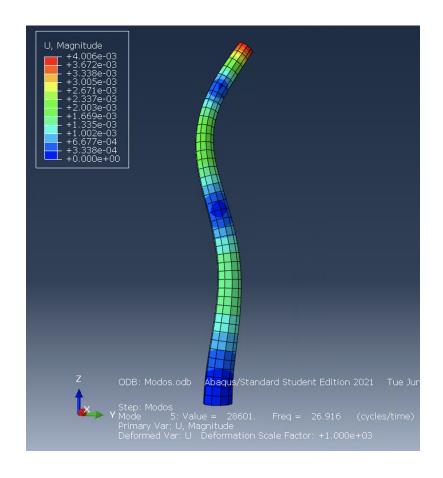
Métodos Computacionales en Ingeniería Civil Práctica #6, Tema 8. Cálculo dinámico: oscilación de un molino eólico



Grupo de Mecánica Computacional, ETSICCP, UPM 23-24 de marzo de 2023

Índice

1. Definición del problema

En esta práctica se pretende estudiar el comportamiento dinámico de un aerogenerador como el mostrado en la figura ??. Para ello se realizará un modelo simplificado de la torre de la estructura añadiendo en el punto de referencia A, una masa de 200 Tn, representando esta el peso equivalente del conjunto de las partes que conforman la estructura superior del molino (palas, góndola, buje etc.). El croquis del modelo a realizar es el correspondiente a la figura ??, donde se detalla la geometría del cono truncado de la torre el cual está empotrado en el terreno. El material del aerogenerador es elástico lineal con propiedades mecánicas $E=30~GPa, \nu=0.3$ y $\rho=3500~kg/m^3$.

El modelo se realizará con elementos tipo sólido lineales con integración reducida (C3D8R) y se discretizará con un tamaño aproximado de elemento de 2.5 metros. El objetivo de la práctica

será desarrollar un modelo de Elementos Finitos en 3 dimensiones de la estructura bajo las acciones dinámicas descritas a continuación.

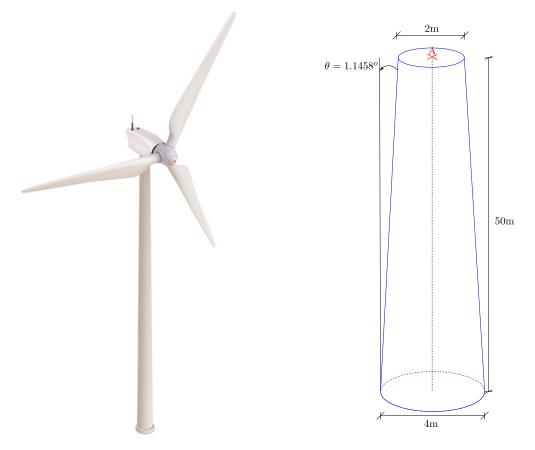


Figura 1: Aerogenerador

Figura 2: Croquis del modelo

Sobre la estructura actúa la fuerza del viento concentrada en el punto de conexión con el molino. Dicha fuerza sigue una distribución sinusoidal de frecuencia $\pi/8$ y amplitud 100 kN según la dirección x. Se pide en primer lugar obtener los 5 primeros modos de vibración.

Posteriormente se pide obtener el desplazamiento en la dirección x del punto de unión con el molino para los siguientes casos:

- Realizar el cálculo usando análisis modal, considerando los 5 primeros modos de vibración, sin amortiguamiento.
- Realizar el cálculo usando análisis modal, considerando los 5 primeros modos de vibración, un amortiguamiento modal de 3 % para el primer modo.
- Realizar el cálculo con integración directa en el tiempo usando HHT con α_f igual a -0.05.
- Realizar el cálculo con integración directa en el tiempo usando β -Newmark.
- Realizar el cálculo con integración directa en el tiempo usando β -Newmark. con amortiguamiento de tipo Rayleigh de 5 % para las frecuencias de 2 y 20 Hz.

NOTA: Los coeficientes de Rayleigh se pueden calcular con las siguientes expresiones:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \omega_2 - \xi_1 \omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

2. Geometría y elementos comunes

2.1. Módulo Part

En primer lugar, se ejecuta $Abaqus\ CAE$ para crear un modelo nuevo. Se entra en el módulo part, activando el icono de crear una nueva parte, que se define como 3D, deformable, solid por extrusión (figura ??(a)).

