

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Difuzija tekočin

4. naloga pri Fizikalnem praktikumu V

Avtor: Marko Urbanč (28191096)
Asistent: Martin Rigler

8.1.2022

Kazalo

1	Uvod	2
2	Potrebsčine	3
3	Naloge	3
4	Meritve	3
5	Obdelava podatkov	3
6	Izračuni	4
6.1	Ploščina pod krivuljo	4
6.2	Difuzijska konstanta	4

1 Uvod

Lomni zakon se posploši na sredstvo z zvezno spremenljivim lomnim količnikom $\cos \varphi = \frac{konst.}{n(x)}$. Prehod žarka skozi kiveto izračunamo kot:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \quad (1)$$

Žarki se torej odklonijo za kot $\alpha_N = d/n \frac{dn}{dz}$. Po izstopu iz kivete se odklon še poveča. $\alpha_Z = n\alpha_N$. Na zaslonu dobimo odmik $Y = bd \frac{dn}{dz}$. Če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

Koncentracija difundirajoče snovi f je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije $\vec{Q} = -D\nabla f$. Ob upoštevanju še kontinuitetne enačbe $\nabla \cdot \vec{Q} = -\frac{\partial f}{\partial t}$ dobimo **difuzijsko enačbo**:

$$D\nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (2)$$

Oz. v našem primeru:

$$D \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3)$$

Osnovna rešitev te enačbe je:

$$f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \quad (4)$$

To je rešitev za porazdelitev, ko je ob času $t = 0$ vsa difundirajoča snov zbrana na mestu $z = 0$. Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobimo iz osnovne rešitve z integriranjem. V našem primeru imamo na začetku snov, ki je enakomerno porazdeljena po polprostoru $z > 0$, kjer je $f(z) = 1$ in $f(z) = 0$ za $z < 0$. Rešitev je neka čudna funkcija. Ob sklepanju, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije dobimo odmik kot:

$$Y = bd(n_1 - n_0) \quad (5)$$

Ploščina pod krivuljo pa je od časa neodvisna:

$$S = \int y dz = kbd(n_1 - n_0), \quad k = \frac{a+b}{a} \quad (6)$$

2 Potrebščine

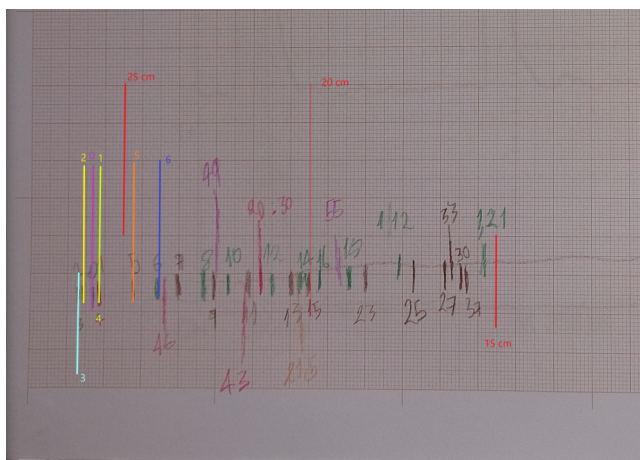
- Zaslon
- Optična klop
- Kitveta z alkoholom in vodo
- Steklena palčka
- Laser
- Milimeterski papir

3 Naloge

- Preveri časovno neodvisnost ploščine S
- Določi difuzijsko konstanto D

4 Meritve

Meritve napisal na milimeterski papir. Narobe sem razumel navodila za meritev a, b zato sem si te podatke sposodil od kolegov. Ker imam težave z dotikanjem zvezka, ki je bil na faksu, sem se odločil poskusiti narediti poročilo v .pdf obliki.



Slika 1: Meritve na milimeterskem papirju

$$a = (24 \pm 2) \text{ cm} \quad b = (77 \pm 2) \text{ cm} \quad d = (2.1 \pm 0.1) \text{ cm}$$

5 Obdelava podatkov

Meritve sem prepisal v excel in jih izvozil kot .csv, kar sem nadaljno obdelal v Pythonu z standardnim setom paketov `matplotlib` in `NumPy`.

6 Izračuni

6.1 Ploščina pod krivuljo

Prvo sem ploščino izračunal po formuli (6). Podan je podatek $(n_{\text{etanol}} - n_{\text{voda}}) = 0.029$. Dobil sem:

$$S = (20 \pm 1) \text{ cm}^2$$

Ploščine sem pa aproksimiral na milimeterskem papirju po formuli:

$$S \approx \frac{0.75 Y_{\max}}{2} d \quad (7)$$

Tako sem dobil:

- $t = 0 \text{ min}$: $S = (20.3 \pm 1.6) \text{ cm}^2$
- $t = 5 \text{ min}$: $S = (19.5 \pm 1.5) \text{ cm}^2$
- $t = 10 \text{ min}$: $S = (17.5 \pm 1.4) \text{ cm}^2$
- $t = 45 \text{ min}$: $S = (18.9 \pm 1.5) \text{ cm}^2$

Tudi po zelo dolgo časa je ploščina pod krivuljo še vedno približno enaka. Nisem ves čas beležil debeline črte, tako da je to sicer res le približek.

