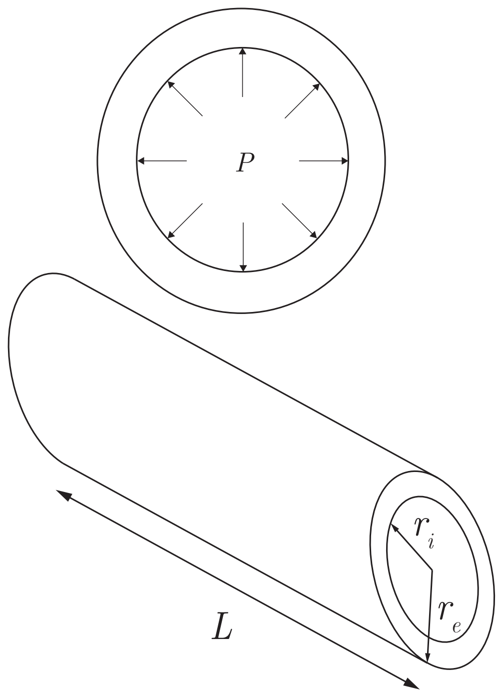
Método de los Elementos Finitos 23-24

PRÁCTICA 4: Elasticidad lineal (elementos 2D).

En esta práctica se analiza un tubo de sección circular, longitud indefinida, L, y sometido a presión interna, empleando para ello un modelo de deformación plana.



Los valores de los distintos parámetros que definen el problema son:

- r_i: Radio interior del tubo = 0.5 m.
- r_e: Radio exterior del tubo = 1.0 m.
- P: Presión interna = 300 MPa.
- E: Módulo de Young = 2.1 $\cdot 10^5$ MPa.
- ν: Coeficiente de Poisson 0.3.

La malla estará formada por elementos cuadriláteros lineales (CPE4) para deformación plana con tamaño aproximado de 0.1 m. Posteriormente, se realizará el cálculo utilizando esta vez cuadriláteros cuadráticos (CPE8). Se comprobarán los resultados obtenidos en tensiones y desplazamientos con la solución teórica.

Se pide medir la fuerza circunferencial que se ejerce en el tubo con elementos CPE8 (comprobar que da alrededor de 50 MN)

Nota: en problemas de deformación plana la carga distribuida se da por unidad de longitud transversal (dirección z)

Solución analítica. Las expresiones para la tensión radial σ_{rr}, circunferencial $\sigma_{\theta\theta}$ y longitudinal σ_{zz} son[1]:

$$\sigma_{rr} = -P\frac{(r_e/r)^2 - 1}{(r_e/r_i)^2 - 1} \qquad \sigma_{\theta\theta} = P\frac{(r_e/r)^2 + 1}{(r_e/r_i)^2 - 1} \qquad \sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \nu P\frac{2}{(r_e/r_i)^2 - 1}$$

Puede observarse que σ_{rr} en la pared interior es igual a la presión, mientras que en la pared exterior es nula. También se observa que la tensión vertical es homogénea en la sección.

La expresión general del desplazamiento radial u_r es:

$$u_r = \frac{(1+\nu)P}{E[(r_e/r_i)^2 - 1]}\left[(1-2\nu)r + \frac{r_e^2}{r}\right]$$

que particularizado en la pared interior ($r = r_i$) y en la exterior ($r = r_e$) para los datos de la práctica ($P = 300$ MPa, $r_i = 0.5$ m., $r_e = 1.0$ m., $E = 2.1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0.3$) resulta:

$$u_r(r = r_i) = 1.3619 \text{ mm.}, \qquad u_r(r = r_e) = 0.8667 \text{ mm.},$$

[1] ver, p. ej. Y.C. Fung, Foundations of solid mechanics. Prentice-Hall, 1965

¿Cómo empleo condiciones de contorno de simetría?

Esta geometría, con las condiciones de contorno adecuadas (ver figura a continuación) y en deformación plana, es apropiada para analizar el estado tensional de una sección cualquiera del tubo.

Las condiciones de contorno que hay que imponer vienen determinadas por la simetría de la sección y de las cargas:

a) desplazamiento nulo en la dirección y para todos los puntos situados en el eje x

b) desplazamiento nulo en la dirección x para los puntos del eje y.