

Torzijsko nihalo z visoko žico

Poleg tlačnih in nateznih obremenitev poznamo pri enakih snovih tudi strižne obremenitve. O strižni napetosti F/S govorimo takrat, ko na sila v ravnini ploske v kateri prigni prijemlje, v nasprotju s tlačno silo, ki je pravokotna na ploskev. Navadno opazujemo strižne deformacije mirujočih teles. Zaradi ravnovesja sil sklepamo, da strižne sile nastopajo v parih. Podobno kot pri natezni obremenitvi upeljemo pri strižni obremenitvi strižni modul G . Za strižno napetost velja enačba:

$$\frac{F}{S} = G\alpha$$

α ... nagib stranske ploske
kvadra

Obe prožni in strižni modul sta odvisna od snovi. Pri torzijski prožnosti za strižno obremenitev, kjer imamo zasuh okrog njene vzdolžne geometrijske osi. Torzijski koef. je opredeljen z enačbo:

$$M = D\phi$$

ϕ ... zasuh enega konca glede na drugega

M ... navor

Modul D je odvisen od dolžine žice in snovi. Če gledamo žico kot več enakih valjev pride mo do zveze

$$dM = r dF = r \alpha G dS$$

Celotni navor pa dobimo kot:

$$M = \int dM = \frac{\pi r_0^4 G \phi}{2L}$$

Iz ~~prejšnje~~ enačbe odčitamo torzijski koef. D :

$$D = \frac{\pi r_0^4 G}{2L}$$

Iz njega lahko izračunamo strižni modul G , ki je pa povezan s prožnostnim:

$$G = \frac{1}{2(1+\mu)}$$

Kjer μ poissonovo število (razmerje med širloom žice v prečni smeri in podaljškom v vzdolžni):

$$\frac{\Delta r}{r} = -\mu \frac{\Delta l}{l}$$

Nižnji čas torzijskega nihala (za majhne zasuk) je:

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$$

Potrebšine:

- Stogalo, jeklena žica, plošča z ročajem
- Vohel kovinski valj, kvader z valjasto votlino
- ravnilo, tehtnica, stoparica, mikrometer, hfunesth merilo

Naloga:

1. Ugotoviti torzijski koef. D žice
2. Izračunati G jekla
3. Ugotoviti vztrajnostni moment danega telesa iz meritve t_0 in direktno po računu.

Navodilo:

Na stogalo vpenemo žico in ploščo. Merimo nižnji čas prazne plošče nato pa še z obema praznima telesoma. Pazimo da so kotne amplitude majhne. Telesa primenimo in stekamo. Z uporabo prejšnjih enačb lahko izračunamo vztr. mom. plošče J_p in kvadra J_k ter D . Pri tem je J valja: $J = \frac{1}{2} m(r_1^2 + r_2^2)$, kjer sta r_1 in r_2 notranji in zunanji radij. Izračunamo preko D tudi G . Vztrajnostni moment kvadra ob C osi: $J_{kvadrata} = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2)$. Izračunamo se vztrajnostni radij $J = m r_g^2$, ki je enak trenutnemu obroču, ki ima isto maso m in J .

Meritve

Meritve smo prejeli kot pdf zaradi epidemije.

Meritev 10t ₀ [s]								
10t _{plosca}	t _{plosca}	Δt _{plosca}	10t _{kvader}	t _{kvader}	Δt _{kvader}	10t _{vajl}	t _{vajl}	Δt _{vajl}
20,820	2,082	-0,012	40,423	4,0423	-0,011	58,940	5,894	-0,001
20,966	2,0966	0,002	40,625	4,0625	0,009	58,963	5,8963	0,001
20,896	2,0896	-0,005	40,648	4,0648	0,011	58,880	5,888	-0,007
21,089	2,1089	0,015	40,453	4,0453	-0,008	59,023	5,9023	0,007
t _{plosca} = 2,09		± 0,01	t _{kvader} = 4,05		± 0,01	t _{vajl} = 5,90		± 0,01

$$\begin{aligned}
 J_{vajl} &= \int_{r_1}^{r_2} r^2 dm = \int_0^V r^2 g dV = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r^3 g l dr \\
 &= \frac{2\pi g l}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi g l}{2} (r_2^2 - r_1^2)(r_2^2 + r_1^2) \\
 &= \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2) \quad J_{vajl} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \pm 0,2 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Additional Data	
2r [mm]	0,5
l [cm]	12,2
m _{vajl} [g]	2498
m _{kvader} [g]	1192
a [cm]	6,0
b [cm]	6,0
c [cm]	6,0
2r _{kvader} [cm]	4,0
2r ₂ [cm]	8,7
2r ₁ [cm]	1,4
h [cm]	4,9

Plošča in D:

Iz dveh rešitev (t_p in t_v) enačbe $t_x = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$,
dobimo rešitvi sistema.

$$D = \frac{4\pi^2 J_{vajl}}{t_v^2 - t_p^2}$$

$$D = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \pm 0,2 \cdot 10^{-3}$$

$$J_{plošča} = D \left(\frac{t_p}{2\pi} \right)^2$$

$$J_{plošča} = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \pm 0,2 \cdot 10^{-4}$$

Modul G:

Iz zveze med G in D:

Vemo, da gre za jekleno žico, torej se lahko

$$G = \frac{2lD}{\pi r^4}$$

Preberimo podatke: E = 200 GPa

$$\mu = 3/10$$

$$G = 6,2 \cdot 10^{10} \text{ Pa} \pm 0,4 \cdot 10^{10}$$

Sledi:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$G' = 76,92 \text{ GPa}$$

Kvader:

Iz meritev: $J_{kvader} = \left(\frac{t_k}{2\pi}\right)^2 D - J_{plošica}$ $J_{kvader} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \pm 0,8 \cdot 10^{-4}$

Po izračunu: $J'_{kvader} = J_{poln} - J_{lunget} =$

$$= \frac{a^3 g_k}{6} a^2 - \frac{1}{2} g_k \pi r_k^2 a r_k^2$$
$$= \frac{g_k a}{2} \left(\frac{a^4}{3} - \pi r_k^4 \right)$$

$$\rho_k = \frac{m_k}{a^3 - a \pi r_k^2}$$
$$= 8480 \text{ kg/m}^3 \pm 170$$

$$J'_{kvader} = 9,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2 \pm 0,5 \cdot 10^{-4}$$

Vrednost izračuna in vrednost, ki jo dajo meritev se dobro ujemata!

Vztrajnostni radij:

Uporabil sem vrednost J_{kvader} saj je to ta, ki smo jo izmerili.

$$r_g = \sqrt{\frac{J_{kvader}}{m_k}}$$

$$r_g = 2,83 \text{ cm} \pm 0,03 \text{ cm}$$