



IDENTIFICAREA SISTEMELOR

Proiect

Identificarea unui sistem de ordin II utilizand metode neparametrice, metode parametrice și estimarea raspunsului in frecventa

Facultatea de Automatica si Calculatoare

Specializare: Ingineria Sistemelor

Anul III, Semestrul I

Student: Penciu Andreea-Adelina

Grupa: 30133/2

Profesor coordonator: Prof. Dr. Ing. Petru Dobra

Cuprins

1. Interpretarea datelor masurate.....	3
2. Identificarea neparametrica a sistemului de ordin II fara zero.....	5
• Simularea sistemului obtinut dupa identificare.....	10
• Validarea corectitudinii prin analiza erorilor.....	11
3. Estimarea raspunsului in frecventa al sistemului.....	12
• Estimarea Diagramei Bode a sistemului de ordin II fara zero	12
○ Modulul si faza la rezonanta.....	13
○ Modulul si faza la frecvente joase.....	14
○ Modulul si faza la frecvente medii.....	16
○ Modulul si faza la frecvente inalte.....	18
• Determinarea pantei finale.....	20
4. Identificarea sistemului prin metode parametrice	21
• Validarea autocorelatiei si intercorelatiei pentru sistemul de ordin II fara zero (y1)	
○ Validarea autocorelatiei prin metoda ARMAX	21
○ Validarea intercorelatiei prin metoda OE	26
• Validarea autocorelatiei si intercorelatiei pentru sistemul de ordin II cu zero (y2)	
○ Validarea autocorelatiei prin metoda ARMAX	30
○ Validarea intercorelatiei prin metoda IV	32
○ Validarea autocorelatiei si intercorelatiei prin metoda N4SID aplicata pe modelul obtinut prin metoda IV	34

1. Interpretarea datelor masurate

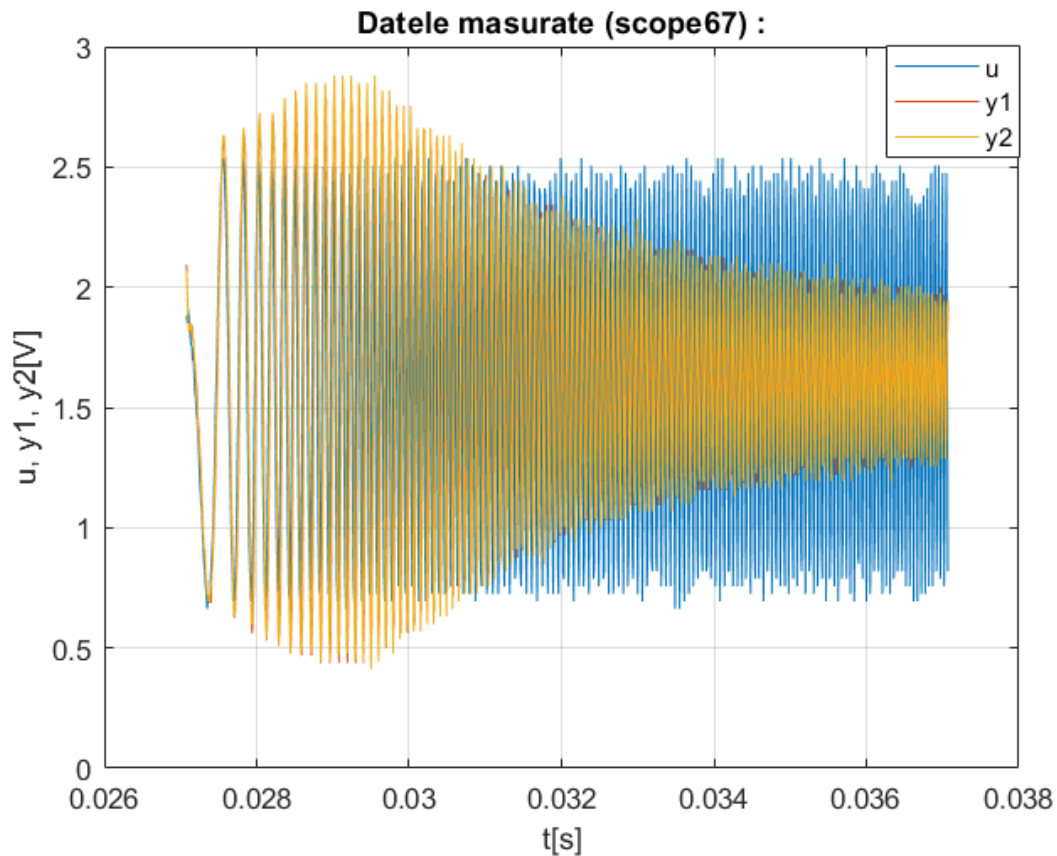


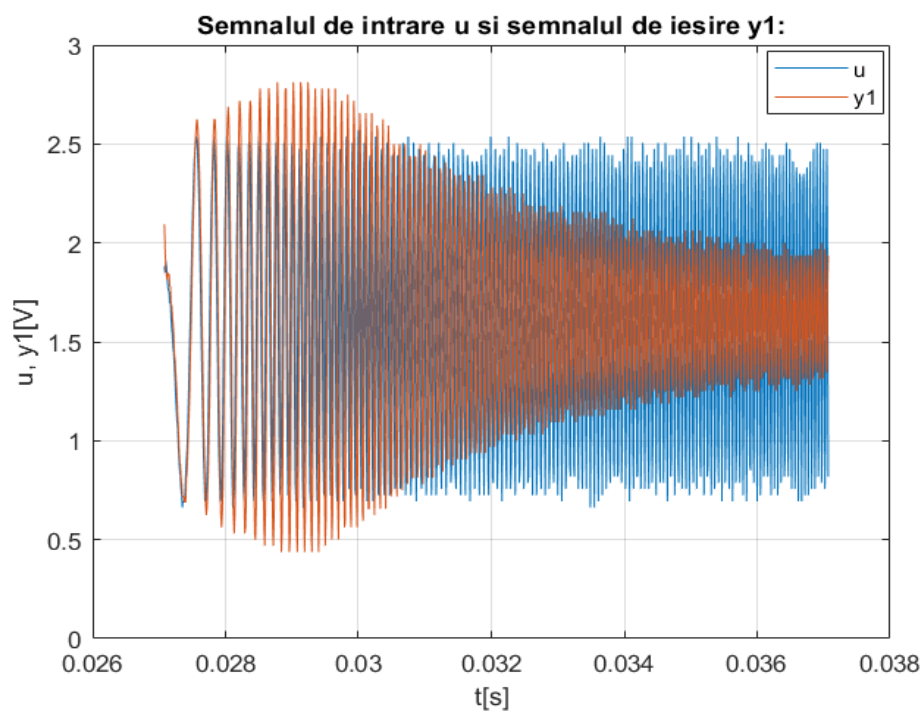
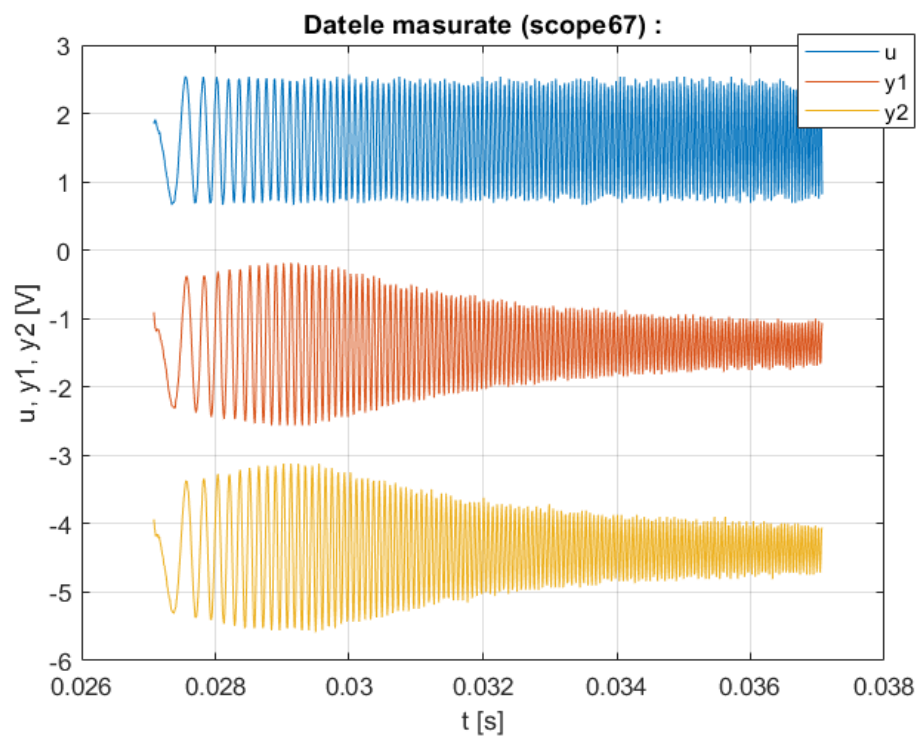
Fig. 1

Datele achizitionate de pe osciloscop, stocate in fisierul 'scope67', includ trei semnale: semnalul de intrare u , care este comun pentru doua semnale de iesire, notate cu $y1$ și $y2$.

- **Semnalul $y1$:** Este de gradul II si nu prezinta zerouri.
- **Semnalul $y2$:** Este tot de gradul II, dar contine un zero.

In ambele semnale, se poate observa cu usurinta prezenta unor oscilatii cu amplitudini ridicate. Acest fenomen se numeste rezonanta si apare atunci cand frecventa semnalului de intrare u se apropie de o frecventa proprie a sistemului.

Proiectul in discutie se va baza pe cele trei semnale achizitionate anterior, care vor servi drept sursa principala de date experimentale pentru analiza proceselor propuse. Ca platforma de implementare și suport, vom utiliza MATLAB.



2. Identificarea neparametrica a semnalului y1 pe baza fenomenului de rezonanta

Semnalul y1, preluat din setul de date experimentale, este cunoscut ca fiind de gradul II si fara zerouri. Prin urmare, functia sa de transfer are forma generala corespunzatoare unui sistem de gradul II fara zerouri. Prima parte a proiectului vizeaza determinarea experimentală a functiei de transfer pe baza datelor semnalului.

$$H(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad 0 \leq \zeta < 1 \quad (1)$$

unde:

- K - factor de proportionalitate
- ζ - factor de amortizare
- ω_n - pulsatie naturala [rad/sec]

Exploatand fenomenul de rezonanta care se manifesta atunci cand sistemul ajunge la modul maxim, vom determina valoarea acestuia ca fiind raportul dintre valoarea varf la varf a semnalului de iesire si valoarea varf la varf a semnalului de intrare.

$$M_r = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{U_{max} - U_{min}} \quad (2)$$

Vom utiliza patru indici din regiunea de rezonanta a semnalului y1 alesi astfel:

- un minim si un maxim pentru semnalul de intrare u
- un minim si un maxim pentru semnalul de iesire y1

