从零开始手写 VIO - 作业 4

peng00bo00

August 1, 2020

1. (a) 系统的信息矩阵如 Fig.1所示

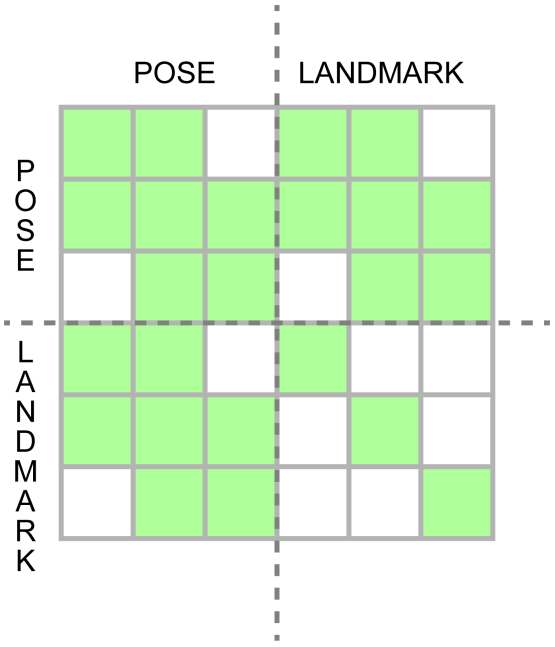

Figure 1: 系统信息矩阵

(b) 边缘化后的系统信息矩阵如 Fig.2所示

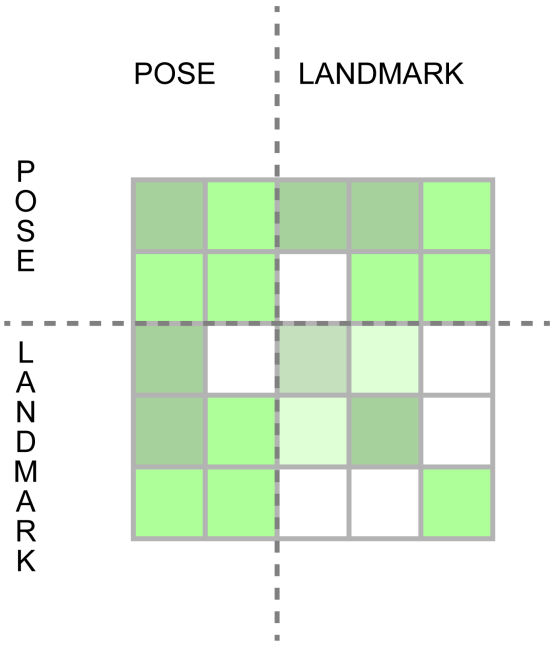

Figure 2: 边缘化

2. 假设随机变量 θ 服从多元正态分布 $\theta \sim N(\theta^*, \Sigma)$，则其概率密度函数为

$$p(\theta) = (2\pi)^{-\frac{N_\theta}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\{-\frac{1}{2}(\theta - \theta^*)^T \Sigma^{-1} (\theta - \theta^*)\} \tag{1}$$

取负对数后则为

$$\begin{aligned} -\ln p(\theta) &= \frac{N_\theta}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2}|\Sigma| + \frac{1}{2}(\theta - \theta^*)^T \Sigma^{-1} (\theta - \theta^*) \\ &= \frac{1}{2}(\theta - \theta^*)^T \Sigma^{-1} (\theta - \theta^*) + C \end{aligned} \tag{2}$$

因此概率密度函数的负对数为 $\theta - \theta^*$ 的二次型加上一个常数 C，且二次型的系数矩阵为协方差矩阵的逆 Σ^{-1}。此时最大化概率等价于求解最小二乘问题，由此可知 θ 的信息矩阵即为其协方差矩阵的逆，且信息矩阵也是二次型的二阶导数（Hessian 矩阵）。

3. 补全代码后运行程序如 Fig.3所示，结果显示 Hessian 矩阵的奇异值最后 7 维接近于 0, 表明零空间的维度为 7

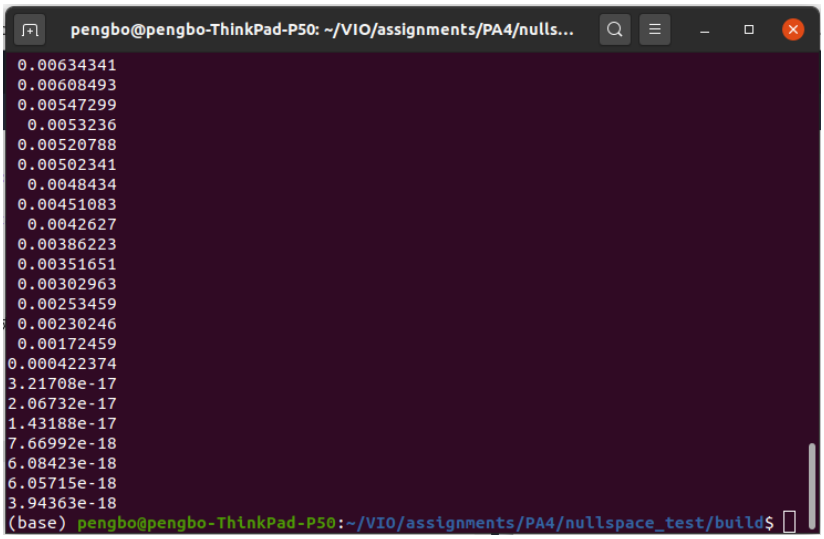

Figure 3: Hessian 矩阵奇异值