

Método de los Elementos Finitos

PRÁCTICA 5: Elasticidad lineal (elementos 2D).

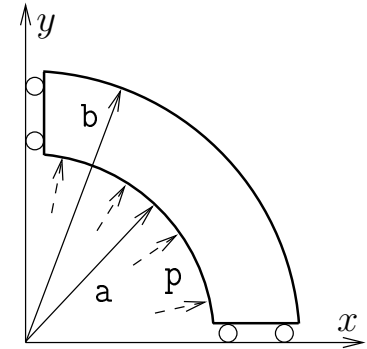
En esta práctica se analiza un tubo de sección circular y longitud indefinida, sometido a presión interna. Se emplea un modelo de deformación plana. Se comprobarán los resultados obtenidos en tensiones y desplazamientos con la solución teórica.

El fichero `Ic1lpst` contiene las instrucciones para generar una malla plana para un cuarto de corona circular. Esta geometría, con las condiciones de contorno adecuadas (ver figura) y en deformación plana, es apropiada para analizar el estado tensional de una sección cualquiera del tubo.

Las condiciones de contorno que hay que imponer vienen determinadas por la simetría de la sección y de las cargas: a) desplazamiento nulo en la dirección y para todos los puntos situados en el eje x y b) desplazamiento nulo en la dirección x para los puntos del eje y .

Los distintos parámetros del problema se definen mediante las variables:

- **a**: Radio interior del tubo;
- **b**: Radio exterior del tubo;
- **p**: Presión interna;
- **c**: Número de elementos en la dirección circunferencial;
- **r**: Número de elementos en la dirección radial (capas);



Nota: en problemas de deformación plana la carga distribuida se da por unidad de longitud transversal (dirección z)

Solución analítica. Las expresiones para la tensión radial σ_{rr} , circunferencial $\sigma_{\theta\theta}$ y longitudinal σ_{zz} son¹:

$$\sigma_{rr} = -p \frac{(b/r)^2 - 1}{(b/a)^2 - 1} \quad \sigma_{\theta\theta} = p \frac{(b/r)^2 + 1}{(b/a)^2 - 1} \quad \sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \nu p \frac{2}{(b/a)^2 - 1}$$

Puede observarse que σ_{rr} en la pared interior es igual a la presión, mientras que en la pared exterior es nula. También se observa que la tensión vertical es homogénea en la sección.

La expresión general del desplazamiento radial u_r es:

$$u_r = \frac{(1 + \nu)p}{E[(b/a)^2 - 1]} \left[(1 - 2\nu)r + \frac{b^2}{r} \right]$$

que particularizado en la pared interior ($r = a$) y en la exterior ($r = b$) para los datos de la práctica ($p = 300$ MPa, $a = 0,5$ m., $b = 1,0$ m., $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$) resulta:

$$u_r(r = a) = 1,3619 \text{ mm.}, \quad u_r(r = b) = 0,8667 \text{ mm.},$$

¹ver, p. ej. Y.C. Fung, Foundations of solid mechanics. Prentice-Hall, 1965