从零开始手写 VIO - 作业 2

peng00bo00

July 18, 2020

1. 使用 kalibr_allan 进行标定得到的 Allen 方差标定曲线可见 Fig.1, Fig.2

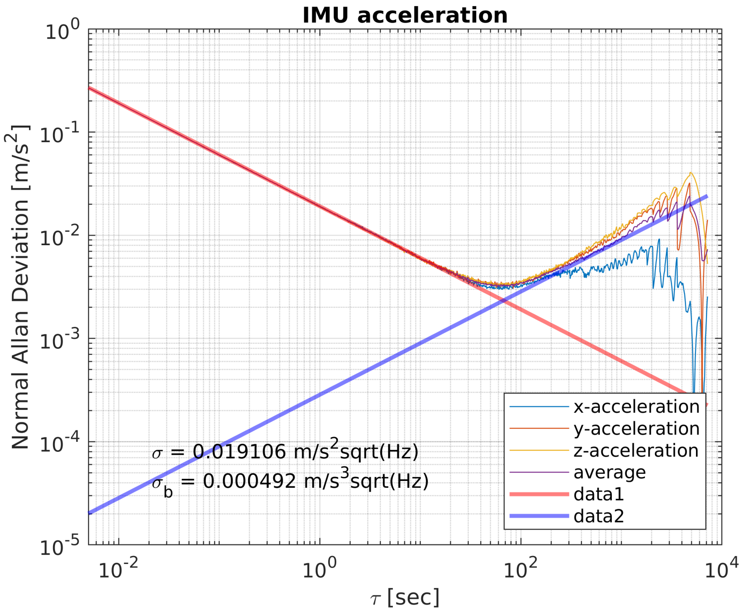

Figure 1: 加速度计标定曲线

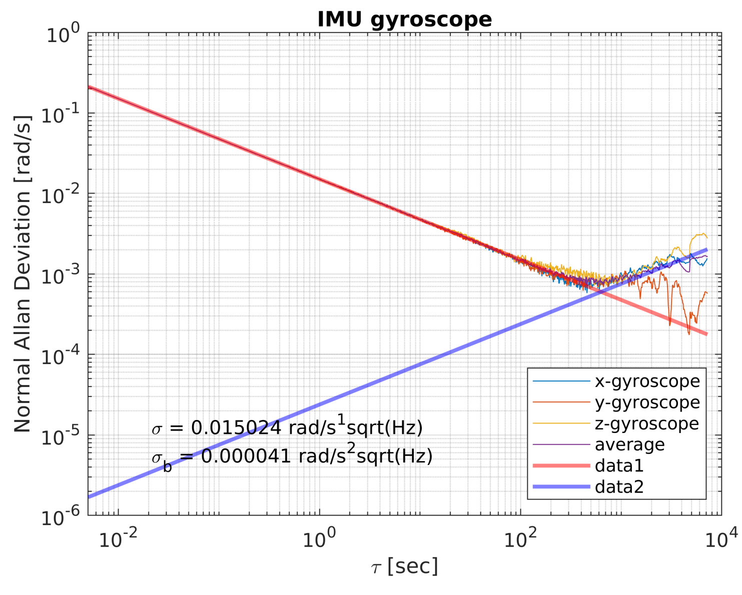

Figure 2: 陀螺仪标定曲线

