

Método de los Elementos Finitos 23-24

PRÁCTICAS 4-5: Elasticidad lineal.

Ejercicios de repaso

1. Ejercicio 1

En este ejercicio se pide modelizar el ejemplo clásico de la Membrana de Cook, describiéndose su geometría en la Fig. 1 (en mm). La membrana está empotrada en un extremo y sometido a esfuerzo cortante en el opuesto. El esfuerzo aplicado es $F = 1.8 \text{ kN}$, repartido a lo largo del lado derecho. Las propiedades elásticas del material son $E = 70 \text{ GPa}$ y $\nu = 0.33$, y su espesor es 1 mm. Trabajaremos bajo la hipótesis de tensión plana. La malla será de tipo estructurada, subdividiendo en 16 partes cada lado del contorno. Se utilizarán el mismo tipo de elemento que en la práctica principal.

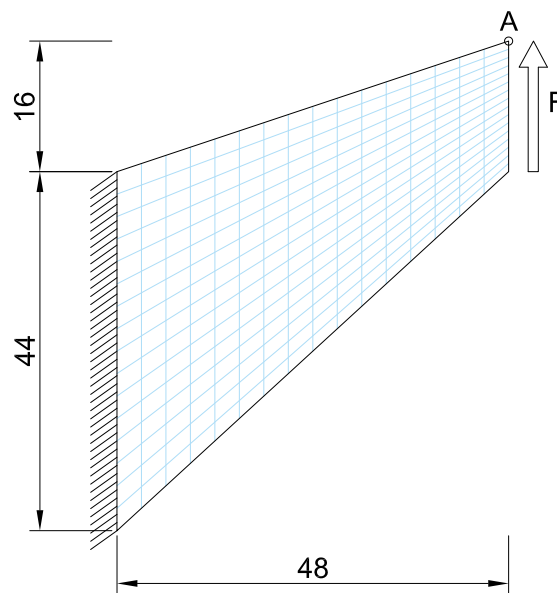


Figura 1: Descripción del modelo

a) ¿Cuál es el módulo del desplazamiento del punto A?

A: 0.807 mm

B: 1.125 mm

C: 0.689 mm

D: 1.333 mm

b) El valor máximo de la reacción en el empotramiento es:

A: 1203.0 N

B: 857.6 N

C: 560.3 N

D: 251.6 N

c) El valor máximo de la tensión de Von Mises es:

A: 1321.0 MPa

B: 854.2 MPa

C: 1598.3 MPa

D: 381.6 MPa

2. Ejercicio 2

A continuación se muestra un ejemplo que formalmente es muy similar al ejercicio resuelto en la sección anterior. Se trata de una pieza en L que está empotrada en uno de sus extremos y hay una fuerza repartida en la mitad de su borde superior. La Fig. 2 resume el ejemplo.

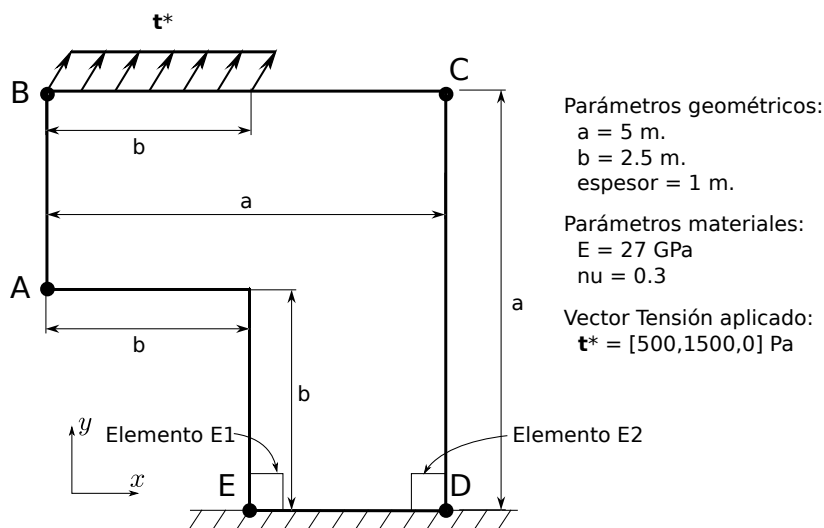


Figura 2: Descripción del modelo

Para este modelo utilizamos el tipo de elemento cuadrilátero lineal y un tamaño global de elemento de valor 0.3 metros, responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el desplazamiento vertical del punto B?