$$\bullet t_{y1max} = 217$$

$$\bullet t_{umax} = 215$$

$$\bullet t_{y1min} = 223$$

$$\bullet t_{umin} = 221$$

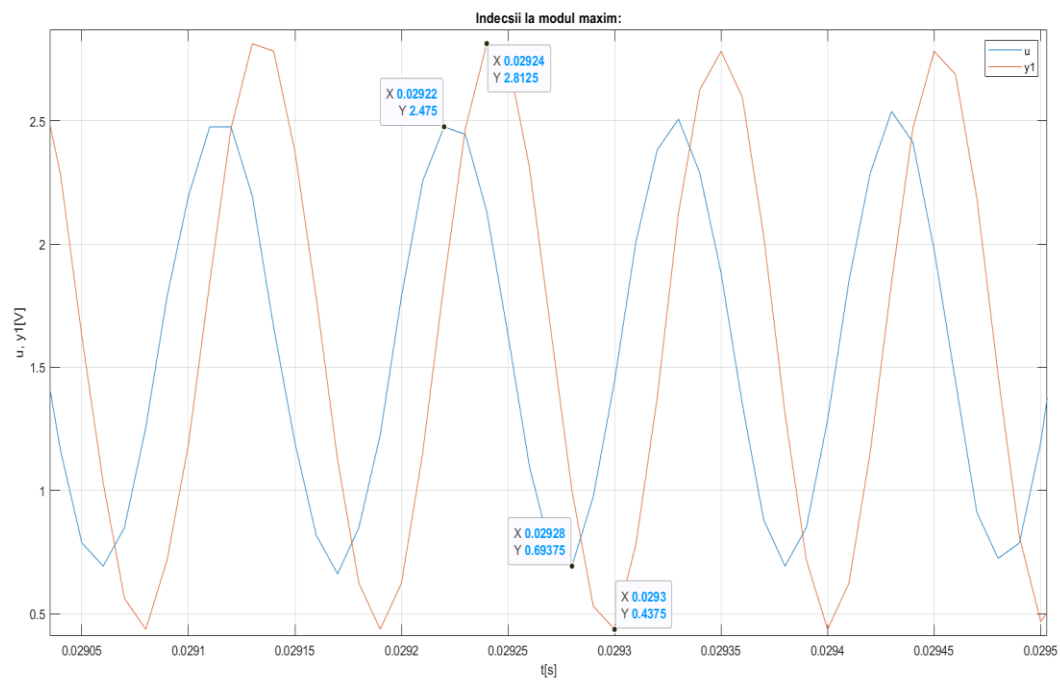


Fig. 4

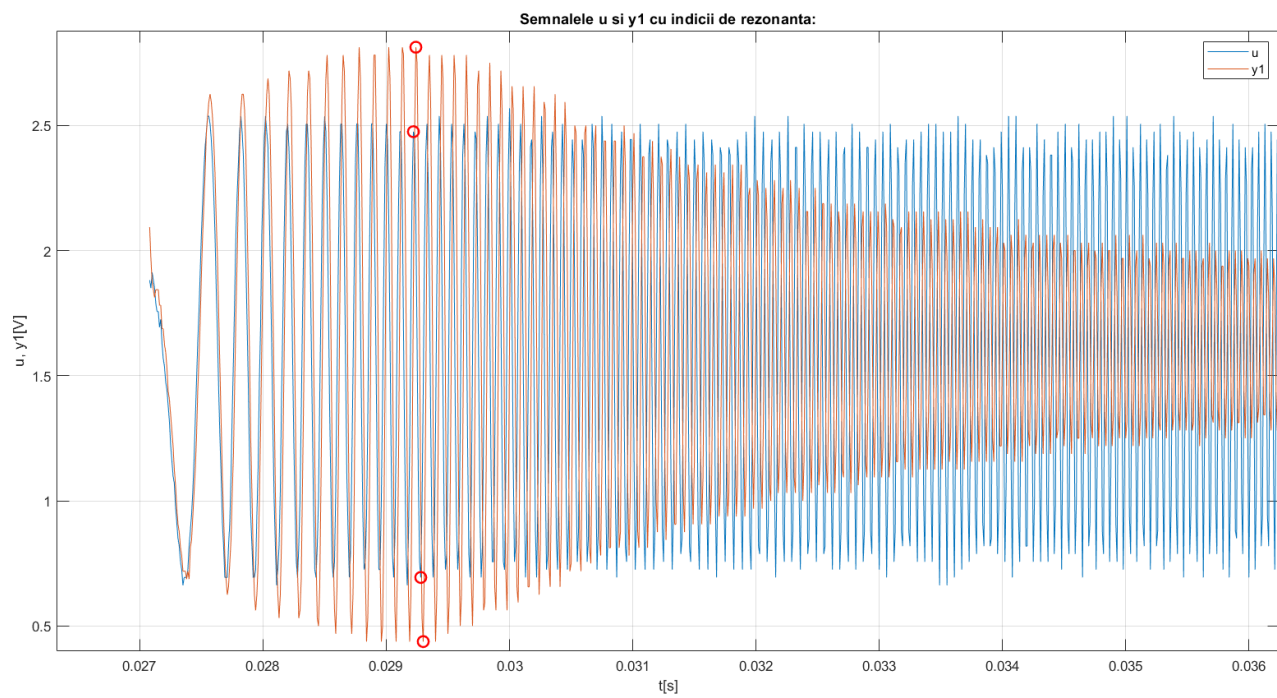


Fig. 5

Astfel, formula (2) devine:

$$M_r = \frac{y1(t_{y1max}) - y1(t_{y1min})}{u(t_{umax}) - u(t_{umin})} \quad (3)$$

In urma calculelor rezulta ca valoarea modulului la rezonanta este:

$$M_r = 1.333$$

Pe de alta parte, deoarece modulul depinde in mod exclusiv de factorul de amortizare, ζ , il putem determina cu ajutorul formulei (5) :

$$M_r = \frac{1}{2 \cdot \zeta \sqrt{1 + 2 \cdot \zeta^2}} \quad (4)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{4 - \frac{4}{M_r^2}}} \quad (5)$$

Inlocuind cu valori:

$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{4 - \frac{4}{1.333^2}}}$$

ne rezulta factorul de amortizare avand valoarea:

$$\zeta = 0.4114 < 0.7 \text{ (valoarea pana la care apare rezonanta)}$$

Pentru a determina pulsatiile de rezonanta, utilizam formula generala (6)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (6)$$

unde $T = T_r$ - perioada de rezonanta calculata intre doua maxime consecutive:

$$T_r = t(y_{max2}) - t(y_{max1}) \quad (7)$$

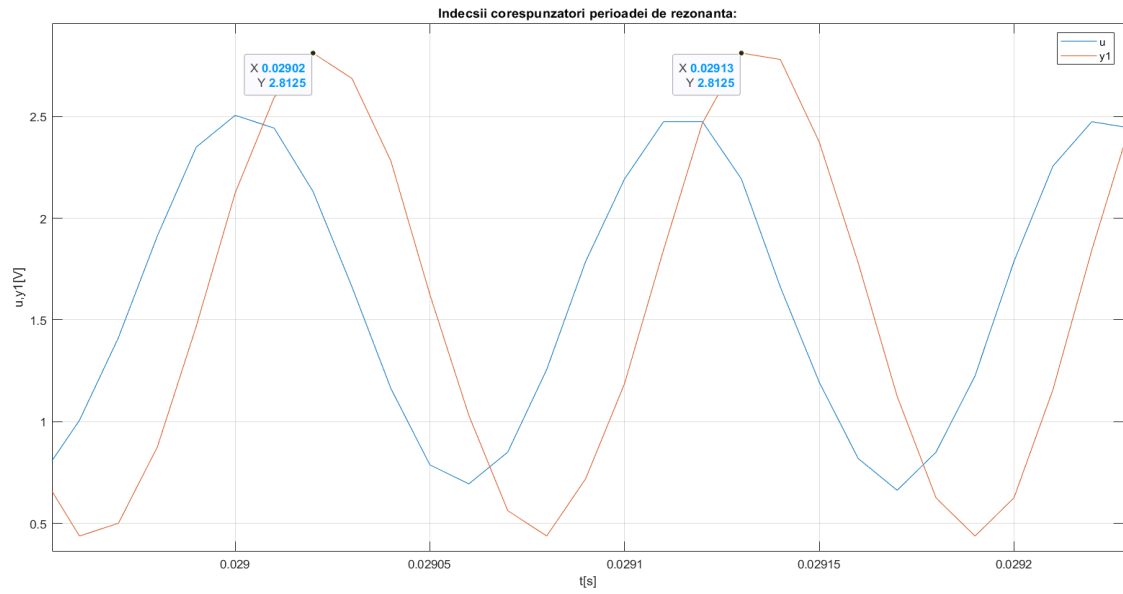


Fig. 6

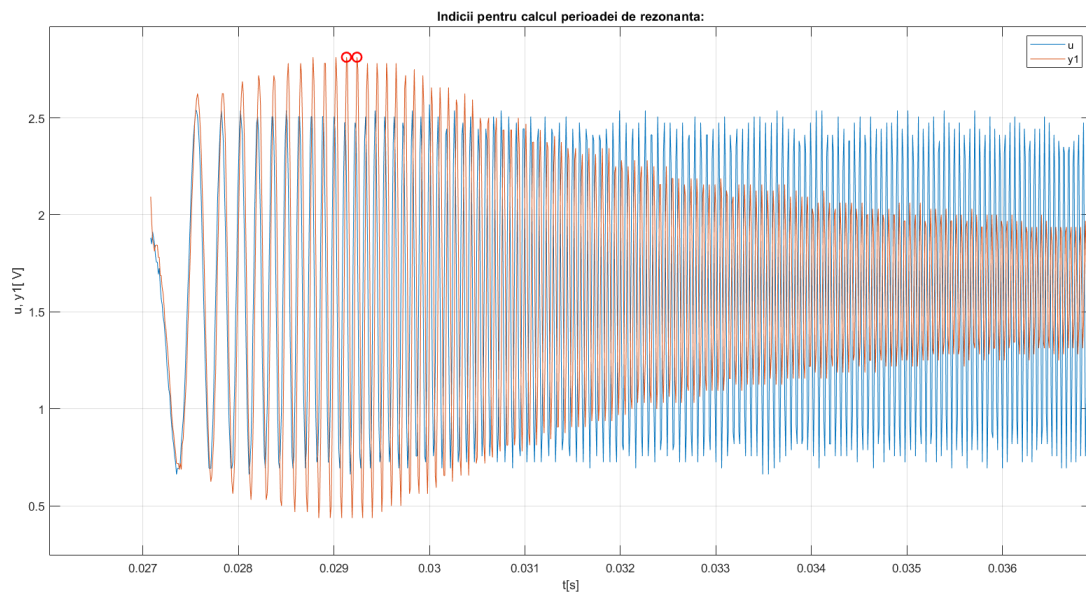


Fig.7

Inlocuind cu indicii obtinuti, ne rezulta:

$$\left. \begin{array}{l} y_{max2}=217 \\ y_{max1}=206 \end{array} \right\} \Rightarrow T_r = t(217) - t(206) = 1.1e-04 [s]$$

Astfel, avand perioada putem calcula pulsatia de rezonanta:

$$\omega_r = \frac{2\pi}{T_r} = \frac{2\pi}{1.1e-4} = 5.7120e+04 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Legatura dintre pulsatia de rezonanta si pulsatia naturala este data de formula (8) :

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (8)$$

$$\omega_n = \frac{\omega_r}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}} \quad (9)$$

Deci, il putem determina cu usurinta pe ω_n :

$$\omega_n = 7.0233e+04 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

In final, pentru a determina factorul de proportionalitate, il exprimam ca raportul dintre valoarea medie a semnalului de ieșire (y_1) și valoarea medie a semnalului de intrare (u).

$$K = \frac{Y_{stationar}}{U_{stationar}} = \frac{Y_{mediu}}{U_{mediu}} \quad (10)$$

$$K = \frac{\text{mean}(y_1)}{\text{mean}(u)} = 1.0119$$

Inlocuind toate valorile obtinute in formula generala (1), se obtine functia de transfer a sistemului:

$$H(s) = \frac{4.991e09}{s^2 + 5.779e04s + 4.933e09}$$

Avand in vedere faptul ca functia de transfer impune conditii initiale nule, devine evident ca trebuie sa reprezentam functia in spatiul starilor in care vom considera drept conditii initiale prima valoare a semnalului y_1 și derivata acesteia.

Matricile asociate sunt:

Matricea de stare:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{pmatrix}$$

Matricea de intrare:

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ K\omega_n^2 \end{pmatrix}$$

Matricea de iesire:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Transferul instantaneu intrare – iesire

$$D = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

Folosind functia `lsim` din Matlab, care primeste ca si parametri matricile A, B, C, D, intrarea u, timpul t, dar si conditiile initiale, se determina $y_{1\text{calculat}}$ si se afiseaza pe acelasi grafic cu semnalul initial y_1 , utilizand urmatoarea secventa de cod:

```
 $y_{1\text{calculat}} = \text{lsim}(A, B, C, D, u, t, [y_1(1), (y_1(2) - y_1(1)) / (t(2) - t(1))]);$   
 $\text{plot}(t, [y_1, y_{1\text{calculat}}])$ 
```

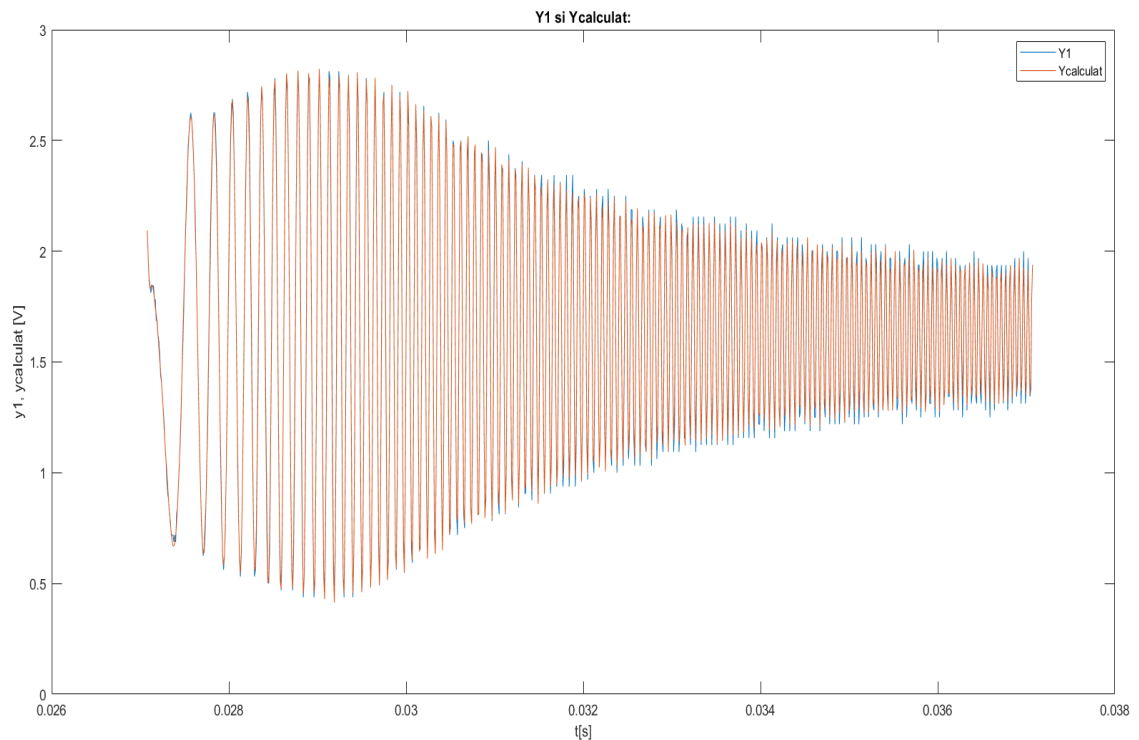


Fig. 8

Validarea corectitudinii prin analiza erorilor

1. Eroarea medie patratica:

$$J = \frac{\|y - y_M\|}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (y - y_M)^2} \quad (11)$$

2. Eroarea medie patratica normalizata:

$$\varepsilon_{mpn} = \frac{\|y - y_M\|}{\|y - \bar{y}\|} \quad (12)$$

In cazul de fata, valorile acestor doua erori sunt:

$$\Rightarrow \begin{cases} J = 0.0311\% \\ \varepsilon_{MPN} = 0.0567\% \end{cases}$$

Comparam suprapunerea semnalului calculat cu semnalul initial y_1 și constatam ca eroarea ramane consistenta cu valoarea determinata analitic.

