



Universidade de Brasília

Departamento de Estatística

28 de maio de 2023

Lista 2: Inferência estatística via simulação.

Elaborado por Prof. Guilherme Rodrigues
Docente Prof. Donald Matthew Pianto

Estatística Computacional

1. As questões deverão ser respondidas em um único relatório *PDF* ou *html*, produzido usando as funcionalidades do *Rmarkdown* ou outra ferramenta equivalente.
2. O aluno poderá consultar materiais relevantes disponíveis na internet, tais como livros, *blogs* e artigos.
3. O trabalho é individual. Suspeitas de plágio e compartilhamento de soluções serão tratadas com rigor.
4. Os códigos *R* utilizados devem ser disponibilizados na íntegra, seja no corpo do texto ou como anexo.
5. O aluno deverá enviar o trabalho até a data especificada na plataforma Microsoft Teams.
6. O trabalho será avaliado considerando o nível de qualidade do relatório, o que inclui a precisão das respostas, a pertinência das soluções encontradas, a formatação adotada, dentre outros aspectos correlatos.
7. Escreva seu código com esmero, evitando operações redundantes, visando eficiência computacional, otimizando o uso de memória, comentando os resultados e usando as melhores práticas em programação.

“O Monte Rainier é um estratovulcão, e a montanha mais alta do estado norte-americano de Washington. (...) Sua altitude é de 4392m e, em dias de tempo claro, seu pico permanentemente nevado pode ser facilmente avistado de Seattle e outras cidades da região.” (*wikipédia*)

Um conjunto de dados sobre tentativas de se escalar o Monte Rainier está disponível no site *Kaggle*, e pode ser obtido pelo link <https://www.kaggle.com/codersree/mount-rainier-weather-and-climbing-data/version/3>.

Usaremos Modelos Lineares Generalizados para descrever como o número de montanhistas que alcançam o cume do monte em um dado dia (sucessos) varia em função da temperatura média do ar (em graus Celsius).

A seguir apresentamos a estrutura do banco de dados.

```
str(dados, width = 60, strict.width = "cut")

## tibble [466 x 10] (S3: tbl_df/tbl/data.frame)
##   $ Data          : Date[1:466], format: "2015-11-27" ...
##   $ Sucessos      : num [1:466] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 ...
##   $ Rota          : chr [1:466] "Disappointment Cleaver"...
##   $ Tentativas    : num [1:466] 2 3 2 8 2 12 2 2 2 12 ...
##   $ Temperatura   : num [1:466] -3.155 -0.389 8.027 4.989..
##   $ Umidade_relativa: num [1:466] 19.7 21.7 27.2 28.3 74.3 ..
##   $ Velocidade_vento: num [1:466] 27.84 2.25 17.16 19.59 65..
##   $ Direc_vento    : num [1:466] 68 118 259 280 265 ...
##   $ Radiacao_solar  : num [1:466] 88.5 93.7 138.4 176.4 27...
##   $ Cleaver        : logi [1:466] TRUE TRUE TRUE FALSE TRU..
```

Considere o modelo

$$Y_{ij} \sim \text{Poisson}(\lambda_{ij})$$
$$\lambda_{ij} = \exp(\alpha + \beta t_i),$$

onde Y_{ij} representa o número de montanhistas que atingiram o cume pela rota j no dia i , α e β são parâmetros desconhecidos do modelo e t_i indica a temperatura média no dia i . Para uma determinada temperatura, o modelo prevê o mesmo valor para todas as rotas. Desconsidere os dados das rotas *glacier only - no summit attempt* e *Unknown*. Por fim, note que para obter o valor de y_{ij} é preciso somar todos os sucessos registrados no dia i para a rota j .

Questão 1)

- a) Conduza um teste de hipóteses por simulação para avaliar a hipótese nula de que a média do número de sucessos obtidos pela rota “Disappointment Cleaver” é igual a média das demais rotas (conjuntamente).
- b) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de α e β considerando o modelo proposto. Dica: Use a função `optim` do R para achar o ponto que maximiza a log-verossimilhança.
- c) Estime a distribuição de probabilidade do número de sucessos previstos para um dia em que a temperatura seja de 15 graus.
- d) Construa um intervalo de confiança de 95% para $\exp(\beta)$ a partir do método de bootstrap paramétrico. Interprete o resultado considerando o contexto dos dados. Dica: calcule o aumento percentual da média esperada quando a temperatura aumenta em 1 grau Celsius.
- e) Faça um diagnóstico do modelo via simulação. Para tanto, gere dados sintéticos usando o modelo obtido no item b), ajuste um novo modelo sobre os dados sintéticos e calcule o Erro quadrático médio (MSE). Repita esse procedimento 10000 vezes e compare os MSEs gerados com aquele do modelo obtido em b). Comente os resultados.

Questão 2)

Use o método de integração por Monte Carlo para estimar o volume de uma elipsoide definida por

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} + \frac{z^2}{4} = 1.$$

Anexo

Código usado para organizar o banco de dados.

```
library(readr)
require(tidyverse)
require(broom)
require(lubridate)
library(corrplot)

climbing <- read_csv("climbing_statistics.csv")
weather <- read_csv("Rainier_Weather.csv")
convert <- function(x) (x-32) * 5/9
shift <- function(x) x - mean(x)
dados <- inner_join(climbing, weather) %>%
  select(-matches("Percent|Battery")) %>%
  filter(Attempted >= Succeeded,
         Route != "glacier only - no summit attempt",
         Route != "Unknown") %>%
  mutate(`Temperature AVG` = convert(`Temperature AVG`,
                                     `Celsius` = Route=="Disappointment Cleaver",
                                     Date = mdy(Date)) %>%
         `Temperature AVG` = `Temperature AVG` * 9/5,
         `Relative Humidity AVG` = `Relative Humidity AVG` * 100,
         `Wind Speed Daily AVG` = `Wind Speed Daily AVG` * 2.237,
         `Wind Direction AVG` = `Wind Direction AVG`,
         `Solare Radiation AVG` = `Solare Radiation AVG` * 0.093) %>%
  group_by(Date, Rota) %>%
  mutate(Sucessos = sum(Succeeded),
         Tentativas = sum(Attempted)) %>%
  distinct() %>%
  ungroup()
```