



**Universidade de Brasília**

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

13 agosto 2022

## **Atividade 3.3**

Prof<sup>a</sup>. Ana Maria Nogales

Métodos Estatísticos 2

Aluno: Bruno Gondim Toledo | Matrícula: 15/0167636

### **1. Testes de *Kolmogorov* para normalidade**

Gere 1000 (mil) amostras de tamanho 15 de uma variável normalmente distribuída com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ .

A média  $\mu$  deverá ser gerada aleatoriamente no intervalo entre 100 e 200

Para o cálculo do desvio padrão considere um CV igual a 10%.

Para cada amostra, obtenha a Estatística de Teste, tipo *Kolmogorov* (considere teste bicaudal)

CASO 1: considere que a Função de distribuição Normal está totalmente especificada, ou seja, utilize os valores da média e desvio padrão considerados para a geração das amostras

CASO 2: considere que a Função de distribuição Normal não foi especificada, e você deverá estimar a média e o desvio padrão a partir dos dados amostrais.

Você terá dois conjuntos de 1000 estimativas da estatística de teste, tipo *Kolmogorov*

Para cada conjunto de estimativas da estatística de teste, faça uma análise descritiva (apresente gráficos), obtenha os quantis 80%, 85%, 90%, 95%, 97,5%, 99%, e compare com os quantis tabelados (Tabelas do *Conover*) segundo cada caso. Comente os resultados.

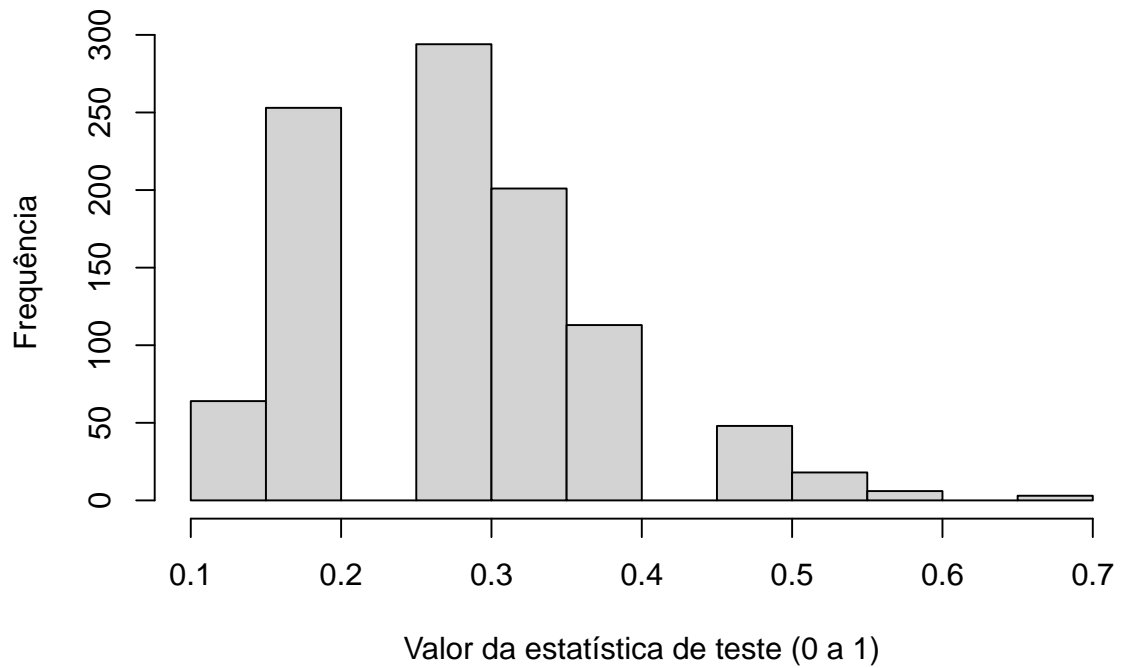
## CASO 1

Proporção dentre as 1000 amostras do **CASO 1** cuja estatística de teste é maior ou igual ao valor tabelado

