

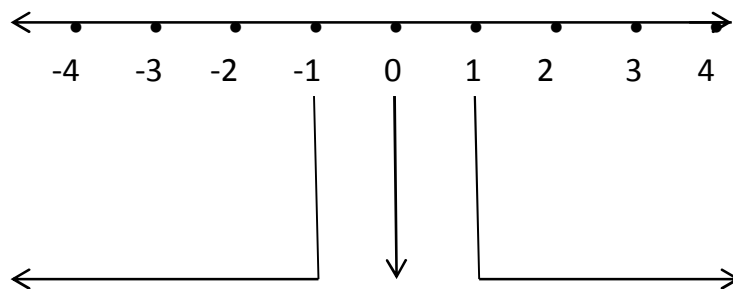
BAB I BILANGAN BULAT dan BILANGAN PECAHAN

A. Bilangan Bulat

I. Pengertian

Bilangan bulat terdiri atas bilangan bulat positif atau bilangan asli, bilangan nol dan bilangan bulat negatif.

Bilangan bulat digambarkan pada garis bilangan sbb:



bilangan bulat negatif bilangan nol bilangan bulat positif

Bilangan bulat terdiri dari

- Bilangan bulat positif : $\{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$
- Bilangan bulat negatif : $\{ \dots, -4, -3, -2, -1 \}$
- Bilangan nol : $\{ 0 \}$

Di dalam bilangan bulat termuat bilangan-bilangan :

1. Bilangan Cacah $\rightarrow (0, 1, 2, 3, 4, \dots)$
bilangan yang dimulai dari nol
2. Bilangan Asli $\rightarrow (1, 2, 3, 4, \dots)$
Bilangan yang dimulai dari 1
3. Bilangan Genap $\rightarrow (2, 4, 6, 8, \dots)$
Bilangan yang habis dibagi 2
4. Bilangan Ganjil $\rightarrow (1, 3, 5, 7, \dots)$
Bilangan yang tidak habis dibagi 2 (bersisa)

5. Bilangan Prima $\rightarrow (2, 3, 5, 7, 11, \dots)$

Bilangan asli yang hanya habis dibagi oleh bilangan satu dan bilangannya sendiri

II. Operasi Hitung pada Bilangan Bulat

1. Penjumlahan dan Pengurangan

Berlaku :

1. $a + b = a + b$
2. $a - b = a + (-b)$
3. $-a + (-b) = -(a + b)$
4. $a - (-b) = a + b$

contoh:

1. $4 + 3 = 7$
2. $6 - 4 = 6 + (-4) = 2$
3. $-3 + (-2) = -(3+2) = -5$
4. $9 - (-5) = 9 + 5 = 14$

2. Perkalian dan Pembagian

- Perkalian merupakan penjumlahan secara berulang.

contoh: $3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15$

Berlaku:

1. $a \times b = ab$
2. $a \times (-b) = -ab$
3. $(-a) \times b = -ab$
4. $(-a) \times (-b) = ab$

contoh:

1. $5 \times 6 = 30$
2. $4 \times (-7) = -28$
3. $(-3) \times 4 = -12$
4. $(-6) \times (-7) = 42$

- Pembagian merupakan kebalikan/invers dari perkalian.

$$\text{contoh: } 30 : 5 = 30 \times \frac{1}{5} = 6$$

Berlaku:

$$1. a : b = \frac{a}{b}$$

$$2. a : (-b) = -\frac{a}{b}$$

$$3. (-a) : b = -\frac{a}{b}$$

$$4. (-a) : (-b) = \frac{a}{b}$$

III. Sifat-sifat Operasi Hitung Bilangan Bulat

1. Sifat Komutatif (pertukaran)

- Pada penjumlahan

$$a + b = b + a$$

$$\text{contoh: } 4 + 8 = 8 + 4$$

- Pada perkalian

$$a \times b = b \times a$$

$$\text{contoh : } 4 \times 8 = 8 \times 4$$

2. Sifat Asosiatif (pengelompokan)

- Pada penjumlahan

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$\text{contoh: } 4 + (5 + 6) = (4 + 5) + 6 = 15$$

- Pada perkalian

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

$$\text{contoh : } 4 \times (5 \times 6) = (4 \times 5) \times 6 = 120$$

3. Sifat Distributif (penyebaran)

- Pada operasi perkalian terhadap penjumlahan

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$\text{contoh: } 2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4) = 14$$