A: $2.821 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$

B: $6.024 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$

C: $2.123 \cdot 10^{-5} \text{ m.}$

D: $3.254 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$

b) ¿Cuál es el desplazamiento horizontal del punto C?

A: $1.627 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$

B: $4.741 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$

C: $2.321 \cdot 10^{-5} \text{ m.}$

D: $5.237 \cdot 10^{-9} \text{ m.}$

c) ¿Cuál es la componente σ_{22} del tensor de tensiones en el centroide del elemento E1?

A: 1782 Pa.

B: 17413 Pa.

C: 7174 Pa.

D: 14904 Pa.

d) ¿Cuál es el valor máximo (en valor absoluto) de la tensión principal mínima σ_3 en el camino EC?

A: -851 Pa.

B: -8801 Pa.

C: -1984 Pa.

D: -3366 Pa.

3. Ejercicio 3

Queremos estudiar el comportamiento mecánico del modelo presentado en la Fig. 3, donde los segmentos circulares tienen un radio igual a 1 m. La pieza tiene un estado de *tensión plana* con las siguientes condiciones de contorno:

- Todos los desplazamientos son nulos en el segmento AB .
- En el segmento EF imponemos el valor del desplazamiento $u_x^* = 0.01$ m.
- Hay una fuerza vertical concentrada de valor $F_y = 200$ N.

El comportamiento material es elástico lineal e isótropo con módulos elásticos $E = 1000000$ Pa. y $\nu = 0.25$. Para construir el problema discreto usamos una malla con los siguientes parámetros: *quad-dominated*, *quadratic* y con un tamaño global de 0.9.

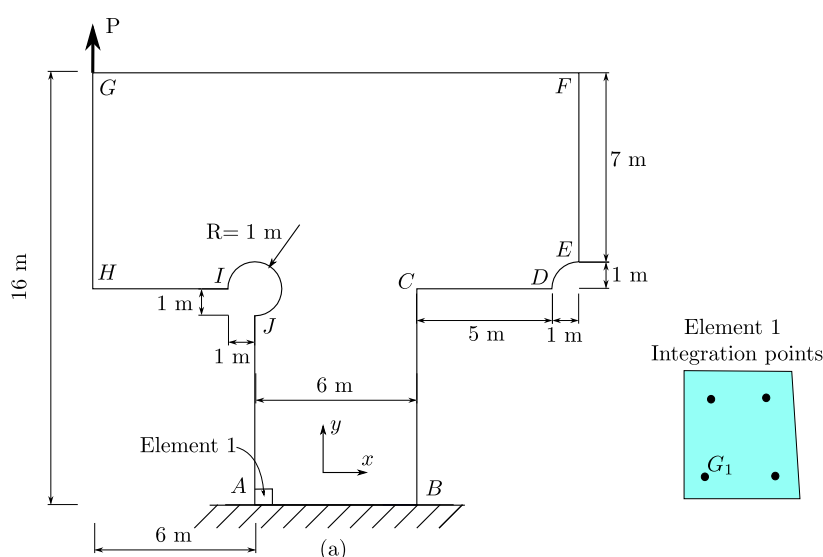


Figura 3: Descripción del modelo

Para este modelo responde las siguientes preguntas:

- a) Cuál es el desplazamiento vertical del punto H?

A: 0.0094 m.

B: 0.0025 m.

C: 0.0125 m.

D: 0.0003 m.

- b) Cuál es el desplazamiento horizontal del punto J?

A: 0.0012 m.

B: 0.0050 m.

C: 0.0006 m.

D: 0.0181 m.

- c) Cuál es la componente σ_{22} del tensor de tensiones en el punto de integración G_1 del elemento 1 (ver figura)?

A: 710 Pa.

B: 1412 Pa.

C: 172 Pa.

D: 904 Pa.

- d) Cuál es el valor máximo de la tensión principal máxima en el camino AF ?

A: 51 Pa.

B: 894 Pa.

C: 1384 Pa.

D: 323 Pa.

e)Cuál es la suma de las fuerzas de reacción horizontales en la base AB ?

A: -231.75 N.

B: -124.87 N.

