视觉 SLAM 理论与实践 - 作业 4

peng00bo00

June 5, 2020

1. 代码可参见./code/undistort_image.cpp
   去畸变的结果如 Fig.1所示

Figure 1: 图像去畸变

2. 代码可参见./code/disparity.cpp
   点云结果如 Fig.2所示

Figure 2: 双目视差

3. 1)

$$\frac{d\mathbf{A}\mathbf{x}}{d\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \tag{1}$$

2)

$$\frac{d\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}}{d\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)\mathbf{x} \tag{2}$$

3)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathrm{tr}(\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}) \\ &= \mathrm{tr}(\mathbf{A}\mathbf{x}\mathbf{x}^T) \end{aligned} \tag{3}$$

4. 代码可参见./code/gaussnewton.cpp
   拟合结果如 Fig.3所示

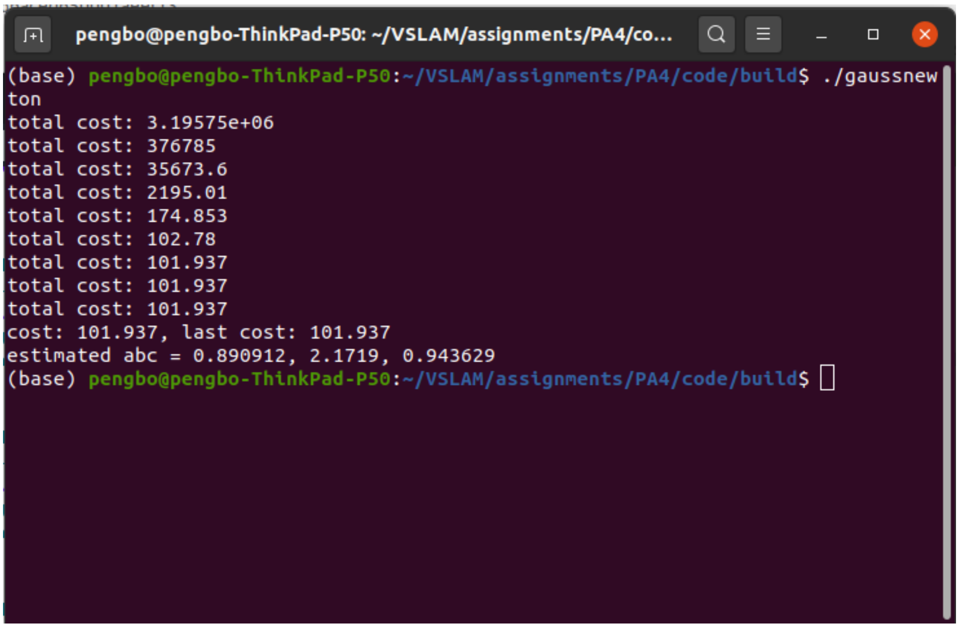

Figure 3: 曲线拟合

5. 1)

$$v_k - (x_k - x_{k-1}) = -w_k \tag{4}$$

$$y_k - x_k = n_k \tag{5}$$

因此 $v_k - (x_k - x_{k-1}) \sim N(0, Q)$, $y_k - x_k \sim N(0, R)$，对应的误差变量为:

$$\begin{aligned}\mathbf{e} &= \mathbf{z} - \mathbf{Hx} \\ &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{6}$$

2)

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \tag{7}$$

3) 待优化目标为

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{z} - \mathbf{Hx})^T \mathbf{W}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{Hx}) \tag{8}$$

最优解为

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{H}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{z} \tag{9}$$

因此当矩阵 $\mathbf{H}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}$ 可逆时存在唯一解。由于 $\mathbf{W}$ 为对角阵，因此当矩阵 $\mathbf{H}$ 为列满秩时矩阵 $\mathbf{H}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{H}$ 可逆。本例中 $\mathbf{H}$ 为列满秩矩阵，故存在唯一解。