分别将偏差和白噪声放大 10、100、1000 倍后再进行标定得到标定曲线如 Fig.3-Fig.8所示，结果表明在各个不同情况下标定结果与预设值非常接近。

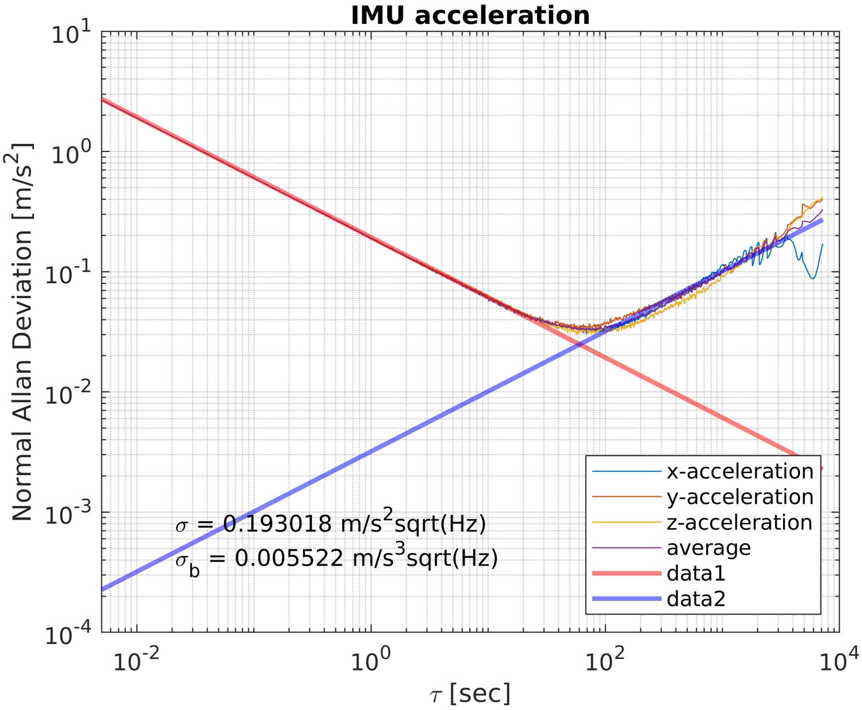

Figure 3: 加速度计标定曲线 (10×)

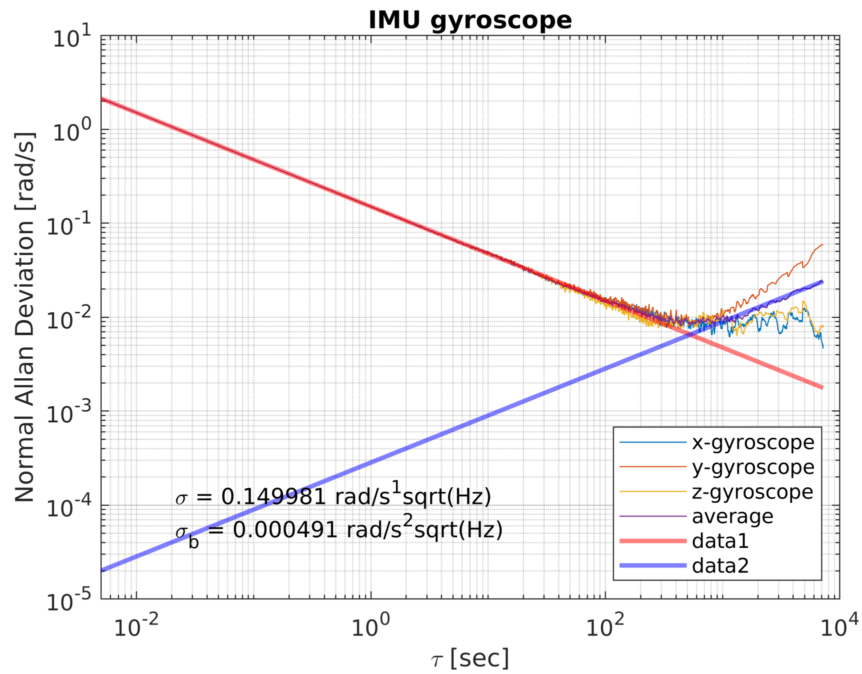

Figure 4: 陀螺仪标定曲线 (10×)

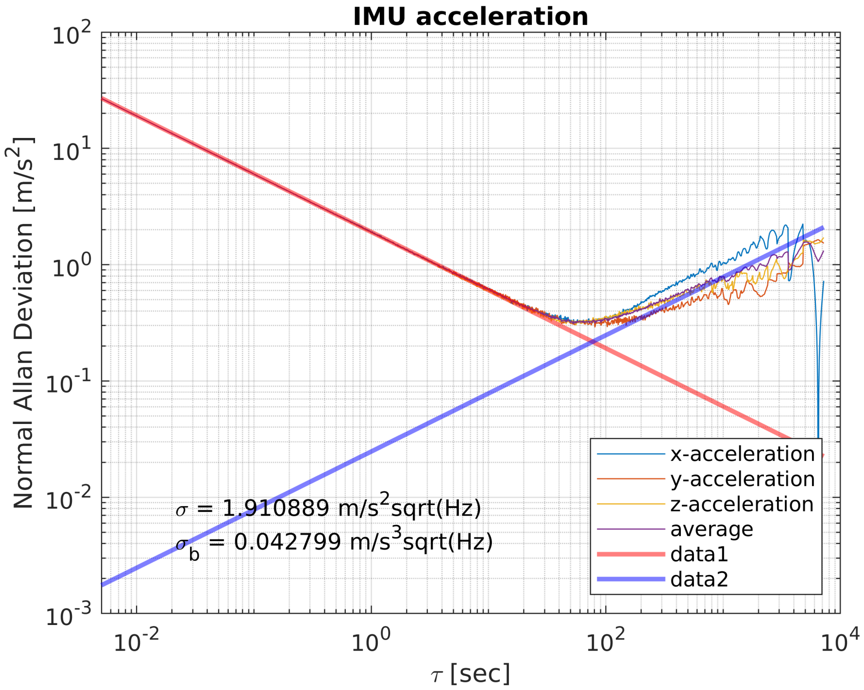

Figure 5: 加速度计标定曲线 (100×)

