



# 传感器数据处理II： 激光雷达运动畸变去除

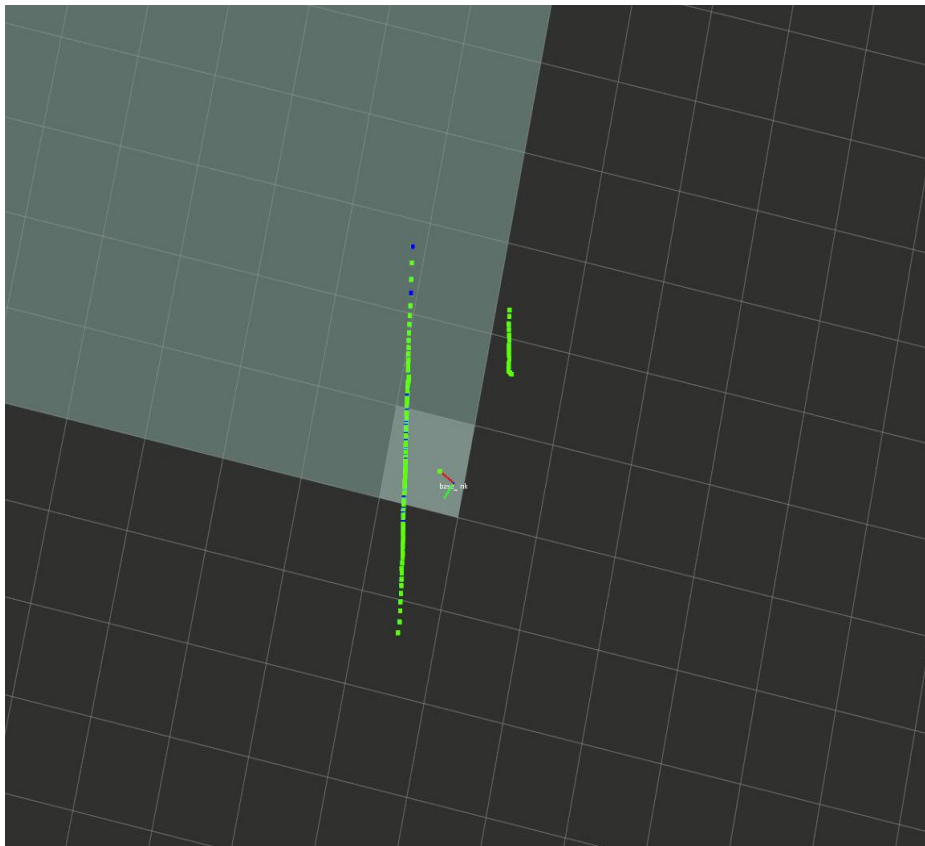
主讲人 曾书格

越凡创新技术负责人  
电子科技大学硕士





## 运动畸变示意



蓝色的点表示原始数据

绿色的点表示去畸变后的数据



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



3. 融合方法



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



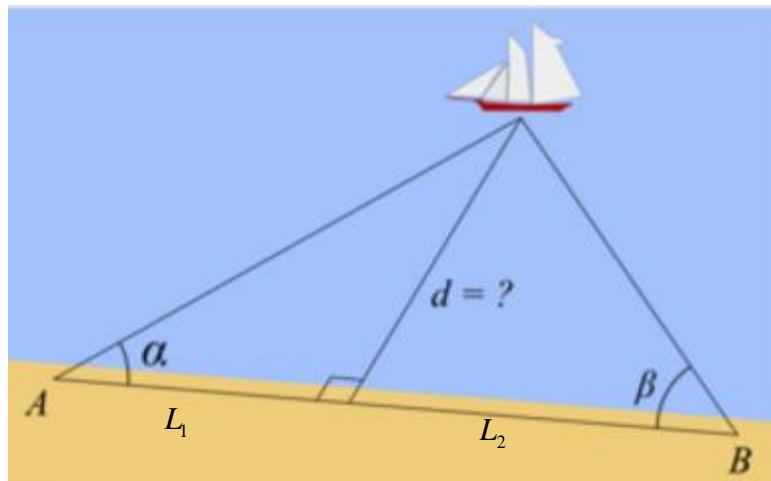
3. 融合方法



## 激光雷达传感器介绍



### 三角测距原理



三角测距

$$\begin{aligned}\tan \alpha &= \frac{d}{L_1} \\ \tan \beta &= \frac{d}{L_2}\end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned}L_1 &= \frac{d}{\tan \alpha} \\ L_2 &= \frac{d}{\tan \beta}\end{aligned}$$

$$L = L_1 + L_2 = d \left( \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \right) = d \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