El modelo se definirá con el area de la base, a la cual habrá que realizar una extrusión desviada. En primer lugar se inicia una figura de una circunferencia (figura ??(b)) con centro en el (0,0) y punto final en el radio (2,0), para dibujar la base circular de 4 metros de diámetro. Una vez finalizado podemos ver como quedaría dicho círculo (figura ??(c)).

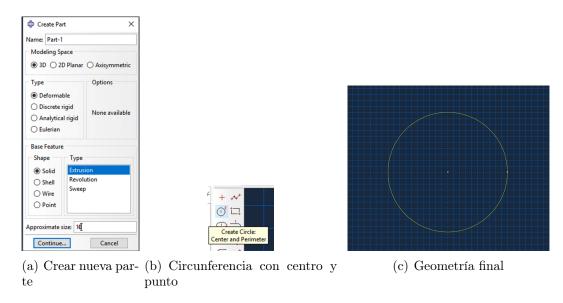


Figura 3: Creación de la geometría del círculo

Una vez creado el arco se culmina con el botón "Done" (figura ??(a)) y se realiza la extrusión de L = 50 metros y un angulo de -1.1458°, teniendo en cuenta que es negativo debido a que el ancho del pilar decrece con la altura., (figura ??(b)).

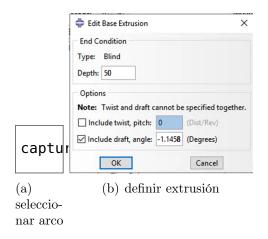


Figura 4: Extrusión del pilar, con Longitud z = L = 50 metros y ángulo de desvío de -1.1458°.

2.1 Módulo Part

Antes de pasar al siguiente módulo vamos a definir un punto de referencia de esta geometría, que será donde irá ubicada la cabeza del aerogenerador. Selccionamos Tools Reference Point, Fig. ??.a, y buscamos el punto medio de la sección superior del fuste, Fig. ??.b. Una vez seleccionado, el punto de referencia queda como en la figura ??.c

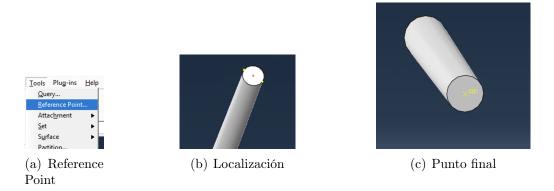


Figura 5: Creación de un Reference Point

2.2. Módulo Property

Se activa el icono para crear material nuevo (figura ??(a)), se selecciona el material elástico lineal y se introducen las propiedades $E = 432 \cdot 10^6 \,\mathrm{Pa}$, $\nu = 0$ (figura ??(b)).

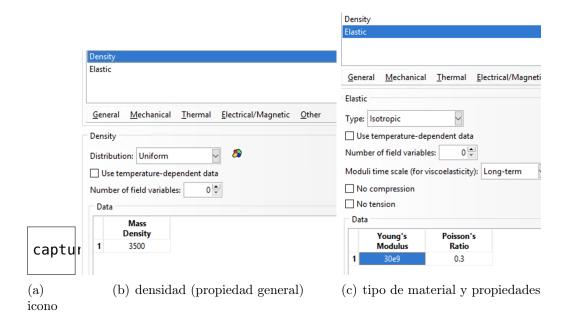


Figura 6: Crear material nuevo

A continuación se crea una "sección", en la que se definen sus propiedades, en este caso el espesor de la lámina (0.25 m) y la opción Before analysis (figura ??). Esta opción implica el cálculo mediante resultantes seccionales (es decir, momentos flectores, cortantes, axiles...), en lugar de integrar las tensiones numéricamente en una serie de puntos del espesor. Esto último que podría ser necesario en un modelo de material no lineal, lo que no es el caso. A continuación se asigna la sección a la parte creada (figura ??).

