um diâmetro interno de aro de 300 mm e uma dimensão $R = 125$ mm. As sapatas têm uma largura de face de 40 mm e são ambas acionadas por uma força de 2,2 kN. O tambor rotaciona no sentido horário. O coeficiente médio de atrito é 0,28.



- Encontre a pressão máxima e indique a sapata na qual ela ocorre.
- Calcule o torque de frenagem executado por cada sapata e encontre o torque total de frenagem.
- Calcule as reações resultantes no pino de articulação.

Sapatas Internas: Exercício

► **16-4 Shigley 10ed.** A figura mostra um tambor de freio de diâmetro de 400 mm com quatro sapatas internamente expansíveis. Cada um dos pinos de articulação A e B suporta um par de sapatas. O mecanismo acionador deve ser arranjado para produzir a mesma força F em cada sapata. A largura de face das sapatas é de 75 mm. O material usado permite um coeficiente de atrito de 0,24 e uma pressão máxima de 1000 kPa.

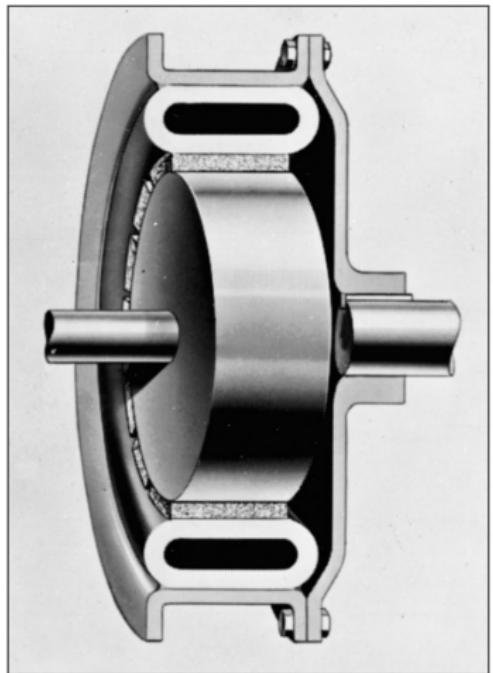


Dimensões em mm:

$$a=150, c=165, R=200 \text{ e } d=50.$$

- Determine a máxima força acionadora.
- Calcule a capacidade do freio.
- Sabendo que a rotação pode ser em qualquer direção, calcule as reações do pino de articulação.

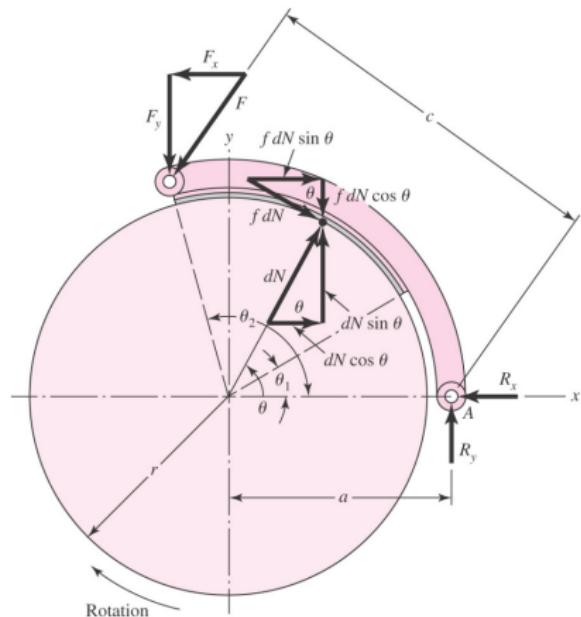
Sapatas Externas



Embreagem-freio externa contrátil expandindo o tubo flexível de ação pneumática.

- ▶ Mecanismos de operação
 - ▶ Solenoides
 - ▶ Alavancas, elos ou dispositivos de travamento
 - ▶ Elos com carregamento de mola
 - ▶ Dispositivos hidráulicos e pneumáticos
- ▶ Caso a sapata externa seja usada como embreagem, o efeito da força centrífuga tende a decrescer a força normal e F aumenta com a velocidade.
- ▶ Sapata Externa Longa -
- ▶ Sapata Externa Curta - $\theta \leq 45^\circ$

Sapatas Externas



Sapata externa contrátil

- ▶ Os momentos M_f e M_N são os mesmos já calculados em sapatas internas.

$$M_f = \frac{fp_{abr}}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta$$

$$M_N = \frac{ap_{abr}}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta$$

- ▶ Calculando F :

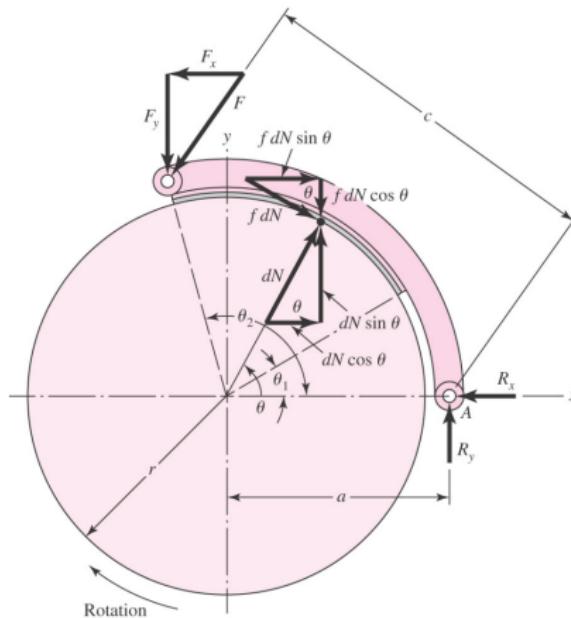
$$\circlearrowleft \sum M_A = 0$$

$$Fc - M_f - M_N = 0$$

$$F = \frac{M_N + M_f}{c}$$

Autodesenergizante

Sapatas Externas



$$R_x = \frac{p_a b r}{\sin \theta_a} (A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_a b r}{\sin \theta_a} (fA - B) + F_y$$

Calculando as reações em A:

$$\rightarrow \sum F_x = 0$$

$$-R_x - F_x + \int fdN \sin \theta + \int dN \cos \theta = 0$$

$$R_x = \int dN \cos \theta + \int fdN \sin \theta - F_x$$

$$\uparrow \sum F_y = 0$$

$$R_y - F_y - \int fdN \cos \theta + \int dN \sin \theta = 0$$

$$R_y = \int fdN \cos \theta - \int dN \sin \theta + F_y$$

Substituindo dN e utilizando A e B...

Sapatas Externas: Resumo

$$p = \frac{p_a}{\sin \theta_a} \sin \theta$$

$$dN = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} \sin \theta d\theta$$

$$M_f = \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta (r - a \cos \theta) d\theta = \frac{fp_a br}{\sin \theta_a} \left[(-r \cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} - aA \right]$$

$$M_N = \frac{ap_a br}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \frac{ap_a br}{\sin \theta_a} B$$

$$T = \frac{p_a br^2 f}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = \frac{p_a br^2 f}{\sin \theta_a} (-\cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{p_a br^2 f}{\sin \theta_a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$A = \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Para rotação horária \circlearrowleft :

$$F = \frac{M_N + M_f}{c} \text{ Autodesenergizante}$$

$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A + fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (fA - B) + F_y$$

Para rotação anti-horária \circlearrowright :

$$F = \frac{M_N - M_f}{c} \text{ Autoenergizante}$$

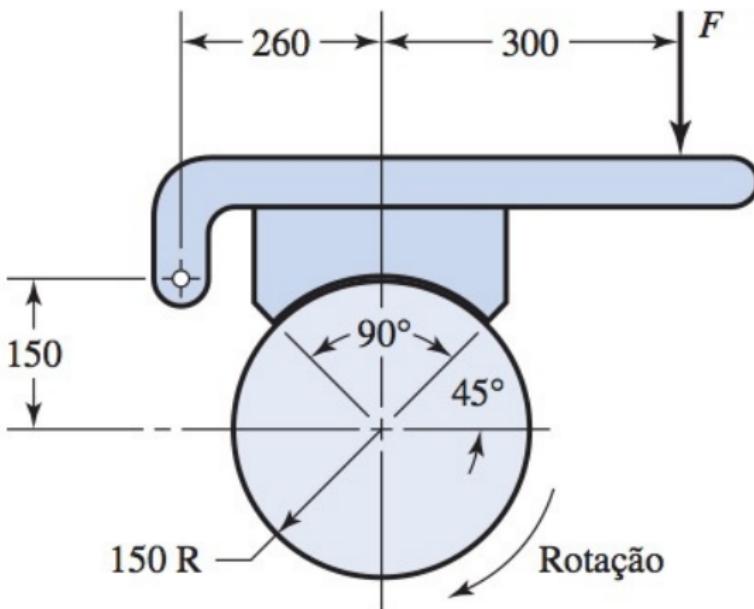
$$R_x = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (A - fB) - F_x$$

$$R_y = \frac{p_a br}{\sin \theta_a} (-fA - B) + F_y$$

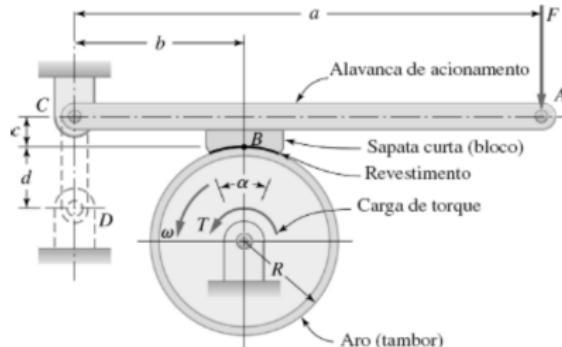
Sapatas Externas: Exercício

- 16-5 Shigley 10ed. O freio de mão de tipo bloco mostrado na figura tem uma largura de face de 30 mm e um coeficiente médio de atrito de 0,25. Para uma força de açãoamento estimada de 400 N, encontre a pressão máxima na sapata e o torque de frenagem.

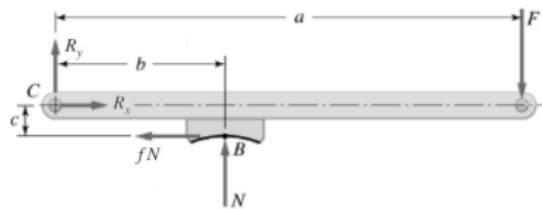
Problema 16-5
Dimensões em polegadas.