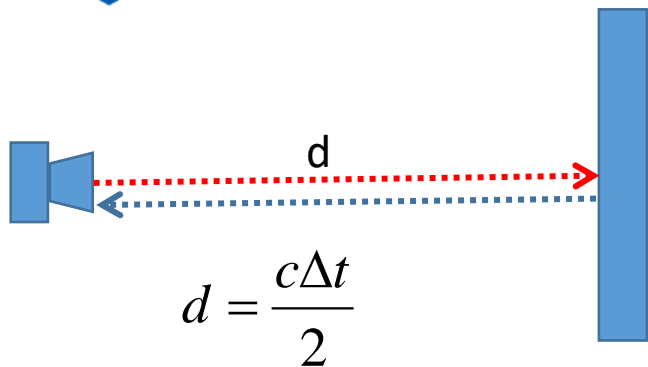
$$d = L \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$



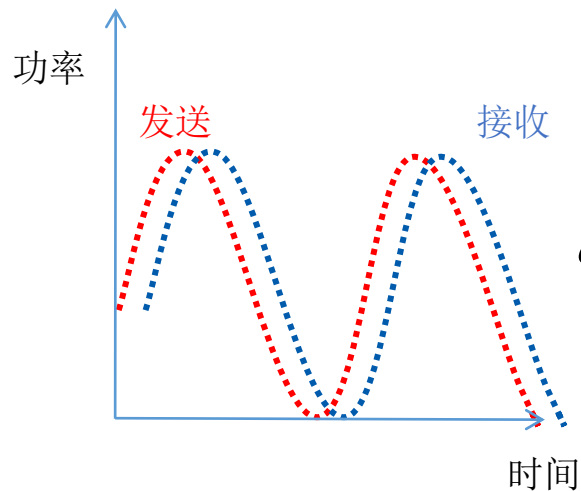
# 激光雷达传感器介绍



## TOF测距原理



飞行时间(TOF)



$$d = \frac{c\Delta\varphi}{4\pi f_m}$$

波形相位差



## 激光雷达传感器介绍



### 三角测距特点

#### 优点

- 中近距离精度较高
- 价格便宜

#### 不足

- 远距离精度较差
- 易受干扰

#### 适用场景

- 一般在室内使用



### 飞行时间(TOF)特点

#### 优点

- 测距范围广
- 测距精度高
- 抗干扰能力强

#### 不足

- 价格昂贵

#### 适用场景

- 室内室外皆可



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



3. 融合方法





# 光束模型(beam model)

- 符号说明

$x_t$ : 第 $t$ 时刻机器人的位姿;

$m$ : 地图;

$K$ : 第 $t$ 时刻激光数据包含的激光束个数;

$z_t^k$ : 第 $t$ 时刻激光数据中第 $k$ 个激光束测量的距离值;

$z_t$ : 第 $t$ 时刻激光数据, 包含 $K$ 个激光束测量的距离值。

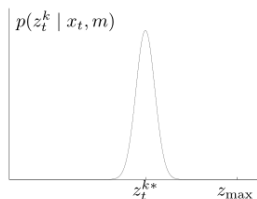
- 每个激光束相互独立, 第 $t$ 时刻激光数据为 $z_t$ 的概率:

$$p(z_t | x_t, m) = \prod_{k=1}^K p(z_t^k | x_t, m)$$

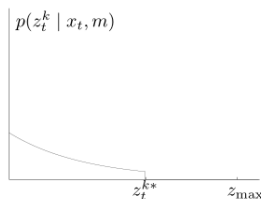
$$p(z_t | x_t, m) = \begin{pmatrix} z_{\text{hit}} \\ z_{\text{short}} \\ z_{\text{max}} \\ z_{\text{rand}} \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} p_{\text{hit}}(z_t^k | x_t, m) \\ p_{\text{short}}(z_t^k | x_t, m) \\ p_{\text{max}}(z_t^k | x_t, m) \\ p_{\text{rand}}(z_t^k | x_t, m) \end{pmatrix}$$

