



**Universidade de Brasília**

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

26 abril 2023

## **Entrega 2 - Lista 3**

Prof. Dr. George von Borries

Análise Multivariada 1

Aluno: Bruno Gondim Toledo | Matrícula: 15/0167636

4. Exercício 30 da Lista 3 - Utilize a decomposição espectral  $\Sigma = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T$  para mostrar que  $\sum_{i=1}^p \text{Var}(\mathbf{X}_i) = \sum_{i=1}^p \lambda_i$ , em que  $\lambda_i$  são os elementos da matriz diagonal  $\mathbf{D}$ .

Nota 1: Inclua dois exemplos numéricos com este resultado no R.

Nota 2: Entregas com exemplos iguais serão desconsideradas.

*# Questão 1*

*# Comprovando c/ exemplo numérico*

```
set.seed(150167636)
matriz <- matrix(c(sample.int(n=9,replace=T)),
                 nrow = 3, byrow = TRUE)
```

```
cov <- cov(matriz)
eig <- eigen(cov)
```

```
svar <- sum(diag(cov))
seig <- sum(eig$values)
```

*# É necessário "arredondar" os resultados para a igualdade valer, mas na realidade é uma limitação d*  
`round(svar) == round(seig)`

```
## [1] TRUE
```

*# E o resultado está comprovado para este caso particular.*

*# Aumentando agora a matriz e verificando se a igualdade permanece*

```
set.seed(636761051)
matriz2 <- matrix(c(sample.int(n=100,replace=T)),
                 nrow = 10, byrow = TRUE)
```

```
cov2 <- cov(matriz2)
eig2 <- eigen(cov2)
```

```
svar2 <- sum(diag(cov2))
seig2 <- sum(eig2$values)
```

*# É necessário "arredondar" os resultados para a igualdade valer, mas na realidade é uma limitação d*  
`round(svar2) == round(seig2)`

```
## [1] TRUE
```

*# O que fortalece a hipótese do resultado.*

5. Exercício 31 da Lista 3 Reproduza o estudo de redução de dimensão SVD de imagens, utilizando duas imagens. A primeira com poucos detalhes (abstrata, por exemplo) e a segunda com vários detalhes. Justifique sua escolha de dimensão na redução de cada imagem e compare os resultados. Você achou a redução compatível com as imagens utilizadas? Justifique.

Nota 1: Alguns pacotes de leitura de imagem podem ser mais simples de utilizar que o apresentado em aula.

Nota 2: Entregas com imagens e códigos iguais serão desconsideradas.

## Exemplo abstrato:

```
img <- readImage("rdocs/volpi.jpg")
dim(img)
imageShow(img, clear_viewer = T)
#writeImage(img, file_name = 'rdocs/img.png')
```



Figure 1: Imagem original

```
img_gray <- rgb_2gray(img)
dim(img_gray)
imageShow(img_gray, clear_viewer = T)
#writeImage(img_gray, file_name = 'rdocs/volpi_gray.png')
```

Aplicando SVD na imagem

```
img <- readImage("C:/Users/toled/Documents/Github/multivariada/rdocs/volpi.jpg")
img_gray <- rgb_2gray(img)

imgg.svd <- svd(img_gray)
head(imgg.svd$d, n=54)
```

```
## [1] 229.859239 61.789964 43.948192 40.760642 36.012312 32.600281
## [7] 28.910258 19.570303 17.656321 15.850726 13.146486 10.385024
## [13] 9.807348 9.657146 8.744394 8.207525 7.604042 7.317383
## [19] 7.130727 6.824580 6.525574 6.273402 5.997608 5.335333
## [25] 5.080195 4.894382 4.713462 4.251787 4.243742 4.174866
## [31] 3.926617 3.822811 3.637677 3.489109 3.243466 3.129861
## [37] 3.029129 2.969637 2.953226 2.702952 2.691267 2.622958
## [43] 2.489558 2.464112 2.437700 2.323649 2.244852 2.211070
```



