prioris-eq11

dmp

Equação 11 de prioris (Gilardoni)

A equação 11 não incluiu o n multiplicando $(\mu_0 - \bar{x})^2$. A álgebra não daria certa sem essa multiplicação. Segue a equação corrigida:

$$p(\phi \| \underline{x}) \propto p(\phi)\phi^{n/2} \exp\{-\frac{\phi}{2}[s^2 + n(\mu_0 - \bar{x})^2 + \lambda_0(\mu - \mu_0)^2 - \lambda^*(\mu - \mu_0)^2]\}$$

Como dito nas notas, a equação serve para qualquer valor de μ, então podemos escolher o valor para facilitar o cálculo. Escolhi $\mu = \mu_0$. Substituindo também $\mu^* = \frac{\lambda_0 \mu_0 + n\bar{x}}{\lambda_0 + n}$ e $\lambda^* = \lambda_0 + n$ chegamos à expressão na próxima slide.

Substituindo

$$p(\phi||\underline{x}) \propto p(\phi)\phi^{n/2}\exp\{-\frac{\phi}{2}[s^2 + n(\mu_0 - \bar{x})^2 + \lambda_0(\mu - \mu_0)^2 - \lambda^*(\mu - \mu_0)^2]\}$$

$\mu = \mu_0,\ \mu^* = \frac{\lambda_0\mu_0 + n\bar{x}}{\lambda_0 + n},\ \lambda^* = \lambda_0 + n$

$$p(\phi|x) \propto p(\phi)\phi^{n/2}\exp\{-\frac{\phi}{2}[s^2 + n(\mu_0 - \bar{x})^2 - (\lambda_0 + n)(\mu_0 - \frac{\lambda_0\mu_0 + n\bar{x}}{\lambda_0 + n})^2]\}$$

Expande []s (exceto o s^2) e coleta em potências de μ_0.

Expandindo e agrupando

$$A = n(\mu_0 - \bar{x})^2 - (\lambda_0 + n)(\mu_0 - \frac{\lambda_0\mu_0 + n\bar{x}}{\lambda_0 + n})^2$$

$$= \mu_0^2[n - n + \lambda_0 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0 + n}] + \mu_0[-2n\bar{x} + 2n\bar{x} - \frac{2n\lambda_0\bar{x}}{\lambda_0 + n}]$$

$$+ [n\bar{x}^2 - \frac{n^2\bar{x}^2}{\lambda_0 + n}]$$

$$= \mu_0^2[\frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}] - \mu_0[2\bar{x}\frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}] + [\frac{\lambda_0 n\bar{x} + n^2\bar{x}^2 - n^2\bar{x}^2}{\lambda_0 + n}]$$

Terminando

$$
\begin{aligned}
A = \mu_0^2[\frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}] - \mu_0[2\bar{x}\frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}] + [\frac{\lambda_0 n \bar{x} + n^2\bar{x}^2 - n^2\bar{x}^2}{\lambda_0 + n}] \\
= \frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}[\mu_0^2 - 2\mu_0\bar{x} + \bar{x}^2] \\
= \frac{\lambda_0 n}{\lambda_0 + n}(\mu_0 - \bar{x})^2
\end{aligned}
$$

Assim chegamos ao resultado final da equação 11.