- 激光束测量的距离值有4种可能性

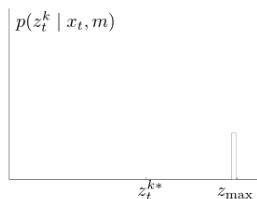
(a) Gaussian distribution  $p_{\text{hit}}$



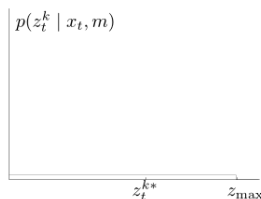
(b) Exponential distribution  $p_{\text{short}}$



(c) Uniform distribution  $p_{\text{max}}$

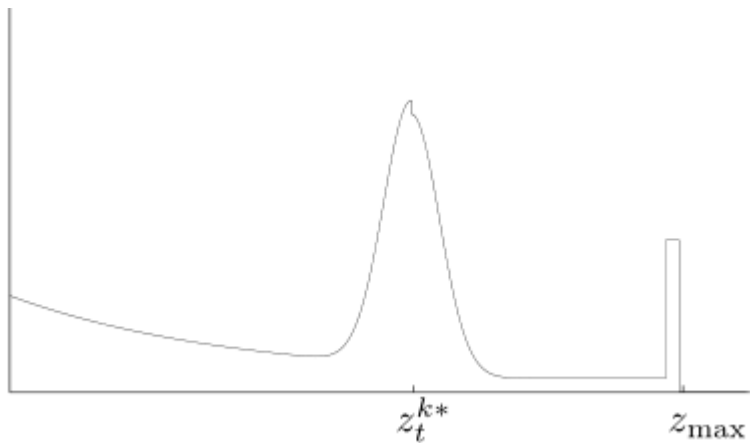


(d) Uniform distribution  $p_{\text{rand}}$



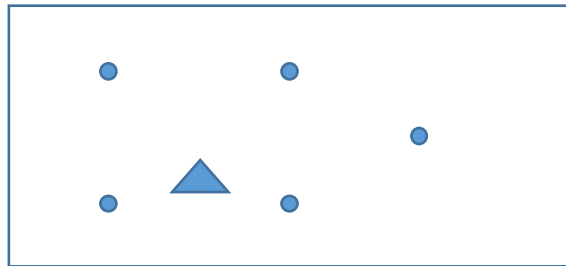


## 光束模型缺点



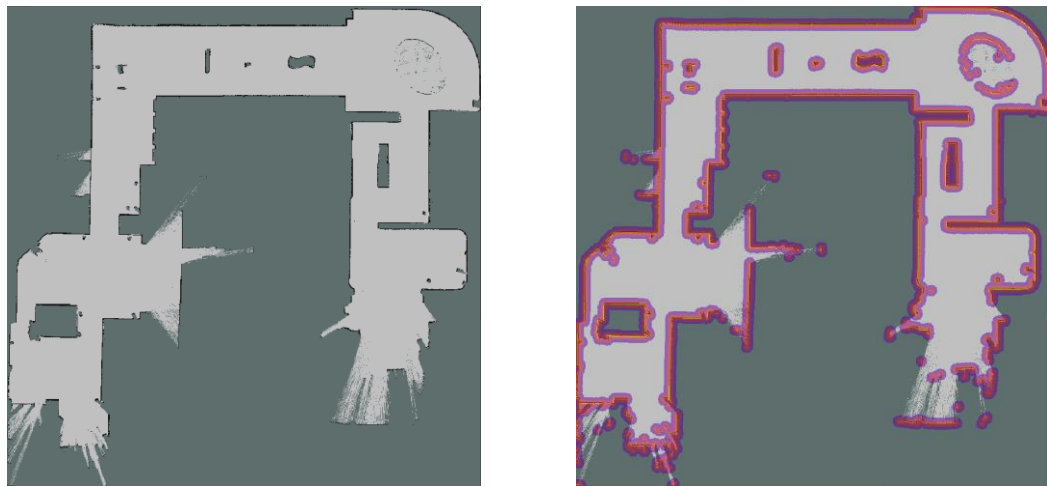
混合模型示意图

- 激光数据期望值的计算需要用raytracing, 每一个位姿需要进行 $K$ 次raytracing。
- 在非结构化环境中(clutter), 位姿微小的改变会造成期望值的巨大变化, 从而导致得分进行突变。