Figure 2: Imagem cinza

```
## [49]  2.146597  2.129377  2.068951  2.051561  2.010150  1.926424
```

```
D <- diag(imgg.svd$d)  
dim(D)
```

```
## [1] 358 358
```

```
U <- imgg.svd$u  
V <- imgg.svd$v
```

Analisando a quantidade de informação por dimensão

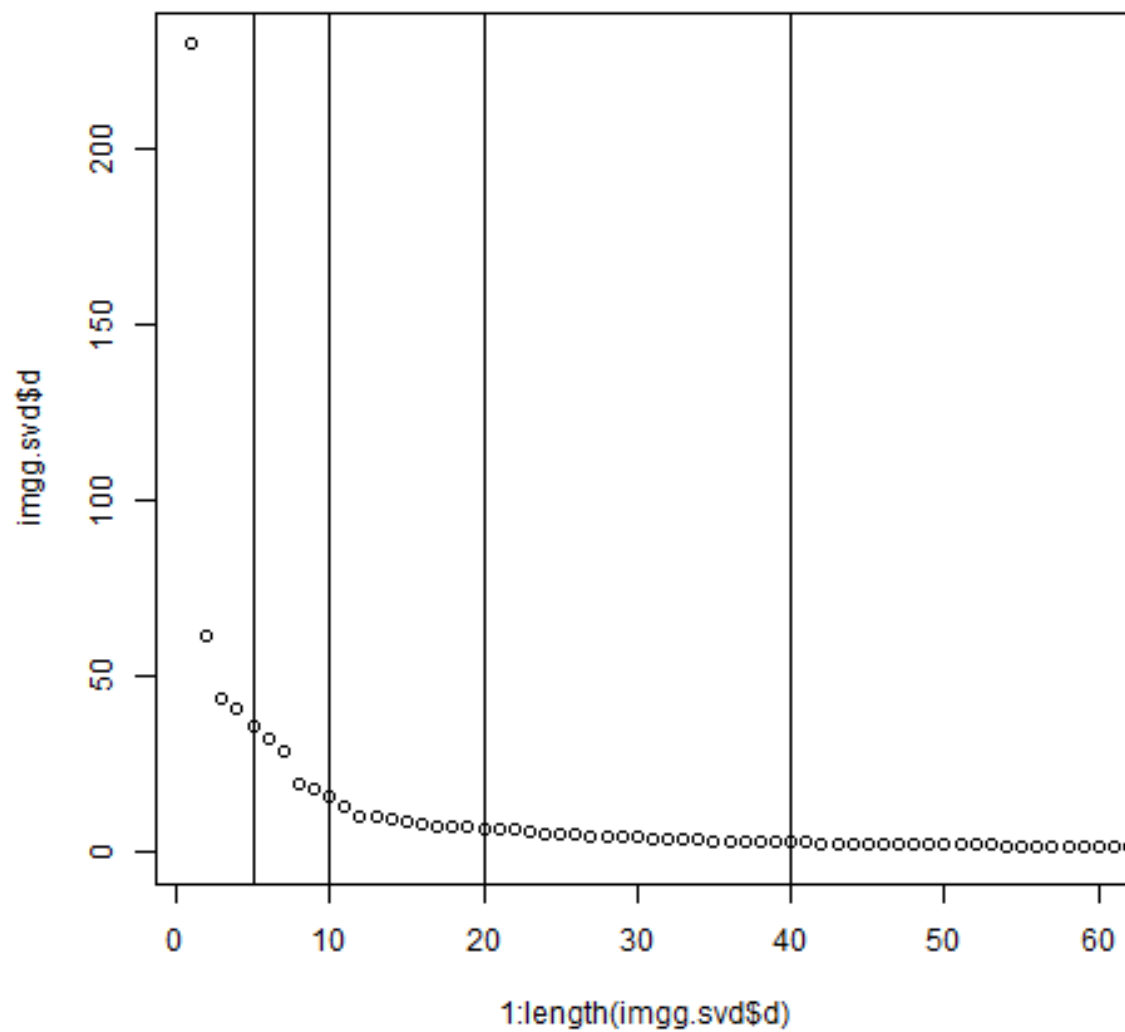
```
png(file="C:/Users/toled/Documents/Github/multivariada/rdocs/plot4.png")
plot(1:length(imgg.svd$d), imgg.svd$d)
abline(v=c(5,10,20,40))
dev.off()
```