Sapata Externa Curta



(a) Montagem do dispositivo de freio



(b) Diagrama de corpo livre da sapata integral e da alavanca

- ▶ A **Sapata Curta** é caracterizada por um ângulo de contato $\leq 45^\circ$
- ▶ Dado o ângulo reduzido, supõe-se a distribuição de pressão uniforme.

$$p = p_a \text{ e } N = p_a A$$

$$\circlearrowleft \sum M_C = 0 = Nb - fNc - Fa$$

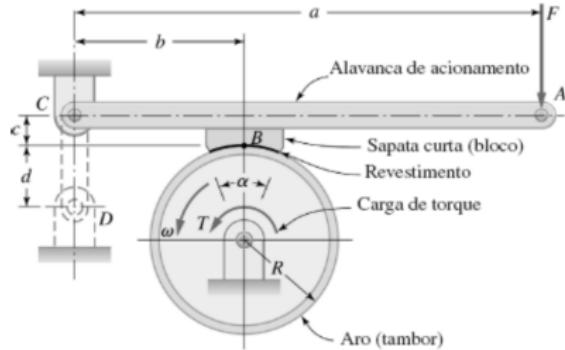
$$F = N\left(\frac{b-fc}{a}\right) \text{ Autoenergizante}$$

$$N = F\left(\frac{a}{b-fc}\right)$$

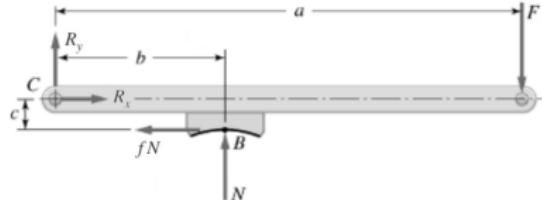
$$\text{Caso a articulação passe de C para D: } F = N\left(\frac{b+fc}{a}\right)$$

Autodesenergizante

Sapata Externa Curta



(a) Montagem do dispositivo de freio



(b) Diagrama de corpo livre da sapata integral e da alavanca

Calculando as Reações:

$$R_x = fN \text{ e } R_y = F - N$$

$$R_x = f \left(\frac{a}{b-fc} \right) F$$

Calculando o Torque:

$$\circlearrowleft \sum M_O = 0 \therefore T = fNr$$

$$\text{E como } N = \left(\frac{a}{b-fc} \right) F$$

$$R_y = \left(1 - \frac{a}{b-fc} \right) F$$

$$T = frF \left(\frac{a}{b-fc} \right)$$

Sapata Externa Curta Resumo

$$F = N \frac{b-fc}{a} \text{ Autoenergizante}$$
$$R_x = fN$$

$$N = F \left(\frac{a}{b-fc} \right)$$
$$R_y = F - N$$

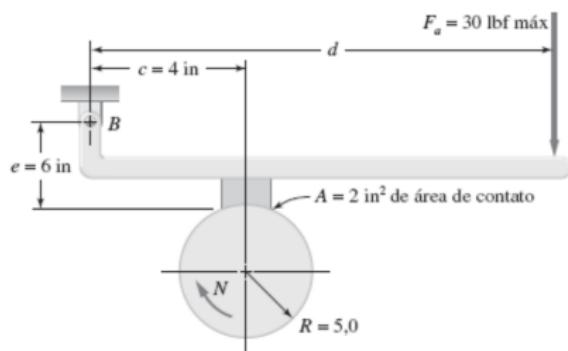
$$R_x = f \left(\frac{a}{b-fc} \right) F$$

$$R_y = \left(1 - \frac{a}{b-fc} \right) F$$

$$T = frF \left(\frac{a}{b-fc} \right)$$

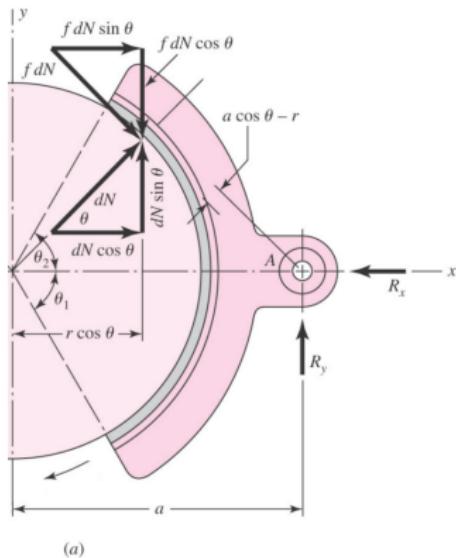
Sapata Externa Curta Exercício

- 16-1 Collins 2ed., Adapt Um freio de bloco de sapata curta com um tambor girando no sentido horário a 500 rpm. A pressão de contato máxima admissível é de 200 psi e o coeficiente de atrito é de 0,15.

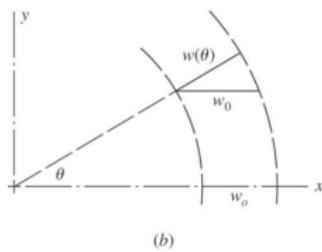


- Derive uma expressão para a força atuante F , expressa como uma função de p_a .
- Se a força de açãoamento não deve exceder 30 lbf, qual é o comprimento mínimo d que deve ser utilizado na alavanca?
- Calcule o torque de frenagem máximo admissível que deve ser esperado deste projeto.

Sapatas Externas: Freio com sapata pivotada simétrica



(a)



(b)

Calculando o desgaste da forração de freio:

$$w(\theta) = w_0 \cos \theta$$

$$\text{Desgaste linear } w = K P V t$$

K constante do material

P pressão

V Velocidade

t tempo

$$w(\theta) = K p(\theta) V t = w_0 \cos \theta$$

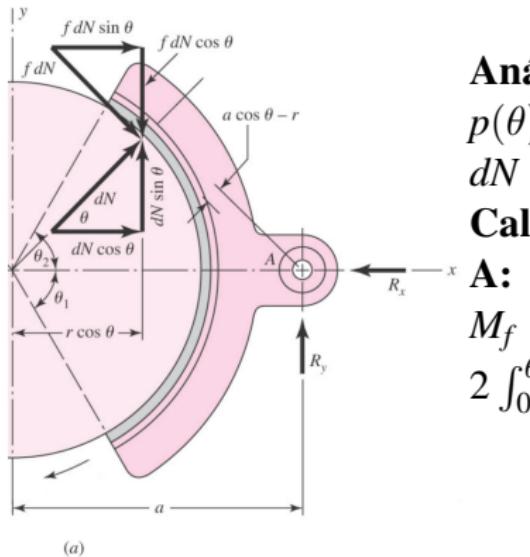
$$p(\theta) = \frac{w_0}{K V t} \cos \theta$$

Como a área superficial do material de atrito tem a mesma velocidade de roçamento para a mesma duração

$$\frac{w_0}{K V t} = cte$$

$$p(\theta) = p_a \cos \theta$$

Sapatas Externas: Freio com sapata pivotada simétrica



Análise de forças:

$$p(\theta) = p_a \cos \theta$$

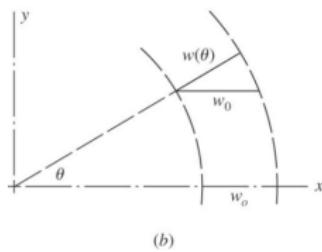
$$dN = p b r d\theta = p_a b r \cos \theta d\theta$$

Calculando os momentos em relação a A:

$$M_f = 2 \int_0^{\theta_2} f dN (a \cos \theta - r) = 0$$

$$2 \int_0^{\theta_2} f p_a b r (a \cos^2 \theta - r \cos \theta) d\theta = 0$$

$$a = \frac{4r \sin \theta_2}{2\theta_2 + \sin 2\theta_2}$$



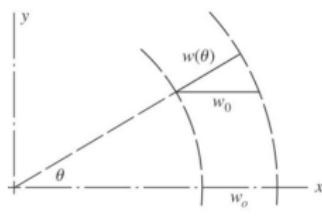
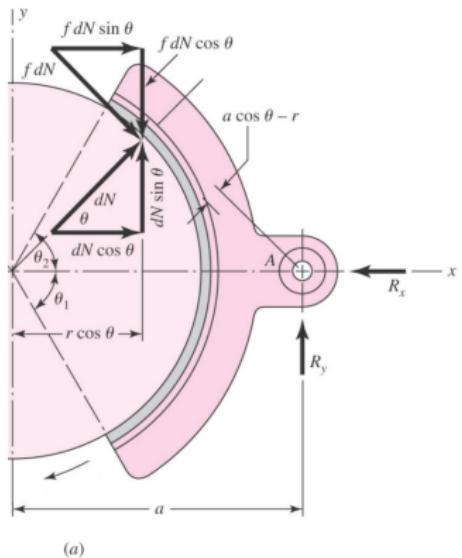
A componente horizontal de N é balanceada por R_x : $\therefore R_x = N$

$$R_x = 2 \int_0^{\theta_2} dN \cos \theta$$

A componente vertical de fN é balanceada por R_y : $\therefore R_y = fN = fR_x$

$$R_y = 2 \int_0^{\theta_2} f dN \cos \theta$$

Sapatas Externas: Freio com sapata pivotada simétrica



Análise de forças:

$$dN = p_a b r \cos \theta d\theta$$

$$R_x = 2 \int_0^{\theta_2} dN \cos \theta$$

$$R_y = 2 \int_0^{\theta_2} f dN \cos \theta$$

$$R_x = 2 \int_0^{\theta_2} p_a b r \cos^2 \theta d\theta = \\ 2p_a b r \int_0^{\theta_2} \cos^2 \theta d\theta$$

$$R_x = \frac{p_a b r}{2} (2\theta_2 + \sin \theta_2)$$

$$R_y = 2 \int_0^{\theta_2} f p_a b r \cos^2 \theta d\theta$$

$$\text{E o torque: } T = a R_y = a f N$$

Sapatas Externas: Freio com sapata pivotada simétrica: Resumo

$$p(\theta) = p_a \cos \theta$$

$$dN = p_a b r \cos \theta d\theta$$

$$a = \frac{4r \sin \theta_2}{2\theta_2 + \sin 2\theta_2}$$

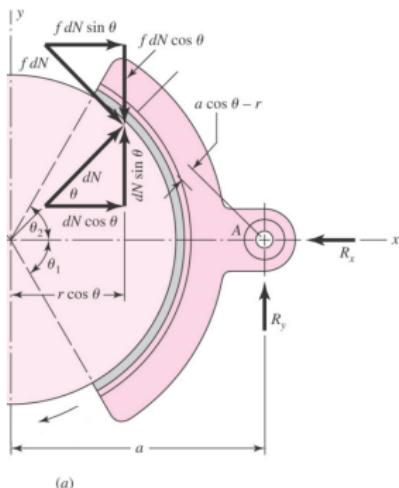
$$N = R_x = 2 \int_0^{\theta_2} p_a b r \cos^2 \theta d\theta$$

$$fN = fR_x = R_y = 2 \int_0^{\theta_2} fp_a b r \cos^2 \theta d\theta$$

$$T = afN$$

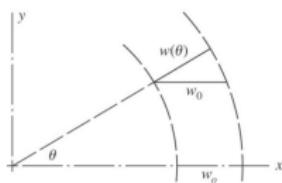
Sapata Pivotada Simétrica: Exercício

- **16-8 Shigley 10ed.** Considere a sapata simétrica pivotada externa de freio da Figura e Equação (16-15). Suponha que a distribuição de pressão seja uniforme, isto é, a pressão p independe de θ .



(a)

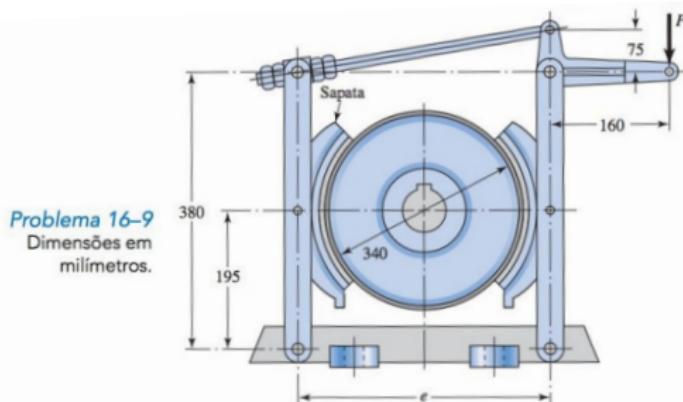
- (a) Qual será a distância de pivô a' ?
(b) Se $\theta_1 = \theta_2 = 60^\circ$, compare a' com a .