C: -13 N.

D: -323 N.

4. Ejercicio 4

El puente de la Fig. 4, de ancho 3,5 m, se encuentra empotrado en pilas y estribos en las áreas verticales de contacto con el terreno circundante. El módulo de Young del material es de 30.0 GPa, el coeficiente de Poisson es $\nu = 0.2$ y el peso específico es $\gamma = 24000 \text{ N/m}^3$. Las acciones a considerar serán el peso propio y el efecto de un sismo que se supondrá equivalente a una fuerza volumétrica, distribuida transversalmente al puente, de valor 1000 N/m^3 , actuando en el sentido AB (Fig. 4).

Se desea estudiar el comportamiento estructural de este puente ante las dos acciones mencionadas. Teniendo en cuenta las simetrías del problema, se preparará un modelo con Abaqus de la mitad del puente tal y como se indica en la Fig. 4, donde se detalla la geometría de la estructura.

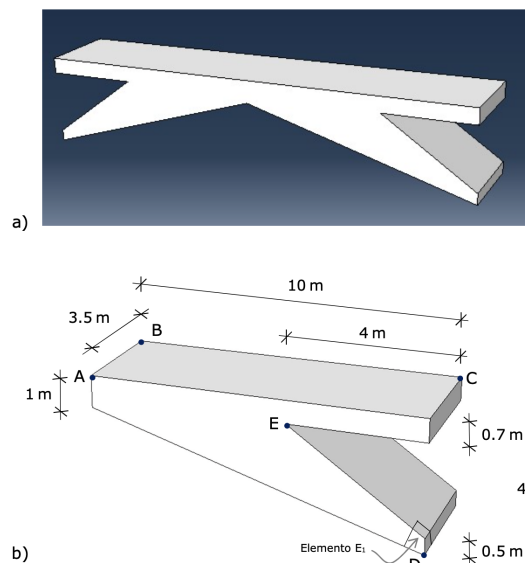


Figura 4: Descripción del ejercicio propuesto

Responde las preguntas que vienen a continuación teniendo en cuenta que el elemento a emplear será el hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño del elemento a utilizar en el mallador de Abaqus será 0.55 m.

a) Flecha vertical (valor absoluto) en el punto B:

A: $3.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

B: $42.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

C: $42.1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

D: $3.1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

b) Máxima tensión de tracción en el modelo:

A: 0.09 MPa

B: -1.642 MPa

C: 0.393 MPa

D: 450.6 MPa

c) Mínima tensión de compresión en el centroide del elemento E1:

A: -0.113 MPa

B: 0.5 MPa

C: -1.47 MPa

D: 0.113 MPa

d) Tensión vertical en el punto D:

A: -283.5 kPa

B: -3048.4 kPa

C: -30.9 kPa

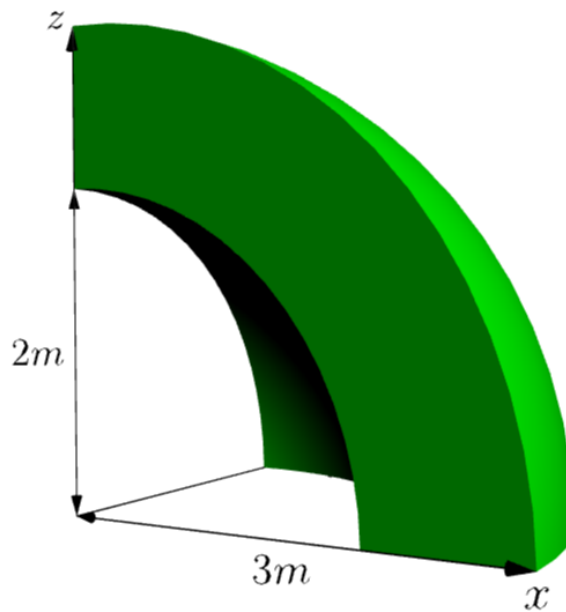
D: 117.9 kPa

5. Ejercicio 5

Se desea estudiar el comportamiento de una esfera de radio interior 2 m y radio exterior 3 m sometida a una presión uniforme interior de 10^4 Pa . El módulo de Young del material es $30 \cdot 10^9\text{ Pa}$ y el coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$. No se considerará el peso propio.