Figure 3: Gráfico 1

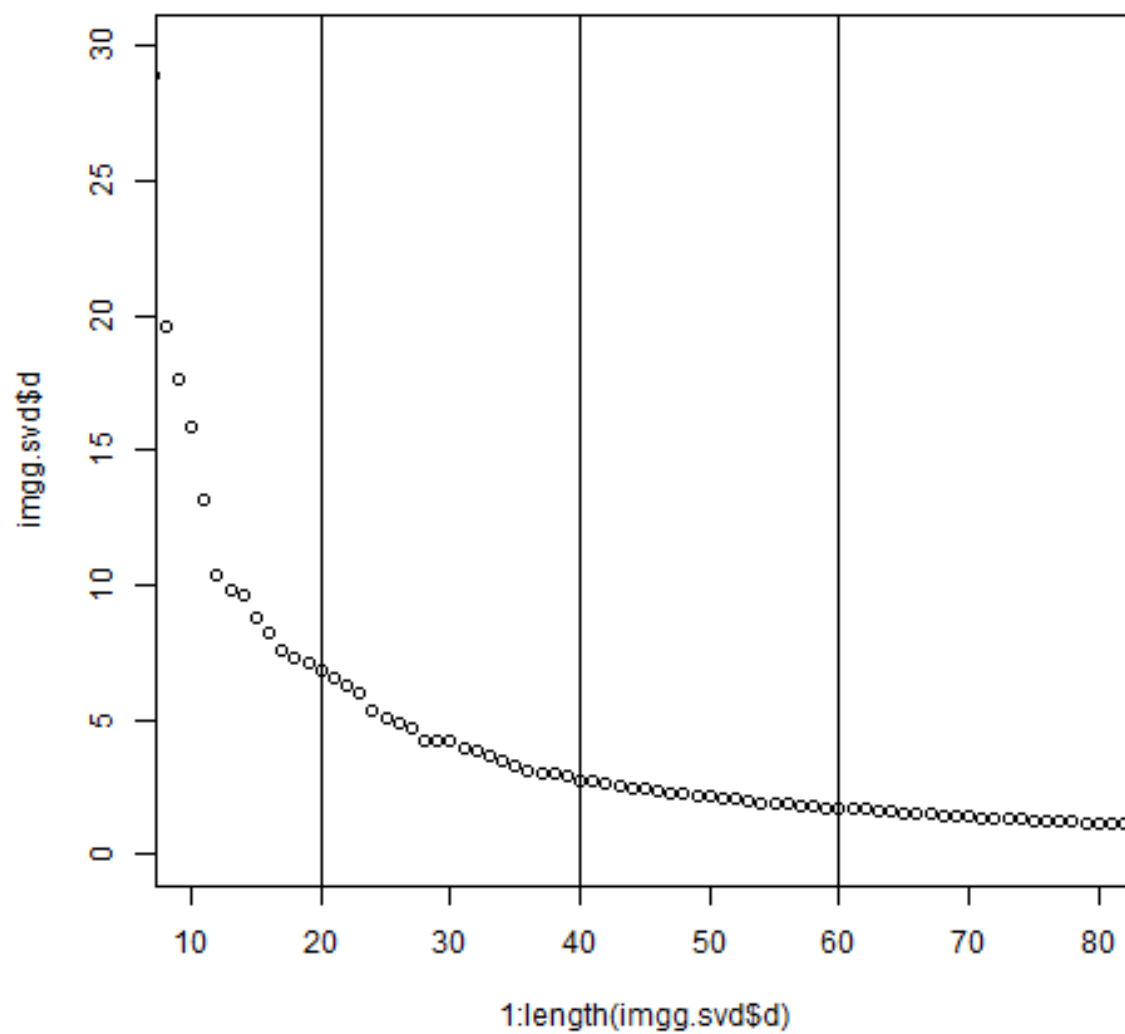
```

png(file="rdocs/plot5.png")
plot(1:length(imgg.svd$d), imgg.svd$d, xlim = c(1,60))
abline(v=c(5,10,20,40))
dev.off()