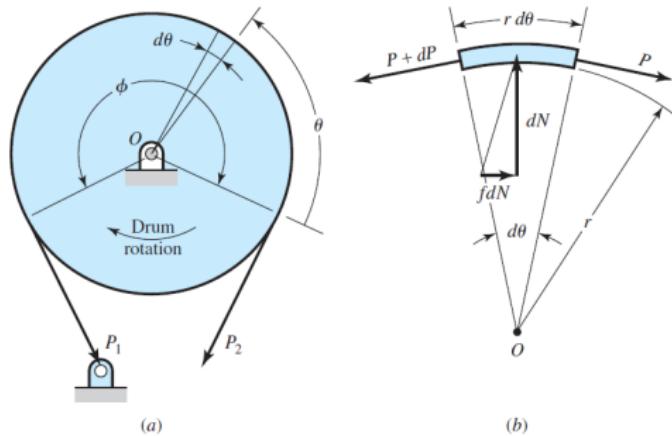
(b)

Sapata Pivotada Simétrica: Exercício

- **16-9 Shigley 10ed.** As sapatas no freio subtendem um arco de 90° no tambor deste freio de sapata externa pivotada. A força acionadora P é aplicada à alavanca. A direção de rotação do tambor é anti-horária e o coeficiente de atrito é de 0,30.
- Qual deve ser a dimensão e de modo a eliminar os momentos de atrito em cada sapata?
 - Desenhe os diagramas de corpo livre da alavanca de cabo e das alavancas de sapata, com as forças expressas em termos da força P .
 - A direção de rotação do tambor afeta o torque de frenagem?



Embreagens e Freios de Cinta



1. Cintas flexíveis de embreagens e freios são usadas em escavadeiras de potência, em guindastes e outras máquinas.

2. Por conta da rotação

$$P_1 \geq P_2$$

Para ângulos pequenos: $\frac{\sin d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ e $\frac{\cos d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \approx 1$

$$\Sigma F_y = 0 \therefore (P + dP) \frac{\sin d\theta}{2} + (P) \frac{\sin d\theta}{2} - dN = 0$$

$$(P + dP) \frac{d\theta}{2} + (P) \frac{d\theta}{2} - dN = 0$$

$$2P \frac{d\theta}{2} + \cancel{dP \frac{d\theta}{2}} = dN$$

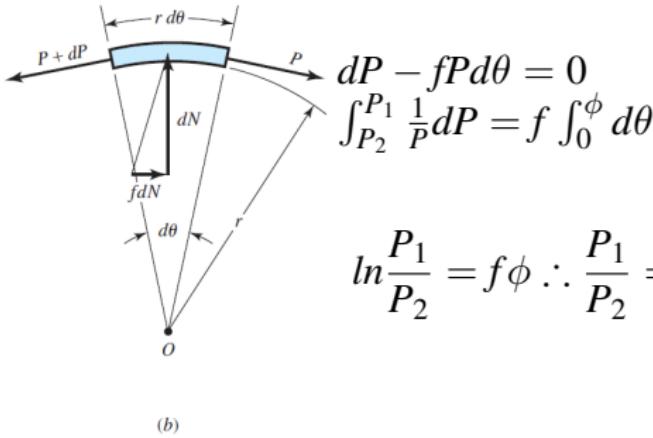
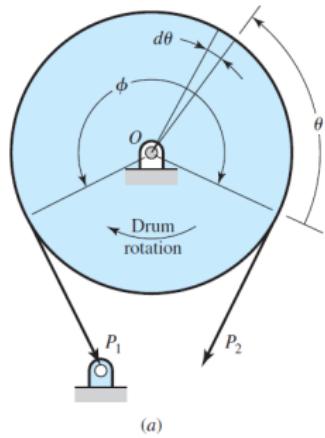
$$dN = P d\theta$$

$$\Sigma F_x = 0 \therefore (P + dP) \frac{\cos d\theta}{2} - P \frac{\cos d\theta}{2} - f dN = 0$$

$$dP \frac{\cos d\theta}{2} - f dN = 0 \therefore dP - f dN = 0$$

$$dP - f P d\theta = 0$$

Embreagens e Freios de Cinta



$$dP - fPd\theta = 0$$
$$\int_{P_2}^{P_1} \frac{1}{P} dP = f \int_0^\phi d\theta$$

$$\ln \frac{P_1}{P_2} = f\phi \therefore \frac{P_1}{P_2} = \exp^{f\phi}$$

Calculando o Torque:

$$\sum M_O = 0 \therefore T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2}$$

Calculando dN com relação a pressão p :

$$dN = p b r d\theta ; \text{ sendo } dN = P d\theta$$

$$P d\theta = p b r d\theta \therefore P = p b r \therefore p = \frac{P}{b r}$$

$$p_a = \frac{2P}{bD}$$

Embreagens e Freios de Cinta: Resumo

$$dN = P d\theta$$

$$dP - f P d\theta = 0$$

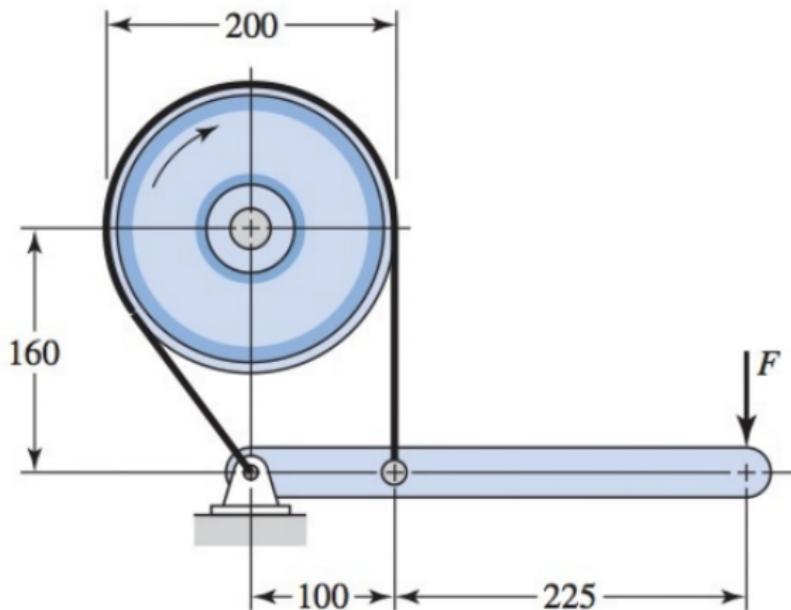
$$\ln \frac{P_1}{P_2} = f\phi \therefore \frac{P_1}{P_2} = e^{f\phi}$$

$$T = (P_1 - P_2) \frac{D}{2}$$

$$p_a = \frac{2P}{bD}$$

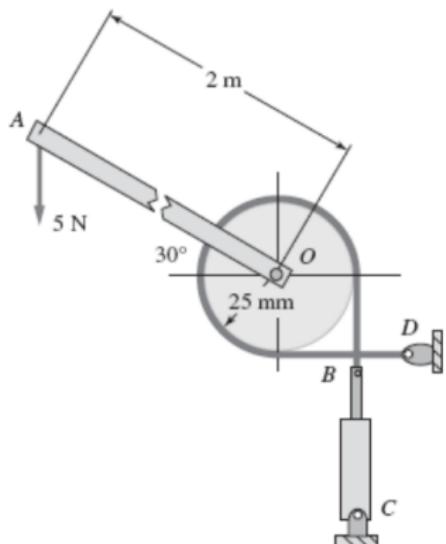
Embreagens e Freios de Cinta: Exercício

- **16-13 Shigley 10ed.** O freio tem um coeficiente de atrito de 0,30 e é operado usando uma força máxima de 400 N. Se a largura de banda é de 50 mm, encontre as tensões de banda e o torque de frenagem.



Embreagens e Freios de Cinta: Exercício

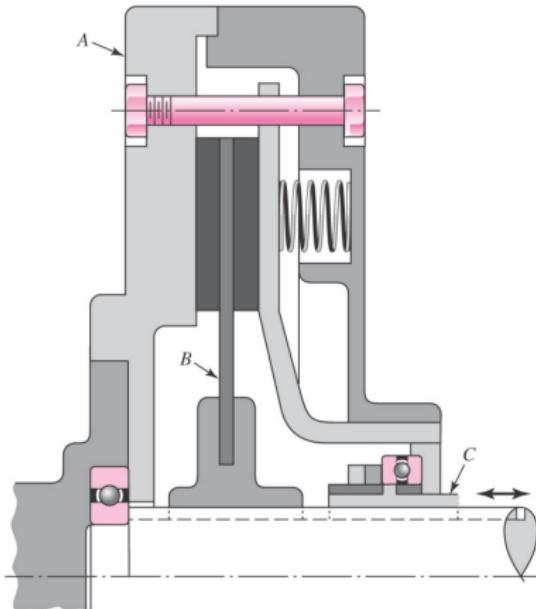
- **16-23 Collins 2ed.** Uma alavanca está ligada a um tambor, que está livre para girar em O. É requerido que a alavanca suporte uma força de 5 N. De forma a impedir a alavanca de girar, um freio de cinta está sendo sugerido. Para a análise inicial, assume-se que o revestimento tem 100 mm de largura e que seja feito de tecido de algodão. A força de acionamento é provida por um cilindro pneumático BC que pode suprir uma pressão de 0,3 MPa.



- Determine a área da seção transversal do cilindro de modo a fornecer força suficiente para manter a força requerida para manter a alavanca na posição mostrada
- Determine a pressão no revestimento.

Embreagens de contato axial

- Nas embreagens de contato axial, os membros de atrito acoplantes são movidos na direção paralela ao eixo.
- Embreagem cônica - apresenta construção simples
- Embreagem de disco (um ou mais discos)
 1. Independência dos efeitos centrífugos
 2. Grande área de atrito em espaço pequeno
 3. Superfície efetiva de dissipação de calor
 4. Distribuição favorável de pressão



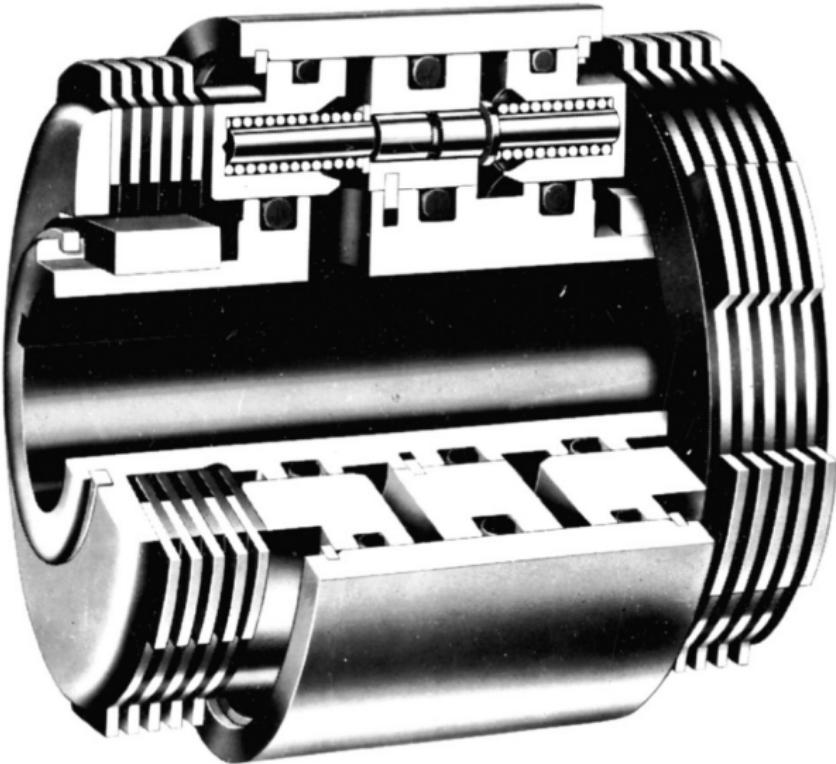
Embreagem de um prato

A Placa motora

C Accionador

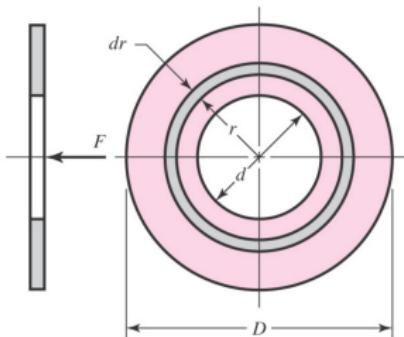
B Placa movida

Embreagens de contato axial



Embreagem-freio de múltiplos discos com acionamento

Embreagens de contato axial



Disco de atrito

- ▶ A partir de uma força F , deve-se obter a Pressão P e o torque T gerado.
- ▶ Discos rígidos - o desgaste ocorrerá nas áreas externas até uniformizar a área e surgir o **desgaste uniforme**.
- ▶ Utilização de molas - comprimem para que haja o contato, gerando **pressão uniforme**.