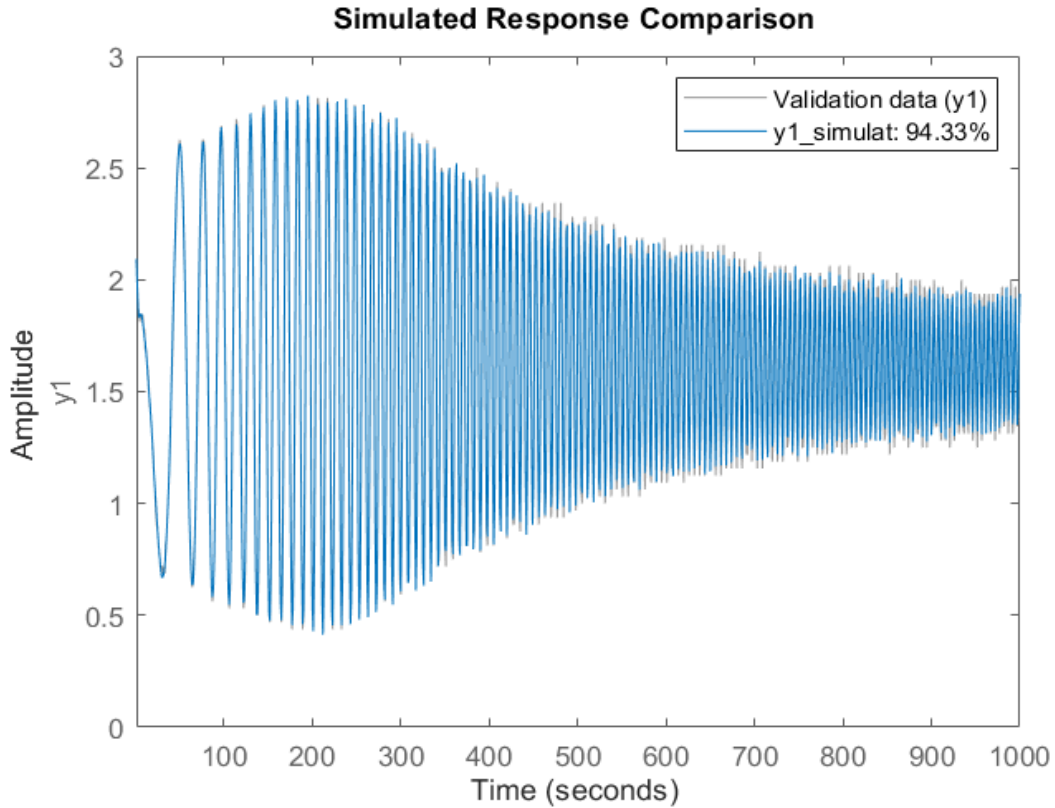


Fig. 9

3. Estimarea raspunsului in frecventa al sistemului utilizand datele masurate

- Estimarea Diagramei Bode a unui sistem de ordin II fara zero

Pentru reprezentarea raspunsului in frecventa al semnalului y_1 bazandu-ne pe datele experimentale, vom construi caracteristica de modul și caracteristica de faza conform diagramei Bode:

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\angle H(j\omega)} \quad (13)$$

Caracteristica de modul este o diagrama in care:

- axa Ox indica pulsatia (radiani pe secunda), folosind o scala logaritmica
- axa Oy indica modulul functiei de transfer $H(j\omega)$, exprimat in decibeli (dB).

Caracteristica de faza este o diagrama in care:

- axa Ox indica pulsatia (radiani pe secunda), folosind o scala logaritmica
- axa Oy indica faza functiei de transfer $H(j\omega)$, exprimata în grade.

Obiectivul este sa obtinem o reprezentare cat mai apropiata de rezultatul functiei bode() din Matlab.

Cum vom proceda?

Vom selecta indici din diferite zone ale semnalului pentru a determina puncte pe diagrama modulului si a fazei. Succesiunea punctelor obtinute va genera:

- O dreapta care descrie caracteristica de modul
- O dreapta care descrie caracteristica de faza

Evaluarea potrivirii

Pentru a evalua cat de bine se potrivesc aceste doua drepte cu rezultatele functiei bode() aplicata sistemului identificat neparametric, vom utiliza informatiile functiei de transfer pe care am dedus-o in prima parte a proiectului. Astfel, vom imparti semnalul in 4 zone de interes, dupa cum urmeaza:

- a) Modul si faza la rezonanta
- b) Modul si faza la frecvente mici
- c) Modul si faza la frecvente medii
- d) Modul si faza la frecvente inalte

a) Modulul si faza la rezonanta

Prin identificarea neparametrica a semnalului y_1 , modulul și pulsatia de rezonanta au fost deja calculate.

$$M = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{U_{max} - U_{min}}$$

$$M_r = 1.333 \Rightarrow M_r^{dB} = 20 \cdot \log_{10}(1.333) = 2.4966 \text{ dB}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_r = 5.7120e+04 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Pentru a afla faza la rezonanta, ne folosim de formula (14) in care $\omega = \omega_r$, iar Δt este distanta in timp dintre maximul intrarii si maximul iesirii sau dintre minimul intrarii si minimul iesirii:

$$Ph = \omega \cdot \Delta t [\text{rad}], \text{ unde } \Delta t = t_{umax} - t_{ymax} \quad (14)$$

$$Ph_{grade} = Ph \cdot \frac{180}{\pi} [^\circ]$$

$$Ph_r = \omega_r \cdot (t_{215} - t_{217}) = -65.4545^\circ$$

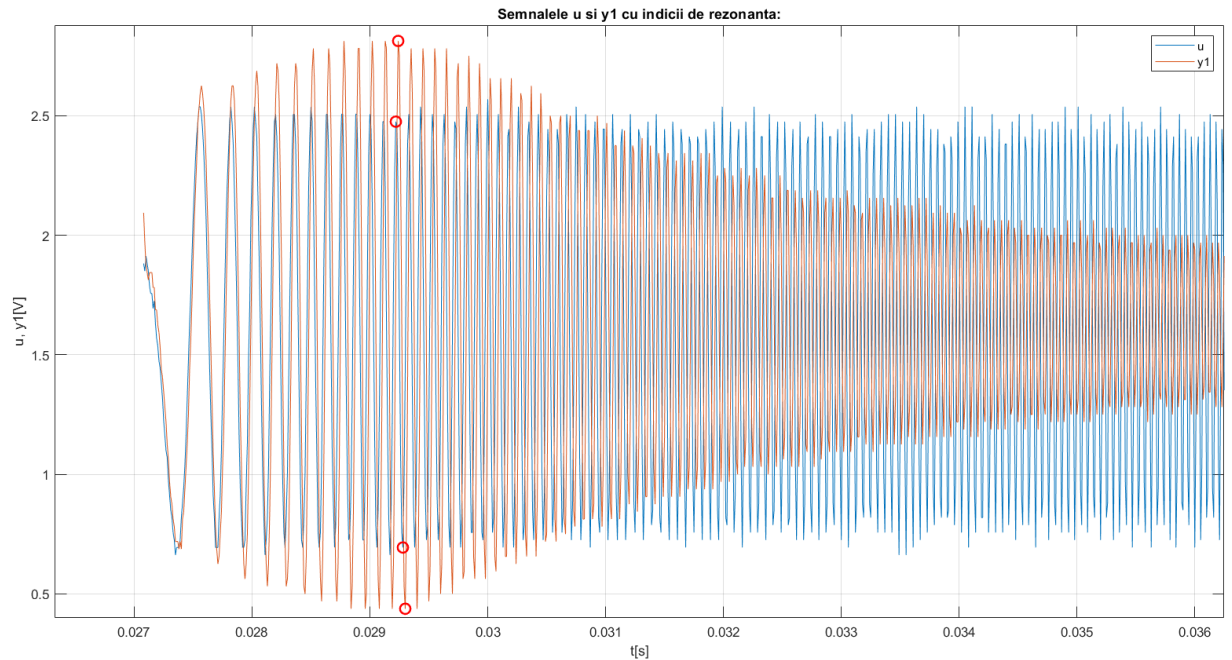


Fig. 10

Obținem astfel un punct pe diagrama de modul și un punct pe diagrama de faza:

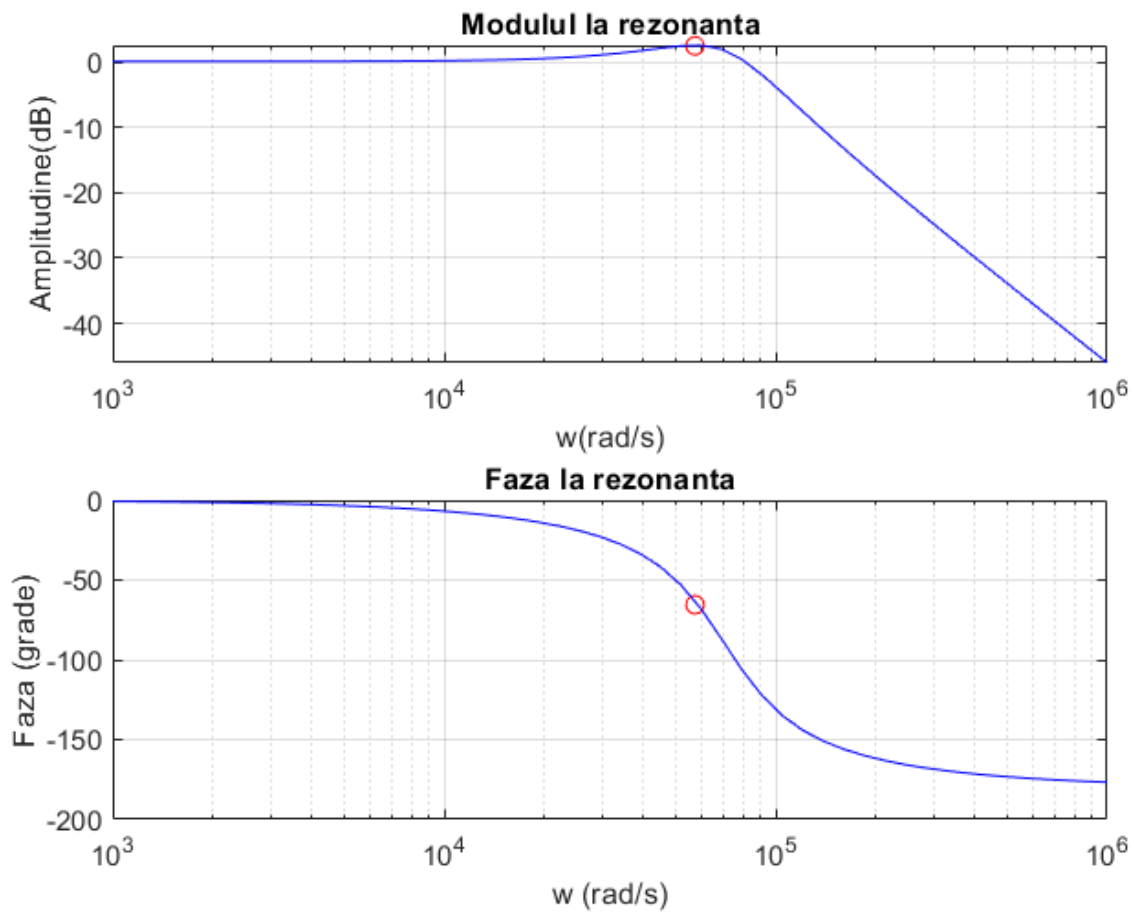


Fig. 11

b) Modulul si faza in zona frecventelor joase

Pentru frecvente joase am calculat 4 valori folosind formulele anterioare si urmatoorii indici:

- pentru semnalul de intrare u , primii 5 indici corespunzatori primelor 5 valori minime si maxime, sunt:

Umin1	Umax1	Umin2	Umax2	Umin3
28	49	63	75	85

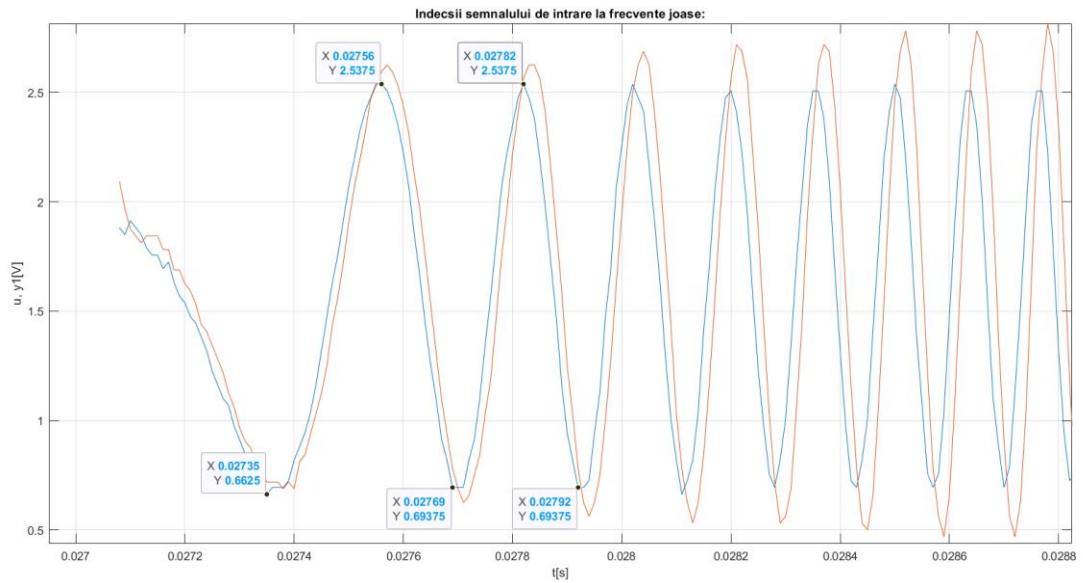


Fig. 12

- pentru semnalul de iesire y1, primii 5 indici corespunzatori primelor 5 valori minime si maxime, sunt:

Ymin1	Ymax1	Ymin2	Ymax2	Ymin3
33	50	64	76	87

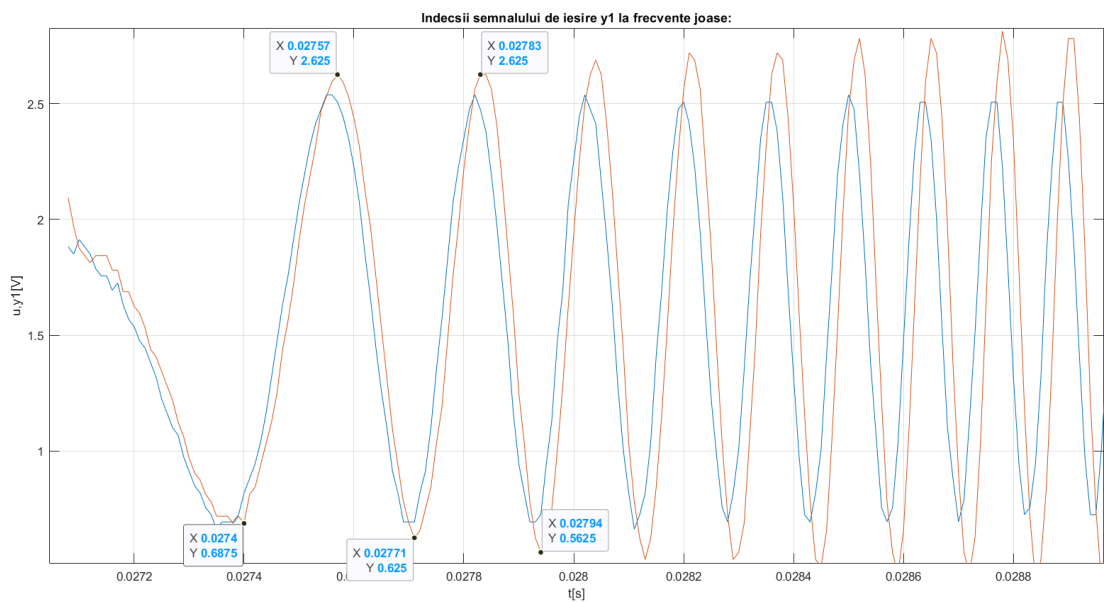


Fig. 13

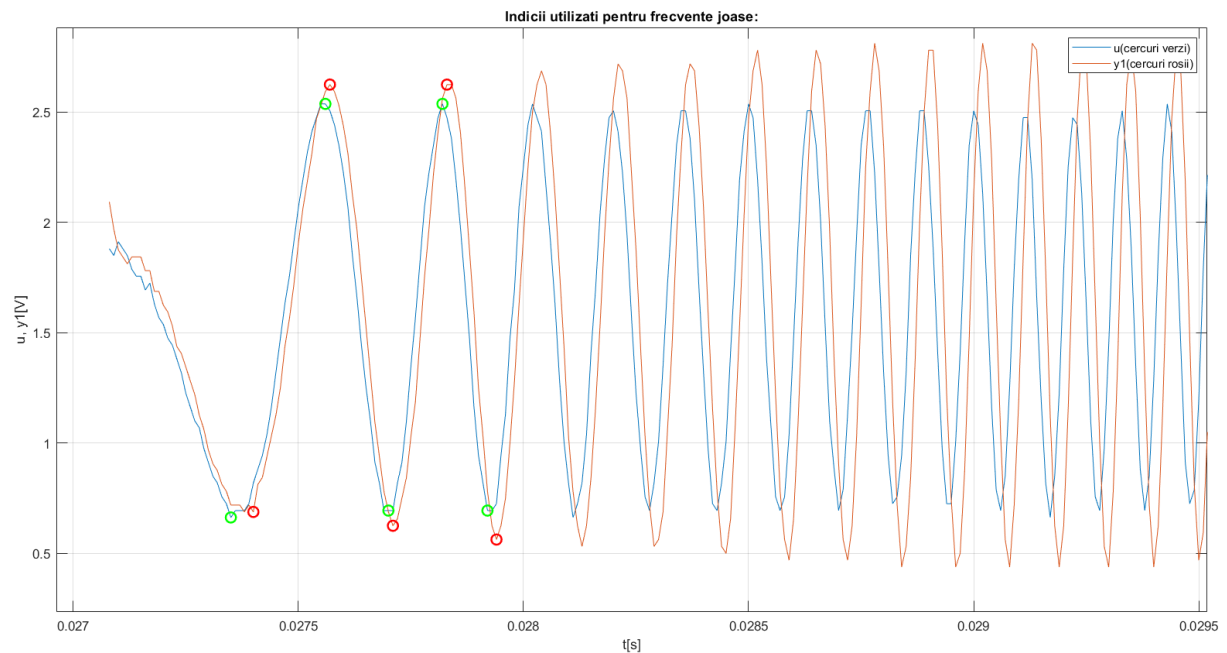


Fig. 14

c) Modulul si faza in zona frecventelor medii

Vom selecta indici din zona frecvențelor medii pentru analiza semnalului astfel: unul in stanga rezonantei si unul imediat dupa aceasta. Astfel, impreuna cu punctul corespunzator rezonantei, vor rezulta alte 3 puncte relevante, care vor fi utilizate pentru a caracteriza semnalul y1 in aceasta zona.

- Indicii pentru punctul din stanga rezonantei:

Umax1	Umin1	Ymax1	Ymin1
143	150	145	152

- Indicii pentru punctul din dreapta rezonantei:

Umax2	Umin2	Ymax2	Ymax2
226	231	228	233

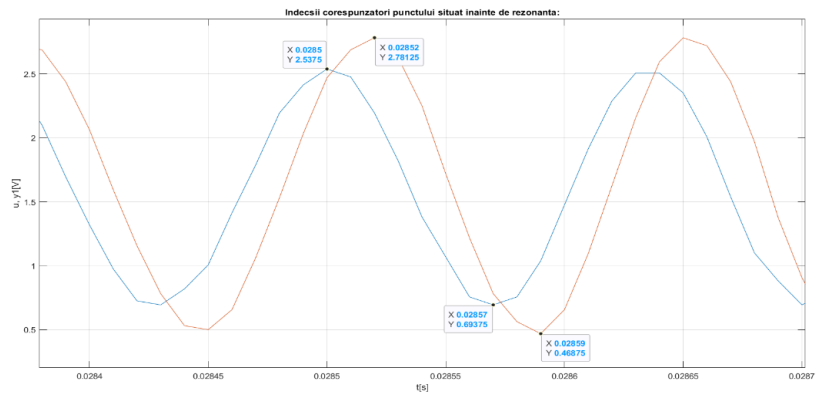


Fig. 15

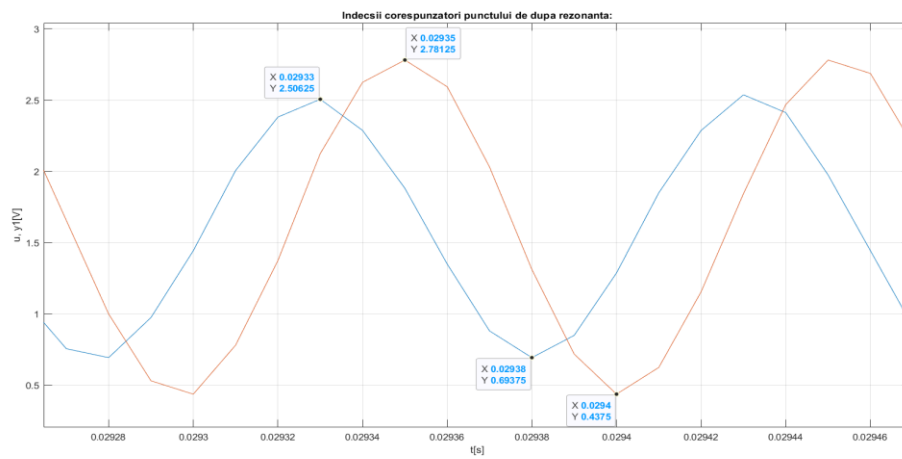


Fig. 16

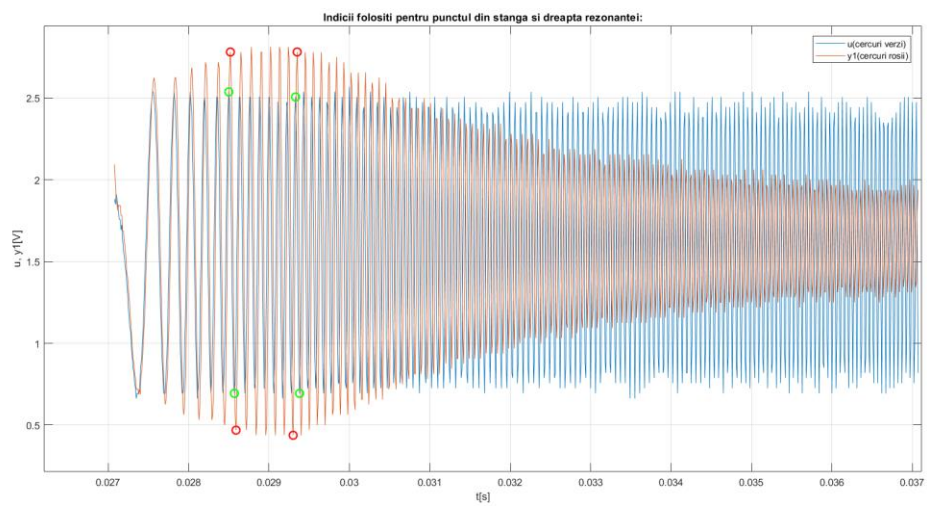


Fig. 17

d) Modulul si faza in zona frecventelor inalte

- Pentru punctul 7:

Umax7	Umin7	Ymax7	Ymin7
336	340	338	342

- Pentru punctul 8:

Umax8	Umin8	Ymax8	Ymin8
704	707	706	709

- Pentru punctul 9:

Umax9	Umin9	Ymax9	Ymin9
988	990	990	992

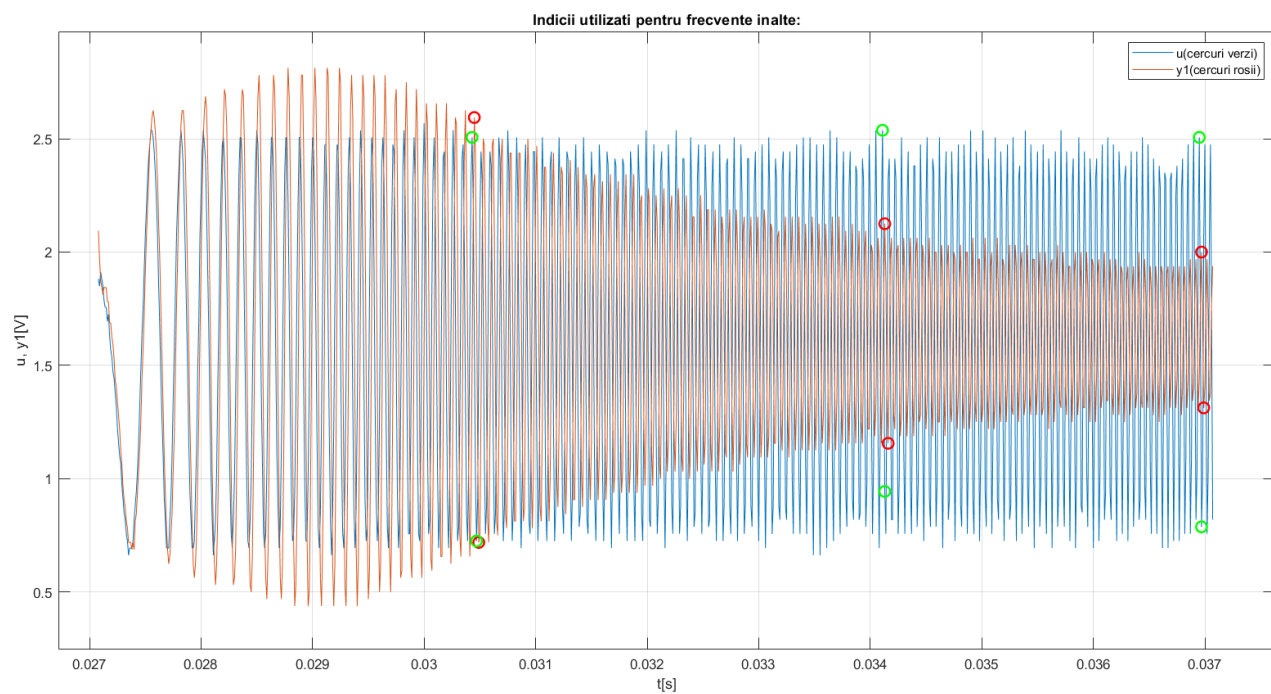


Fig. 18

În urma tuturor calculelor, se obțin următoarele valori:

$\omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$	M	M (dB)	$faza [^\circ]$
$\omega_1 = 1.8480e + 04$	$M_1 = 1.0333$	$M_1 = 0.2848$	$ph_1 = -10.5882$
$\omega_2 = 2.2440e + 04$	$M_2 = 1.0847$	$M_2 = 0.7066$	$ph_2 = -12.8571$
$\omega_3 = 2.6180e + 04$	$M_3 = 1.0847$	$M_3 = 0.7066$	$ph_3 = -15.0000$
$\omega_4 = 2.8560e + 04$	$M_4 = 1.1186$	$M_4 = 0.9738$	$ph_4 = -16.3636$
$\omega_5 = 4.4880e + 04$	$M_5 = 1.2542$	$M_5 = 1.9676$	$ph_5 = -51.4286$
$\omega_r = 5.7120e + 04$	$M_r = 1.3333$	$M_r = 2.4988$	$ph_r = -65.4545$
$\omega_6 = 6.2832e + 04$	$M_6 = 1.2931$	$M_6 = 2.2327$	$ph_6 = -72.0000$
$\omega_7 = 7.8540e + 04$	$M_7 = 1.0526$	$M_7 = 0.4455$	$ph_7 = -90.0000$
$\omega_8 = 1.0472e + 05$	$M_8 = 0.5439$	$M_8 = -5.2903$	$ph_8 = -120.0000$
$\omega_9 = 1.5708e + 05$	$M_9 = 0.4000$	$M_9 = -7.9588$	$ph_9 = -180.0000$