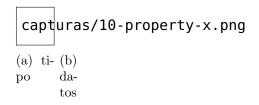


Figura 7: Definición y propiedades de la sección



Figura 8: Asignación de la sección

2.3. Módulo Assembly

En este módulo tan solo hay que crear una "instancia" a partir de la parte, mediante las opciones por defecto:

Figura 9: Assembly: crea una instancia de la parte

2.4. Módulo Step

Se crea un "step" para el procedimiento de cálculo "Static, general". Se toman las opciones por defecto (figura ??). Se edita en "field output" el conjunto de variables para agregar los esfuerzos seccionales SF (esfuerzos de membrana y de flexión de la lámina), como se indica en la figura ??.

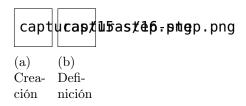


Figura 10: Crear y definir el "step"

Figura 11: Modificación del "field output"

2.5 Módulo Load 7

2.5. Módulo Load

En el módulo Load se definirán tanto las cargas aplicadas como las condiciones de contorno. En primer lugar las cargas, que son únicamente las de peso propio, mediante "Body force", a la que se da un valor $q_y = -360 \,\mathrm{N/m}^3$ (figura ??). El resultado final se visualiza en la figura ??(d)

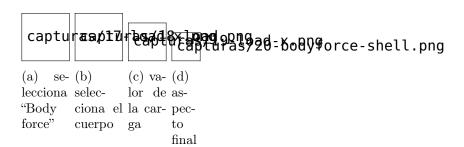


Figura 12: Definición de las cargas de peso propio

A continuación se imponen las condiciones de contorno, primero las que corresponden a los dos planos de simetría. Se abre el "manager" de condiciones de contorno y se crea la condición adecuada en el borde x=0, condiciones "Symmetry/Antisymmetry" del tipo "XSYMM", una vez seleccionado con el ratón el borde adecuado (ojo, ¡hay que tener cuidado para no seleccionar más que ese borde!) (figura ??).

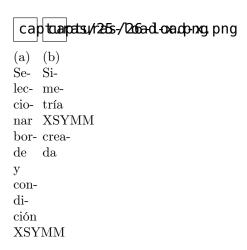


Figura 13: Condiciones de contorno de simetría "XSYMM"

Se establece ahora la simetría por el plano z=0, es decir en el borde posterior del modelo, imponiendo las condiciones correspondientes "ZSYMM" (figura \ref{igura})

Por último, en el borde anterior z = L/2, se crea una condición de contorno para imponer el apoyo fijo, mediante condiciones del tipo "Displacement/rotation", fijándose únicamente los grados de libertad u_x, u_y (U1 y U2 en Abaqus): (figura ??(a)). Al final, el conjunto de cargas y condiciones de contorno definidas se muestran en la figura ??(b).

2.5 Módulo Load 8

```
(a) (b)
Se- Si-
lec- me-
cio- tría
nar ZSYMM
bor- crea-
de da
y
con-
di-
ción
ZSYMM
```

Figura 14: Condiciones de contorno de simetría "ZSYMM" en borde posterior

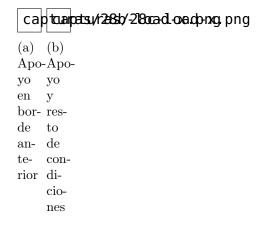


Figura 15: Condiciones de contorno en el apoyo en el borde anterior

2.6 Módulo Mesh

2.6. Módulo Mesh

En el módulo mesh hay que comenzar por seleccionar la parte expandiendo el árbol del modelo / parte de la izquierda, y activando con el botón derecho el icono "Mesh": Fig. ??. Se abre en el menú superior $Mesh \rightarrow Controls$ y se selecciona "Quad" y "Structured", para generar una malla estructurada de cuadriláteros (Fig. ??).

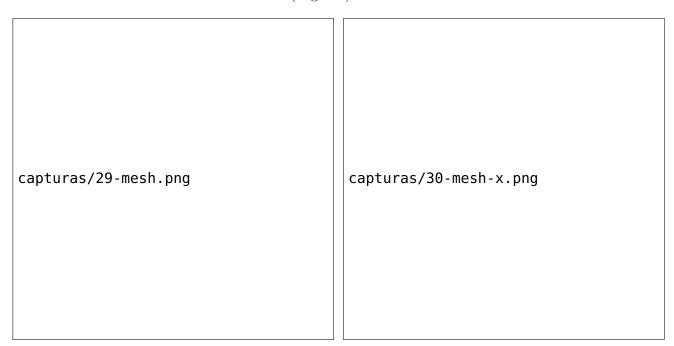


Figura 16: Seleccionar en el menú desplegado Figura 17: Definir opciones en "Mesh controls" del modelo para mallar.