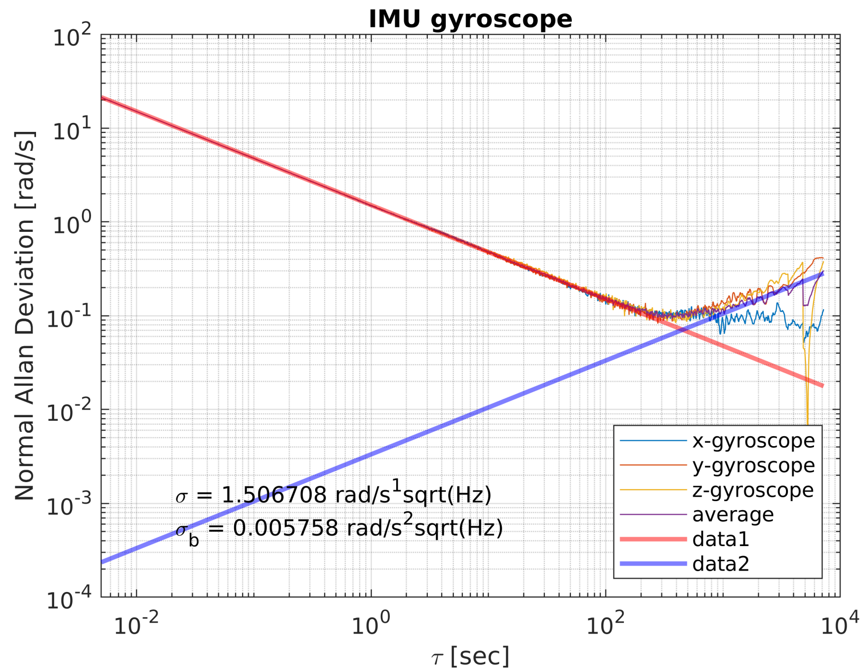

Figure 6: 陀螺仪标定曲线 (100×)

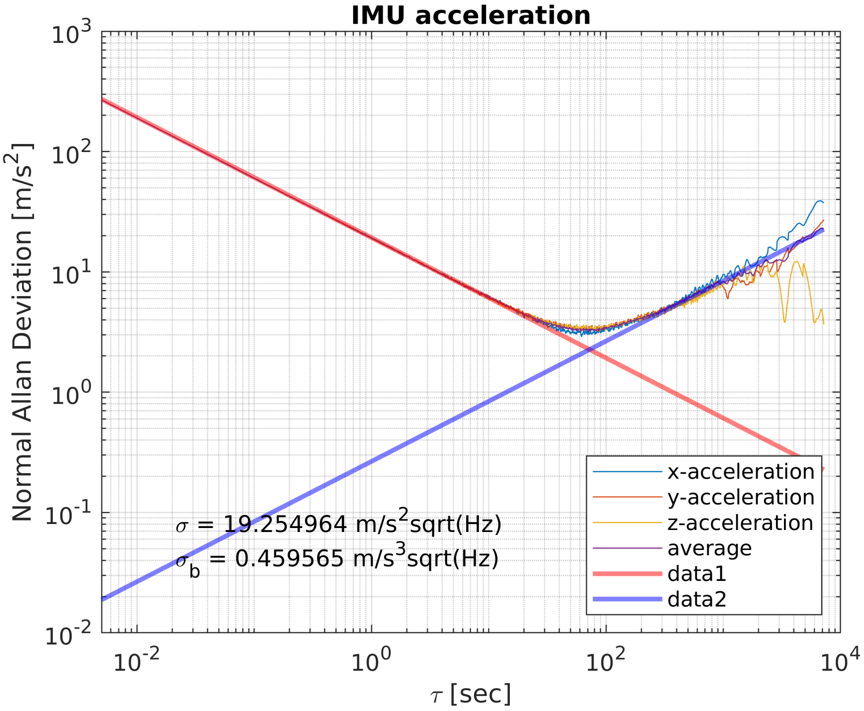

Figure 7: 加速度计标定曲线 (1000×)