Folosind următoarea secvență de cod, putem compara rezultatele funcției bode() cu valorile obținute prin calcul:

```
w=logspace(3,6);
[num,den]=tfdata(H, 'v');
[M,Ph]=bode(num, den, w);

modul=[M1, M2, M3, M4, M5, Mr, M6, M7, M8, M9];
pulsatie=[w1, w2, w3, w4, w5, wr, w6, w7, w8, w9];
faza=[ph1, ph2, ph3, ph4, ph5, phr, ph6, ph7, ph8, ph9];

subplot(211);
semilogx(w, 20*log10(M), pulsatie, 20*log10(modul), "x");
grid on; ylabel('Amplitudine(dB)'); xlabel("Pulsatie(rad/s)");
title('Caracteristica de modul:'); hold on;

subplot(212);
semilogx(w, Ph); hold on;
semilogx(pulsatie, faza, "x");
grid on; ylabel('Faza(grade)'); xlabel("Pulsatie(rad/s)");
title('Caracteristica de faza:');
```

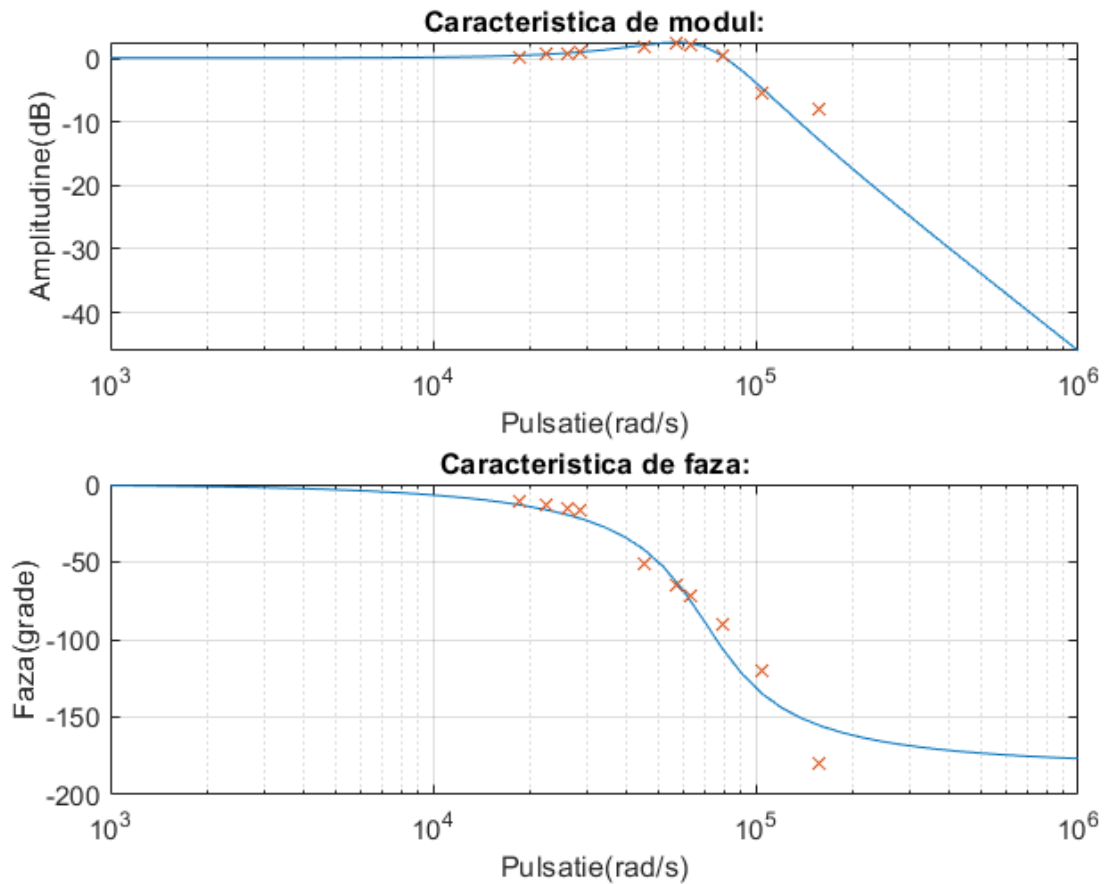


Fig. 19

- **Determinarea pantei finale din Diagrama Bode**

Sistemul y_1 este de ordinul II și nu conține niciun zero, excesul polilor față de zerouri fiind egal cu 2, ceea ce indică o pantă teoretică finală de -40 dB/dec în Diagrama Bode.

Pentru a verifica acest lucru în mod experimental, vom selecta două puncte din zona frecvențelor înalte cu ajutorul cărora calculăm valoarea pantei astfel:

$$Panta = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{M_8}{M_7} \right) \cdot 10 \cdot \frac{\omega_7}{\omega_8} = -43.0184^\circ$$

$$M_7 = 1.0526 \quad \omega_7 = 7.8540e + 04 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$M_8 = 0.5439 \quad \omega_8 = 1.0472e + 05 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Diferența dintre valoarea teoretică și valoarea obținută practic, se datorează erorilor și zgomotelor apărute în timpul procesului de măsurare.

4. Identificarea sistemului prin metode parametrice

I. Validarea autocorelatiei si intercorelatiei sistemului de ordin II fara zero (y1)

1. Validarea autocorelatiei prin metoda ARMAX

Metoda celor mai mici patrate extinsa (MCMMPPE) este o metoda recursiva, bazata pe un criteriu patratice de minimizare. Identificarea consta in estimarea coeficientilor polinoamelor A, B si C.

Parametrii de structura ai sistemului sunt:

- n_A – gradul polinomului A (numarul de poli)
- n_B - gradul polinomului B (numarul de zerouri)
- n_C – gradul polinomului C (zgomot)
- n_d - numarul tactilor de intarziere (timp mort)

Modelul discret de tip proces + perturbatie corespunzator metodei ARMAX este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z)$$

Structura este prezentata in figura 20:

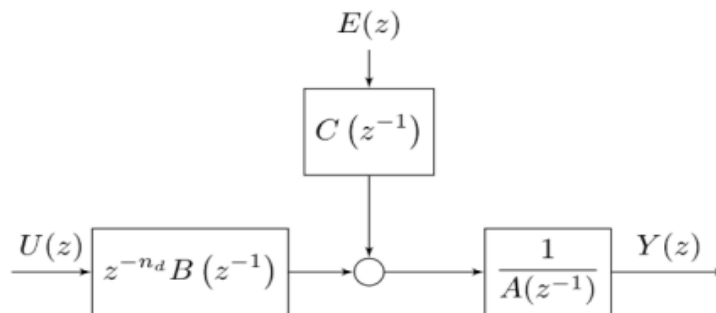


Fig. 20

Am ales coeficientii $[n_A, n_B, n_C, n_d] = [2, 2, 2, 0]$ si am obtinut urmatoarele :

- **Modelul matematic identificat al sistemului:**

Discrete-time ARMAX model: $A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t)$

$$A(z) = 1 - 1.216z^{-1} + 0.5574z^{-2}$$

$$B(z) = 0.03109 + 0.3138z^{-1}$$

$$C(z) = 1 - 0.905z^{-1} + 0.3242z^{-2}$$

- Funcția de transfer determinista in discret:

$$H(z) = \frac{0.03109 z^2 + 0.3138z}{z^2 - 1.216z + 0.5574}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0.03109 + 0.3138z^{-1}}{1 - 1.216z^{-1} + 0.5574z^{-2}}$$

- Funcția de transfer determinista in continuu:

$$H(s) = \frac{0.03109s^2 + 2.583e04s + 4.735e09}{s^2 + 5.846e04s + 4.684e09}$$

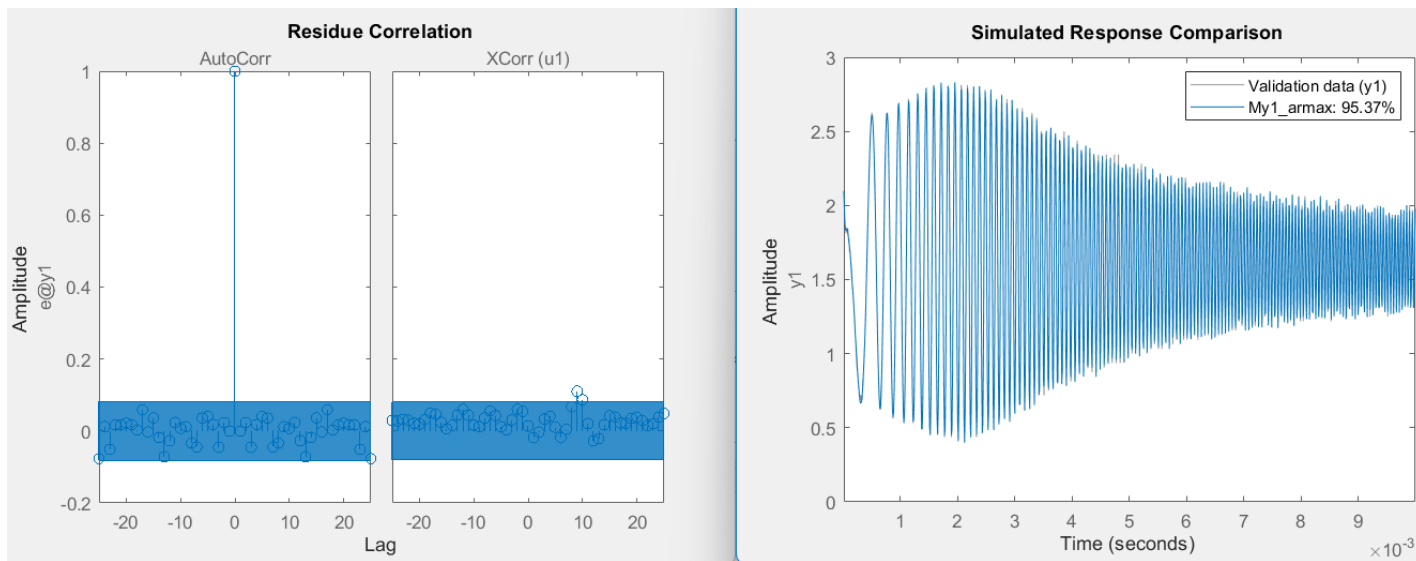


Fig. 21

Din fig. 21 se poate observa ca atat autocorelatia, cat si intercorelatia sunt satisfacute. Totusi, pentru scopul analizei, consideram ca modelul este validat prin **autocorelatie**, avand o suprapunere pe datele de validare de **95.37%**.

Folosindu-ne de functia obtinuta in discret, putem simula semnalul in conditii initiale nule, asa cum impune functia de transfer, insa vom obtine erori foarte mari. (15.42%)

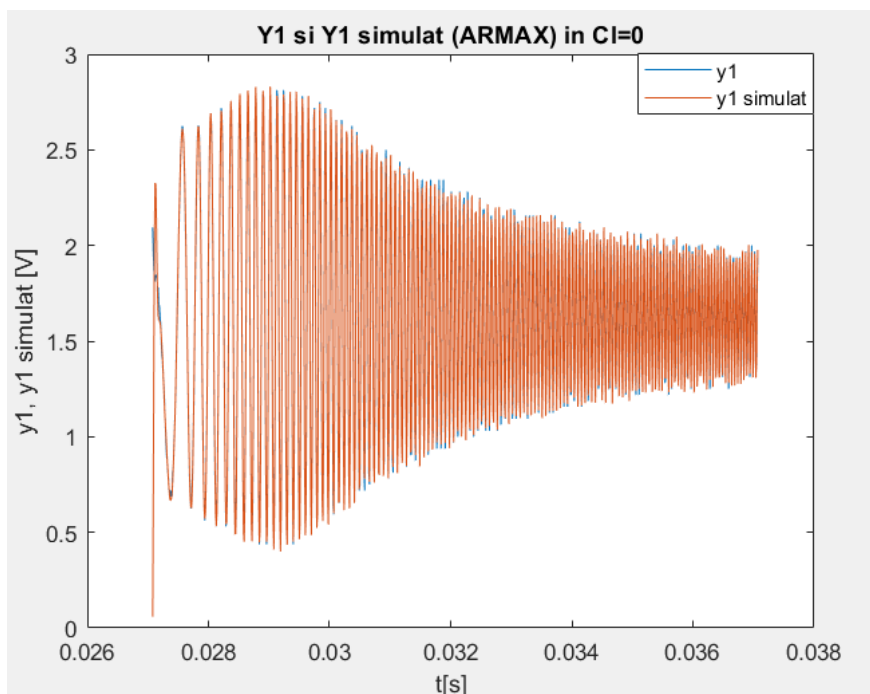


Fig. 22

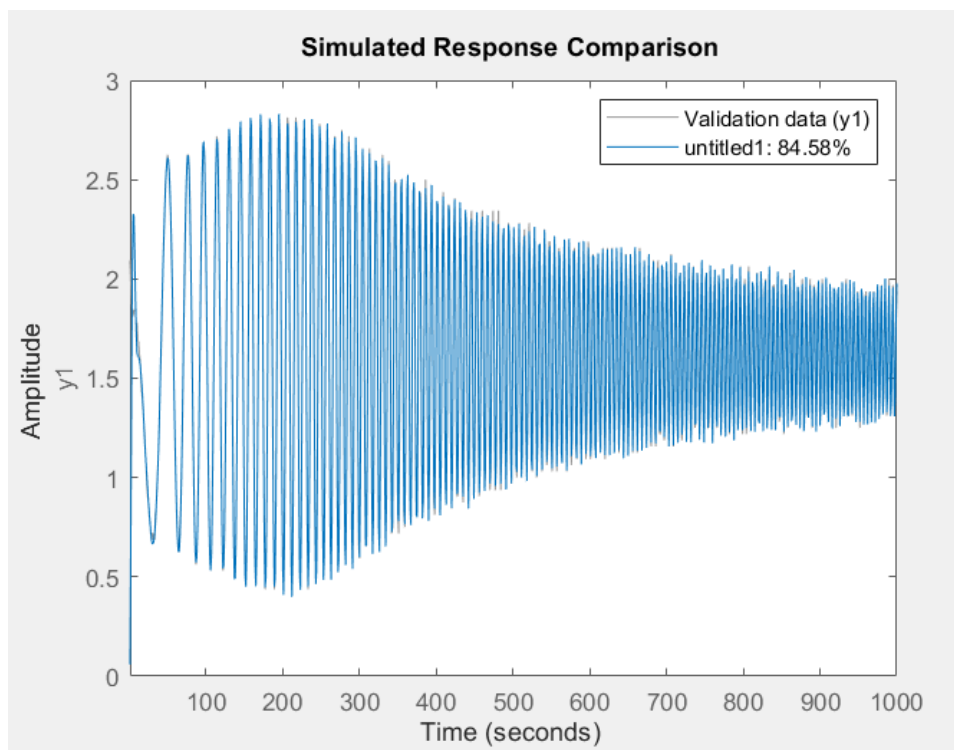


Fig. 23

Pentru a putea utiliza conditii initiale nenule este necesar sa folosim reprezentarea in spatiul starilor. Am ales sa folosesc forma canonica de observare deoarece este cea care ne permite sa alegem cu usurinta aceste conditii.