## 似然场模型(likelihood model)



似然场计算模型示意图

- 对图像进行高斯平滑，在任何环境中期望值对于位姿都是平滑的
- 似然场得分的计算不需要经过 raytracing，直接通过查表即可得到，计算量低
- 同时适合结构化环境和非结构环境中



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



3. 融合方法

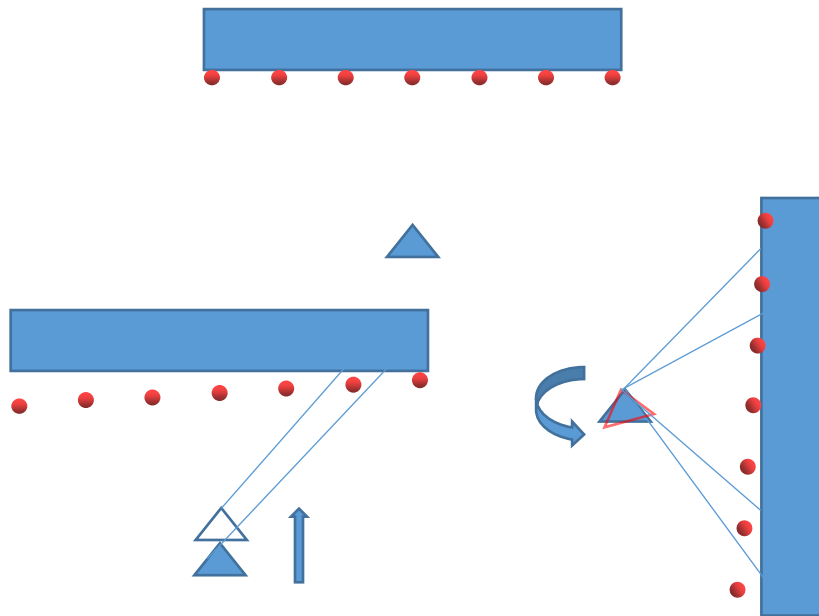


## 运动畸变



### 产生的原因

- 激光点数据不是瞬时获得
- 激光测量时伴随着机器人的运动
- 激光帧率较低时，机器人的运动不能忽略



运动畸变示意图



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法

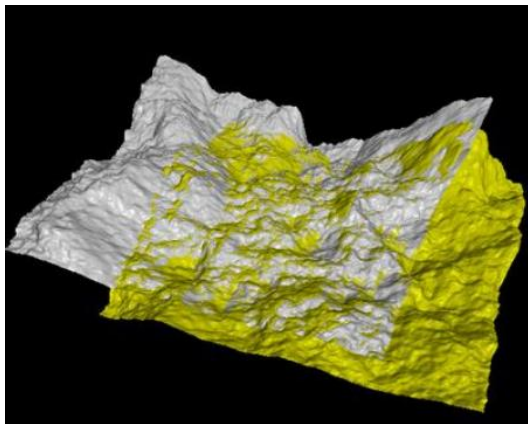


3. 融合方法

# 运动畸变去除—ICP(Iterative Closest Point)方法介绍

## 目的

ICP方法是用来求解两个点云集合转换关系的最通用的方法。



## 数学描述

- 给定两个点云集合:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_{N_x}\}$$

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_{N_p}\}$$

其中,

$x_i$ 和 $p_i$ 表示点云的坐标;

$N_x$ 和 $N_p$ 表示点云的数量。

- 求解旋转矩阵 $R$ 和平移向量 $t$ , 使得下式最小:

$$E(R, t) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|x_i - Rp_i - t\|^2$$



## 运动畸变去除—ICP方法介绍



### 已知对应点的求解方法

$$u_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} x_i \quad u_x \text{表示点云集合} X \text{的几何中心}$$

$$u_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i \quad u_p \text{表示点云集合} P \text{的几何中心}$$

