激光 SLAM 理论与实践 - 作业 2

peng00bo00

December 10, 2020

1. 直接线性方法的里程计标定模块代码可参见./odom_ws/src/calib_odom/src 路径下 main.cpp 和 Odom_Calib.cpp 文件。标定后的机器人轨迹可参见 Fig.1，其中红色轨迹为激光雷达发布轨迹，蓝色轨迹为里程计直接积分得到轨迹，绿色轨迹为标定后轨迹。最后得到矫正矩阵如 Fig.2所示。

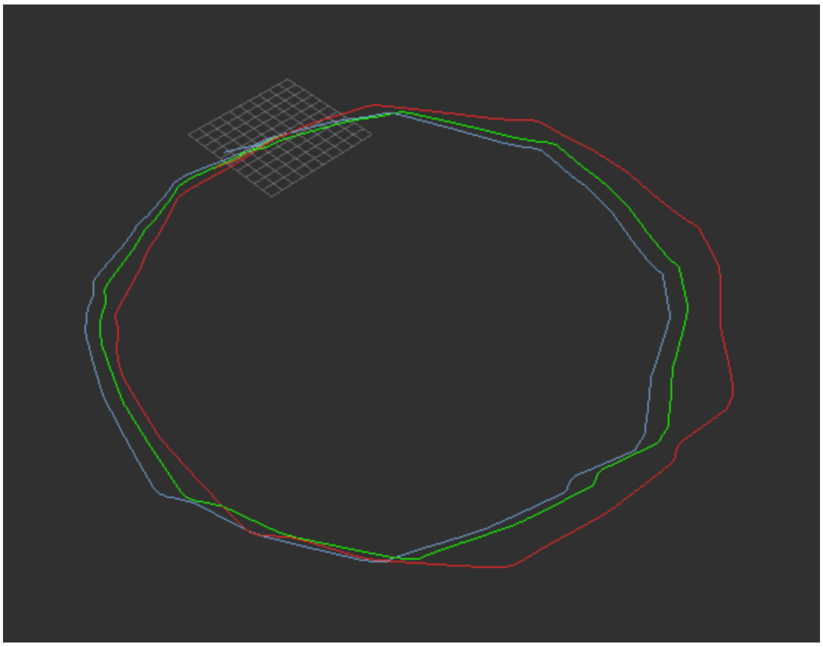

Figure 1: 机器人轨迹

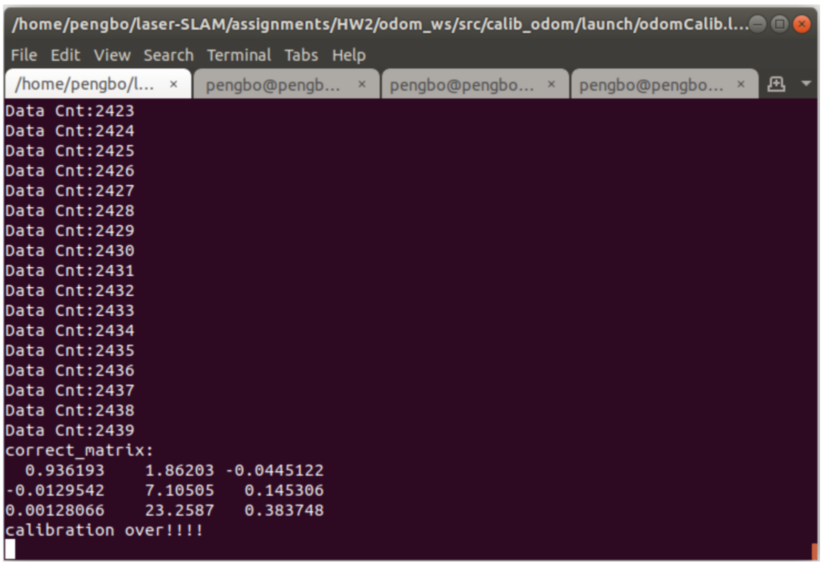

Figure 2: 矫正矩阵

2. 基于模型方法的里程计标定结果如 Fig.3所示：

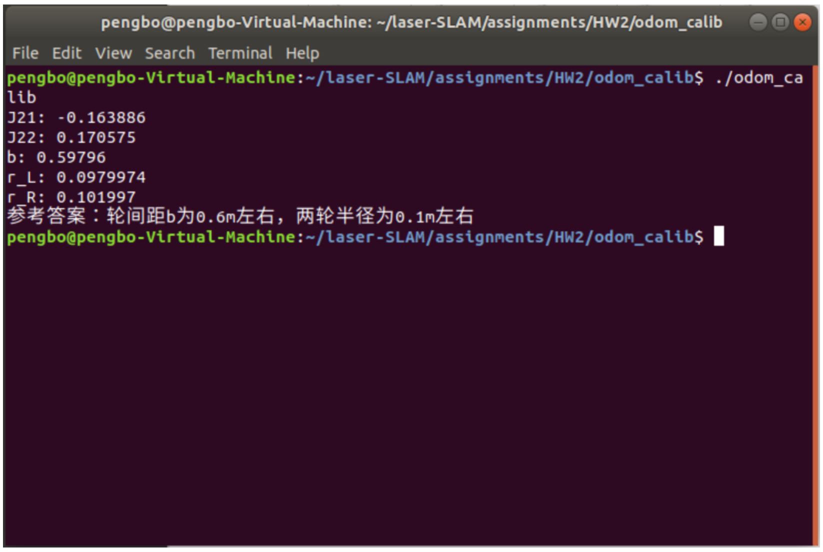

Figure 3: 标定结果

3. 1) 求解线性方程组的主要方法包括高斯消元法、LU 分解、QR 分解、Cholesky 分解等。

2）各种不同求解方法的适用条件如下：

(a) 高斯消元法适用于系数矩阵 A 为方阵的情况，通过对增广矩阵 $[A|b]$ 进行行变换使得 A 对应的部分成为上三角矩阵，然后自下而上求解 x；

(b) LU 分解是高斯消元的一种表达方式，首先将系数矩阵 A 分解为单位下三角矩阵 L 以及一个上三角矩阵 U 的乘积:

$$A = LU \tag{1}$$

此时求解原线性方程组等价于求解新的线性方程组:

$$Ax = b \Leftrightarrow LUx = b \Leftrightarrow Ld = b \tag{2}$$

其中 $d = Ux$。由于 L 为单位下三角矩阵，故可以自上而下求解得到 d，进而求解方程组:

$$Ux = d \tag{3}$$

由于 U 为上三角矩阵，自下而上求解方程组即可得到 x；

(c) QR 分解是将系数矩阵 A 分解为正交阵 Q 与上三角矩阵 R 的乘积：

$$A = QR \tag{4}$$

对于正交阵 Q，其逆阵等于自身的转置。因此原方程组等价于：

$$Ax = b \Leftrightarrow QRx = b \Leftrightarrow Rx = Q^T b \tag{5}$$