$$H(s) = \frac{b_1 \cdot s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$FCC: \begin{pmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_0 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_0 \end{pmatrix}; C = (1 \ 0); D = 0$$

Prima conditie:

$$y(0) = x_1(0)$$

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 + x_2 + b_1 \cdot u \Rightarrow x_2(0) = \dot{x}_1(0) + a_1 \cdot x_1(0) - b_1 \cdot u(0)$$

A doua conditie: $\Rightarrow x_2(0) = y_1(0) + a_1 \cdot y_1(0) - b_1 \cdot u(0)$

In discret:

$$y_k = x_k \Rightarrow y(1) = x(1) = x_{k1}$$

$$x_{k+1} = y_{k+1} - A(1,1) \cdot y_k - B(1,1) \cdot u_k = x_{k2}$$

conditiile initiale:

$$[y(1), y(2) - y(1) \cdot A(1,1) - C(1,1) \cdot u(1)]$$

\rightarrow cum tf 2 sa ne da FCC, ne folosim de dualitate:

$$A_{FCC} = A_{FCC}^T$$

$$B_{FCC} = C_{FCC}^T$$

$$C_{FCC} = B_{FCC}^T$$

$$D_{FCC} = D_{FCC}$$

Astfel, putem scrie:

$$x_{k+1} = y_{k+1} - A^T(1,1) y_k - C^T(1,1) \cdot u_k = x_{k2}$$

Fig. 24

In urma calculelor, rezulta o eroare de 4.66 %, egala cu cea din functia compare().

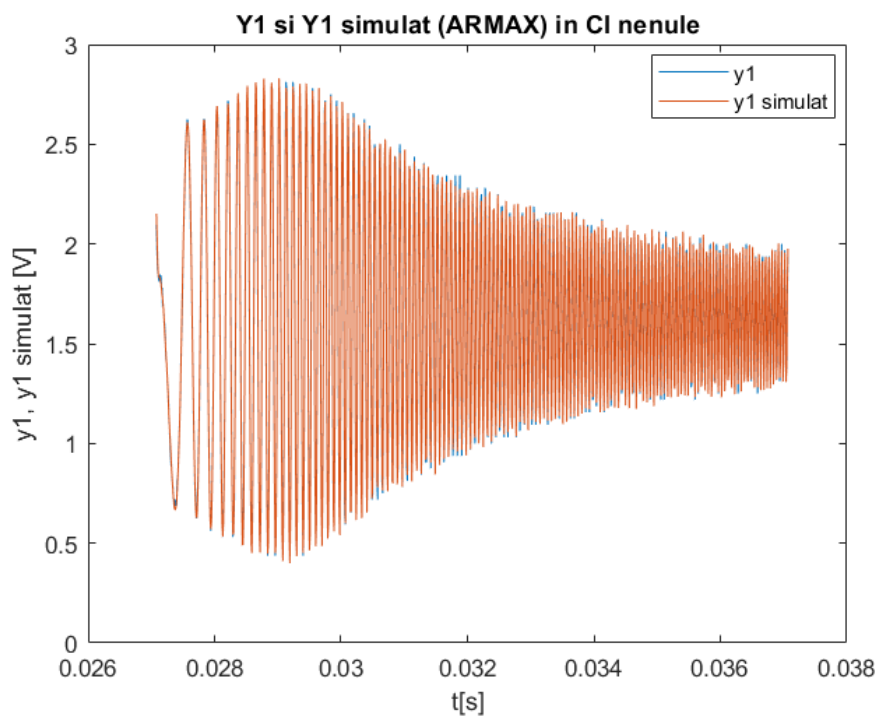


Fig. 25

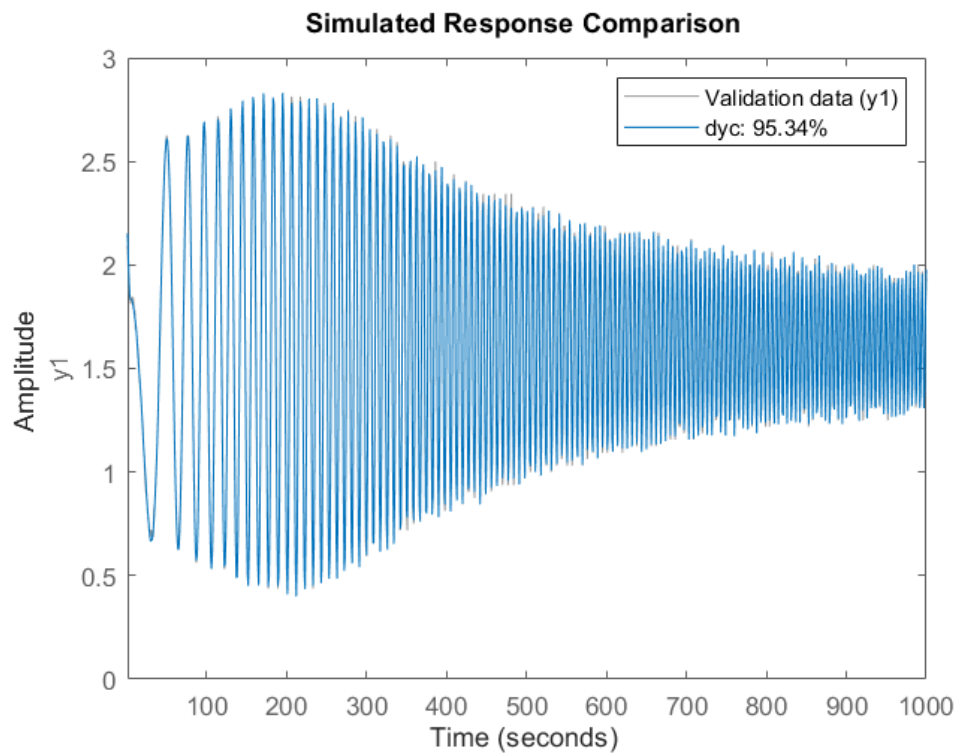


Fig. 26

2. Validarea intercorelatiei prin metoda OE (metoda erorii de iesire)

Metoda erorii de iesire defineste o noua structura bazata pe modelul general descris la ARMAX, avand la baza presupunerea ca intreaga perturbatie este localizata la iesire si ramane nemodelata. Procesul de identificare consta in estimarea coeficientilor polinoamelor B si F.

Parametrii structurali ai sistemului sunt:

- n_B – gradul polinomului B (numarul de zerouri)
- n_F – gradul polinomului F (numarul de poli)
- n_d – numărul tactilor de intarziere (timpul mort)

Modelul discret de tip proces + perturbatie corespunzator metodei OE este:

$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z)$$

Structura:

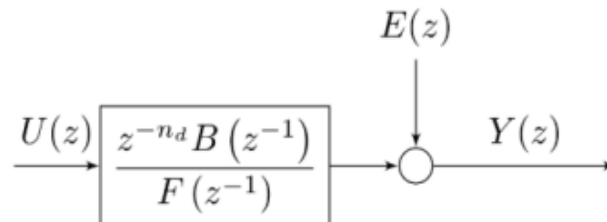


Fig. 27

In acest caz, am ales coeficientii $[n_B, n_F, n_d] = [2, 2, 0]$ si am obtinut:

- **Modelul matematic identificat al sistemului:**
Discrete-time OE model: $y(t) = [B(z)/F(z)]u(t) + e(t)$

$$B(z) = 0.03038 + 0.3156z^{-1}$$

$$F(z) = 1 - 1.213z^{-1} + 0.5549z^{-2}$$

- Funcția de transfer determinista in discret:

$$H(z) = \frac{0.03038 z^2 + 0.3156z}{z^2 - 1.213z + 0.5549}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0.03038 + 0.3156z^{-1}}{1 - 1.213z^{-1} + 0.5549z^{-2}}$$

- Funcția de transfer determinista in continuu:

$$H(s) = \frac{0.03038s^2 + 2.586e04s + 4.761e09}{s^2 + 5.89e04s + 4.71e09}$$

Cu ajutorul figurii 28 se poate concluzia faptul ca modelul este validat prin **intercorelație**, cu o suprapunere pe datele de validare de 95.39%.

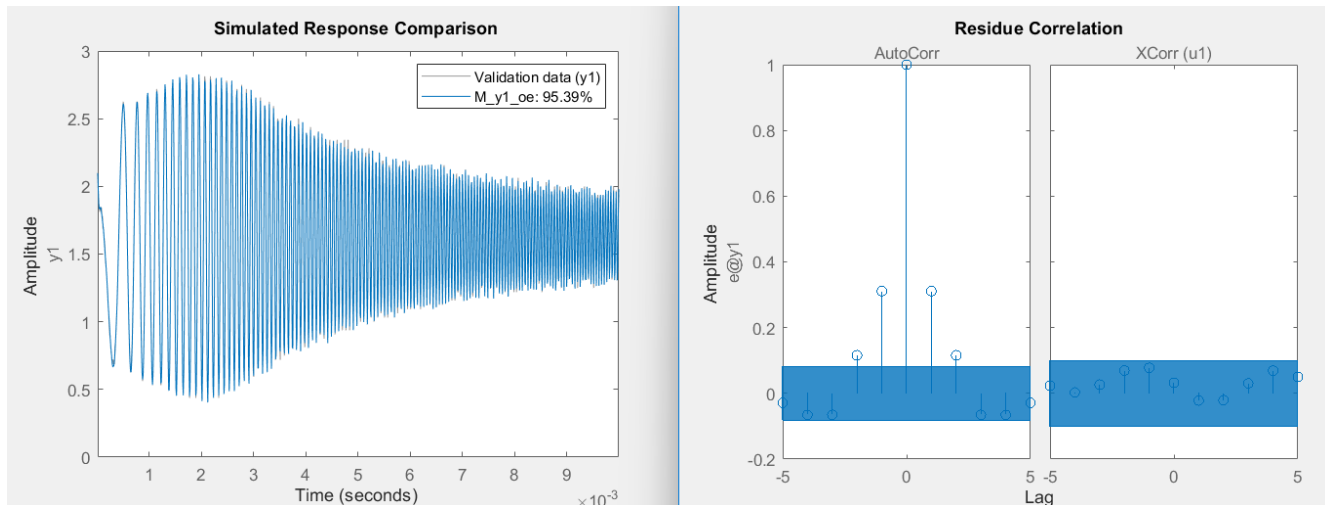


Fig. 28

Ca in cazul precedent, daca simulam folosind functia de transfer, obtinem o eroare de 15.4% deoarece conditiile initiale sunt nule.

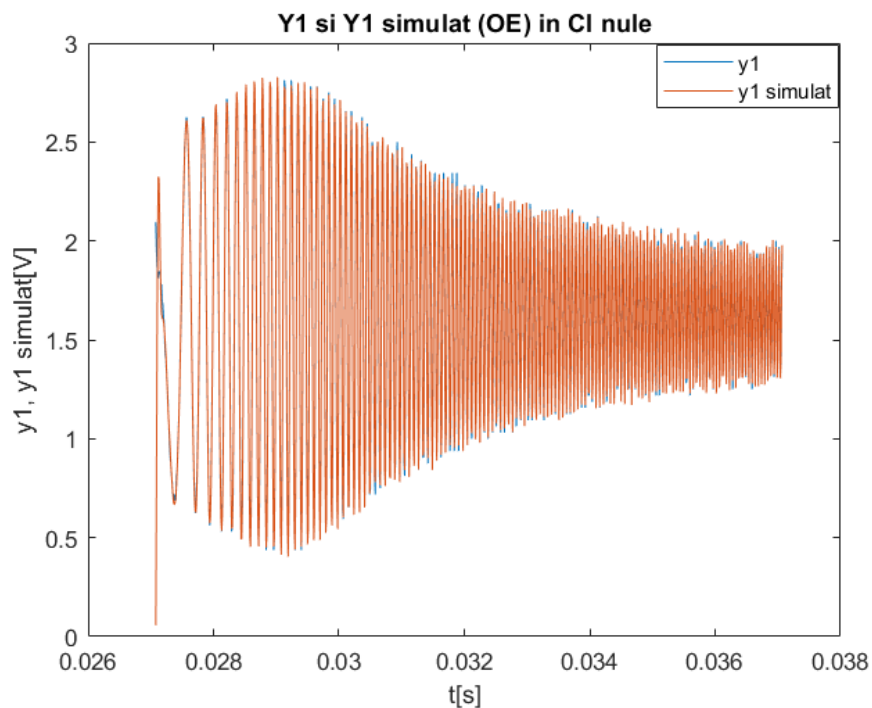


Fig. 29

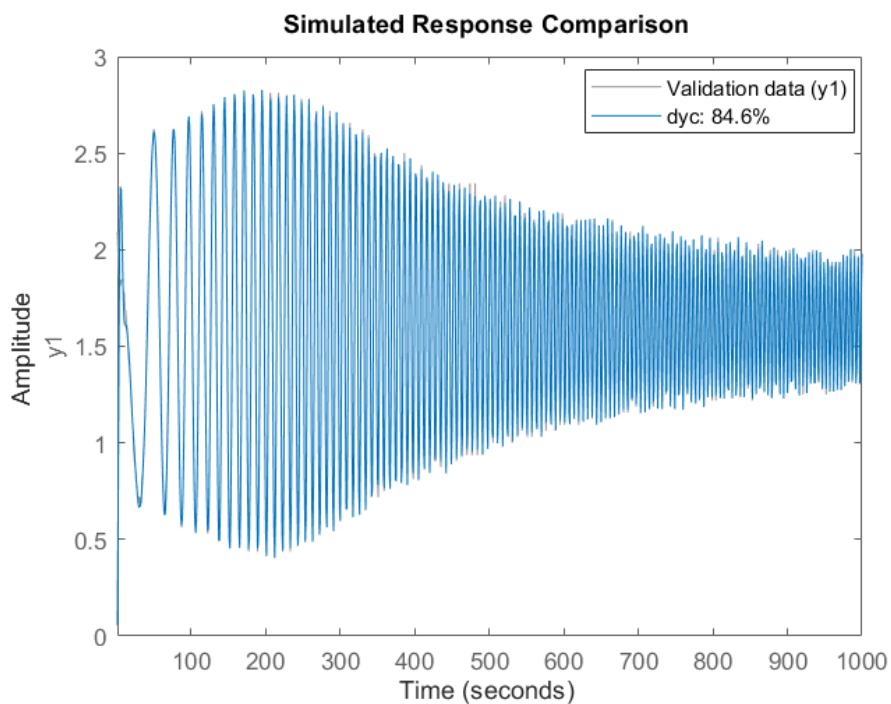


Fig. 30

Folosind partea teoretica prezentata anterior, trecem in spatiul starilor si obtinem o eroare mult mai mica (4.64%).