Para obtener los resultados se analizará un modelo formado por un octavo de la esfera teniendo en cuenta las simetrías del problema.

El elemento a usar será el elemento hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño de elemento a utilizar en el mallador de abaqus será 0.3 m . Para el mallado se utilizará el mallado de tipo estructurado con hexaedros.



a) Incremento del radio interior de la esfera.

A: $7.03 \cdot 10^{-7}\text{ m}$

B: $1.09 \cdot 10^{-6}\text{ m}$

C: $3.28 \cdot 10^{-5}\text{ m}$

D: $9.82 \cdot 10^{-5}\text{ m}$

b) Máxima tensión de tracción del modelo.

A: $4.89 \cdot 10^3\text{ Pa}$

B: $2.21 \cdot 10^5\text{ Pa}$

C: $1.01 \cdot 10^4\text{ Pa}$

D: $6.43 \cdot 10^5\text{ Pa}$

c) Cambio de espesor de la esfera (en valor absoluto).

A: $8.81 \cdot 10^{-7}\text{ m}$

B: $2.27 \cdot 10^{-7}\text{ m}$

C: $4.18 \cdot 10^{-6}\text{ m}$

D: $2.17 \cdot 10^{-6}\text{ m}$

d) Máxima tensión de Von Mises.

A: $8.25 \cdot 10^3\text{ Pa}$

B: $3.98 \cdot 10^5\text{ Pa}$

C: $6.15 \cdot 10^4\text{ Pa}$

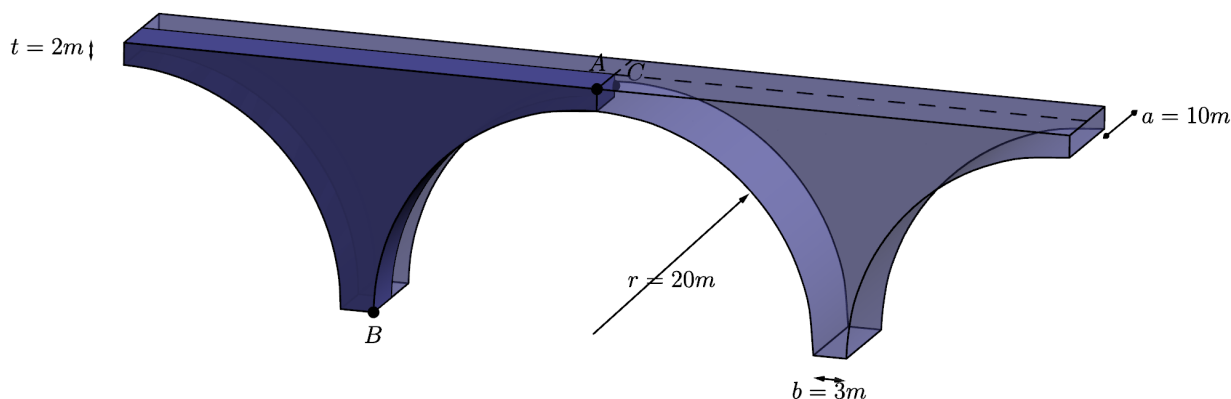
D: $1.76 \cdot 10^4\text{ Pa}$

6. Ejercicio 6

Un puente está formado por un tablero de espesor 2 m , ancho 10 m , un arco de medio punto central de radio 20 m , y dos medios arcos de medio punto laterales del mismo radio. El puente está empotrado en las dos bases indicadas en la figura de ancho 3 m y también está empotrado en los estribos. El módulo de Young del material es $2 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$, el coeficiente de Poisson es $\nu = 0.25$ y el peso específico del material es $\gamma = 25000\text{ N/m}^3$.

Se desea estudiar el comportamiento de este puente ante el peso propio del mismo para lo que se deberá preparar un modelo con abaqus de un cuarto del mismo teniendo en cuenta las simetrías del problema.

El elemento a usar será el elemento hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño de elemento a utilizar en el mallador de abaqus será 1.2 m .