由于 R 为上三角矩阵，自下而上求解方程组即可得到 x；

(d) 若系数矩阵 A 为正定矩阵则可以通过 Cholesky 分解来求解线性方程组。利用 Cholesky 分解可以将系数矩阵 A 分解为：

$$A = LL^T \tag{6}$$

其中 L 为下三角矩阵。此时原方程组等价于

$$Ax = b \Leftrightarrow LL^T x = b \Leftrightarrow Ld = b \tag{7}$$

其中 $d = L^T x$。由于 L 为下三角矩阵，故可以自上而下求解得到 d，进而求解方程组:

$$L^T x = d \tag{8}$$

由于 L^T 为上三角矩阵，自下而上求解方程组即可得到 x；

4. 参考论文《Simultaneous calibration of odometry and sensor parameters for mobile robots》来标定里程计与传感器，待标定参数除里程计参数 (r_L, r_R, b) 外还包括传感器位姿 $l = (l_x, l_y, l_\theta)$。假设机器人在 k 时刻对应的位姿为 q^k，k 时刻与 $k+1$ 时刻机器人位姿变化量记为 r^k，通过传感器获得的位姿变化量记为 s^k，则 s^k 与 r^k 之间满足关系式：

$$s^k = l^{-1} r^k l \tag{9}$$

传感器和机器人位姿变换关系可参见 Fig.4。因此可以构造出误差项 $e^k = s^k - l^{-1} r^k l$，得到最优化目标函数

$$J = \sum_{k=1}^{n} ||s^k - l^{-1} r^k l||_{\Sigma_k^{-1}} \tag{10}$$

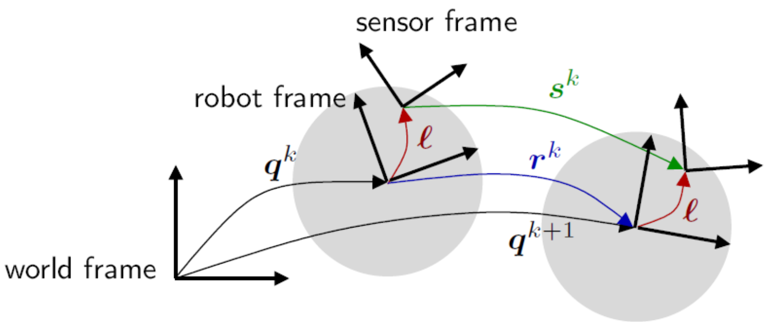

Figure 4: 位姿变换关系

通过最小化累计误差函数 J 从而求解得到里程计参数 (r_L, r_R, b) 以及传感器位姿 $l = (l_x, l_y, l_\theta)$。具体求解方法较为复杂可参考论文第 V 节 CALIBRATION METHOD，其思想与课程中所讲述的标定方法类似，即先利用旋转关系标定系数 J_21, J_22 再利用平移部分来标定其他参数。二者的区别在于课程中假定传感器的位姿与机器人相同，而此处则需要考虑二者的变换关系 l。