A continuación se abre en el menú superior $Mesh \rightarrow Element \ type$ y se seleccionan las opciones "Shell", "Membrane strain: Small", lo que dará lugar al elemento S4R5 (Fig. ??).

Figura 18: Seleccionar tipo de elemento en "Mesh/element"

Ahora se introducen las semillas para la generación de la malla, se seleccionan los bordes individuales, se activa la opción "By number" y se piden 16 elementos por borde. Esta operación hay que hacerla en dos bordes ortogonales, en los otros dos no es necesario (figura ??). Finalmente se malla la parte con el icono de mallado indicado en la figura ??, obteniéndose el

Figura 19: Definición de número de elementos (semillas) en cada borde resultado que se muestra.

Figura 20: Mallado del cuerpo

2.7 Módulo Job

2.7. Módulo Job

Una vez completado el modelo, se crea un "Job" con las opciones por defecto (figura ??).

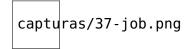


Figura 21: Creación del "Job"

Y se envía para calcular mediante "Submit". El Status va cambiando de "Submitted" \rightarrow "Running" \rightarrow "Completed". (figura $\ref{eq:tau}$) Si no hay mensaje de error el problema está acabado y

Figura 22: Envío del "Job"

se pasa al módulo de visualizar los resultados, como se muestra en la figura ??. Se observa que la flecha en el punto medio del borde libre es muy próxima al valor de referencia $u_z=-0.3024$ m.

A menudo resulta conveniente representar el modelo completo con las partes simétricas que se han considerado implícitamente, representadas como imagen especular. Esto se puede obtener mediante las opciones en el menú "View" \rightarrow "ODB display options", escogiendo en la pestaña "Mirror / Patterns" los *Mirror planes* para XY e YZ, figura ??.

Figura 23: Resultados del cálculo – desplazamiento vertical U2

Figura 24: Vista del modelo completo con las partes simétricas representadas

3. Modelo con elementos de continuo

Se puede crear un modelo similar con elementos de continuo (sólidos 3D), siguiendo los siguientes pasos:

§1.— Crear una parte del tipo "Deformable" / "Solid" / "Extrusion"; Definir el contorno de la parte mediante dos arcos de circunferencia, con radios respectivos $R_i = R - e/2$ y $R_e = R + e/2$, con los mismos 40° que antes, y unir posteriormente los extremos de dichos arcos para formar un recinto cerrado en el plano XY. Terminar y extruir dicho perfil la distancia L/2 = 25 para obtener la geometría 3D de la parte, figura ??.

Figura 25: Geometría de la parte como continuo 3D

§2.— Para definir las condiciones de contorno en los bordes se debe tener cuidado de seleccionar el borde completo, no solo una arista, ver por ejemplo la figura ?? en la que se definen las condiciones de simetría "ZSYMM". El resto de condiciones de contorno en el modelo se establecen de forma similar.

Figura 26: Condiciones de contorno en modelo continuo 3D

§3.— Para la selección del mallado en "Mesh/controls" adoptar una malla estructurada de Hexaedros, figura ??.

§4.— En el tipo de elemento seleccionamos en primer lugar el hexaedro de modos incompatibles, se trata de un elemento especial que contiene grados de libertad adicionales para el campo de deformaciones, y que da buenos resultados para flexión a pesar de haber un solo elemento en el espesor, figura ??.

§5.— Para el mallado, basta con seleccionar las semillas que el sistema propone por defecto, figura ??. El resultado obtenido, con un elemento solo en el espesor de la lámina, se muestra en la figura ??.

Los resultados obtenidos con los elementos C3D8I son excelentes, muy similares a los de elementos lámina. La muestra más significativa es la flecha en el centro del borde libre, que resulta ser muy cercana al valor de referencia $u_z = -0.3024$ m.

