

Math formula exercise

PENG GUANWEN

April 9, 2019

Abstract

L^AT_EX 是一款非常优秀的文档准备系统，它强大的数学排版功能举世闻名。由于 Mathjax¹ 的广泛采用，L^AT_EX 数学公式也成为了 Web 技术上数学公式排版的事实标准。但 L^AT_EX 的学习曲线陡峭，基本的命令难以轻松应对实际写作中遇到的复杂公式。本文选取并实现了 *The T_EXbook* 第 18 章末尾提供的 20 个 Challenge。以期为想要深入学习 L^AT_EX 公式排版的读者提供参考。

Knuth 在 *The T_EXbook* 的附录中给出了全部习题的答案，但全部使用的是原始的 T_EX 命令，而本文则采用了适用于 L^AT_EX 的命令。为提供最大兼容性，本文原则上只使用 L^AT_EX 与 $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ 宏集提供的命令排版数学公式。一个例外是 `commath` 宏包提供的 `\dif` 命令。但即使不引用这个宏包，也可以轻易地通过定义 `\DeclareMathOperator{\dif}{d!}` 来使用这个命令。

本文没有在文章中列出自身的源代码，建议读者先阅读编译后的 PDF，并亲自将下面的公式用 L^AT_EX 写一遍，再直接对照文章的源代码，这样你必能对各种数学命令建立更深的理解。

Challenge 1 n^{th} root

`\textrm` 命令与 `\mathrm` 命令都可以在数学模式显示直的罗马体 “th”。在本例中效果也是一样的。但根据 *Math Mode*，`\mathrm` 是竖直字体的数学模式而 `\textrm` 是“真正的”文本模式，在这个公式下应该选择后者。

Challenge 2 $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{TS} = \mathbf{dg}(\omega_1, \dots, \omega_n) = \mathbf{\Lambda}$ 与 Challenge 1 类似，本题中 \mathbf{S} 是粗体数学符号，所以采用 `\mathbf` 而不是 `\textbf`。

L^AT_EX 下直接使用 `\mathbf{\Lambda}` 不能得到正常的 $\mathbf{\Lambda}$ 粗体效果，我们采用 $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ 宏集的 `\boldsymbol` 命令完成。

L^AT_EX 数学模式有两种省略号 “...” 和 “...”，分别用 `\cdots` 和 `\ldots` 生成。 $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$ 宏集提供了 `\dots`、`\dotsi`、`\dotsc`、`\dotsb`、`\dotsm`、`\dotso` 等命令，可以更方便灵活地使用这两种省略号。用法详见 *User's Guide for the amsmath package*, p14。

Challenge 3 $\Pr(m = n \mid m + n = 3)$

`\mid` 与 `|`、`\lvert`、`\rvert` 都是显示为 `|` 的同一个字符。不同的是它们的语义不同，如 `\mid` 是一个关系符，而 `\lvert` 是一个左分隔符。这些语义能帮助 L^AT_EX 产生正确的空白。

¹<https://www.mathjax.org/>

The T_EXbook 认为这个式子可以与集合记号类比, 在括号两侧添加窄空格。但我认为 `\Pr` 还是应该被认为是一个函数, 所以使用默认的空白方案。

Challenge 4 $\sin 18^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)$

`\frac` 的参数如果只有一个字符, 可以直接省略大括号, 以增加可读性。

Challenge 5 $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg}/^\circ\text{K}$

单位 `erg/°K` 与数字之间应该有一个窄空格`\,`。

Challenge 6 $\bar{\Phi} \subset NL_1^*/N = \bar{L}_1^* \subseteq \cdots \subseteq NL_n^*/N = \bar{L}_n^*$

Challenge 7 $I(\lambda) = \iint_D g(x, y) e^{i\lambda h(x, y)} dx dy$

在 *The T_EXbook* 中微分符号都是写作斜体的 dx , 但根据 ISO 80000-2:2009(E), 应该采用竖直的罗马体。所以使用 `commath` 宏包的 `\dif` 命令以符合标准的要求。

Challenge 8 $\int_0^1 \cdots \int_0^1 f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n$

The T_EXbook 认为应该在第一个积分符号后面插入一个负空格`\!`。但我认为没有合适的排版上的理由这要做。

Challenge 9

$$x_{2m} \equiv \begin{cases} Q(X_m^2 - P_2 W_m^2) - 2S^2 & (m \text{ odd}) \\ P_2^2(X_m^2 - P_2 W_m^2) - 2S^2 & (m \text{ even}) \end{cases} \pmod{N}$$

两行公式略显拥挤。如果采用 `mathtools` 宏包的 `\dcases` 将会取得更好的结果。

Challenge 10

$$(1 + x_1 z + x_1^2 z^2 + \cdots) \cdots (1 + x_n z + x_n^2 z^2 + \cdots) = \frac{1}{(1 - x_1 z) \cdots (1 - x_n z)}$$

`\dots` 自动判断在这个例子中不起作用, 所以需要语义化的版本 `\dotsb`。

The T_EXbook 在两处 “ $+\cdots$ ” 后面都增加了窄空格。

Challenge 11

$$\prod_{j \geq 0} \left(\sum_{k \geq 0} a_{jk} z^k \right) = \sum_{n \geq 0} z^n \left(\sum_{\substack{k_0, k_1, \dots \geq 0 \\ k_0 + k_1 + \dots = n}} a_{0k_0} a_{1k_1} \cdots \right)$$