去中心化

$$x'_i = x_i - u_x$$

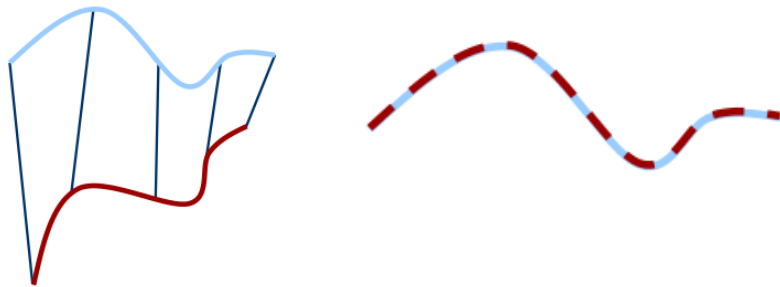
$$p'_i = p_i - u_p$$

$$W = \sum_{i=1}^{N_p} x'_i p'^T_i = U \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} V^T$$

则ICP的解为：

$$R = VU^T$$

$$t = u_x - Ru_p$$







# 运动畸变去除—ICP方法介绍

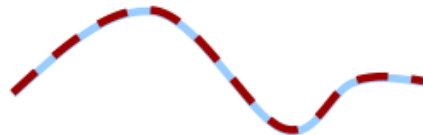
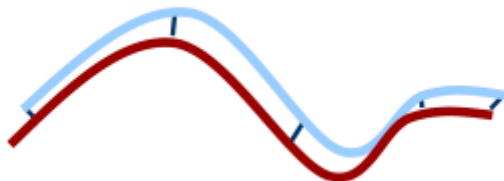
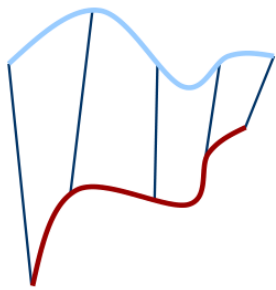


## 未知对应点的求解方法

- 实际中，不知道对应点匹配
- 不能一步到位计算出R和t
- 进行迭代计算
- EM(Expectation-Maximization)算法的一个特例

算法流程：

- 寻找对应点
- 根据对应点，计算R和t
- 对点云进行转换，计算误差
- 不断迭代，直至误差小于某一个值



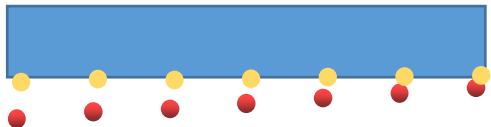


## 运动畸变去除—VICP方法介绍



### ICP方法在激光匹配中的缺点

- 没有考虑激光的运动畸变
- 当前的激光数据是错误的



### VICP

- ICP算法的变种
- 考虑了机器人的运动
- 匀速运动
- 进行匹配的同时估计机器人的速度



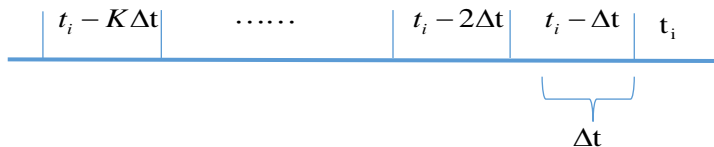
# 运动畸变去除—VICP方法介绍



## VICP方法

- $z_i, z_{i-1}$  分别表示第*i*时刻和*i* - 1时刻的激光数据
- $T_i, T_{i-1}$  分别表示第*i*时刻和*i* - 1时刻的机器人位姿
- 假设机器人匀速运动, 则速度  $V_i = \frac{T_2 V(T_i^{-1} T_{i-1})}{K \Delta t}$

- 第*i*时刻*K*个激光束的时间戳:  
 $(t_i - K \Delta t, t_i - (K - 1) \Delta t, \dots, t_i - \Delta t, t_i)$