Si se modifica el tipo de elemento por el hexaedro lineal estándar con integración completa (C3D8) los resultados son extremadamente malos, la flecha resulta $u_z=-0.072~\mathrm{m}$. Por último, empleando el elemento hexaedro lineal con integración reducida (C3D8R) los resultados son también muy malos, aunque no tanto como en el caso anterior, la flecha resulta $u_z=-0.210~\mathrm{m}$. Esto era de esperar ya que con la formulación normal de elementos no es posible representar el gradiente de desplazamientos debido a la flexión si se emplea solo un elemento en el espesor. Como mínimo serían necesario 4 ó 5 elementos en el espesor, pero esto conduciría a un modelo con un número muy elevado de grados de libertad y muy costoso. El caso de los elementos con modos incompatibles es una excepción, en su formulación incluyen campos de deformaciones independientes que se adaptan y recogen correctamente las deformaciones de flexión.



Figura 27: "Mesh / controls" en modelo continuo 3D

Figura 28: Selección del tipo de elemento (hexaedro de 8 nodos con modos incompatibles) mediante "Mesh / element type" en modelo continuo 3D



Figura 29: Semillas para el mallado en modelo continuo 3D

capturas/45-mesh-solid.png

Figura 30: Malla de hexaedros en el modelo continuo 3D

figs/prac3_lamina1_fig.png

Figura 31: Croquis para generación de modelo con Python y elementos lámina

4. Generación de modelos con scripts Python

4.1. Modelo con elementos lámina

Se incluyen dos modelos preparados directamente en python que reproducen los modelos realizados con ayuda de abaqus cae. En lo que sigue se explican someramente las distintas partes de cada script.

El primer modelo es el preparado para elementos lámina. Se puede descargar directamente en prac3_lamina1.py, una vez descargado se puede ejecutar desde abaqus directamente.

En este modelo las fases seguidas en la programación son las siguientes, describiéndose los puntos en el croquis de la figura ??.

- 1. Primeramente se define el perfil de la lámina. Esto se hace ayudándose de los puntos que definen el cuarto de lámina que se va a modelar. Estos son, el punto O centro de la circunferencia que define la sección transversal de la lámina, A que es el punto de máxima altura de la lámina y que pertenece al plano de simetría longitudinal de la misma y el punto B que pertenece al borde libre. Adicionalmente se define el punto M que se utilizará más adelante. También se definen como variables de python el radio de curvatura de la lámina y el semiángulo (R y ANG).
- 2. Con estos parámetros se definen los puntos en un sistema de coordenadas de dos dimensiones, se crea el arco de circunferencia que define el perfil de la lámina y se realiza la extrusión que genera una parte (p).
- 3. A continuación se definen el material, la sección (en terminología de abaqus) y la asignación de sección a parte. Obsérvese que para hacer la asignación se usan las 'faces' de la parte de abaqus que representan la superficie ya generada.
- 4. Una vez definido el material y asignado a la parte se genera la instancia a calcular que se denominará 'laminainstancia' y que se almacena en la variable 'myAssembly'. Aquí al generar la instancia se define con malla dependiente de la parte (dependent=ON).
- 5. Posteriormente se definen las cargas y condiciones de contorno. Para seleccionar los elementos geométricos en los que definir las condiciones de contorno nos apoyamos en los puntos medios de los bordes. Con estos puntos medios buscamos el elemento geométrico al que aplica la condición de contorno. En este caso son elementos geométricos del tipo 'edges'. Para esta búsqueda utilizamos puntos definidos en un espacio de tres dimensiones por lo que del punto M definido inicialmente se usan sus dos coordenadas suplementadas por la coordenada z lo que da lugar al punto OM3. Para definir el peso propio hay que seleccionar toda la instancia lo que se hace a mediante un 'BoundingBox' de 'faces'.
- 6. Para definir la malla se generan las divisiones de elementos en dos bordes de la lámina no paralelos, se define el tipo de elemento y se genera la malla.
- 7. Por último se ejecuta el modelo y se almacena la definición del mismo.

figs/prac3_lamina2_fig.png

Figura 32: Croquis para generación de modelo con Python y elementos de continuo

4.2. Modelo con elementos de continuo

El script del modelo con elementos de continuo se puede descargar en prac3_lamina2.py. Una vez descargado se puede ejecutar desde abaqus directamente.