Desgaste axial de Deslizamento:

$$w = f_1 f_2 K P V t$$

f_1 Tipo de movimento, carga e velocidade

f_2 Fator de meio ambiente

K fator de desgaste (propriedade material)

V Velocidade de deslizamento

P Pressão

t tempo

Embreagens de contato axial: Desgaste Uniforme

Para desgaste uniforme:

$$w = cte \therefore PV = cte$$

Como $p = P$ e $V = \omega r$

$$p = p_a \frac{d}{2}$$

Calculando a Força

$$dF = p 2\pi r dr$$

$$F = \int_{d/2}^{D/2} p 2\pi r dr = p_a \frac{d}{2} 2\pi \int_{d/2}^{D/2} dr$$

$$F = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d)$$

Calculando o Torque para 1 superfície de atrito

$$T = \int_{d/2}^{D/2} pf 2\pi r^2 dr = p_a \frac{d}{2} f 2\pi \int_{d/2}^{D/2} r dr$$

$$T = f \frac{\pi p_a d}{8} (D^2 - d^2)$$

$$T = F \frac{f}{4} (D + d)$$

Embreagens de contato axial: Pressão Uniforme

Sendo a pressão uniforme p_a :

$$F = p_a \cdot A$$

$$F = \pi p_a \frac{(D^2 - d^2)}{4}$$

Calculando o Torque para 1 superfície de atrito:

$$T = \int_{d/2}^{D/2} p_a f 2\pi r^2 dr = 2\pi f p_a \int_{d/2}^{D/2} r^2 dr$$

$$T = \frac{\pi f p_a}{12} (D^3 - d^3)$$

$$T = \frac{F_f}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

Embreagens de contato axial: Resumo

Desgaste Uniforme

$$F = \frac{\pi p_a d}{2} (D - d)$$

$$T = f \frac{\pi p_a d}{8} (D^2 - d^2)$$

$$T = F \frac{f}{4} (D + d)$$

Pressão Uniforme

$$F = p_a \pi \frac{(D^2 - d^2)}{4}$$

$$T = \frac{\pi f p_a}{12} (D^3 - d^3)$$

$$T = \frac{F f}{3} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

O Torque é para um par de superfícies acopladas.

$$T_T = T \cdot N$$

Embreagens de contato axial

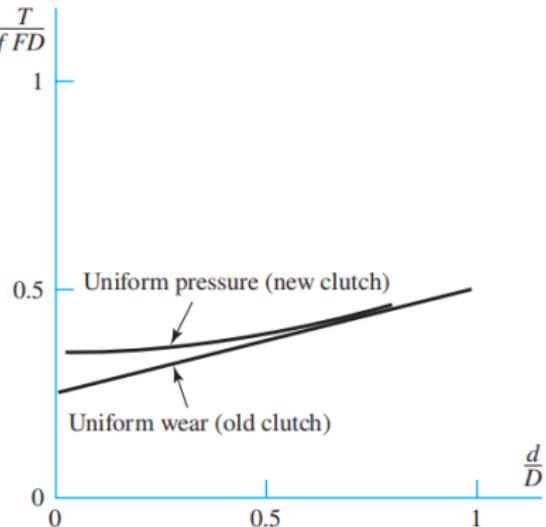
Adimensionalizando as equações do Torque:

Desgaste Uniforme (velha):

$$\frac{T}{fFD} = \frac{1+d/D}{4}$$

Pressão Uniforme (nova):

$$\frac{T}{fFD} = \frac{1}{3} \frac{1-(d/D)^3}{1-(d/D)^2}$$



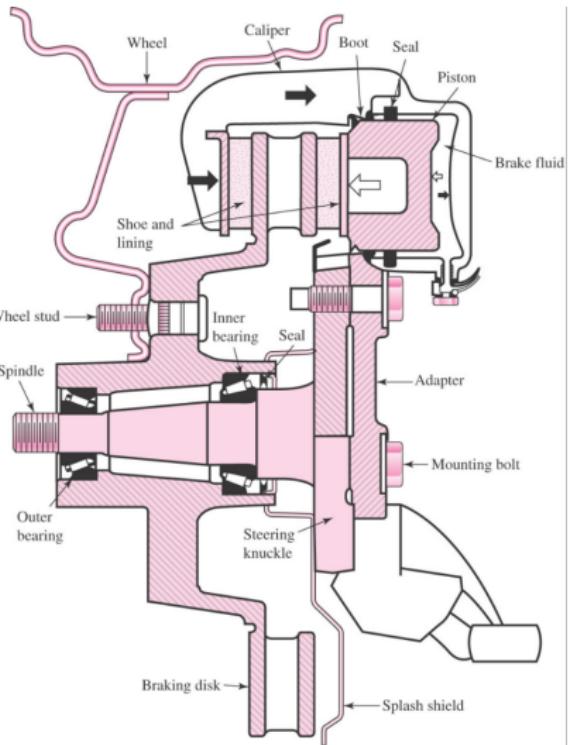
- ▶ Uma embreagem nova sempre transmite mais torque do que uma velha.
- ▶ Como d/D geralmente fica entre 0,6 e 1,0; isso gera uma diferença máxima de 2,1%.
- ▶ Dado o desgaste que ocorrerá nas embreagens novas, o modelo de Desgaste uniforme será então utilizado!

Embreagens de contato axial: Exercício

- **16-16 Shigley 10ed.** Uma embreagem de placa (prato) tem um único par de superfícies acoplantes em atrito de 250 mm de diâmetro externo por 175 mm de diâmetro interno. O valor médio do coeficiente de atrito é de 0,30 e a força de acionamento é de 4 kN.
- Encontre a pressão máxima e a capacidade de torque usando o modelo de desgaste uniforme.
 - Encontre a pressão máxima e a capacidade de torque usando o modelo de pressão uniforme.
- **16-17 Shigley 10ed.** Uma embreagem de placa (prato) de múltiplos discos, operada hidráulicamente, tem um diâmetro externo efetivo de disco de 165 mm e um diâmetro interno de 100 mm. O coeficiente de atrito é de 0,24 e a pressão limitante é de 830 kPa. Existem seis planos de deslizamento presentes.
- Usando o modelo de desgaste uniforme, calcule a força axial limitante F e o torque T .
 - Seja o diâmetro mais interno dos pares de atrito d uma variável. Calcule T para $d = 50, 75, 100, 125$ e 150 (mm).
 - O que a tabela mostra?

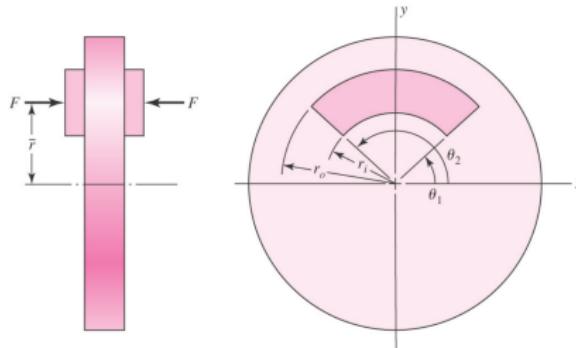
Freios de disco

- ▶ Freios de disco também são do tipo de contato axial e as equações anteriores são válidas. A diferença é a área de contato existente.
- ▶ O freio a tambor, por conta da autoenergização, pode necessitar de 50% mais força no pedal caso f se altere em 30%.
- ▶ O freio de disco não tem autoenergização, assim, não é tão afetado pelo coeficiente de atrito.



Freio de Pinça Flutuante

Freios de disco



Área de contato de um segmento anular de pastilha de um freio de pinça

Desgaste axial de Deslizamento:

$$w = f_1 f_2 K P V t$$

$$F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} p r dr d\theta$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} p r dr$$

$$T = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} f p r^2 dr d\theta$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} f p r^2 dr$$

Raio equivalente r_e :

$$T = f F r_e$$

$$r_e = \frac{T}{f F} = \frac{\int_{r_i}^{r_o} f p r^2 dr}{f \int_{r_i}^{r_o} p r dr}$$

\bar{r} , Coordenada de F:

$$M_x = Fr = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_i}^{r_o} p r (r \sin \theta) dr d\theta = (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \int_{r_i}^{r_o} p r^2 dr$$

$$\bar{r} = \frac{M_x}{F} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} \frac{\int_{r_i}^{r_o} p r^2 dr}{\int_{r_i}^{r_o} p r dr} \therefore \bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} r_e$$

Freios de disco: Desgaste Uniforme

A Pressão é máx em r_i :

$$p = p_a \frac{r_i}{r}$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} pr dr$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} (p_a r_i \frac{1}{r}) r dr$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a r_i (r_o - r_i)$$

Raio equivalente r_e :

$$r_e = \frac{T}{fF} = \frac{\frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i (r_o^2 - r_i^2)}{f(\theta_2 - \theta_1) p_a r_i (r_o - r_i)}$$

$$r_e = \frac{r_o + r_i}{2}$$

\bar{r} , Coordenada de F:

$$T = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} f p r^2 dr$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} r_e$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} f (p_a \frac{r_i}{r}) r^2 dr$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} \frac{r_o + r_i}{2}$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i \int_{r_i}^{r_o} r dr$$

$$T = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i (r_o^2 - r_i^2)$$

Freios de disco: Pressão Uniforme

Pressão constante:

$$p = p_a$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} pr dr$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a \int_{r_i}^{r_o} r dr$$

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a \frac{1}{2} (r_o^2 - r_i^2)$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) \int_{r_i}^{r_o} fpr^2 dr$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) fp_a \int_{r_i}^{r_o} r^2 dr$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) fp_a \frac{1}{3} (r_o^3 - r_i^3)$$

Raio equivalente r_e :

$$r_e = \frac{T}{fF} = \frac{(\theta_2 - \theta_1) fp_a \frac{1}{3} (r_o^3 - r_i^3)}{f(\theta_2 - \theta_1) p_a \frac{1}{2} (r_o^2 - r_i^2)}$$

$$r_e = \frac{2}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{(r_o^2 - r_i^2)}$$