- 第*i*帧第*k*个激光点的位姿:

$$T_{ik} = T_i \cdot V 2T(V_i \cdot k \Delta t)$$

$$T_{\Delta t} = V 2T(V_i \Delta t)$$

$$T_{ik} = T_i (T_{\Delta t})^k$$

- 第*i*帧激光点的位姿集合:

$$\bar{T}_i = \{T_i \cdot V 2T(k V_i \Delta t), k = 1, 2, \dots, n\}$$



## 运动畸变去除—VICP方法介绍



### VICP算法流程

$$V_i = V_i - 1$$

*while*  $\|V - V_i\| > \varepsilon$  *do*

$$T_{\Delta t} = V 2T(V_i \Delta t)$$

*for*  $k = 1:K$  *do*

$$T_{ik} = T_{ik-1} T_{\Delta t}$$

$$\bar{z}_{ik} = T_{ik} z_{ik}$$

*end for*

$$T = ICP(\bar{Z}_{i-1}, \bar{Z}_i, T)$$

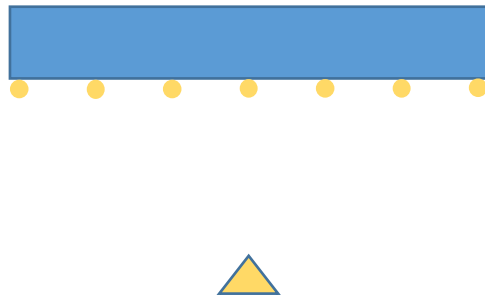
$$V = V_i$$

$$V_i = \frac{T 2V(T^{-1}T_{i-1})}{\Delta t}$$

*end while*



### VICP矫正效果





## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



3. 融合方法



## 运动畸变去除—传感器辅助



### VICP缺点

- 低帧率激光(5Hz), 匀速运动假设不成立
- 数据预处理和状态估计过程耦合



### 解决方法

- 尽可能准确的反应运动情况
- 实现预处理和状态估计的解耦



### 传感器辅助方法(Odom/IMU)

- 极高的位姿更新频率(200Hz), 可以比较准确的反应运动情况
- 较高精度的局部位姿估计
- 跟状态估计完全解耦



## 运动畸变去除—传感器辅助



### 惯性测量单元(IMU)

- 直接测量角速度和线加速度
- 具有较高的角速度测量精度
- 测量频率极高(1kHz~8kHz)
- 线加速度精度太差，二次积分在局部的精度依然很差



### 轮式里程计

- 直接测量机器人的位移和角度
- 具有较高的局部角度测量精度
- 具有较高的局部位置测量精度
- 更新速度较高(100Hz~200Hz)





## 运动畸变去除—轮式里程计



### 在单片机上处理

- 用单片机读取激光雷达数据，每次读取激光点数据时都可以获取当时机器人的位姿，根据机器人位姿消除运动畸变。得到一帧完整的数据后，上传至处理器。
- 在单片机层消除运动畸变
- 无需考虑时间同步的问题
- 需要对数据进行压缩，否则会产生较大延时



### 在处理器上处理

- 用CPU读取激光雷达数据，同时单片机上传里程计积分数据，两者进行时间同步。在CPU上统一进行运动畸变去除。
- 体系清晰，不会产生延时
- 需要进行时间同步
- 需要进行位姿插值







# 运动畸变去除—轮式里程计



## 已知数据

- 当前帧激光起始时间 $t_s, t_e$
- 两个激光束之间的时间间隔 $\Delta t$
- 里程计数据按照时间顺序存储在一个队列中，队首的时间最早
- 最早的里程计数据的时间戳 $< t_s$
- 最晚的里程计数据的时间戳 $> t_e$



## 目标

- 求解当前帧激光数据中每一个激光点对应的机器人位姿，即求解 $\{t_s, t_{s+\Delta t}, \dots, t_e\}$ 时刻的机器人位姿
- 根据求解的位姿把所有激光点转换到同一坐标系下
- 重新封装成一帧激光数据，发布出去



## 运动畸变去除—轮式里程计



求解 $t_s, t_e$ 时刻的位姿 $p_s, p_e$

- 里程计队列正好和激光数据同步，假设第 $i$ 和第 $j$ 个数据的时刻分别为 $t_s, t_e$ :