La programación del script sigue las mismas pautas, con las salvedades correspondientes. Se describen los puntos en el croquis de la figura ??.

- Ahora se genera una sección que en vez de estar definida por un tramo de curva abierta se define con una curva cerrada. Los puntos se definen con el siguiente criterio, los puntos pertenecientes a la parte superior de la lámina llevan el sufijo T y los correspondientes a la parte inferior el sufijo B.
- 2. La parte se crea mediante una extrusión sólida, BaseSolidExtrude, como contraposición a la lámina que era BaseShellExtrude.
- 3. La definición del material es similar pero algo más sencilla que en la lámina.
- 4. La definición de las cargas se hace utilizando igual que antes puntos medios pero que en este caso en vez de pertenecer a un borde (edge) pertenecen a una superficie (face). El procedimiento es el mismo que antes, se define el punto medio de la superficie a la que hay que asociar la condición de contorno y se busca la 'face' de la instancia mediante 'findAt'. Para el peso propio se selecciona toda la instancia y para la condición de apoyo se selecciona sólo un borde, en este caso el inferior.
- 5. La generación de malla en este caso es con una semilla para todo el modelo.
- 6. El resto del script es similar.

5. Resultados

5.1. Flecha en un nodo

Paso 1. Se trata de obtener la flecha en el punto medio del borde libre, que para el modelo de referencia es $u_z = -0.3024$ m.

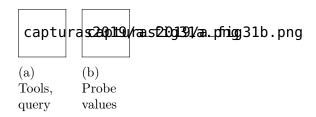


Figura 33: Seleccionar valores a mostrar de los resultados

Se procede utilizando el menú de tools (dentro de resultados) y dentro de tools el submenú query (Fig. ??(a)). Al optar por este submenú se abre un recuadro en el que se debe elegir la opción "Probe values" (sondear valores), Fig. ??(b). Aparece una nueva ventana en la que se debe elegir "Probe: Nodes" y "Components: Selected" (Fig. ??). En la cabecera de esta ventana

5.1 Flecha en un nodo

aparece el campo que se está visualizando que será el que se sondee: Field output variable for Probe: U, U2, que se puede seleccionar mediante el icono al comienzo de este campo, Fig. ??.

Figura 34: Nodos y selección

Figura 35: Selección de variable a sondear (probe): U, U2

Una vez seleccionados esos campos se debe marcar con el ratón en la ventana de representación del modelo el o los nodos en los que estamos interesados. Al hacer clic con el ratón sobre el nodo en cuestión se verá el resultado en la ventana de *Probe Values* que resulta ser $u_z = -0.3043$ m, lo que coincide con el valor esperado (Fig. ??).

Figura 36: Valor de flecha (U2) en el nodo seleccionado

5.2. Reacción en un borde

Es también interesante obtener las reacciones en los apoyos o en los bordes que representan las condiciones de simetría. Para ello se procede como en la práctica anterior. Se define una curva sobre el modelo, en este caso se tratará del borde en el que estemos interesados. En la definición de la curva, al tratarse de bordes curvos (en general) se deberán incluir todos los nodos que la forman. Una vez definida la curva se define una tabla de datos mediante la asociación de un valor escalar a la curva predefinida. En este caso particular se procedería del siguiente modo:

1. Se define la curva (path) (Fig. ??). Ello se hace a partir del árbol de resultados que figura en la ventana izquierda. Se selecciona "Create" haciendo clic con el botón derecho del ratón sobre el item "Paths".

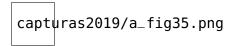


Figura 37: Creación de una curva (path)

En la ventana siguiente (Fig. ??(a)) se selecciona "Node list", se da un nombre a la curva y se hace clic sobre "continue". En la siguiente ventana (Fig. ??(b)) se indica "Add After" para la creación del "Node List".



Figura 38: Tipo de curva y lista de nodos para definición del Path

Se van añadiendo los nodos hasta que una vez añadidos todos se hace clic sobre "Done", como se muestra en la figura ??. Se confirma y ya está creada la curva, como se puede observar en el árbol que representa los resultados.