如果采用 `\left` 和 `\right` 自动调整括号高度, 会设置为括号内部整个公式的高度, 效果不令人满意。于是使用 `\Biggl` 和 `\Biggr` 手动调整大小。

The T_EXbook 在 z^n 后面增加了窄空格。

Challenge 12

$$\frac{(n_1 + n_2 + \cdots + n_m)!}{n_1! n_2! \cdots n_m!} = \binom{n_1 + n_2}{n_2} \binom{n_1 + n_2 + n_3}{n_3} \cdots \binom{n_1 + n_2 + \cdots + n_m}{n_m}$$

L^AT_EX 不能很好的计算后缀运算符周围的空白，所以我们需要在 n_2 前面插入一个窄空格。

Challenge 13

$$\Pi_R \left[\begin{matrix} a_1, a_2, \dots, a_M \\ b_1, b_2, \dots, b_N \end{matrix} \right] = \prod_{n=0}^R \frac{(1 - q^{a_1+n})(1 - q^{a_2+n}) \cdots (1 - q^{a_M+n})}{(1 - q^{b_1+n})(1 - q^{b_2+n}) \cdots (1 - q^{b_N+n})}$$

使用 `\genfrac` 可以生成向分数一样上下排列的两个公式，将第三个参数设置为零就可以取消掉中间的横线。

Challenge 14

$$\sum_{p \text{ prime}} f(p) = \int_{t>1} f(t) d\pi(t)$$

Challenge 15

$$\overbrace{\{a, \dots, a, b, \dots, b\}}^{k \text{ a's} \quad l \text{ b's}} \\ k+l \text{ elements}$$

`\mathstrut` 等价于 `\vphantom{ }`，这相当于插入了一个宽度为 0，但高度与一个括号相等的盒子，使得两边的大括号一样高。

Challenge 16

$$\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \\ 0 & \begin{pmatrix} i & j \\ k & l \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

`\noalign{\smallskip}` 用于增加两行之间的间距。

Challenge 17

$$\det \begin{vmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \cdots & c_{n+1} \\ c_2 & c_1 & c_4 & \cdots & c_{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_n & c_{n+1} & c_{n+2} & \cdots & c_{2n} \end{vmatrix} > 0$$

为了实现对齐，这里采用了 `array` 环境。`mathtools` 宏包提供了 `pmatrix*` 环境，可以更方便地实现矩阵对齐。

Challenge 18

$$\sum'_{x \in A} f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\substack{x \in A \\ x \neq 0}} f(x)$$

由于在数学模式中 ' 等价于 `\prime`，而巨算符会改变上标的位置，所以直接采用 `\sum'_{x \in A}` 是不可行的。我们需要用 `\mathop` 临时制作一个新的巨算符。

Challenge 19

$$2 \uparrow\uparrow k \stackrel{\text{def}}{=} 2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^2}}}} \}^k$$

The T_EXbook 采用了 `\vbox` 和 `\hbox` 的组合实现了大括号沿下侧对齐。而这里使用了 `\genfrac` 命令，可以达到相同的效果，同时兼容了 Mathjax。

Challenge 20

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 0 & & \\
 & & & & \downarrow & & \\
 0 & \longrightarrow & \mathcal{O}_C & \xrightarrow{\iota} & \mathcal{E} & \xrightarrow{\rho} & \mathcal{L} \longrightarrow 0 \\
 & & \parallel & & \downarrow \phi & & \downarrow \psi \\
 0 & \longrightarrow & \mathcal{O}_C & \longrightarrow & \pi_* \mathcal{O}_D & \xrightarrow{\delta} & R^1 F_* \mathcal{O}_V(-D) \longrightarrow 0 \\
 & & & & & & \downarrow \\
 & & & & & & R^1 F_*(\mathcal{O}_V(-iM)) \otimes \gamma^{-1} \\
 & & & & & & \downarrow \\
 & & & & & & 0
 \end{array}$$

这个交换图在 *The T_EXbook* 是用矩阵实现的。但利用宏包 `tikz-cd`，可以更方便，灵活地绘制交换图。

Unusual math command

```
\,, 2
\Bigg
    \Biggl, 2
    \Biggr, 2
\boldsymbol, 1
\circ, 2
\dif, 2
\dots, 1
    \dotsb, 2
\genfrac, 3
\left, 3
\mathbf, 1
\mathop, 4
\mathstrut, 3
\mid, 1
\noalign{\smallskip}, 3
\pmod, 2
\right, 3
\text{rm}, 1
\vert
    \lvert, 1
    \rvert, 1
|, 1
```

References

- [1] ISO 80000-2:2009(E). Quantities and units – Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and technology. Standard, International Organization for Standardization, December 2009. URL: <https://www.iso.org/standard/31887.html>.
- [2] Donald Ervin Knuth. *The T_EXbook*. Addison-Wesley Professional, January 1984.
- [3] American Mathematical Society and L^AT_EX 3 Project. *User's Guide for the amsmath package*. December 13, 1999. URL: <http://mirrors.concertpass.com/tex-archive/macros/latex/required/amsmath/amslatex/amsldoc.pdf>.
- [4] Herbert Voß. *Math Mode*. January 2014. URL: <http://ctan.math.utah.edu/ctan/tex-archive/obsolete/info/math/voss/mathmode/Mathmode.pdf>.