\bar{r} , Coordenada de F:

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} r_e$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} \frac{2}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{(r_o^2 - r_i^2)}$$

Freios de Disco: Resumo

Desgaste Uniforme

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a r_i (r_o - r_i)$$

$$T = \frac{1}{2} (\theta_2 - \theta_1) f p_a r_i (r_o^2 - r_i^2)$$

$$r_e = \frac{r_o + r_i}{2}$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} \frac{r_o + r_i}{2}$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} r_e$$

Pressão Uniforme

$$F = (\theta_2 - \theta_1) p_a \frac{1}{2} (r_o^2 - r_i^2)$$

$$T = (\theta_2 - \theta_1) f p_a \frac{1}{3} (r_o^3 - r_i^3)$$

$$r_e = \frac{2}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{(r_o^2 - r_i^2)}$$

$$\bar{r} = \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{(\theta_2 - \theta_1)} \frac{2}{3} \frac{(r_o^3 - r_i^3)}{(r_o^2 - r_i^2)}$$

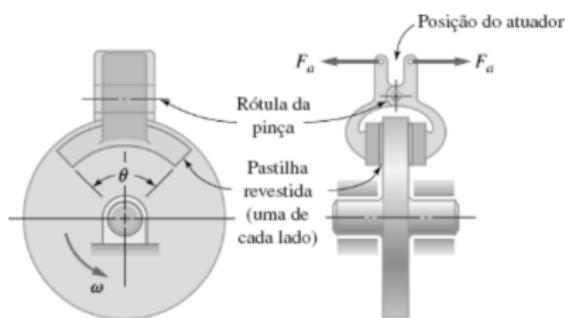
O Torque é para uma "pastilha".

$$T_T = 2T$$

Freios de disco: Exercício

- **Exemplo 16-3 Shigley 10ed.** Duas pastilhas anulares, $r_i = 90\text{mm}$ e $r_o = 130\text{mm}$, subtendem um ângulo de 108° , têm um coeficiente de atrito de 0,42 e são acionadas por um par de cilindros hidráulicos de 38 mm de diâmetro. O requisito de torque é 1300 N.m. Para desgaste uniforme:
- Encontre a maior pressão normal p_a .
 - Estime a força atuante F.
 - Encontre o raio equivalente r_e , e localize a força \bar{r} .
 - Estime a pressão hidráulica requerida.
- **17-29 Norton 4ed.** Encontre o torque que um freio de disco com pinça de duas pastilhas, com um ângulo de pastilha de 60° , pode transmitir se os diâmetros externos e internos são de 160 mm e 90 mm, respectivamente, e a força axial aplicada é de 3 kN. Suponha que haja desgaste uniforme e $f = 0,35$. A pressão na forração é aceitável? Quais materiais de forração seriam adequados?

Freios de disco: Exercício



- **16-35 Collins 2ed.** As rodas de uma bicicleta padrão de adulto têm um raio de rolagem de aproximadamente 340 mm e um raio até o centro das pastilhas do freio de disco com pinça acionado manualmente de 310 mm.

A combinação do peso da bicicleta com o peso do ciclista é de 890 kN, igualmente distribuídos entre as duas rodas. Se o coeficiente de atrito entre os pneus e a superfície da estrada é de duas vezes o coeficiente de atrito entre as pastilhas da pinça de freio e o aro metálico da roda, calcule a força de aperto que deve ser aplicada na pinça para atuação do freio manual.

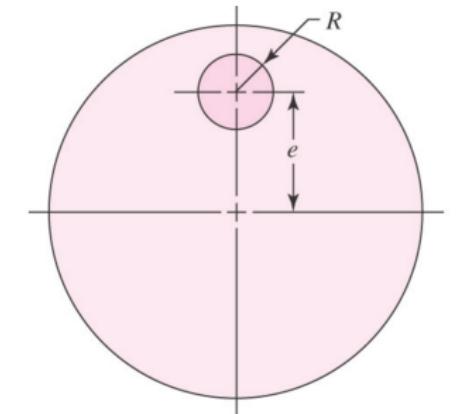
Freios de disco: Exercício

- ▶ **17-31 Norton 4ed.** Projete um freio de disco com pinça de duas pastilhas que forneça uma força de frenagem de 240 N na porção periférica de uma roda de 750 mm de diâmetro que está rodando a 670 rpm. Utilize uma razão de raio interno para raio externo de 0,577. Suponha que haja desgaste uniforme. Declare todos os pressupostos e projete as escolhas. Especifique o material do freio, os raios externo e interno das pastilhas, o ângulo das pastilhas e a força de atuação solicitada.

Freios de disco: Exercício

- **17-33 Norton 4ed.** Um carro de corrida ultraleve, movido a energia solar, pesa 2300 N com o motorista. Conta com duas rodas de bicicleta de 20 polegadas de diâmetro com freios de disco com pinça de duas pastilhas em cada roda. Os freios devem ser capazes de fazer com que o carro pare em uma distância de 50 m a uma velocidade de 80 km/h. Desprezando as forças aerodinâmicas e de resistência ao rolamento, projete freios de disco com pinça de duas pastilhas para o carro. Utilize uma razão de raio interno para raio externo de 0,577. Suponha que haja desgaste uniforme. Declare todos os pressupostos e projete as escolhas. Especifique o material do freio, os raios externo e interno das pastilhas, o ângulo das pastilhas e a força de atuação solicitada.

Freios de disco: Pastilha circular



$\frac{R}{e}$	$\delta = \frac{r_e}{e}$	$\frac{p_{\max}}{p_{\text{média}}}$
0,0	1,000	1,000
0,1	0,983	1,093
0,2	0,969	1,212
0,3	0,957	1,367
0,4	0,947	1,578
0,5	0,938	1,875

Parâmetros para freio de pinça de pastilha circular
(FAZEKAS, 1972).

- É necessário integração numérica dada a dificuldade analítica.

$$r_e = \delta e$$

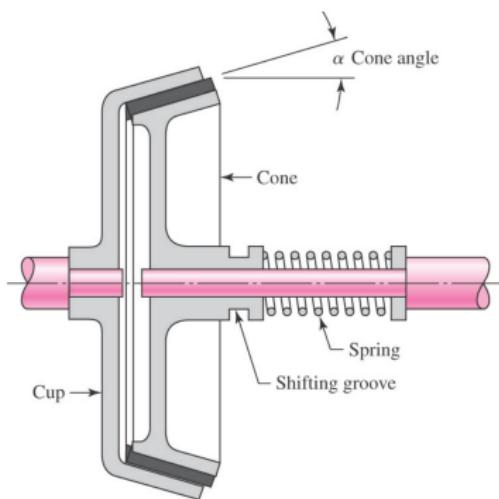
$$F = \pi R^2 p_{av}$$

$$T = f F r_e$$

Freios de disco: Exercício

- ▶ **Exemplo 16-4 Shigley 10ed.** Um freio de disco de pastilha circular usa pastilhas secas de metal sinterizado. O raio da pastilha é de 10 mm, e seu centro está 50 mm do eixo de rotação do disco cujo diâmetro é de 88 mm. Usando metade da maior pressão admissível, $P_{max} = 2,8MPa$, encontre a força de açãoamento e o torque de frenagem. O coeficiente de atrito é 0,37.

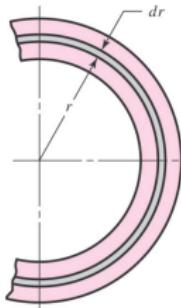
Embreagens e freios cônicos



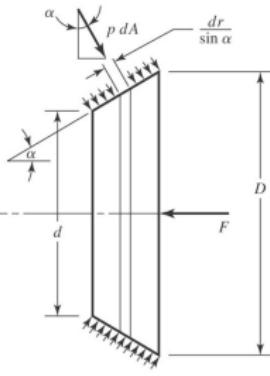
- ▶ A Embreagem/Freio Cônicos consiste basicamente em 3 itens.
 - ▶ Um Copo chavetado ou estriado a um dos eixos.
 - ▶ Um Cone que desliza axialmente em estrias ou chavetas em um eixo de acoplamento
 - ▶ Uma mola helicoidal para manter a embreagem engatada.

- ▶ O desengate da embreagem é ativado através do **sulco de câmbio** presente no Cone de atrito.
- ▶ Os principais parâmetros geométricos são o **Ângulo de Cone**, o **diâmetro e a largura da face do Cone**.
- ▶ Boas soluções apresentam ângulo de cone entre 10° e 15° . Caso seja inferior a 8° , a força de ativação aumenta muito. Caso seja muito grande, perde-se o efeito de cunha.

Embreagens e freios cônicos: Desgaste Uniforme



(a)



(b)

$$p = p_a \frac{d}{2r}$$

$$dA = \frac{2\pi r dr}{\sin \alpha}$$

$$F = \int p dA \sin \alpha$$

$$F = \int_{d/2}^{D/2} (p_a \frac{d}{2r}) (\frac{2\pi r dr}{\sin \alpha}) \sin \alpha$$

$$F = \pi p_a d \int_{d/2}^{D/2} dr$$

$$F = \pi p_a d (D - d)/2$$

Área de contato de uma embreagem
cônica

Igual para embreagem de contato
axial!

$$T = \int f p r dA$$

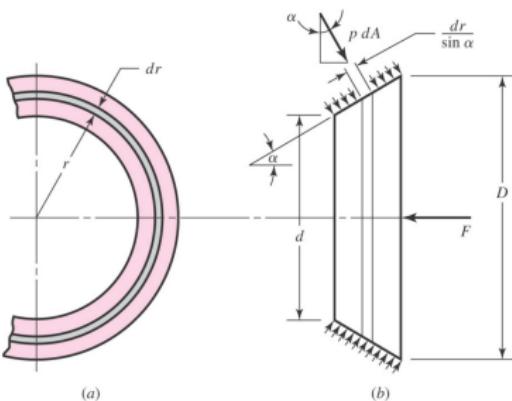
$$T = \int_{d/2}^{D/2} f(p_a \frac{d}{2r}) r (\frac{2\pi r dr}{\sin \alpha})$$

$$T = \frac{\pi f p_a d}{\sin \alpha} \int_{d/2}^{D/2} r dr$$

$$T = \frac{\pi f p_a d}{8 \sin \alpha} (D^2 - d^2)$$

$$T = \frac{F_f}{4 \sin \alpha} (D + d)$$

Embreagens e freios cônicos: Pressão Uniforme



Área de contato de uma embreagem
cônica

$$T = \int f p r dA$$

$$T = \int_{d/2}^{D/2} f(p_a) r \left(\frac{2\pi r dr}{\sin \alpha} \right)$$

$$T = \frac{2\pi f p_a}{\sin \alpha} \int_{d/2}^{D/2} r^2 dr$$

$$T = \frac{\pi f p_a}{12 \sin \alpha} (D^3 - d^3)$$

$$T = \frac{F_f}{3 \sin \alpha} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

$$p = p_a$$

$$dA = \frac{2\pi r dr}{\sin \alpha}$$

$$F = \int p dA \sin \alpha$$

$$F = \int_{d/2}^{D/2} p_a \left(\frac{2\pi r dr}{\sin \alpha} \right) \sin \alpha$$

$$F = 2\pi p_a \int_{d/2}^{D/2} r dr$$

$$F = \frac{1}{4}\pi p_a (D^2 - d^2)$$

Igual para embreagem de contato axial!