- Pada operasi perkalian terhadap pengurangan

$$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$

$$\text{contoh: } 5 \times (7 - 6) = (5 \times 7) - (5 \times 6) = 5$$

IV. Pangkat dan Akar Pangkat Bilangan Bulat

1. Kuadrat dan Pangkat Tiga Bilangan Bulat

- Kuadrat Bilangan Bulat (Pangkat dua)

Diperoleh dengan mengalikan bilangan itu dengan bilangan itu sendiri, atau mengalikan bilangan tersebut secara berulang sebanyak dua kali.

$$a^2 = a \times a$$

contoh :

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$(-9)^2 = (-9) \times (-9) = 81$$

- Pangkat Tiga Bilangan Bulat

Diperoleh dengan mengalikan bilangan tersebut secara berulang sebanyak tiga kali.

$$a^3 = a \times a \times a$$

contoh:

$$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = (25) \times (-5) = -125$$

2. Akar Kuadrat dan Akar Pangkat Tiga

- Akar Kuadrat

Merupakan kebalikan dari kuadrat (pangkat dua).

Lambanganya $\sqrt{\quad}$ (akar pangkat dua)

contoh:

$$\sqrt{49} = \pm 7, \text{ karena } 7^2 = 49 \text{ dan } (-7)^2 = 49$$

$$\sqrt{121} = \pm 11 \text{ karena } 11^2 = 121 \text{ dan } (-11)^2 = 121$$

- Akar Pangkat Tiga

Merupakan kebalikan dari pangkat tiga.

Lambanganya $\sqrt[3]{\quad}$ (akar pangkat tiga)

contoh:

$$\sqrt[3]{27} = 3, \text{ karena } 3^3 = 27$$

$$\sqrt[3]{125} = 5, \text{ karena } 5^3 = 125$$

(Cara menghitung cepat akar kuadrat dan akar pangkat tiga ada di lampiran bag akhir)

B. Bilangan Pecahan

Bilangan pecahan terdiri dari pembilang dan penyebut

$\frac{a}{b}$; a = pembilang dan b = penyebut

1. Macam-macam bilangan Pecahan

- a. Pecahan Biasa
pembilangnya lebih kecil dari penyebut

$$\frac{a}{b}; a < b$$

$$\text{contoh: } \frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{9}{11}$$

- b. Pecahan campuran
pembilangnya lebih besar dari penyebut

$$\frac{a}{b}; a > b$$

$$\text{contoh: } \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}, \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}, \frac{20}{11} = 1\frac{9}{11}$$

- c. Pecahan desimal
pecahan yang dalam penulisannya menggunakan tanda koma.

$$\text{contoh: } 0,5; 1,75$$

Bentuk desimal dapat diubah ke pecahan biasa atau campuran dengan menggeser tanda koma ke arah kanan dengan memperhatikan persepuluhan, perseratusan, perseribuan dst.

contoh;

bentuk pecahan dari 0,5 adalah

tanda koma digeser kekanan 1 kali sehingga 0,5 menjadi 5,
pergeseran sebanyak 1 kali, maka nilai hasil pergeseran dikalikan dengan persepuluhan menjadi

$$5 \times \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

bentuk pecahan dari 1,75

tanda koma digeser kekanan 2 kali sehingga 1,75 menjadi 175
pergeseran sebanyak 2 kali, maka nilai hasil pergeseran dikalikan dengan

perseratusan menjadi

$$175 \times \frac{1}{100} = \frac{175}{100} = 1 \frac{75}{100} = 1 \frac{3}{4}$$

d. Pecahan Persen

pecahan yang menggunakan lambang % yang berarti perseratus

a% berarti $\frac{a}{100}$

- Mengubah bentuk persen menjadi pecahan biasa

$$25 \% = \frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$$

- Mengubah bentuk persen menjadi pecahan desimal

$$35 \% = \frac{35}{100} = 0,35$$

- Mengubah bentuk pecahan menjadi bentuk persen

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100 \% = \frac{300}{4} \% = 75 \%$$

$$\frac{10}{25} = \frac{10 \times 4}{25 \times 4} = \frac{40}{100} = 40 \%$$

$$\frac{225}{500} = \frac{225 \div 5}{500 \div 5} = \frac{45}{100} = 45 \%$$

e. Pecahan permil

Pecahan yang menggunakan lambang ‰ yang berarti perseribu

a ‰ (a permil) $\rightarrow \frac{a}{1000}$

Contoh :

$$20 \text{‰} = \frac{20}{1000} = \frac{2}{100} = 2 \%$$

2. Operasi Hitung pada Bilangan pecahan

a. Penjumlahan

- penjumlahan pada pecahan biasa
penyebutnya disamakan dulu baru dijumlah

contoh:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} =$$

apabila penyebutnya tidak sama cari KPK dari penyebutnya itu.