6.2 Difuzijska konstanta

Z izmerjenimi vrednostmi za Y_{\max} sem po navodilih izrisal diagram časovne odvisnosti $1/Y_{\max}^2$. Vrednost mi je precej nihala s časom. Opazno se pojavi nekakšna špica, po okoli 40 min. Raje sem ločil časovni potek na dva grafa ob tem prelomu. Enačba prilagojene premice je:

$$\frac{1}{Y_{\max}^2} = \frac{4\pi k^2 D}{S^2} t = mx \quad (8)$$

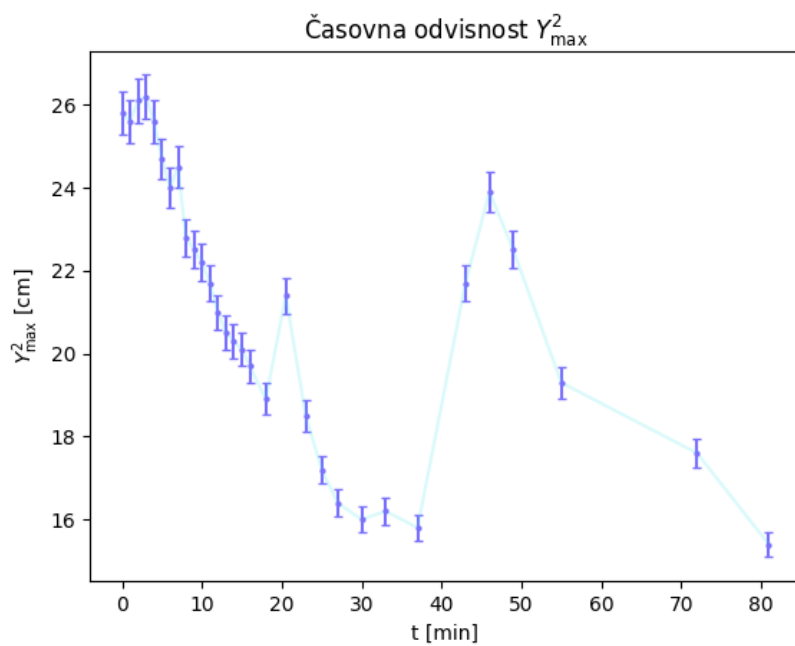
Tako se lahko izrazi D kot:

$$D = \frac{S^2}{4\pi k^2} m \quad (9)$$

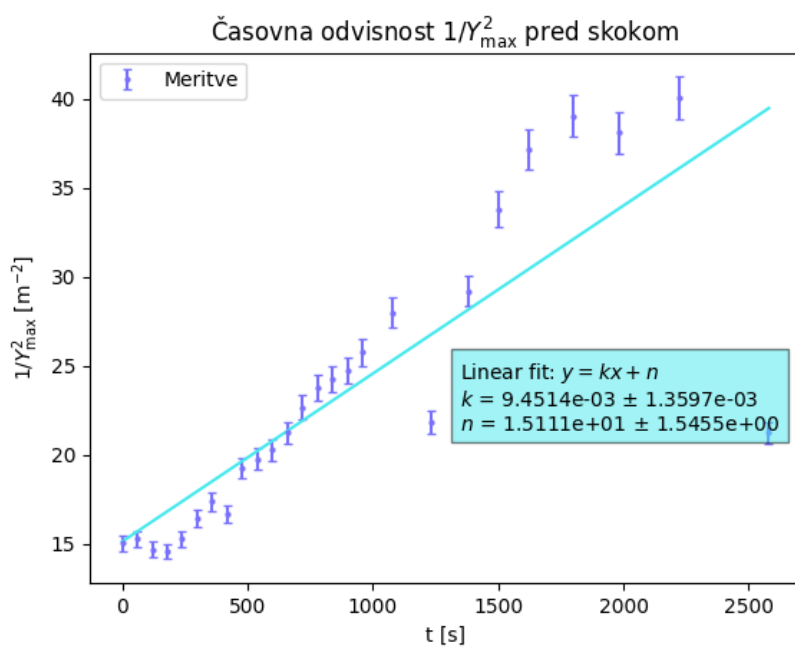
Dobil sem:

$$D_1 = (1.70 \pm 0.24) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad D_2 = (1.74 \pm 0.25) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

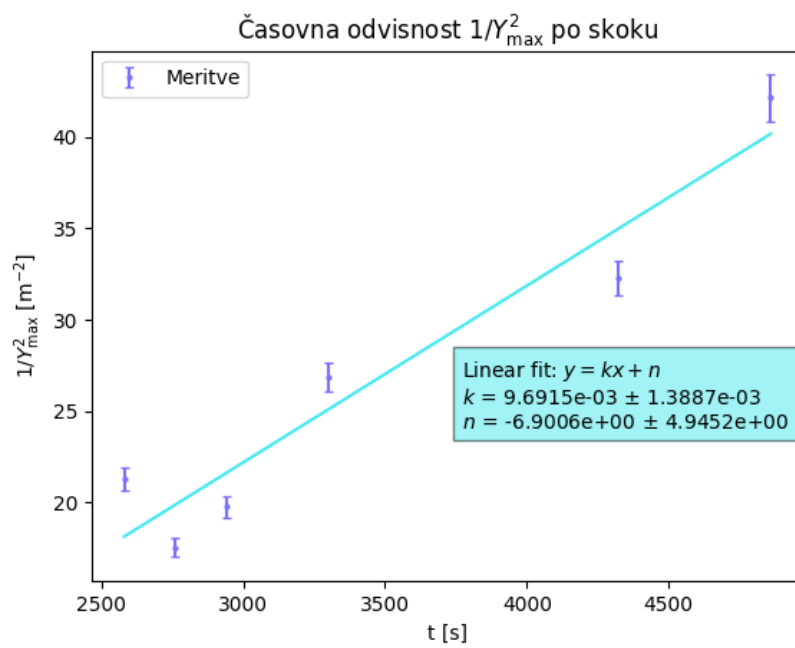
Vidimo, da se difuzijski konstanti ujemata znotraj napake.



Slika 2: Časovna odvisnost γ_{\max}^2



Slika 3: Pred skokom



Slika 4: Po skoku