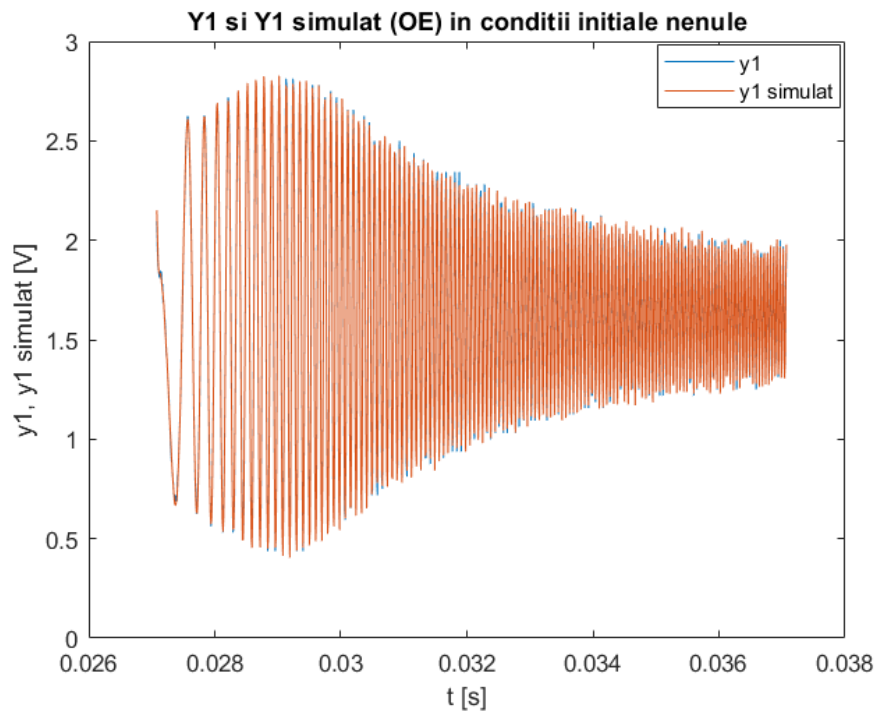


Fig. 31

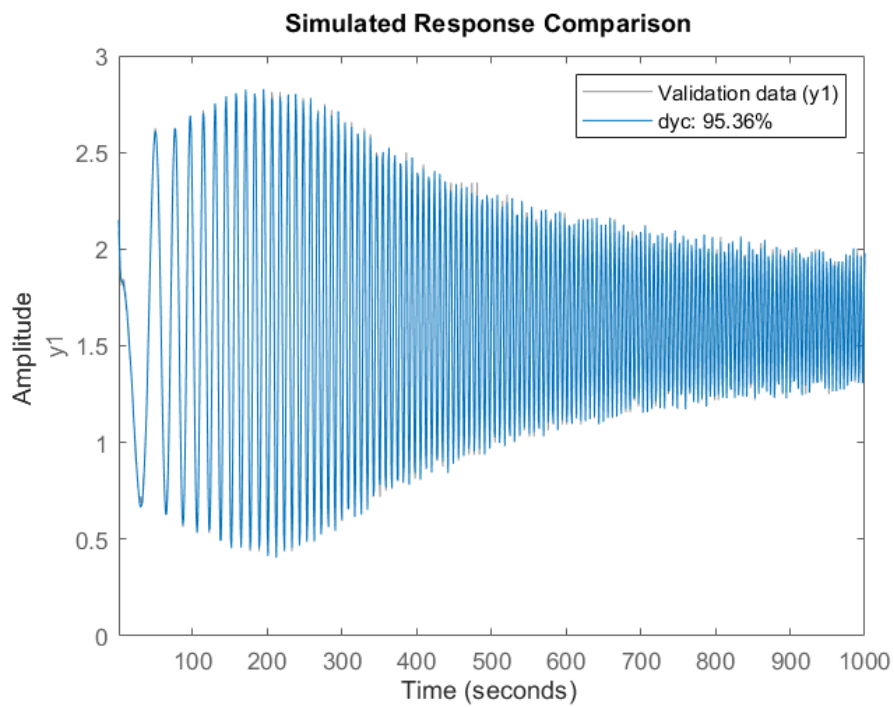


Fig. 32

II. Validarea autocorelației și intercorelației sistemului de ordin II cu zero (y2)

Folosind aspectele teoretice prezentate anterior, vom realiza identificarea pentru semnalul y2, despre care se cunoaște că are un zero.

1. Validarea autocorelației prin metoda ARMAX

Am ales $[n_A, n_B, n_C, n_d] = [2, 2, 2, 0]$ și am obținut:

- **Modelul matematic identificat al sistemului:**

Discrete-time ARMAX model: $A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t)$

$$A(z) = 1 - 1.17z^{-1} + 0.5436z^{-2}$$

$$B(z) = 0.1299 + 0.25z^{-1}$$

$$C(z) = 1 - 0.7277z^{-1} + 0.1776z^{-2}$$

- **Funcția de transfer determinată în discret:**

$$H(z) = \frac{0.1299z^2 + 0.25z}{z^2 - 1.17z + 0.5436}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0.1299 + 0.25z^{-1}}{1 - 1.17z^{-1} + 0.5436z^{-2}}$$

- **Funcția de transfer determinată în continuu:**

$$H(s) = \frac{0.1299s^2 + 3.989e04s + 5.298e09}{s^2 + 6.095e04s + 5.209e09}$$

Figura 33 atestă faptul că modelul este validat prin **autocorelație**, cu o suprapunere de **94.54%**.

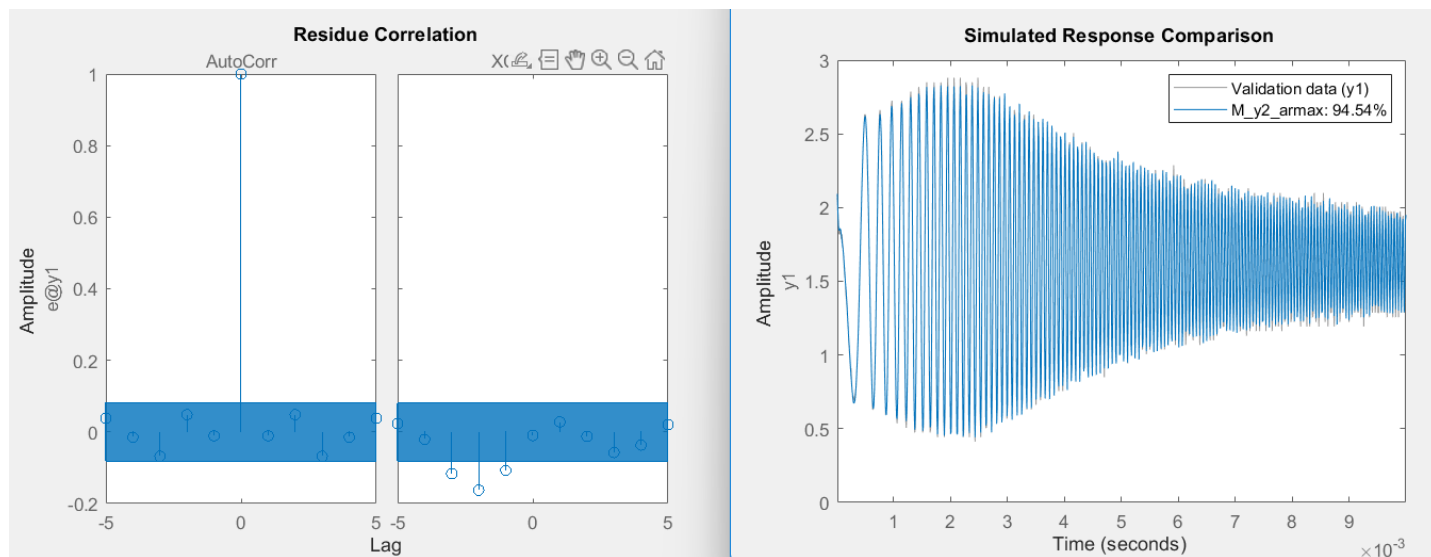


Fig. 33

Simulam semnalul in conditii initiale nenule si obtinem o eroare de 5.88 %

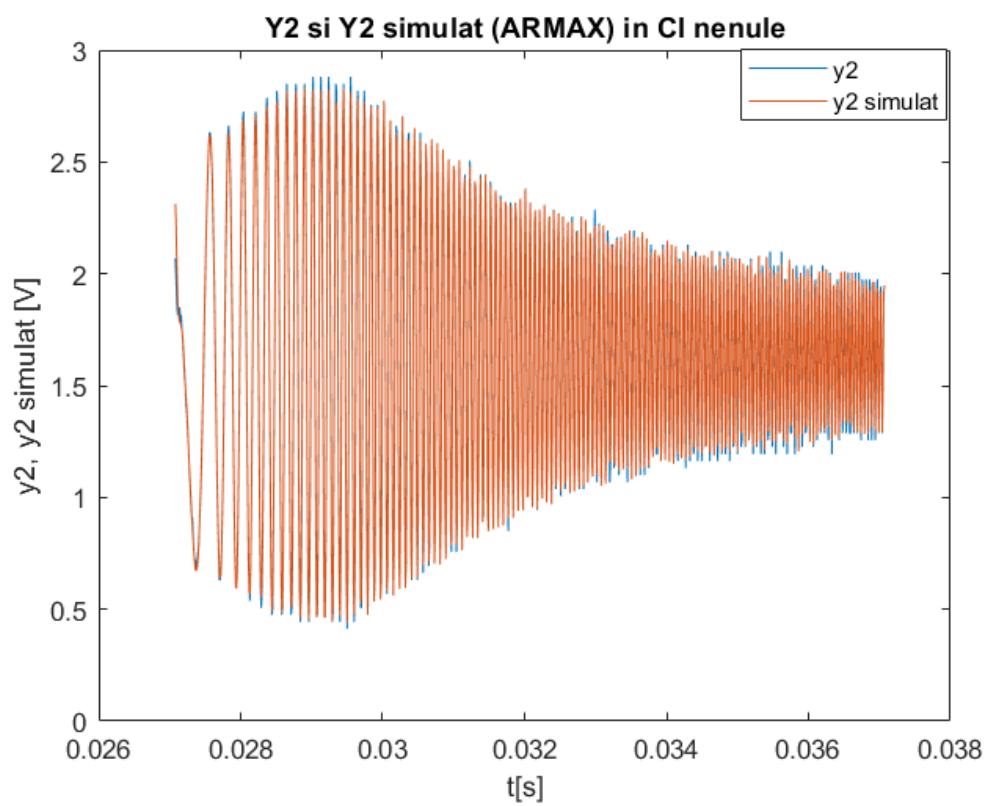


Fig. 34

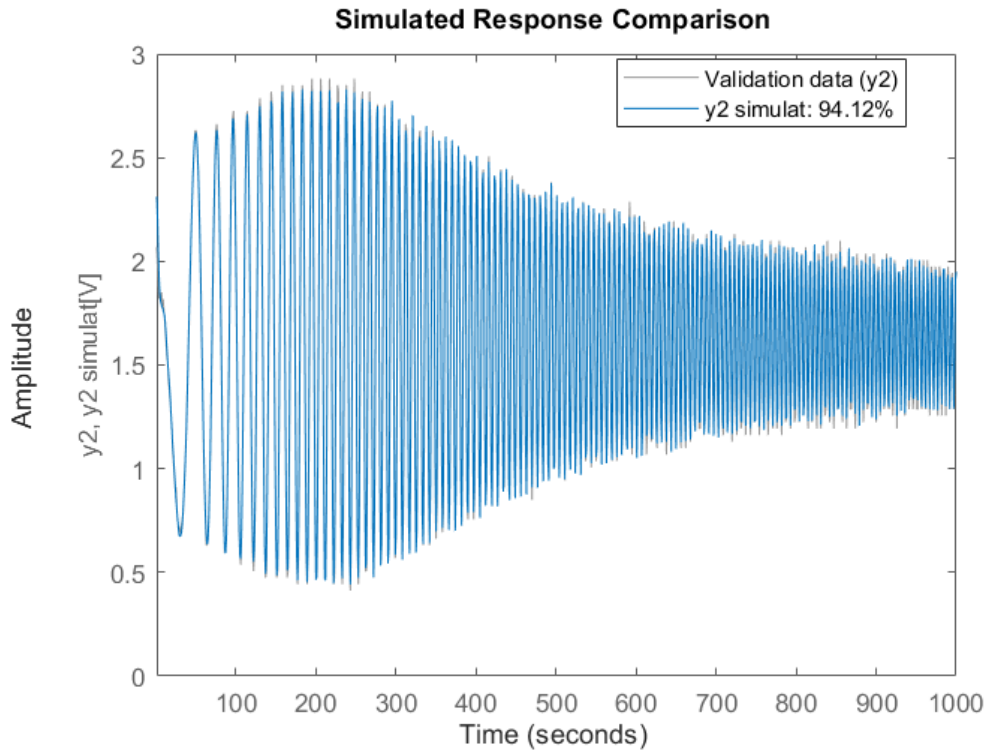


Fig. 35

2. Validarea intercorelatiei prin metoda IV

Metoda variabilelor instrumentale (Instrumental Variables – IV) se bazeaza pe aceeasi structura ca metoda ARX, insa introduce in vectorul parametrilor valori suplimentare, cunoscute sub denumirea de variabile instrumentale.