```



```
png(file="rdocs/plot6.png")
plot(1:length(imgg.svd$d), imgg.svd$d, xlim = c(10,80), ylim = c(0,30))
abline(v=c(20,40,60))
dev.off()
```



Reduzindo a dimensionalidade

```
U5 <- as.matrix(U[,1:5])
V5 <- as.matrix(V[,1:5])
D5 <- diag(imgg.svd$d[1:5])
img_gray5 <- U5 %*% D5 %*% t(V5)
tr(D5)/tr(D) * 100

## [1] 48.36148

imageShow(img_gray5,clear_viewer = T)
writeImage(img_gray5, file_name = 'rdocs/volpi_gray5.png')
```

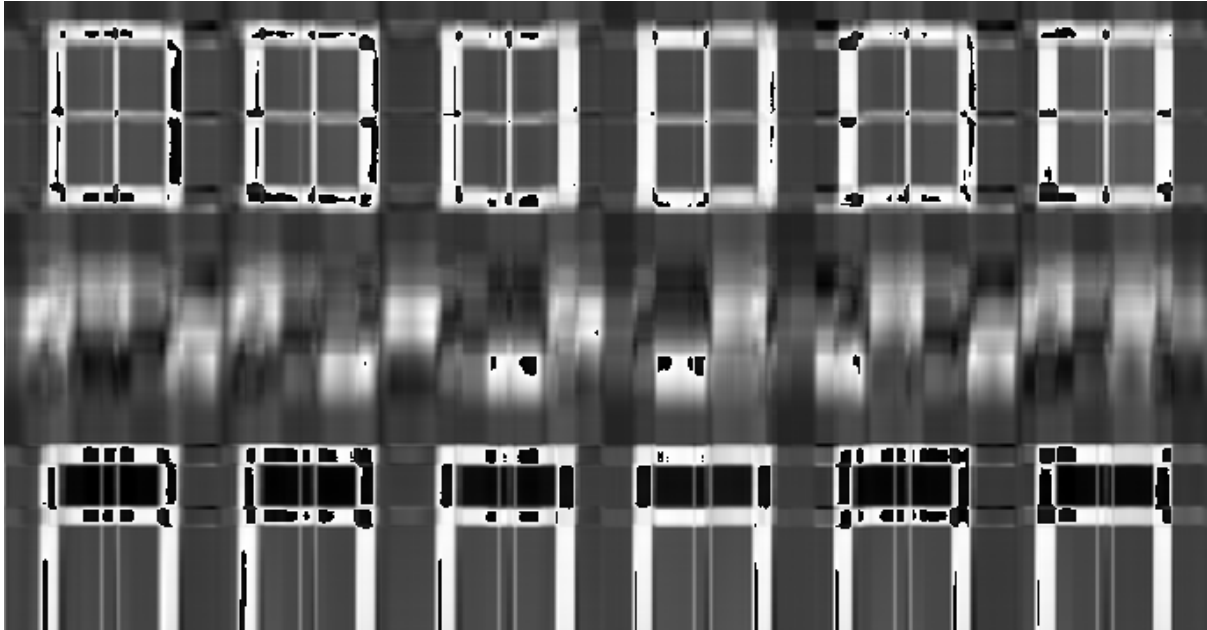


Figure 4: Redução para 5 dimensões