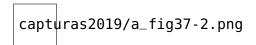


Figura 39: Path para la Reacción Vertical

2. El siguiente paso es asociar un resultado a la curva, para lo cual se crea una tabla, de modo similar a la creación de la curva. Se hace clic sobre el apartado "XYData" del árbol (Fig. ??).

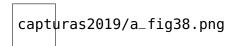


Figura 40: Creación de una tabla de datos

En la siguiente ventana (fig. ??(b)) se elige la opción "Path" y se continúa. Después (Fig. ??(b)) se asocia a la curva indicada en el menú desplegable de "Path" el valor del escalar que nos interese. Para "X Values" dejamos la opción de "True distance" y en "Data

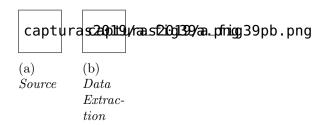


Figura 41: Definición de la trayectoria (path) para una curva de resultados

Extraction", aparte de elegir la curva, marcamos "Undeformed" e "Include intersections". Para el valor de la ordenada de la curva se hace clic sobre el botón "Field Output" con lo que tendremos acceso a la ventana de la fig. ??(a), en la que elegiremos RF, RF2 y haremos clic sobre "OK". Ya sólo queda marcar "Plot" en la ventana de Data Extraction (Fig. ??(b)) con lo que obtendremos la curva de la figura fig. ??.

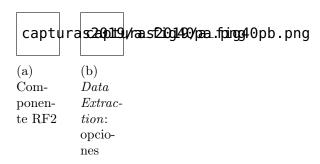


Figura 42: Extracción de datos a una tabla

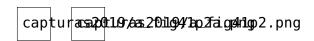


Figura 43: Reacción vertical por unidad de longitud en apoyo

Además, se puede obtener la integral de la reacción por unidad de longitud, mediante la selección en el árbol del modelo $XY\ Data \to Create \to Operate\ on\ XY\ data \to integrate\ obteniendo el resultado de la figura ??.$

Es interesante hacer como comprobación los cálculos directos de la reacción total, figura ??, que comprobamos que difiere ligeramente (5 %) del valor integrado en el path. La razón es que

capturas2019/a_fig42p.png

Figura 44: Integral de la reacción vertical (Moment representa la integral)

la opción path no es la forma más exacta de sumar reacciones ya que hay una interpolación de por medio. La forma más precisa sería sumar las reacciones individuales de cada uno de los nodos, como se aprecia en la figura ??

Figura 45: Cálculo analítico de la reacción

capturas2019/a_fig44p1.png

Figura 46: Suma de reacciones nodales

Otra forma de obtener la suma de reacciones sin tener que sumarlas manualmente es establecer una restricción de todos los nodos del borde de interés a un único nodo mediante un MPC o un kinematic coupling y recuperar la reacción en dicho nodo. Para ello al borde anterior se acopla una restricción cinemática a un único nodo que puede ser real o ficticio y al que se asigna la condición de contorno fija. De este modo la reacción obtenida es la correspondiente a la resultante total de ese borde. En este caso el nodo maestro es uno de los vértices, figura ??.

Se asigna la condición de contorno al nodo maestro, figura ??.

Si se hace así el resultado es completamente exacto como se puede apreciar en la figura ??.