Parametrii de structura ai sistemului sunt:

- n_A – gradul polinomului A (numarul de poli)
- n_B - gradul polinomului B (numarul de zerouri)
- n_d - numarul tactilor de intarziere (timp mort)

Modelul de tip proces + perturbatie:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + E(z)$$

Structura este:

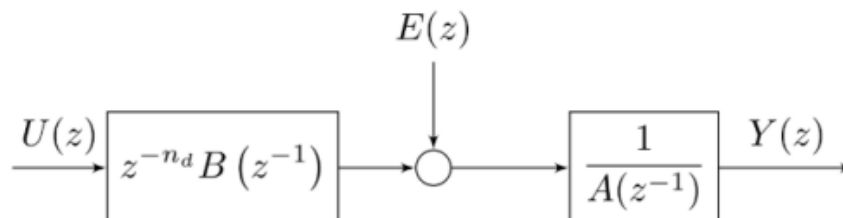


Fig. 36

Am ales $[n_A, n_B, n_d] = [2, 2, 0]$ și am obținut:

- **Modelul matematic identificat al sistemului:**

Discrete-time IV model: $A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)$

$$A(z^{-1}) = 1 - 1.164z^{-1} + 0.5387z^{-2}$$

$$B(z^{-1}) = 0.1286 + 0.2521z^{-1}$$

- **Funcția de transfer determinată în discret:**

$$H(z) = \frac{0.1286 z^2 + 0.2521z}{z^2 - 1.164z + 0.5387}$$

$$H(z^{-1}) = \frac{0.1286 + 0.2521z^{-1}}{1 - 1.164z^{-1} + 0.5387z^{-2}}$$

- **Funcția de transfer determinată în continuu:**

$$H(s) = \frac{0.1286s^2 + 3.992e04s + 5.333e09}{s^2 + 6.185e04s + 5.243e09}$$

Figura 37 nu validează semnalul nici prin intercorelație, nici prin autocorelație, deși avem o suprapunere pe datele de validare de 94.41%.

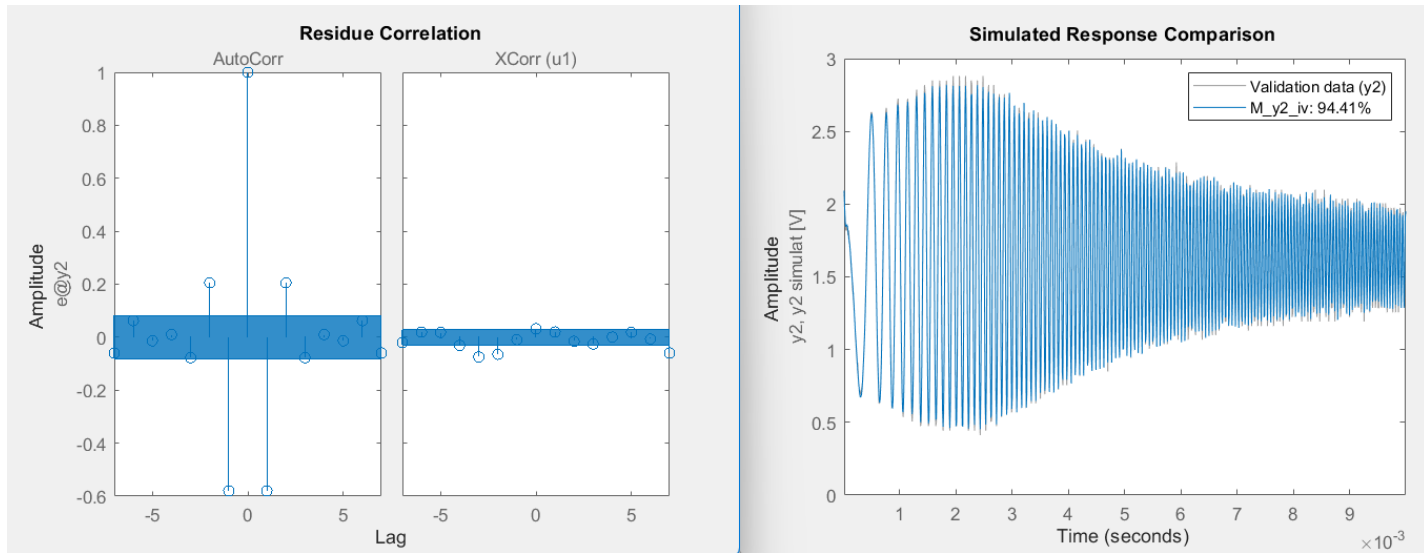


Fig. 37

Aceste metode parametrice se pot folosi in diverse combinatii pentru a obtine modele mai precise. De exemplu, daca se aplica metoda N4SID pe modelul obtinut anterior cu metoda IV, in figura 38 se poate observa ca atat testul de autocorelatie cat si cel de intercorelatiei trec cu succes.

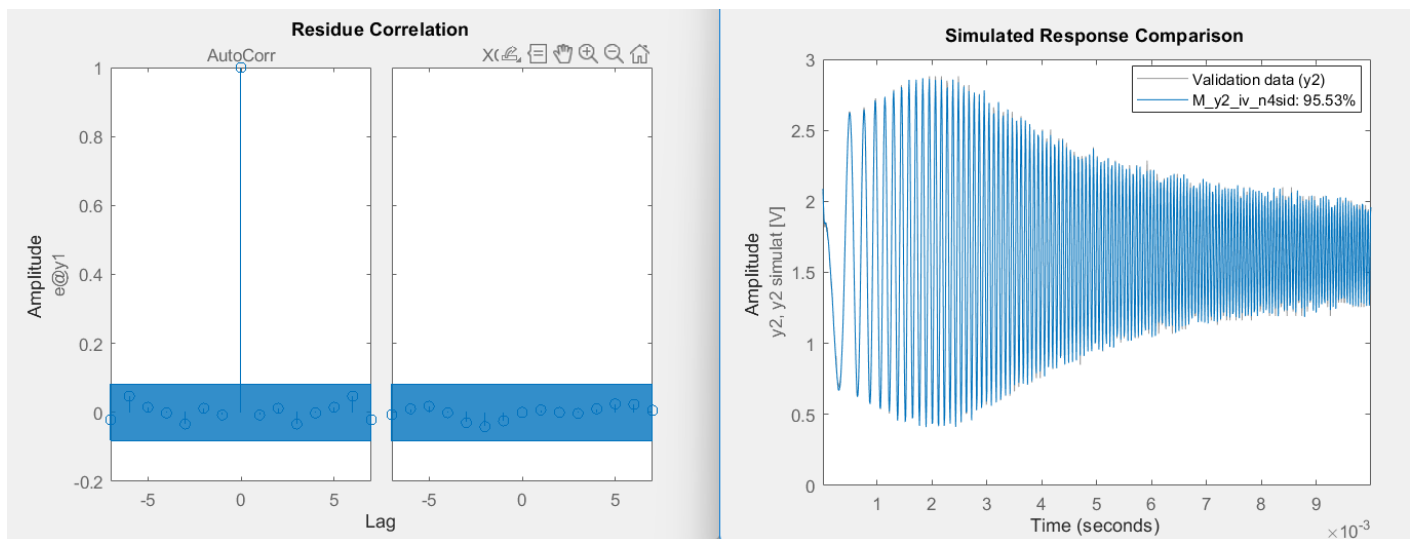


Fig. 38

Functia n4sid returneaza cele 4 matrici din spatiul starilor:

$$A = \begin{pmatrix} 0.5053 & -0.2905 \\ 0.6852 & 0.7033 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -0.0290 \\ 0.0417 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} -15.0720 & -0.2774 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.1135 \end{pmatrix}$$

Functia de transfer corespunzatoare in discret este:

$$H(z) = \frac{0.1135z^2 + 0.2883z - 0.05036}{z^2 - 1.209z + 0.5544z}$$

Functia de transfer in continuu:

$$H(s) = \frac{0.1135s^2 + 4.311e04s + 4.84e09}{s^2 + 5.899e04s + 4.763e09}$$

Simulam in conditii initiale nenule si obtinem o eroare de 4.88%.

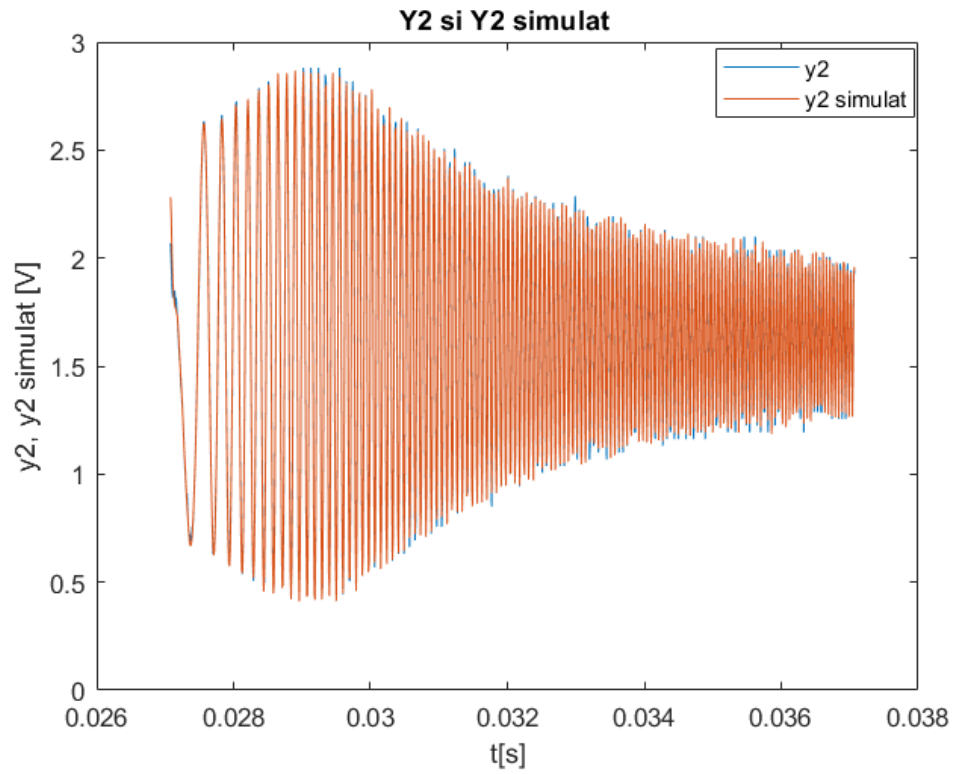


Fig. 39

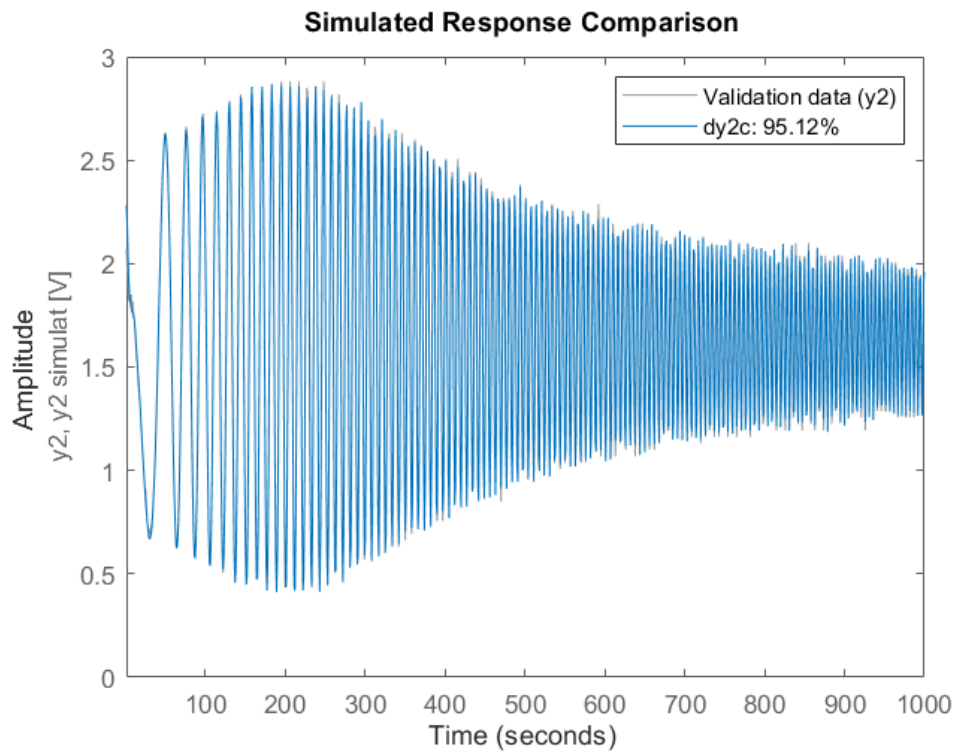


Fig. 40