

## Método de los Elementos Finitos 23-24

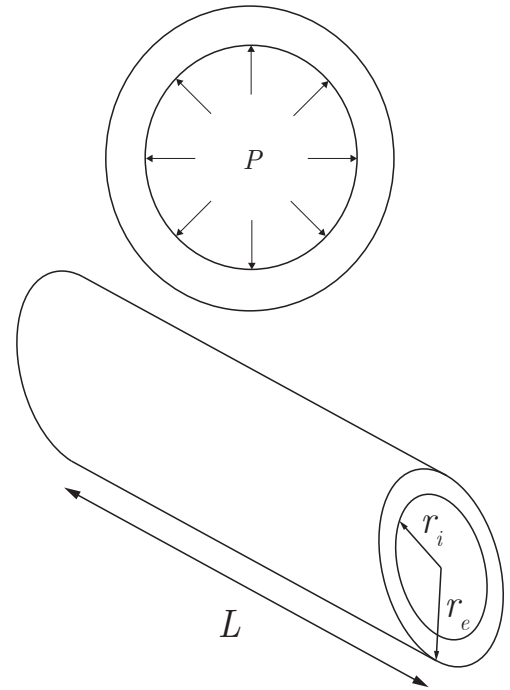
### PRÁCTICA 4: Elasticidad lineal (elementos 2D).

En esta práctica se analiza un tubo de sección circular, longitud indefinida,  $L$ , y sometido a presión interna, empleando para ello un modelo de deformación plana.

Los valores de los distintos parámetros que definen el problema son:

- $r_i$ : Radio interior del tubo = 0.5 m.
- $r_e$ : Radio exterior del tubo = 1.0 m.
- $P$ : Presión interna = 300 MPa.
- $E$ : Módulo de Young =  $2.1 \cdot 10^5$  MPa.
- $\nu$ : Coeficiente de Poisson 0.3.

La malla estará formada por elementos cuadriláteros lineales (CPE4) para deformación plana con tamaño aproximado de 0.1 m. Posteriormente, se realizará el cálculo utilizando esta vez cuadriláteros cuadráticos (CPE8). Se comprobarán los resultados obtenidos en tensiones y desplazamientos con la solución teórica.



Se pide medir la fuerza circunferencial que se ejerce en el tubo con elementos CPE8 (comprobar que da alrededor de 50 MN)

*Nota: en problemas de deformación plana la carga distribuida se da por unidad de longitud transversal (dirección  $z$ )*

**Solución analítica.** Las expresiones para la tensión radial  $\sigma_{rr}$ , circunferencial  $\sigma_{\theta\theta}$  y longitudinal  $\sigma_{zz}$  son<sup>1</sup>:

$$\sigma_{rr} = -P \frac{(r_e/r)^2 - 1}{(r_e/r_i)^2 - 1} \quad \sigma_{\theta\theta} = P \frac{(r_e/r)^2 + 1}{(r_e/r_i)^2 - 1} \quad \sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = \nu P \frac{2}{(r_e/r_i)^2 - 1}$$

Puede observarse que  $\sigma_{rr}$  en la pared interior es igual a la presión, mientras que en la pared exterior es nula. También se observa que la tensión vertical es homogénea en la sección.

La expresión general del desplazamiento radial  $u_r$  es:

$$u_r = \frac{(1 + \nu)P}{E[(r_e/r_i)^2 - 1]} \left[ (1 - 2\nu)r + \frac{r_e^2}{r} \right]$$

que particularizado en la pared interior ( $r = r_i$ ) y en la exterior ( $r = r_e$ ) para los datos de la práctica ( $P = 300$  MPa,  $r_i = 0.5$  m.,  $r_e = 1.0$  m.,  $E = 2.1 \cdot 10^5$  MPa,  $\nu = 0.3$ ) resulta:

$$u_r(r = r_i) = 1.3619 \text{ mm.}, \quad u_r(r = r_e) = 0.8667 \text{ mm.},$$

<sup>1</sup>ver, p. ej. Y.C. Fung, Foundations of solid mechanics. Prentice-Hall, 1965