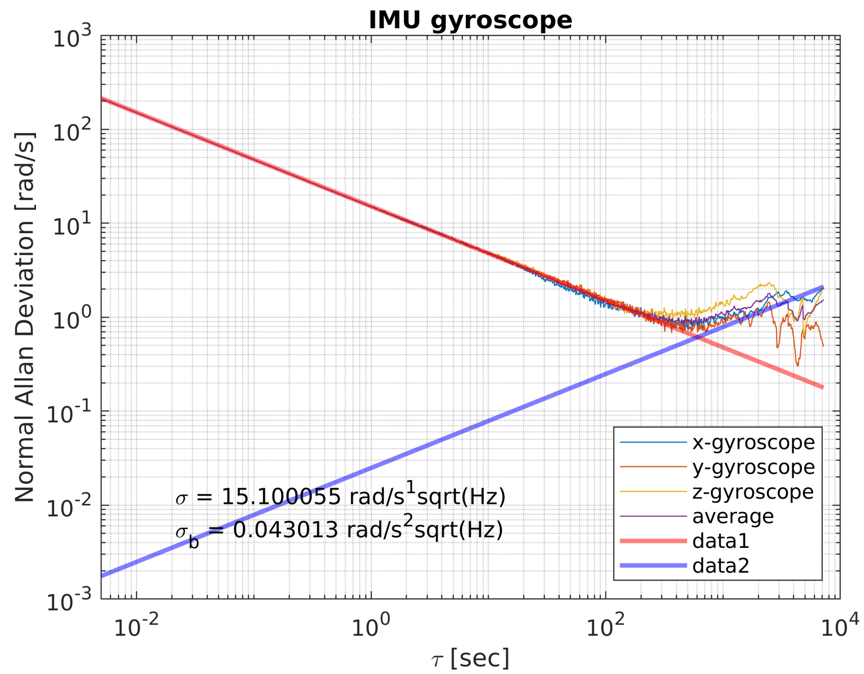

Figure 8: 陀螺仪标定曲线 (1000×)

2. 欧拉法和中值法积分得到的路径如所示 Fig.9、Fig.10，可以看出中值法进行积分的结果要优于欧拉法。

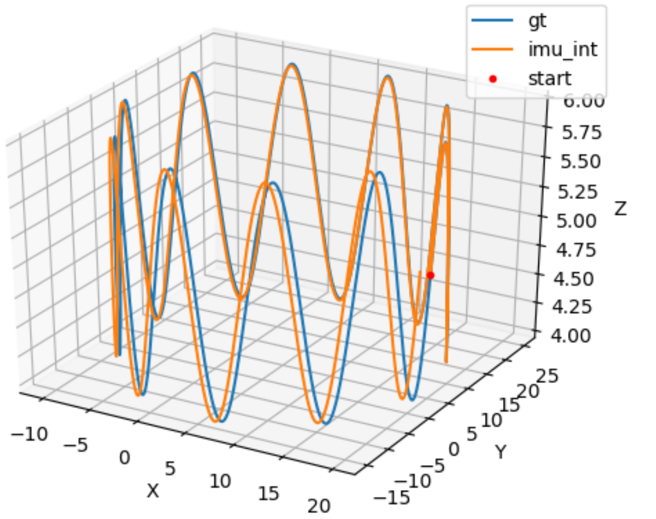

Figure 9: 欧拉法积分

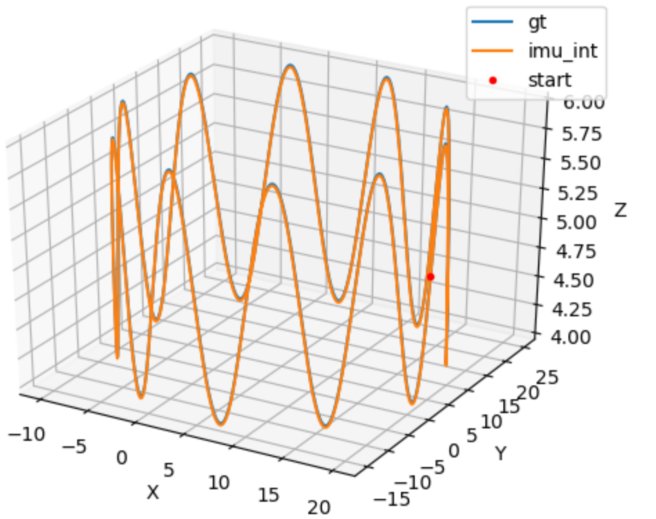

Figure 10: 中值法积分

3. 论文的核心思想是利用 B 样条曲线来对位姿进行插值，假设已知第 i 个控制点的位姿为 $\mathbf{T}_{w,i}$，则经过插值后位姿的连续轨迹为

$$\mathbf{T}_{w,s}(t) = \exp\{\tilde{B}_{0,k}(t)\log(\mathbf{T}_{w,0})\}\prod_{i=1}^{n}\exp\{\tilde{B}_{i,k}(t)\Omega_i\} \tag{1}$$

