

Práctica número 8: Modelos estructurales II

1.-La primera parte de esta práctica consiste en calcular con un modelo de elementos finitos la flecha en la punta de una viga en voladizo. La viga tiene longitud $L = 10$, y sección cuadrada de lado h . El módulo de elasticidad tiene valor $E = 4000$ y la carga, que está aplicada verticalmente y hacia abajo en el extremo no empotrado, es de $P = 1$.

Con esta configuración geométrica, el momento de inercia de la sección es:

$$I = \frac{1}{12}h^4 ,$$

y el valor de la flecha en la punta, según la teoría de Euler-Bernoulli, es de $\delta = P \frac{L^3}{3EI}$. El fichero de entrada de datos de FEAP que define el modelo es:

```
feap --- viga en voladizo ---
0 0 0 2 3 2
```

```
parameter
n = 30
h = 0.001
a = 5/6*h*h
i = 1/12*h*h*h*h
```

```
coordinates
1 1 0.0 0.0
n+1 0 10.0 0.0
```

```
element
1 1 1 1 2
n 0 1 n n+1
```

```
boundary
1 0 1 1 1
```

```
force
n+1 0 0.0 -1.0
```

```
material,1
frame
elastic isotropic 4000 .3
cross section a i
```

```
end
```

```
interactive
```

```
stop
```

Con el programa modificado `ifeap`, se puede seleccionar interactivamente el número de puntos de Gauss que se utilizan en los elementos viga. Por ejemplo, para utilizar 3 puntos de integración basta con ejecutar el siguiente comando en el modo “macro” de feap:

```
quad,,3
```

Usando este comando podemos estudiar las diferencias que aparecen en la solución numérica de un problema de vigas cuando se usa integración reducida.

Para el problema de la viga en voladizo se pide:

- Calcular el error cometido por un modelo de elementos finitos con elementos viga de tipo Timoshenko cuando h toma valores $h = 1, 0.1, 0.01, 0.001$ y se usan 2 puntos de integración.
- Repetir los cálculos cuando se usa sólo un punto de integración.

2.- En el segundo ejercicio usaremos el elemento placa de feap para resolver el problema de una placa romboidal simplemente apoyada sometida a una carga uniforme. El fichero de Feap que define el problema es:

```
! Ejemplo de problema con elementos placa
! tres grados de libertad por nodo: w, thetax, thetay
!
feap --- placa romboidal ---
0 0 0 2 3 4

parameter
n = 10                      !numero de elementos por lado
m = n+1                    !numero de nodos por lado
h = 0.1                    !espesor
q = 1                      !carga uniforme sobre la placa
e = 1e9

parameter
p  = atan(1)*4.0
a  = 30.0/180.0*p          !angulo agudo del rombo
x2 = 100.0
y2 = 0.0
x3 = 100.0 + 100*cos(a)
```

```

y3 =          100*sin(a)
x4 =          100*cos(a)
y4 =          100*sin(a)

block
cart,n,n,1,1,1,,0
1      0.0    0.0
2      x2     y2
3      x3     y3
4      x4     y4

boundary conditions
1      1      -1 0 0
m      0      1 0 0
1      m      -1 0 0
n*m+1  0      1 0 0
m      m      -1 0 0
m*m    0      1 0 0
n*m+1  1      -1 0 0
m*m    0      1 0 0

material,1,elemento placa
plate
elastic isotropic e .3
thickness,,h
load,,q

end

macro
plot mesh
plot boun
end

interactive

stop

```

Se pide resolver el problema y calcular la flecha en el centro de la placa.

A presentar como ejercicio número 6:

- Tabla con los errores en la flecha de la viga en voladizo y comentarios sobre los resultados.
- Flecha en el centro de la placa romboidal.

Cuestiones teóricas (voluntarias):

- ¿Por qué la integración reducida en un elemento viga de Timoshenko de dos nodos produce matrices de rigidez con el rango correcto?. ¿Ocurre lo mismo con la viga de Euler-Bernoulli?