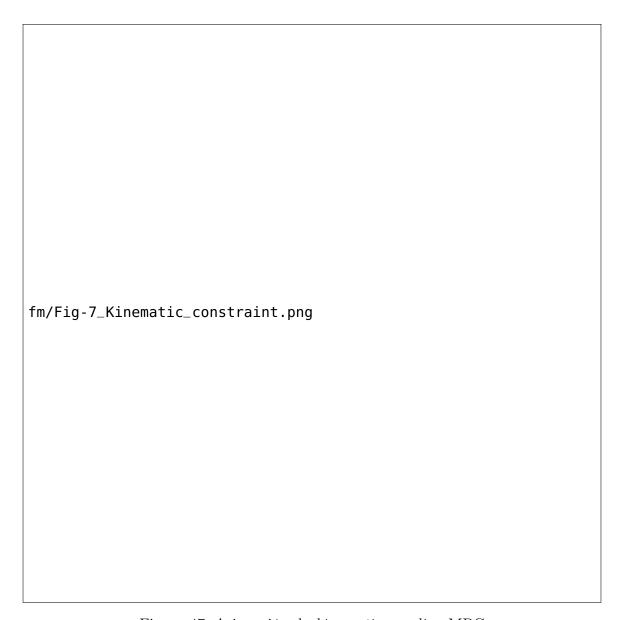


Figura 47: Asignación de $kinematic\ coupling\ \mathrm{MPC}$

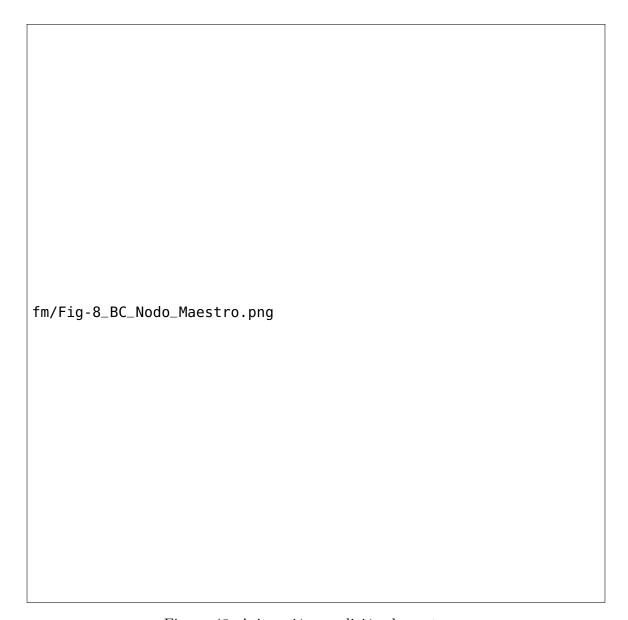


Figura 48: Asignación condición de contorno



Figura 49: Cálculo de la reacción mediante $kinematic\ coupling$

6. Ejercicio propuesto

El puente de la Fig. ??, de ancho 3,5 m, se encuentra empotrado en pilas y estribos en las áreas verticales de contacto con el terreno circundante. El módulo de Young del material es de 30.0 GPa, el coeficiente de Poisson es $\nu=0.2$ y el peso específico es $\gamma=24000$ N/m³. Las acciones a considerar serán el peso propio y el efecto de un sismo que se supondrá equivalente a una fuerza volumétrica, distribuida transversalmente al puente, de valor 1000 N/m³, actuando en el sentido AB (Fig. ??).

Se desea estudiar el comportamiento estructural de este puente ante las dos acciones mencionadas. Teniendo en cuenta las simetrías del problema, se preparará un modelo con Abaqus de la mitad del puente tal y como se indica en la Fig. ??, donde se detalla la geometría de la estructura.

Figura 50: Descripción del ejercicio propuesto

Responde las preguntas que vienen a continuación teniendo en cuenta que el elemento a emplear será el hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño del elemento a utilizar en el mallador de Abaqus será 0.55 m.

1. Flecha vertical (valor absoluto) en el punto B:

```
      A: 3.1 \cdot 10^{-5} m
      B: 42.1 \cdot 10^{-3} m
      C: 42.1 \cdot 10^{-5} m
      D: 3.1 \cdot 10^{-3} m
```

2. Peso total del modelo:

```
A: 0.0679 MN B: 0.8148 MN C: 1.0 MN D: 1.6296 MN
```

3. Máxima tensión de tracción en el modelo:

```
igg( 	ext{A: 0.09 MPa} igg) igg( 	ext{B: -1.642 MPa} igg) igg( 	ext{C: 0.393 MPa} igg) igg( 	ext{D: 450.6 MPa} igg)
```

4. Suma de las reacciones horizontales (dirección AB) del modelo en valor absoluto:

```
A: 1629.6 kN B: 1.0 kN C: 67.9 kN D: 0.5 kN
```

5. Mínima tensión de compresión en el centroide del elemento E1:

```
A: -0.113 \text{ MPa} B: 0.5 \text{ MPa} C: -1.47 \text{ MPa} D: 0.113 \text{ MPa}
```

6. Tensión vertical en el punto D:

```
A: -283.5 kPa B: -3048.4 kPa C: -30.9 kPa D: 117.9 kPa
```