Percebe-se que a embreagem axial é um caso particular da embreagem cônica.

Embreagens e freios cônicos: Resumo

Desgaste Uniforme

$$F = \pi p_a d(D - d)/2$$

$$T = \frac{\pi f p_a d}{8 \sin \alpha} (D^2 - d^2)$$

$$T = \frac{Ff}{4 \sin \alpha} (D + d)$$

Pressão Uniforme

$$F = \frac{1}{4} \pi p_a (D^2 - d^2)$$

$$T = \frac{\pi f p_a}{12 \sin \alpha} (D^3 - d^3)$$

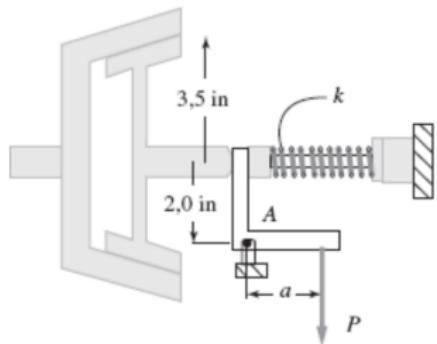
$$T = \frac{Ff}{3 \sin \alpha} \frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}$$

Embreagens e freios cônicos: Exercício

- ▶ **16-19 Shigley 10ed.** Uma embreagem cônica tem $D = 330$ mm, $d = 306$ mm, um comprimento de cone de 60 mm e um coeficiente de atrito de 0,26. Um torque de 200 N·m deve ser transmitido. Para este requisito, estime a força de acionamento e a máxima pressão para ambos os modelos.
- ▶ **16-37 Collins 2ed.** Uma embreagem cônica de ângulo de cone de 10° deve transmitir 40 hp continuamente a uma velocidade angular de 600 rpm. A largura de contato do revestimento ao longo do elemento de cone é de 2,0 polegadas. O material de revestimento é de asbesto enrolado em forma de fio, operando contra o aço. Supondo que a hipótese de desgaste uniforme seja utilizada, faça o seguinte:
 - a Calcule a capacidade de torque exigida.
 - b Calcule a mudança de raio de contato de cone (isto é, $r_e - r_l$) pela largura de contato do revestimento.
 - c Calcule um valor aceitável de r_i de forma que a capacidade de transmissão de torque necessário possa ser satisfeita.
 - d Calcule o valor correspondente de r_e .

Embreagens e freios cônicos: Exercício

- **16-36 Collins 2ed.** Uma embreagem cone com um ângulo de cone de 12° é desacoplada quando uma mola ($k = 35 \text{ kN/m}$) é comprimida com uma alavanca com $P = 45 \text{ N}$ de carga aplicada. A embreagem é necessária para transmitir 4 hp a 1000 rpm. O material de revestimento ao longo de um elemento do cone tem 75 mm de comprimento. O coeficiente de atrito e a pressão máxima para o material de revestimento são $f = 0,38$ e $p_{max} = 700 \text{ kPa}$, respectivamente. O comprimento livre da mola é de $L_0 = 75 \text{ mm}$ e é comprimida por $x \text{ mm}$ para a operação (quando a embreagem está acoplada).

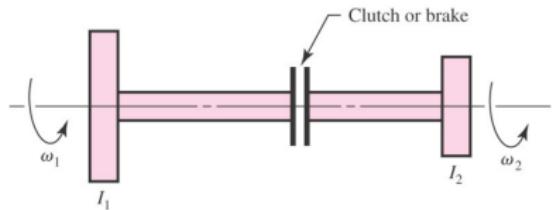


- Determine de quanto a mola deve ser comprimida para que a embreagem acople apropriadamente.
- A distância que a força P precisa estar afastada do ponto A de rótula a fim de comprimir a mola 1,28 mm adicionais para desacoplar a embreagem.

Considerações Energéticas

- ▶ Quando um piloto **aciona a embreagem** para engatar a 1^a marcha a fim de movimentar o veículo parado, há o deslizamento até que as duas partes movam-se juntas.
- ▶ Quando o **freio é ativado**, há redução da energia cinética de rotação de forma a reduzir a velocidade.
- ▶ De todo modo, essa energia é transformada em **calor**, gerado pelo atrito.
- ▶ Por fim, a capacidade de uma embreagem depende:
 - ▶ Características do material
 - ▶ Habilidade de dissipar o calor

Considerações Energéticas



Velocidade Relativa

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2$$

$$\dot{\theta} = -\frac{T}{I_1}t + \omega_1 - (\frac{T}{I_2}t + \omega_2)$$

$$\dot{\theta} = \omega_1 - \omega_2 - T(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2})t$$

$$\dot{\theta} = \omega_1 - \omega_2 - T(\frac{I_1+I_2}{I_1I_2})t$$

Embrear: $\dot{\theta} = 0$ em $t = t_1$:

$$0 = \omega_1 - \omega_2 - T(\frac{I_1+I_2}{I_1I_2})t_1$$

$$t_1 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{T} \frac{I_1I_2}{I_1+I_2}$$

$$\Sigma T = I\ddot{\theta}$$

$$-T = I_1\ddot{\theta}_1$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{T}{I_1}$$

$$\int \ddot{\theta}_1 dt = -\frac{T}{I_1} \int dt$$

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{T}{I_1}t + \omega_1$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{T}{I_2}t + \omega_2$$

Sendo ω a velocidade inicial.

Taxa de dissipação de energia

$$u = T\dot{\theta} = T \left[\omega_1 - \omega_2 - T(\frac{I_1+I_2}{I_1I_2})t \right]$$

$$E = \int_0^{t_1} u dt$$

$$E = T \int_0^{t_1} \left[\omega_1 - \omega_2 - T(\frac{I_1+I_2}{I_1I_2})t \right] dt$$

$$E = \frac{I_1I_2(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(I_1+I_2)}$$

SI: Joules

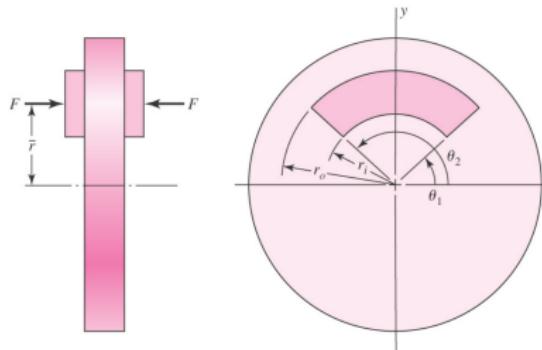
$$H(Btu) = E(lbf.pol)/9336$$

$$H(Btu) = 1055.E(J)$$

$$E(J) = 8,85E(lbf.pol)$$

Americano: lbf.pol

Considerações Energéticas: Disco de Freio



$$\Sigma T = I\ddot{\theta}$$

$$-T = I\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{T}{I}$$

$$\int \ddot{\theta} dt = -\frac{T}{I} \int dt$$

$$\dot{\theta} = \omega_f = \omega_o - \frac{T}{I}t$$

Ganho de energia devido a frenagem:

$$u = T\dot{\theta} = T(\omega_o - \frac{T}{I}t)$$

$$E = T \int (\omega_o - \frac{T}{I}t) dt$$

$$E = T(\omega_o t - \frac{T}{2I}t^2)$$

$$E = \frac{I}{2}(\omega_0^2 - \omega_f^2)$$

$$\text{Freio Parcial: } \omega_f = \omega_o - \frac{T}{I}t$$

$$\text{Freio Total: } t_1 = \omega_o \frac{I}{T}$$

Elevação da Temperatura

1. A Elevação da temperatura pode ser calculada com a energia dissipada.

Aumento de Energia:

$$\Delta T = \frac{E}{C_p m} = \frac{H}{C_p W}$$

2. Entretanto, dada a influência das inúmeras variáveis, as análises são mais úteis para ciclos repetitivos.

Resfriamento de Newton:

$$\frac{T - T_{\text{inf}}}{T_1 - T_{\text{inf}}} = e^{-\frac{h_{CR}A}{WC_p}t} = e^{-\beta t}$$

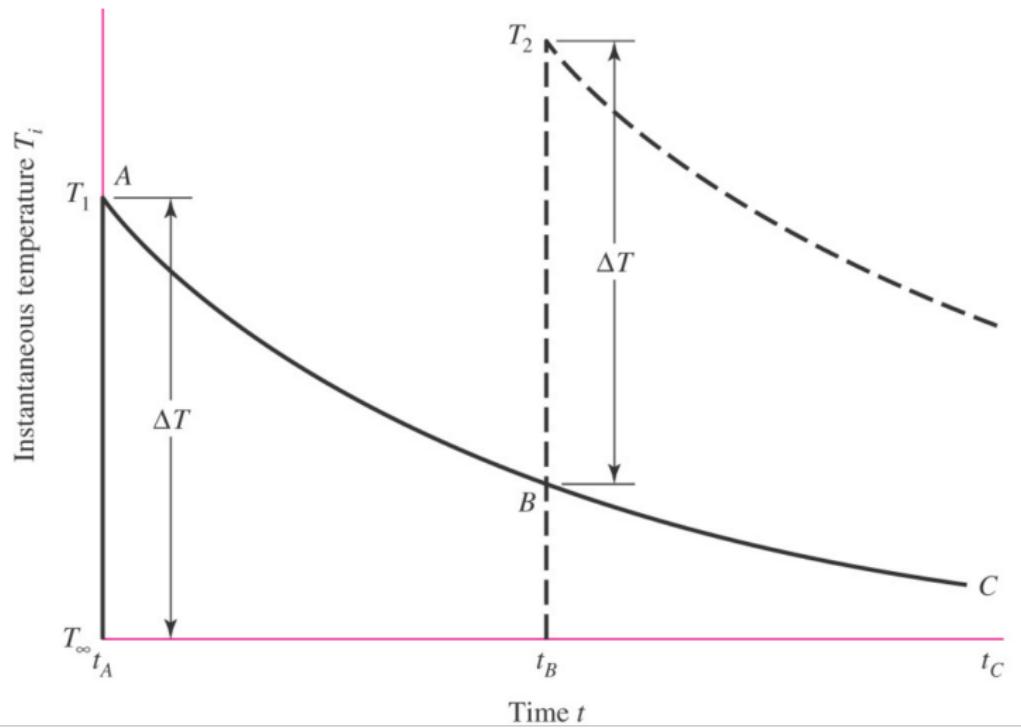
3. Deve-se projetar a capacidade de dissipação de calor dos freios de disco para não prejudicar o sistema e a frenagem.