	80%	85%	90%	95%	97,5%	99%
Proporção	0.683	0.389	0.389	0.188	0.188	0.075

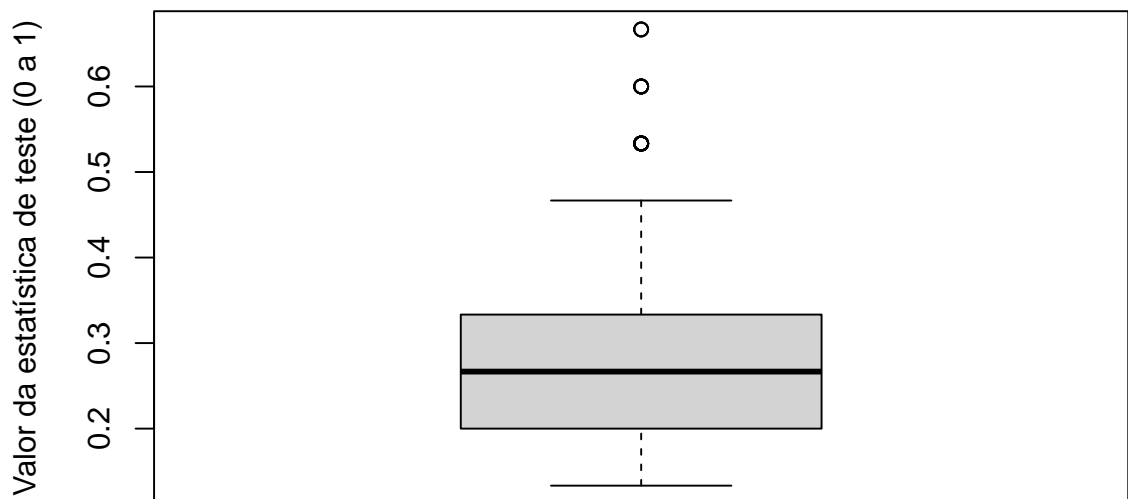
Observamos que o valor encontrados na estatística de teste de cada amostra, repetido o teste para 1000 amostras geradas com os mesmos parâmetros, são bem conservadores no teste de Kolmogorov. Aqui neste caso, o primeiro grupo de 1000 amostras foi gerado conforme o parâmetro sugerido, enquanto o segundo grupo de 1000 amostras, gerado para comparar com o primeiro grupo uma a uma, foi gerado utilizando a média e desvio padrão dos valores sorteados na amostra 1 equivalente. Portanto, esperar-se-ia que um teste comparando essas amostras uma a uma, apresentaria uma aderência bem alta, quase absoluta, que não foi o resultado que este experimento observou.

### Histograma estatísticas de Kolmogorov observadas – Caso 1



Histograma

### Boxplot estatísticas de Kolmogorov observadas



Caso 1

Boxplot

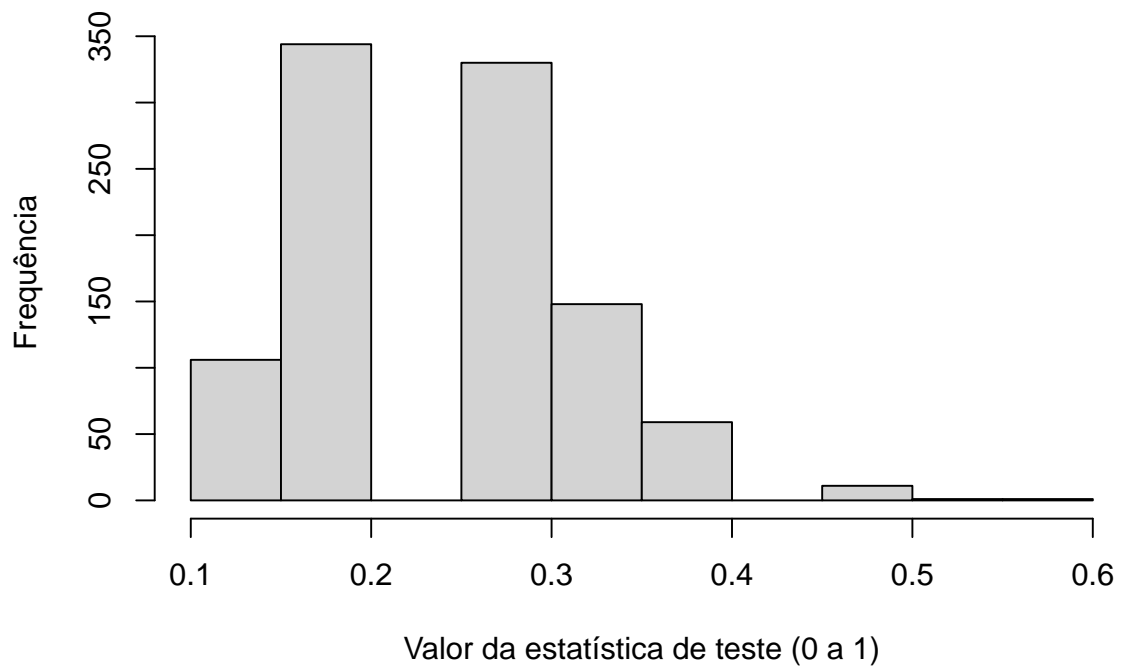
## CASO 2

Proporção dentre as 1000 amostras do **CASO 2** cuja estatística de teste é maior ou igual ao valor tabelado