$$p_s = OdomList[i]$$

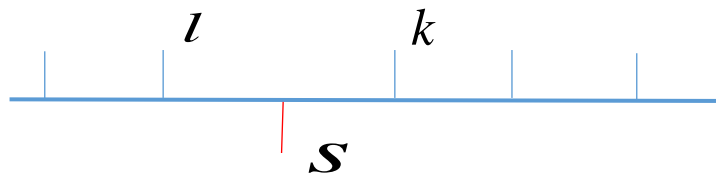
$$p_e = OdomList[j]$$

- 在 $t_s$ 时刻没有对应的里程计位姿，则进行线性插值。设在 $l, k$ 时刻有位姿，且 $l < s < k$ ，则：

$$p_l = OdomList[l]$$

$$p_k = OdomList[k]$$

$$p_s = \text{LinarInterp}(p_l, p_k, \frac{s-l}{k-l})$$





# 运动畸变去除—轮式里程计



## 二次插值

- 在一帧激光数据之间，认为机器人做匀加速运动。
- 机器人的位姿是关于时间 $t$ 的二次函数。

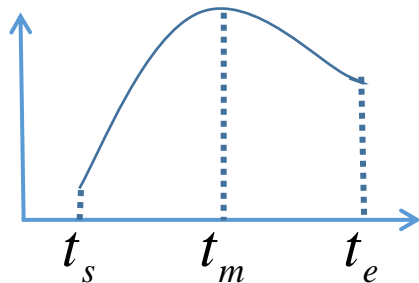
- 设 $t_m = \frac{t_s + t_e}{2}$ ，且 $l < m < k$ ，则：

$$p_m = \text{LinearInterp}(p_l, p_k, \frac{m-l}{k-l})$$

- 已知 $p_s, p_m, p_e$ ，可以插值一条二次曲线：

$$P(t) = At^2 + Bt + C$$

$$t_s \leq t \leq t_e$$





## 运动畸变去除—轮式里程计

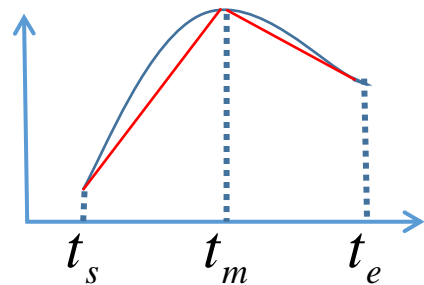


### 二次曲线的近似

- 用分段线性函数对二次曲线进行近似
- 分段数大于3时，近似误差可以忽略不计
- 在 $t_s$ 和 $t_e$ 时间段内，一共取 $m$ 个位姿 $\{p_s, p_{s+1}, \dots, p_{s+m-2}, p_e\}$
- 位姿通过线性插值获取，在这 $m$ 个位姿之间，进行线性插值：

设 $p_s$ 和 $p_{s+1}$ 之间有 $n$ 个位姿 $\{p_s, p_{s1}, \dots, p_{s(n-2)}, p_{s+1}\}$ ，假设 $si$ 在 $l$ 和 $k$ 之间，  
则

$$p_{si} = \text{LinarInterp}(p_l, p_k, \frac{si - s}{\Delta t})$$





## 运动畸变去除—轮式里程计



### 坐标系统一&激光数据发布

- 一帧激光数据 $K$ 个激光点，每个激光点对应的位姿 $\{p_1, p_2, \dots, p_K\}$ 通过上述介绍的方法插值得到
- $x_i$ 为转化之前的坐标， $x'_i$ 为转换之后的坐标，则：

$$x'_i = V2T(p_i)x_i$$

- 把转换之后的坐标转换为激光数据发布出去：

$$\begin{aligned}x'_i &= (p_x, p_y) \\ range &= \sqrt{p_x * p_x + p_y * p_y} \\ angle &= atan2(p_y, p_x)\end{aligned}$$



## 课程内容

### 概念介绍



1. 激光雷达传感器介绍



2. 激光雷达数学模型介绍



3. 运动畸变介绍

### 畸变去除



1. 纯估计方法



2. 里程计辅助方法



3. 融合方法



## 运动畸变去除—两者结合



### 轮式方法和匹配方法的结合

- 用里程计方法进行矫正，去除绝大部分的运动畸变。
- 认为里程计存在误差，但是误差值线性分布的。
- 用ICP的方法进行匹配，匹配的结果作为正确值，得到里程计的误差值。
- 把误差值均摊到每一个点上，重新进行激光点位置修正。
- 再一次进行ICP迭代，直到收敛为止。

位置误差的线性假设比位置线性假设更合理!!!



## 参考资料

[1] VICP:Velocity updating Iterative Closest Point Algorithm.

[2] LOAM:Lidar Odometry and Mapping in real-time.





作业

详细见说明文档



结语

感谢聆听！  
Thanks for Listening