6.1. Resultados

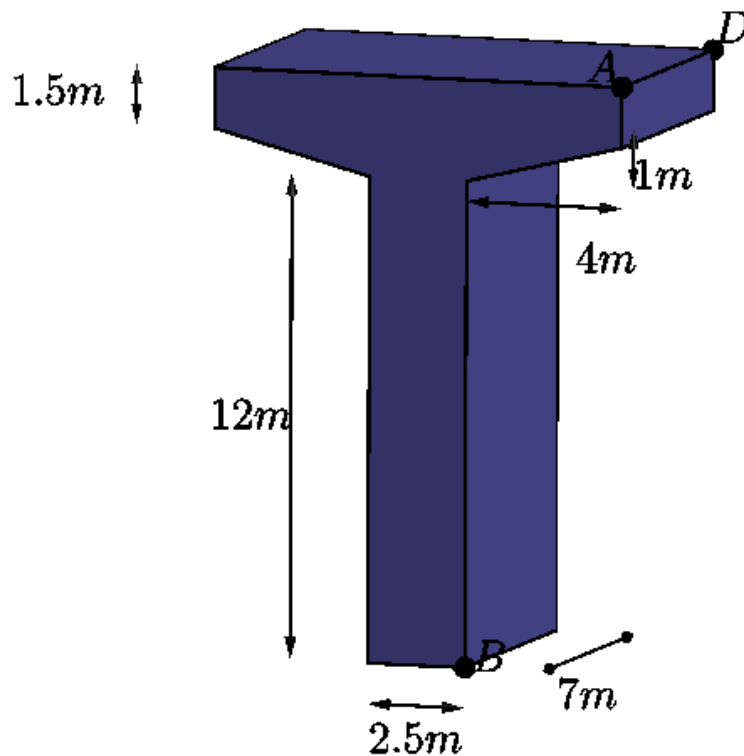
- Flecha vertical (positivo hacia abajo) en la superficie del tablero en un borde de la sección central del puente, punto A de la figura. 0.0032 m
- Tensión de compresión vertical en el arranque del arco central (medida en el punto correspondiente a la superficie frontal del puente, punto B de la figura). $-2.173 \cdot 10^6\text{ Pa}$
- Tensión longitudinal media en la superficie de la sección central del tablero. -922440 Pa
- Tensión cortante vertical en el centro de la sección central del tablero (punto C de la figura). -13391 Pa
- Máxima tensión de compresión (siendo la compresión negativa) en el modelo. $-3.241 \cdot 10^6\text{ Pa}$

7. Ejercicio 7

Un puente está formado por múltiples pilas de altura 12 m unidas entre sí mediante un tablero de canto variable. El espesor mínimo del tablero es 1.5 m y el ancho del puente es de 7 m. Para un estudio simplificado del efecto de un sismo sobre el puente se va a hacer un análisis considerando una pila y parte del tablero de forma simétrica. Las acciones a considerar van a ser el peso propio y una fuerza volumétrica distribuida en el sentido transversal del puente de valor 1000 N/m^3 actuando en el sentido de A a D . El puente está empotrado en las bases de las pilas. El módulo de Young del material es 30 GPa, el coeficiente de Poisson es $\nu = 0.2$ y el peso específico del material es $\gamma = 25000 \text{ N/m}^3$.

Se desea estudiar el comportamiento de este puente ante la combinación de las dos cargas mediante un modelo con abaqus que represente un módulo del mismo, tal como se refleja en la figura, teniendo en cuenta las simetrías del problema.

El elemento a usar será el elemento hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño de elemento a utilizar en el mallador de abaqus será 1. m.



7.1. Resultados

- Flecha vertical (positivo hacia abajo) en la superficie del tablero en el punto A de la figura. 0.000174 m
- Flecha vertical (positivo hacia abajo) en la superficie del tablero en el punto D de la figura. 0.000238 m
- Tensión de compresión vertical en la base de la pila del puente, punto B de la figura). $-3.907 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