	80%	85%	90%	95%	97,5%	99%
Proporção	0.55	0.22	0.22	0.072	0.072	0.013

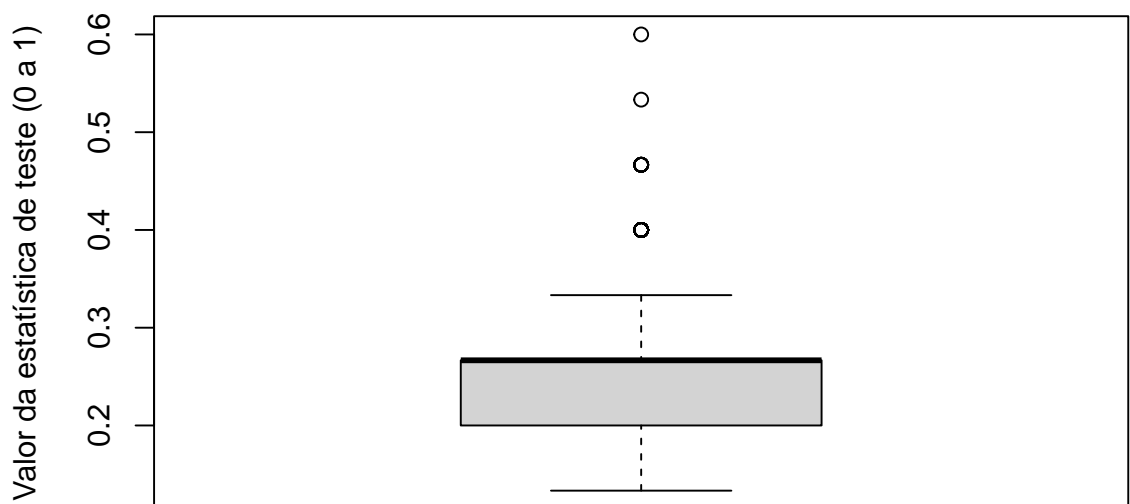
Observamos que o valor encontrados na estatística de teste de cada amostra, repetido o teste para 1000 amostras geradas com os mesmos parâmetros, são bem conservadores no teste de Kolmogorov. Aqui neste caso, o primeiro grupo de 1000 amostras foi gerado conforme o parâmetro sugerido, enquanto o segundo grupo de 1000 amostras, gerado para comparar com o primeiro grupo uma a uma, foi gerado da mesma forma que o primeiro, com os parâmetros aleatorizados dentro do intervalo sugerido pelo enunciado. Portanto, esperar-se-ia que um teste comparando essas amostras uma a uma, apresentaria uma aderência alta, possivelmente inferior ao que se esperaria observar no experimento do *caso 1*, mas ainda assim alta, que não foi o resultado que este experimento observou, apesar de fato observar uma aderência ligeiramente inferior se comparado ao *caso 1*.

### Histograma estatísticas de Kolmogorov observadas – Caso 2



Histograma

### Boxplot estatísticas de Kolmogorov observadas



Caso 2

Boxplot

## 2. Testes para normalidade: *Shapiro-Wilk* e *Anderson-Darling*

Escolha 5 amostras geradas anteriormente, e teste normalidade utilizando *Shapiro-Wilk* e *Anderson-Darling*.

Compare com os resultados anteriores e comente os resultados

Como nessa questão o número de testes é significativamente inferior, acredito ser apropriado apresentar os resultados um a um

### Testes *Shapiro-Wilk*

O primeiro teste *Shapiro-Wilk* observou estatística de teste **W=0.9823733**, com **p-valor=0.9831385**

O segundo teste *Shapiro-Wilk* observou estatística de teste **W=0.8735933**, com **p-valor=0.0381131**

O terceiro teste *Shapiro-Wilk* observou estatística de teste **W=0.874093**, com **p-valor=0.0387667**

O quarto teste *Shapiro-Wilk* observou estatística de teste **W=0.9163471**, com **p-valor=0.1694004**

O quinto teste *Shapiro-Wilk* observou estatística de teste **W=0.9546215**, com **p-valor=0.5999205**

É bem direto inferir que, baseado nos valores **W** e **p-valor** encontrados, o teste de *Shapiro-Wilk* demonstra uma alta aderência entre a distribuição dos valores observados nas amostras sorteadas, com os valores esperados de uma distribuição normal.

### Testes *Anderson-Darling*

O primeiro teste *Anderson-Darling* observou estatística de teste **A=0.1602319**, com **p-valor=0.9335874**

O segundo teste *Anderson-Darling* observou estatística de teste **A=0.6958026**, com **p-valor=0.0546471**

O terceiro teste *Anderson-Darling* observou estatística de teste **A=0.7297305**, com **p-valor=0.044549**

O quarto teste *Anderson-Darling* observou estatística de teste **A=0.4429303**, com **p-valor=0.2477046**

O quinto teste *Anderson-Darling* observou estatística de teste **A=0.4029101**, com **p-valor=0.3130133**

É bem direto inferir que, baseado nos valores **A** e **p-valor** encontrados, o teste de *Anderson-Darling* demonstra ser mais conservador no sentido de confirmar uma aderência à distribuição normal nas distribuições observadas nas amostras sorteadas se comparado ao teste *Shapiro-Wilk*, mas ainda assim nos testes realizados, os resultados demonstram uma boa aderência à normalidade.

Se compararmos os resultados de aderência da questão 1 com a questão 2, observamos que no caso da segunda, as aderências observadas foram muito mais altas, principalmente se considerar o teste *Shapiro-Wilk*, que é muito apropriado para essas amostras de tamanho **n=15** que trabalhamos no decorrer dessa atividade.

Portanto, tanto os testes de *Kolmogorov* quanto os de *Anderson-Darling* demonstram talvez não serem os testes mais apropriados para se trabalhar com amostras de tamanho tão pequeno, apesar de serem muito úteis em amostras com tamanho maior.