Onde: $\beta = \frac{h_{CR}A}{WC_p}$

$[C_p] = \text{J/kg.}^{\circ}\text{C}$ ou $\text{Btu/lbm}^{\circ}\text{F}$

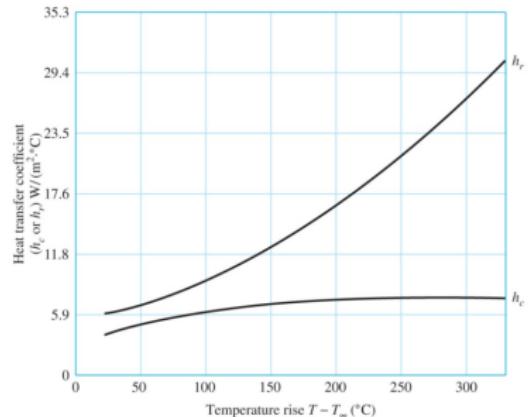
$[h_{CR}] = \text{W/m}^2\text{C}$ ou $\text{Btu/lbm}^{\circ}\text{F}$

Elevação da Temperatura



Variação da Temperatura em ciclos de embrear/frear

Elevação da Temperatura



(a)

Aumento de Energia no disco:

$$E = \frac{I}{2}(\omega_0^2 - \omega_f^2)$$

$$T_{max} - T_{min} = \Delta T = \frac{E}{C_p m} = \frac{H}{C_p W}$$

$$\beta = \frac{h_{CRA}}{WC_p}$$

$$\frac{T - T_{inf}}{T_1 - T_{inf}} = e^{-\beta t}$$

$$T_{max} = T_{inf} + \frac{\Delta T}{1 - e^{-\beta t}}$$

Dissipação de Energia do disco

$$H_{perda} = h_{CR} A (T - T_{inf})$$

O coeficiente global tem as componentes de radiação e convecção:

$$h_{CR} = h_r + f_v h_c$$

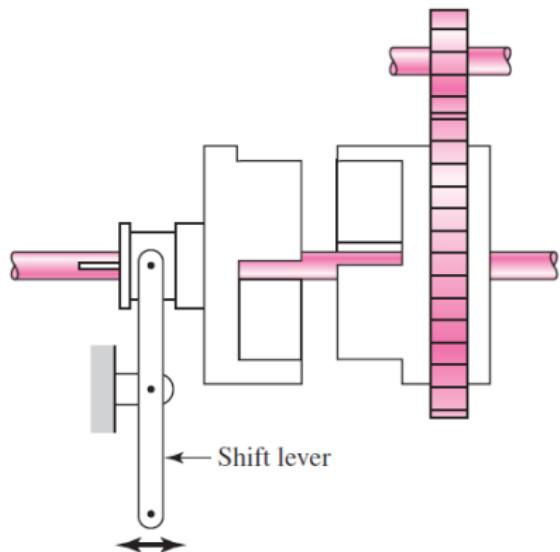
Elevação da Temperatura: Exercício

- **E16-5 Shigley 10ed.** Um freio de pinça é usado 24 vezes por hora para parar o eixo de máquina desde uma velocidade de 250 rev /min até o repouso. A ventilação do freio provê uma velocidade média de ar de 8 m/s. A inércia rotacional equivalente da máquina vista a partir do eixo do freio é 32 kg.m.s. O disco é de aço com uma densidade 7800 kg/m^3 , uma capacidade de calor específico de $0,45 \text{ kJ/(kg}^\circ\text{C)}$, um diâmetro de 150 mm e uma espessura de 6 mm. As pastilhas são de metal sinterizado seco. A área lateral da superfície do freio é de $0,032 \text{ m}^2$. Encontre T_{max} e T_{min} para operação de estado permanente onde $T_{inf} = 21^\circ\text{C}$.

Elevação da Temperatura: Exercício

- ▶ **16-22 Shigley 10ed.** Um freio tem um torque de frenagem normal de 320 Nm e superfícies dissipadoras de calor em ferro fundido cuja massa é de 18 kg. Suponha que uma carga seja levada ao repouso em 8,3 segundos, a partir de uma velocidade angular inicial de 1800 rev/min, usando o torque normal de frenagem; calcule a elevação de temperatura das superfícies de dissipação de calor.

Embreagens variadas e Acoplamentos



Embreagem de dentes quadrados

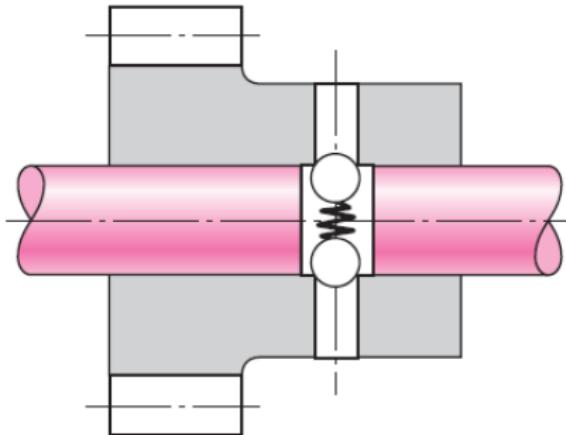
Características:

- ▶ Não deslizam
- ▶ Sem geração de calor.
- ▶ Não podem ser engatadas a altas velocidades
- ▶ Às vezes não podem ser engatadas quando ambos os eixos estão em repouso.
- ▶ O engate a qualquer velocidade é acompanhado por choque.

Embreagens variadas e Acoplamentos

- ▶ O projeto dos dentes é crucial nesse tipo de embreagem.
- ▶ Podem ter a forma de catraca, espiral ou dente de engrenagem.
- ▶ Pode haver acoplamento cilíndrico ou nas faces dos elementos acopladores.
- ▶ Têm aplicação reduzida (comparada às de atrito), mas são importantes em operações síncronas como prensas de potência ou laminadores de fechamento por parafuso.
- ▶ As cargas de fadiga e de choque devem ser consideradas e também o desgaste.

Embreagens variadas e Acoplamentos



- ▶ Embreagem de alívio de sobrecarga - Comandos lineares ou parafusadores operados por motor devem girar a um limite definido e depois parar. São carregadas por mola a disparar a um torque predeterminado.

Embreagens variadas e Acoplamentos

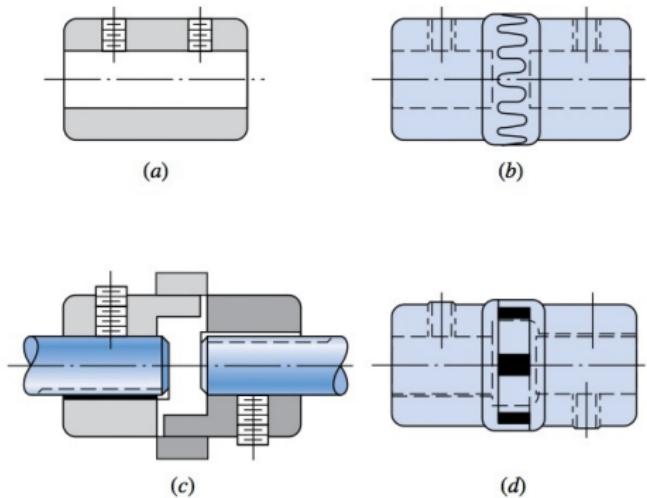
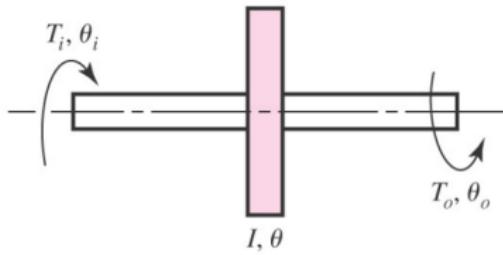


Figura 16-26 Acoplamentos de eixo: (a) plano; (b) acoplamento dentado de trabalho leve; (c) BOST-FLEX® de orifício passante com elastômero inserido para transmitir torque por compressão; o inserto permite 1° de术 desalinhamento; (d) acoplamento de três dentes disponível em bronze, borracha ou inserto de poliuretano, para minimizar a vibração (Reproduzido com autorização, Boston Gear Division, Colfax Corp.).

Volantes

$$\begin{aligned}\Sigma M &= T_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) - T_o(\theta_o, \dot{\theta}_o) - I\ddot{\theta} = 0 \\ I\ddot{\theta} &= T_i(\theta_i, \dot{\theta}_i) - T_o(\theta_o, \dot{\theta}_o)\end{aligned}$$

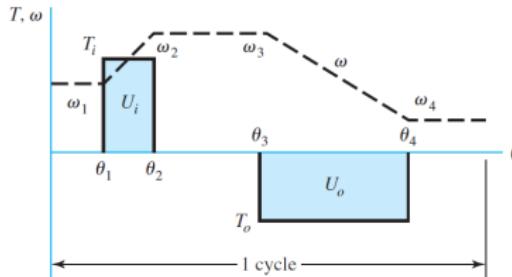


- Quando as funções de torque de entrada e saída são dadas, pode-se aplicar técnicas de soluções das EDs lineares e não lineares.
- Assumindo um eixo rígido:

$$I\ddot{\theta} = T_i(\theta, \omega) - T_o(\theta, \omega)$$

- Busca-se conhecer o desempenho global do volante.
- Qual o momento de Inércia I ?
- Como ajustar a fonte de potência à carga?

Volantes



► Torque de Entrada T_i

► Torque de saída T_o

► **Calculando o Trabalho:**

$$U_i = T_i(\theta_2 - \theta_1)$$

$$U_o = T_o(\theta_4 - \theta_3)$$

► **Calculando a Energia Cinética:**

$$E_1 = \frac{1}{2}I\omega_1^2$$

$$E_2 = \frac{1}{2}I\omega_2^2$$

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Coeficiente de flutuação de velocidade:

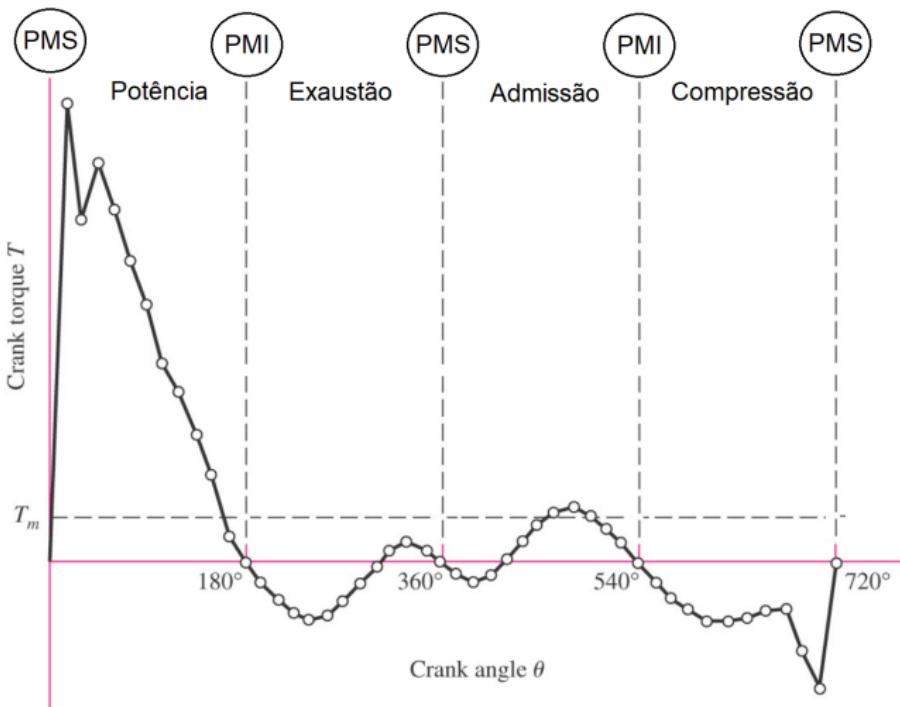
$$C_S = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega}$$

$$\omega = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$$

$$E_2 - E_1 = \frac{1}{2}I(\omega_2 - \omega_1)(\omega_2 + \omega_1)$$

$$E_2 - E_1 = C_S I \omega^2$$

Volantes: MCI



Relação entre torque e ângulo de manivela para um cilindro de um motor de combustão interna de quatro ciclos.

Volantes: MCI

Tabela 16–6 Dados do gráfico para a Figura 16–28.