KPK dari 3 dan 4 adalah 12 (cara mencari KPK lihat di Bab FPB dan KPK)
sehingga perhitungannya menjadi:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} = \frac{4}{12} + \frac{6}{12} = \frac{10}{12} = \frac{10:2}{12:2} = \frac{5}{6}$$

Ada cara lain dengan tidak menggunakan KPK yaitu dengan mengalikan penyebutnya
dapat dirumuskan sbb:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(bd \ b \times a)}{bd} + \frac{(bd \ d \times c)}{bd} = \frac{(d \times a) + (b \times c)}{bd} \text{ atau } \frac{(a \times d) + (b \times c)}{bd}$$

contoh:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{7} = \frac{(7 \times 2) + (3 \times 4)}{3 \times 7} = \frac{14+12}{21} = \frac{26}{21}$$

-Penjumlahan pada pecahan campuran

Apabila penyebutnya sudah sama, penjumlahan bisa langsung dilakukan

contoh:

$$5\frac{2}{5} + 4\frac{1}{5} = 5 + 4 + \frac{2+1}{5} = 9 + \frac{3}{5} = 9\frac{3}{5}$$

Apabila penyebutnya tidak sama, maka harus disamakan dulu

$$1\frac{2}{5} + 3\frac{1}{6} = 1 + 3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = 4 + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = 4\frac{17}{20}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{(2 \times 6) + (5 \times 1)}{5 \times 6} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$$

- Penjumlahan pada pecahan desimal

Dengan cara bersusun pendek, tanda koma lurus ke bawah

contoh:

$$0,75 + 0,655 =$$

$$15,546 + 1,75 + 0,40 =$$

$$\begin{array}{r} 0,75 \\ 0,655 + \\ \hline 1,405 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15,546 \\ 1,75 \\ 0,40 + \\ \hline 17,696 \end{array}$$

b. Pengurangan

sama dengan penjumlahan pengurangan juga terdiri dari

- pengurangan pada pecahan biasa
penyebutnya disamakan dulu baru dijumlah

contoh:

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{5} =$$

apabila penyebutnya tidak sama cari KPK dari penyebutnya itu.

KPK dari 4 dan 5 adalah 20 (cara mencari KPK lihat di Bab FPB dan KPK)

sehingga perhitungannya menjadi:

$$\frac{2}{4} - \frac{1}{5} = \frac{10}{20} - \frac{4}{20} = \frac{6}{20} = \frac{6:2}{20:2} = \frac{3}{10}$$

Ada cara lain dengan tidak menggunakan KPK yaitu dengan mengalikan penyebutnya
dapat dirumuskan sbb:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(bd \text{ } b \times a)}{bd} - \frac{(bd \text{ } d \times c)}{bd} = \frac{(d \times a) - (b \times c)}{bd} \text{ atau } \frac{(a \times d) - (b \times c)}{bd}$$

contoh:

$$\frac{4}{7} - \frac{2}{5} = \frac{(4 \times 5) - (7 \times 2)}{7 \times 5} = \frac{20 - 14}{35} = \frac{6}{35}$$

-Pengurangan pada pecahan campuran


Apabila penyebutnya sudah sama, pengurangan bisa langsung dilakukan

contoh:

$$4\frac{2}{3} - 3\frac{1}{3} = (4 - 3) + \left(\frac{2-1}{3}\right) = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Apabila penyebutnya tidak sama, maka harus disamakan dulu

$$3\frac{3}{4} - 1\frac{1}{6} = (3 - 1) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) = 2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right) = 2\frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{(3 \times 6) + (4 \times 1)}{4 \times 6} = \frac{18 - 4}{24} = \frac{14}{24} = \frac{14:2}{24:2} = \frac{7}{12}$$