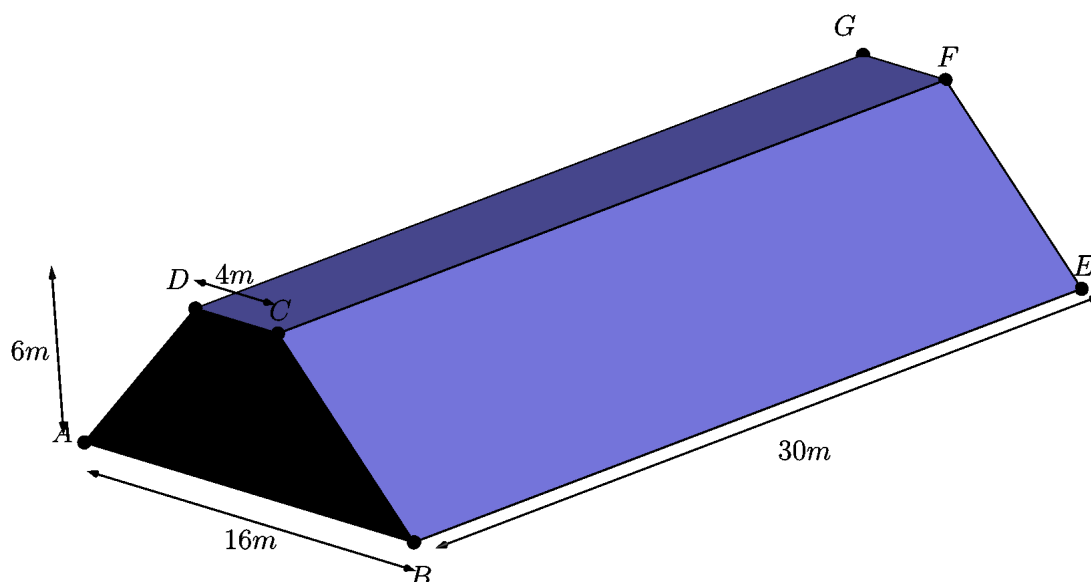
- Tensión de Von Mises en la base de la pila del puente, punto B de la figura). $3.607 \cdot 10^5$ Pa
- Movimiento horizontal del tablero (en valor absoluto) en la dirección transversal medido en el punto D de la figura. 0.000114 m
- Cual es movimiento horizontal del tablero (en valor absoluto) en la dirección transversal medido en el punto A de la figura. 0.000109 m
- Cual es la máxima tensión de tracción en el modelo. $1.81 \cdot 10^5$ Pa
- Máxima tensión de compresión en el modelo. $-7.025 \cdot 10^5$ Pa

8. Ejercicio 8

Un dique de hormigón tiene sección de trapecio simétrico. El ancho en la base es de 16 m, el ancho en la coronación 4 m y la altura del dique es de 6 m. La longitud del dique es de 30 m. Se va a hacer un estudio simplificado del efecto de un sismo sobre el dique. Las acciones a considerar van a ser el peso propio, una sobrecarga en la coronación, otra sobrecarga en uno de los taludes y una fuerza volumétrica distribuida actuando en el sentido de A a B (Ver figura). El valor de la sobrecarga en la coronación es de 3000 Pa, la sobrecarga (vertical) en el talud $BEFC$ es de 10000 Pa y la fuerza volumétrica transversal es 2000 N/m^3 actuando en el sentido de A a B . El módulo de Young del material es 30 GPa, el coeficiente de Poisson es $\nu = 0.2$ y el peso específico del material es $\gamma = 25000 \text{ N/m}^3$. El dique se considera fijo en todas direcciones en la base y en la sección $ABCD$.

Se desea estudiar el comportamiento del dique ante la combinación de las cargas antedichas mediante un modelo con abaqus.

El elemento a usar será el elemento hexaedro de 8 nodos con integración reducida C3D8R y el tamaño de elemento a utilizar en el mallador de abaqus será 1.8 m.



8.1. Resultados

- Flecha vertical (positivo hacia abajo) en el punto F de la figura del dique. $1.44 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
- Flecha vertical (positivo hacia abajo) en el punto G de la figura del dique. $1.25 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
- Tensión de compresión vertical en la base del dique en el punto B de la figura. $-2.98 \cdot 10^4 \text{ Pa}$
- Tensión de compresión vertical en la base del dique en el punto A de la figura. $-1.87 \cdot 10^4 \text{ Pa}$
- Movimiento horizontal del dique en la dirección transversal (según AB) medido en el punto F de la figura. $2.01 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

- Cual es movimiento horizontal del dique en la dirección transversal (según AB) medido en el punto G de la figura. $4.66 \cdot 10^{-6}$ m
- Máxima tensión de tracción en el modelo. $5.73 \cdot 10^4$ Pa
- Cual es la máxima tensión de compresión en el modelo. $-1.37 \cdot 10^5$ Pa