θ , grau	T , $N \cdot m$						
0	0	195	-12	375	-9	555	-12
15	316	210	-23	390	-14	570	-23
30	236	225	-29	405	-10	585	-33
45	275	240	-36	420	0,9	600	-40
60	244	255	-35	435	14	615	-42
75	208	270	-27	450	27	630	-41
90	180	285	-14	465	35	645	-35
105	137	300	-0,9	480	36	660	-30
120	120	315	10	495	29	675	-31
135	91	330	14	510	23	690	-62
150	60	345	9	525	12	705	-86
165	21	360	0	540	0	720	0
180	0						

Volantes: Exemplo MCI

EXEMPLO 16–6

A Tabela 16–6 lista valores do torque usado para traçar a Figura 16–28. A velocidade nominal do motor deve ser 250 rad/s.

- (a) Integre a função torque-deslocamento para um ciclo e encontre a energia que pode ser entregue a uma carga durante o ciclo.
- (b) Determine o torque médio T_m (ver Figura 16–28).
- (c) A maior flutuação de energia ocorre aproximadamente entre $\theta = 15^\circ$ e $\theta = 150^\circ$, no diagrama de torque; veja a Figura 16–28 e note que $T_o = -T_m$. Usando um coeficiente de flutuação de velocidade $C_s = 0,1$, encontre um valor conveniente para a inércia de volante.
- (d) Encontre ω_2 e ω_1 .

Volantes: Exemplo MCI

(a) Usando $n = 48$ intervalos e $\Delta\theta = 4\pi/48$, a integração numérica dos dados presentes na Tabela 16–6 produzem $E = 388$. Essa é a energia que pode ser entregue à carga.

(b)

$$T_m = \frac{388}{4\pi} = 30,9 \text{ N}\cdot\text{m}$$

(c) O maior trecho positivo no diagrama torque-deslocamento ocorre entre $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 180^\circ$. Selecionamos essa volta como produzindo a maior mudança de velocidade. Subtraindo $30,9 \text{ N}\cdot\text{m}$ dos valores da Tabela 16–6 para este trecho, nos dá, respectivamente, $-30,9$, $29,3$, $21,1$, $25,0$, $21,9$, $18,2$, $15,3$, $10,9$, $9,2$, $6,2$, $3,1$, $-1,0$ e $-30,9 \text{ N}\cdot\text{m}$. Integrando numericamente $T - T_m$ com relação a θ , nos dá $E_2 - E_1 = 408 \text{ J}$. Resolvemos agora a Equação (16–64) para I . Isso resulta

$$I = \frac{E_2 - E_1}{C_s \omega^2} = \frac{408}{0,1(250)^2} = 0,065 \text{ kg}\cdot\text{s}^2\text{m}$$

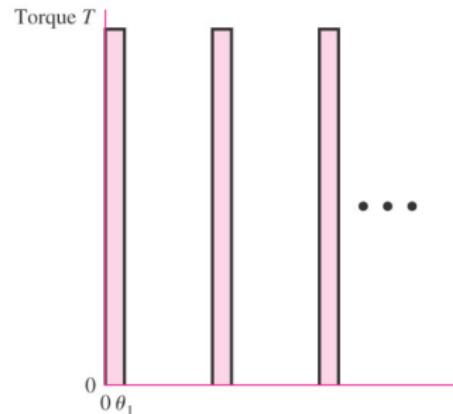
(d) As Equações (16–62) e (16–63) podem ser resolvidas simultaneamente para ω_2 e ω_1 . Substituindo valores apropriados nessas duas equações, resulta

$$\omega_2 = \frac{\omega}{2}(2 + C_s) = \frac{250}{2}(2 + 0,1) = 262,5 \text{ rad/s}$$

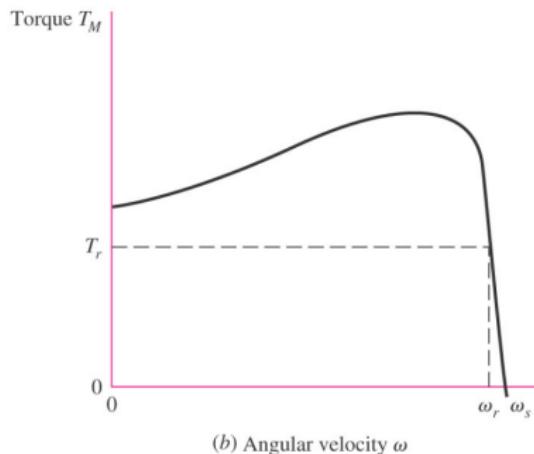
$$\omega_1 = 2\omega - \omega_2 = 2(250) - 262,5 = 237,5 \text{ rad/s}$$

As duas velocidades ocorrem em $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 0^\circ$, respectivamente.

Volantes: Prensa



(a) Rotation θ



(b) Angular velocity ω

- ▶ A demanda de torque de prensas de punção tem a forma de um impulso severo com atrito contínuo.
- ▶ Ignorando o atrito:

$$I\ddot{\omega} = T_M$$

$$T(\theta_1 - 0) = \frac{1}{2}I(\omega_1^2 - \omega_2^2) = E_2 - E_1$$

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} [T(\theta) - T] d\theta$$

$$W = \frac{1}{2}I(\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2)$$

$$W = IC_s \bar{\omega} \omega_0$$

Para baixa flutuação de ω : $\omega_0 \approx \bar{\omega}$

$$I = \frac{W}{C_s \bar{\omega}^2}$$

Volantes: Prensa

Motor de indução: $T = a\omega + b$

$$a = -\frac{T_r}{\omega_s - \omega_r}$$

$$b = \frac{T_r \omega_s}{\omega_s - \omega_r} = -a\omega_s$$

ω_r Velocidade Nominal

ω_s Velocidade Síncrona

$$\omega = 2\pi n/60$$

$$n_s = 120.f(freq.)/P(polos)$$

$$P = \frac{2\pi n}{60}T \text{ ou } T = \frac{60}{2\pi n}P$$

Aceleração: T_M

$$I\ddot{\theta} = T_M = I\frac{d\omega}{dt}$$

$$dt = \frac{I}{T_M} d\omega$$

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = I \int_{\omega_r}^{\omega_2} \frac{d\omega}{a + \omega b}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{I}{a} \ln \frac{T_2}{T_r}$$

DESaceleração: T_L

$$I\ddot{\theta} = T_M - T_L = I\frac{d\omega}{dt}$$

$$dt = \frac{I}{T_M - T_L} d\omega$$

$$\int_0^{t_1} dt = I \int_{\omega_2}^{\omega_r} \frac{d\omega}{a + \omega b - T_L}$$

$$t_1 = \frac{I}{a} \ln \frac{T_r - T_L}{T_2 - T_L}$$

$$\frac{T_2}{T_r} = \frac{T_L - T_r}{T_L - T_2} (t_2 - t_1) / t_1$$

$$I = \frac{a(t_2 - t_1)}{\ln(T_2/T_r)}$$

Volantes: Prensa

- ▶ **Exemplo** Motor a.c de 3kW de três fases de gaiola de esquilo com uma velocidade síncrona de 1200 rpm é avaliado a 1125 rpm.

$$\omega_s = 2\pi 1200/60 = 125,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_r = 2\pi 1125/60 = 117,8 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{60}{2\pi 1125} 3000 = 25,5 \text{ N.m}$$

$$a = -\frac{T_r}{\omega_s - \omega_r} = -\frac{25,5}{125,7 - 117,8} = -3,23 \text{ Nms/rad}$$

$$b = -a\omega_s = 3,23 * 125,7 = 406 \text{ Nm}$$

$$T = -3,23\omega + 406$$

Volantes: Resumo

$$I\ddot{\theta} = T_i(\theta, \omega) - T_o(\theta, \omega)$$

$$U_i = T_i(\theta_2 - \theta_1)$$

$$C_S = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega}$$

$$\omega = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2}$$

$$E_2 - E_1 = C_S I \omega^2$$

$$W = \frac{1}{2} I (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2)$$

$$W = I C_s \bar{\omega} \omega_0$$

$$I = \frac{W}{C_s \bar{\omega}^2}$$

Motor de Indução:

$$T = a\omega + b$$

$$a = -\frac{T_r}{\omega_s - \omega_r}$$

$$b = -a\omega_s$$

ω_r Velocidade Nominal

ω_s Velocidade Síncrona

$$P = \frac{2\pi n}{60} T \text{ ou } T = \frac{60}{2\pi n} P$$

$$\text{Aceleração: } t_2 - t_1 = \frac{I}{a} \ln \frac{T_2}{T_r}$$

$$\text{Desaceleração: } t_1 = \frac{I}{a} \ln \frac{T_r - T_L}{T_2 - T_L}$$

$$\frac{T_2}{T_r} = \frac{T_L - T_r}{T_L - T_2} \cdot \frac{(t_2 - t_1)}{t_1}$$

$$I = \frac{a(t_2 - t_1)}{\ln(T_2/T_r)}$$

Volantes: Exercício

- ▶ **16-23 Shigley 10ed.** Um volante de ferro fundido tem um aro cujo diâmetro externo é de 1,5 m e cujo diâmetro interno é de 1,4 m. O peso do volante deve ser tal que uma flutuação de energia de 6,75 kJ cause uma variação da velocidade angular de não mais que 240-260 rev/min. Calcule o coeficiente de flutuação de velocidade. Se o peso das nervuras é ignorado, qual deve ser a largura do aro?
- ▶ **16-24 Shigley 10ed.** Um prensa-peças de uma só engrenagem tem um curso de 200 mm e uma capacidade nominal de 320 kN. Um socador movido por camos é capaz de fornecer a carga completa de prensa à força constante durante os últimos 15% de um curso de velocidade constante. O eixo excêntrico tem uma velocidade média de 90 rev/min e é engrenado ao eixo de volante a uma razão de 6:1. O trabalho total feito deve incluir uma margem de 16% para atrito.
 1. Estime a flutuação máxima de energia.
 2. Encontre o peso do aro para um diâmetro efetivo de 1,2 m e um coeficiente de flutuação de velocidade de 0,10.

Volantes: Exercício

- **16-29 Shigley 10ed.** Uma prensa de punção engrenada 10:1 deve desenvolver seis golpes por minuto, sob circunstâncias em que o torque no eixo de manivela é de 1800 N·m por 0,5s. A placa do motor informa 2200 W a 1125 rev/min para serviço contínuo. Projete um volante satisfatório para uso no eixo do motor a ponto de especificar o material e diâmetros interno e externo de aro, bem como sua largura. À medida que você prepara suas especificações, observe ω_{max} , ω_{min} , o coeficiente de flutuação de velocidade C_s , a transferência de energia e a potência de pico Σ que o volante transmite à pressão de punção. Observe a potência e as condições de choque impostas no trem de engrenagens tendo em vista que o volante está no eixo do motor.

Referências

1. Budynas, R. G. e Nisbett, J.K. Elementos de Máquinas de Shigley 10. ed. Porto Alegre. 2016.
2. Collins,J.A.,. Projeto Mecânico de Elementos de Máquinas. 2. LTC. 2019.
3. Fazekas, G.A. On Circular Spot Brakes, Trans. ASME, J. Engineering for Industry, v. 94, Série B, n.3, 1972, p 859-863.
4. Juvinal, R. C. e Marshek, K. M.. Projeto de Componentes de Máquinas. 4. LTC. 2008.
5. Norton, R. L. Projeto de Máquinas. 4. ed. 2013.