其中 $\tilde{B}_{i,k}(t) = \sum_{j=i}^{n} B_{j,k}(t)$ 为 B 样条曲线的累计基函数，$\Omega_i = \log\{\mathbf{T}_{w,i-1}^{-1}\mathbf{T}_{w,i}\} \in \mathfrak{se}3$ 为相邻位姿 $\mathbf{T}_{w,i-1}$ 、$\mathbf{T}_{w,i}$ 在 $\mathfrak{se}3$ 上的差。

论文中使用了 3 次 B 样条曲线进行插值。假设控制点之间相邻的时间间隔均为 Δt，则对于 $\forall t \in [t_i, t_{i+1})$ 可取集合 $\{t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, t_{i+2}\}$ 对应的控制点来对位姿进行插值。进一步定义规范化时间 $s(t) = \frac{(t-t_0)}{\Delta t}$，则各控制点对应的规范化时间为 $s_i \in [0, 1, ..., n]$。在规范化时间 $[s_i, s_{i+1})$ 内令 $u(t) = s(t) - s_i$，则可以将累计基函数及其导数表示为矩阵形式：

$$\tilde{B}(u) = \mathbf{C}\begin{bmatrix}1\\u\\u^2\\u^3\end{bmatrix},\ \dot{\tilde{B}}(u) = \frac{1}{\Delta t}\mathbf{C}\begin{bmatrix}0\\1\\2u\\3u^2\end{bmatrix},\ \ddot{\tilde{B}}(u) = \frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{C}\begin{bmatrix}0\\0\\2\\6u\end{bmatrix},\ \mathbf{C} = \frac{1}{6}\begin{bmatrix}6 & 0 & 0 & 0\\5 & 3 & -3 & 1\\1 & 3 & 3 & -2\\0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{2}$$

因此位姿及其导数可以表示为

$$\mathbf{T}_{w,s}(u) = \mathbf{T}_{w,i-1}\prod_{j=1}^{3}\exp\{\tilde{B}(u)_j\Omega_{i+j}\} \tag{3}$$

$$\dot{\mathbf{T}}_{w,s}(u) = \mathbf{T}_{w,i-1}(\dot{\mathbf{A}}_0\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_0\dot{\mathbf{A}}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_0\mathbf{A}_1\dot{\mathbf{A}}_2) \tag{4}$$

$$\ddot{\mathbf{T}}_{w,s}(u) = \mathbf{T}_{w,i-1}(\ddot{\mathbf{A}}_0\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_0\ddot{\mathbf{A}}_1\mathbf{A}_2 + \mathbf{A}_0\mathbf{A}_1\ddot{\mathbf{A}}_2 + 2(\dot{\mathbf{A}}_0\dot{\mathbf{A}}_1\mathbf{A}_2 + \dot{\mathbf{A}}_0\mathbf{A}_1\dot{\mathbf{A}}_2 + \mathbf{A}_0\dot{\mathbf{A}}_1\dot{\mathbf{A}}_2)) \tag{5}$$

$$\mathbf{A}_j = \exp\{\Omega_{i+j}\tilde{B}(u)_j\} \tag{6}$$

$$\dot{\mathbf{A}}_j = \mathbf{A}_j\Omega_{i+j}\dot{\tilde{B}}(u)_j \tag{7}$$

$$\ddot{\mathbf{A}}_j = \dot{\mathbf{A}}_j\Omega_{i+j}\dot{\tilde{B}}(u)_j + \mathbf{A}_j\Omega_{i+j}\ddot{\tilde{B}}(u)_j \tag{8}$$

再结合陀螺仪和加速度计的测量模型来生成观测值:

$$\text{Gyro}(u) = R_{w,s}^T(u)\cdot\dot{R}_{w,s}(u) + \text{bias} \tag{9}$$

$$\text{Accel}(u) = R_{w,s}^T(u)\cdot(\ddot{s}_w(u) + g_w) + \text{bias} \tag{10}$$

其中 $\dot{R}_{w,s}$ 和 $\ddot{s}_w$ 为对应位姿速度 $\dot{\mathbf{T}}_{w,s}$ 和加速度 $\ddot{\mathbf{T}}_{w,s}$ 的旋转及平移部分。