Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Difuzija tekočin

4. naloga pri Fizkalnem praktikumu V

Avtor: Marko Urbanč (28191096)
Asistent: Martin Rigler

8.1.2022

Kazalo

1 Uvod

Lomni zakon se posploši na sredstvo z zvezno spremenljivim lomnim količnikom $\cos\varphi = \frac{konst.}{n(x)}$. Prehod žarka skozi kiveto izračunamo kot:

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x} = \frac{1}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z} \tag{1}$$

Žarki se torej odklonijo za kot $\alpha_N = d/n\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z}$. Po izstopu iz kivete se odklon še poveča. $\alpha_Z = n\alpha_N$. Na zaslonu dobimo odmik $Y = bd\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z}$. Če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

Koncentracija difundirajoče snovi f je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije $\vec{Q} = -D\nabla f$. Ob upoštevanju še kontinuitetne enačbe $\nabla \cdot \vec{Q} = -\frac{\partial f}{\partial t}$ dobimo **difuzijsko enačbo**:

$$D\nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{2}$$

Oz. v našem primeru:

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \tag{3}$$

Osnovna rešitev te enačbe je:

$$f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \tag{4}$$

To je rešitev za porazdelitev, ko je ob času $t = 0$ vsa difundirajoča snov zbrana na mestu $z = 0$. Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobvimo iz osnovne rešitve z integriranjem. V našem primeru imamo na začetku snov, ki je enakomerno porazdeljena po polprostoru $z > 0$, kjer je $f(z) = 1$ in $f(z) = 0$ za $z < 0$. Rešitev je neka čudna funkcija. Ob sklepanju, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije dobimo odmik kot:

$$Y = bd(n_1 - n_0) \tag{5}$$

Ploščina pod krivuljo pa je od časa neodvisna:

$$S = \int y\mathrm{d}z = kbd(n_1 - n_0)\ , \quad k = \frac{a+b}{a} \tag{6}$$

2 Potrebščine

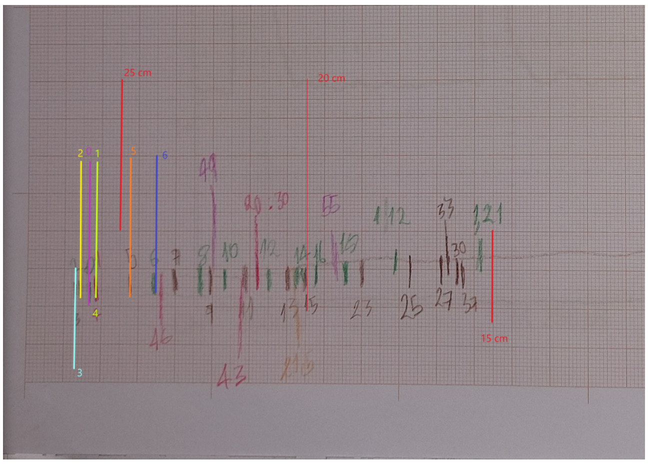
- Zaslon
- Optična klop
- Kitveta z alkoholom in vodo
- Steklena palčka
- Laser
- Milimeterski papir

3 Naloge

- Preveri časovno neodvisnost ploščine S
- Določi difuzijsko konstanto D

4 Meritve

Meritve napisal na milimeterski papir. Narobe sem razumel navodila za meritev a, b zato sem si te podatke sposodil od kolegov. Ker imam težave z dotikanjem zvezka, ki je bil na faksu, sem se odločil poskusiti narediti poročilo v .pdf obliki.



Slika 1: Meritve na milimeterskem papirju

$$a = (24 \pm 2)\ \text{cm} \quad b = (77 \pm 2)\ \text{cm} \quad d = (2.1 \pm 0.1)\ \text{cm}$$

5 Obdelava podatkov

Meritve sem prepisal v excel in jih izvozil kot `.csv`, kar sem nadaljno obdelal v Pythonu z standardnim setom paketov `matplotlib` in `NumPy`.

6 Izračuni

6.1 Ploščina pod krivuljo

Prvo sem ploščino izračunal po formuli (6). Podan je podatek $(n_{\mathrm{etanol}} - n_{\mathrm{voda}}) = 0.029$. Dobil sem:

$$S = (20 \pm 1)\ \mathrm{cm}^2$$

Ploščine sem pa aproksimiral na milimeterskem papirju po formuli:

$$S \approx \frac{0.75 Y_{\mathrm{max}}}{2} d \tag{7}$$

Tako sem dobil:

- $t = 0\mathrm{min}$: $S = (20.3 \pm 1.6)\ \mathrm{cm}^2$
- $t = 5\mathrm{min}$: $S = (19.5 \pm 1.5)\ \mathrm{cm}^2$
- $t = 10\mathrm{min}$: $S = (17.5 \pm 1.4)\ \mathrm{cm}^2$
- $t = 45\mathrm{min}$: $S = (18.9 \pm 1.5)\ \mathrm{cm}^2$

Tudi po zelo dolgo casa je ploščina pod krivuljo še vedno približno enaka. Nisem ves čas beležil debeline črte, tako da je to sicer res le približek.

6.2 Difuzijska konstanta

Z izmerjenimi vrednostmi za Y_{max} sem po navodilih izrisal diagram časovne odvisnosti $1/Y_{\mathrm{max}}^2$. Vrednost mi je precej nihala s časom. Opazno se pojavi nekakšna špica, po okoli 40 min. Raje sem ločil časovni potek na dva grafa ob tem prelomu. Enačba prilagojene premice je:

$$\frac{1}{Y_{\mathrm{max}}^2} = \frac{4\pi k^2 D}{S^2} t = mx \tag{8}$$

Tako se lahko izrazi D kot:

$$D = \frac{S^2}{4\pi k^2} m \tag{9}$$

Dobil sem:

$$D_1 = (1.70 \pm 0.24) \cdot 10^{-10} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}\ , \quad D_2 = (1.74 \pm 0.25) \cdot 10^{-10} \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

Vidimo, da se difuzijski konstanti ujemata znotraj napake.