- Pengurangan pada pecahan desimal

Dengan cara bersusun pendek, tanda koma lurus ke bawah

contoh:

$$1,25 - 0,65 =$$

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ 0,65 - \\ \hline 0,60 \end{array}$$

$$13,54 - 1,75 =$$

$$\begin{array}{r} 13,54 \\ 1,75 - \\ \hline 11,79 \end{array}$$

c. Perkalian

- Perkalian pada pecahan biasa

dilakukan dengan mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

contoh:

$$\frac{2}{4} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{4 \times 7} = \frac{6}{28}$$

Apabila bilangan pecahan dikalikan dengan bilangan bulat, maka pembilangan pecahan dikalikan dengan bilangan bulat tersebut.

contoh:

$$4 \times \frac{2}{5} = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

- Perkalian pada pecahan campuran

Pecahan campuran harus diubah dulu ke dalam pecahan biasa baru dilakukan pengalihan

$$2 \frac{2}{3} \times 3 \frac{3}{5} = \frac{(3 \times 2 + 2)}{3} \times \frac{(5 \times 3 + 3)}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{18}{5} = \frac{8 \times 18}{3 \times 5} = \frac{144}{15} = 9 \frac{9}{15}$$

- Perkalian pada pecahan desimal

perkalian dilakukan dengan cara bersusun pendek, awalnya tanda koma diabaikan, tetapi pada hasil perkaliannya diberi tanda koma sesuai dengan jumlah tanda koma.

contoh:

$$3,5 \times 6,7 = \dots \rightarrow \text{jumlah tanda koma } 1 + 1 = 2$$

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 67 \times \\
 \hline
 245 \\
 210 \quad + \\
 \hline
 2345
 \end{array}
 \rightarrow \text{karena jumlah tanda koma ada 2 maka hasil:}$$

$$3,5 \times 6,7 = 23,45$$

$$4,54 \times 5,75 = \dots \rightarrow \text{jumlah tanda koma } 2 + 2 = 4$$

$$\begin{array}{r}
 454 \\
 575 \times \\
 \hline
 2270 \\
 3178 \\
 2270 \quad + \\
 \hline
 261050
 \end{array}
 \rightarrow \text{karena jumlah tanda koma ada 4 maka hasil:}$$

$$4,54 \times 5,75 = 26,1050 = 26,105$$

Hasil perkalian desimal dengan angka 10, 100, 1000 dst hasilnya ditentukan dengan menggeser tanda koma ke kanan sesuai dengan banyaknya angka nol.

contoh:

$$2,456 \times 10 = 24,56 \rightarrow \text{bergeser 1 kali ke kanan}$$

$$2,456 \times 1000 = 2456 \rightarrow \text{bergeser 3 kali ke kanan}$$

d. Pembagian

- Pembagian pada pecahan biasa

Apabila pecahan biasa dibagi dengan pecahan biasa, maka hasilnya adalah perkalian pecahan biasa yang dibagi dengan kebalikan dari pecahan pembagi

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

contoh:

$$\frac{4}{5} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4 \times 4}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$$

Apabila pecahan biasa dibagi dengan bilangan asli, maka

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c} \rightarrow c = \text{bilangan asli}$$

contoh:

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 1}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

Apabila bilangan asli dibagi dengan pecahan biasa:

$$c : \frac{a}{b} = c \times \frac{b}{a}$$

contoh:

$$5 : \frac{3}{7} = 5 \times \frac{7}{3} = \frac{5 \times 7}{3} = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$$

- Pembagian pada pecahan campuran

Mengubah pecahan campuran ke pecahan biasa dulu

Contoh:

$$7\frac{2}{5} : 3\frac{1}{3} = \frac{5 \times 7 + 2}{5} : \frac{3 \times 3 + 1}{3} = \frac{37}{5} : \frac{10}{3} = \frac{37}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{111}{50} = 2\frac{11}{50}$$

- Pembagian pada pecahan desimal

Dilakukan dengan cara bersusun pendek

contoh:

$$43,5 : 2,9 = \dots \rightarrow \text{pembagi dan yang dibagi dikalikan 10 menjadi} \\ 435 : 29 = \dots$$

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 29 \overline{) 435} \\
 \underline{29} - \\
 145 \\
 \underline{145} - \\
 0
 \end{array}$$

Jadi $43,5 : 2,9 = 15$