

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



# Difuzija tekočin

5. naloga pri Fizikalnem praktikumu V

**Avtor:** Marko Urbanč (28191096)  
**Asistent:** Martin Rigler

8.1.2022

## Kazalo

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Potrebsčine</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Naloge</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Meritve</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Obdelava podatkov</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Izračuni</b>	<b>4</b>
6.1	Ploščina pod krivuljo . . . . .	4
6.2	Difuzijska konstanta . . . . .	4

# 1 Uvod

Lomni zakon se posploši na sredstvo z zvezno spremenljivim lomnim količnikom  $\cos \varphi = \frac{konst.}{n(x)}$ . Prehod žarka skozi kiveto izračunamo kot:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dz} \quad (1)$$

Žarki se torej odklonijo za kot  $\alpha_N = d/n \frac{dn}{dz}$ . Po izstopu iz kivete se odklon še poveča.  $\alpha_Z = n\alpha_N$ . Na zaslonu dobimo odmik  $Y = bd \frac{dn}{dz}$ . Če je sredstvo homogeno, dobimo na zaslonu premico.

Koncentracija difundirajoče snovi  $f$  je funkcija kraja in časa. Difuzijski tok je sorazmeren gradientu koncentracije  $\vec{Q} = -D\nabla f$ . Ob upoštevanju še kontinuitetne enačbe  $\nabla \cdot \vec{Q} = -\frac{\partial f}{\partial t}$  dobimo **difuzijsko enačbo**:

$$D\nabla^2 f = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (2)$$

Oz. v našem primeru:

$$D \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3)$$

Osnovna rešitev te enačbe je:

$$f = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} \quad (4)$$

To je rešitev za porazdelitev, ko je ob času  $t = 0$  vsa difundirajoča snov zbrana na mestu  $z = 0$ . Rešitev za poljubno začetno porazdelitev snovi dobimo iz osnovne rešitve z integriranjem. V našem primeru imamo na začetku snov, ki je enakomerno porazdeljena po polprostoru  $z > 0$ , kjer je  $f(z) = 1$  in  $f(z) = 0$  za  $z < 0$ . Rešitev je neka čudna funkcija. Ob sklepanju, da je lomni količnik linearna funkcija koncentracije dobimo odmik kot:

$$Y = bd(n_1 - n_0) \quad (5)$$

Ploščina pod krivuljo pa je od časa neodvisna:

$$S = \int y dz = kbd(n_1 - n_0), \quad k = \frac{a+b}{a} \quad (6)$$

## 2 Potrebščine

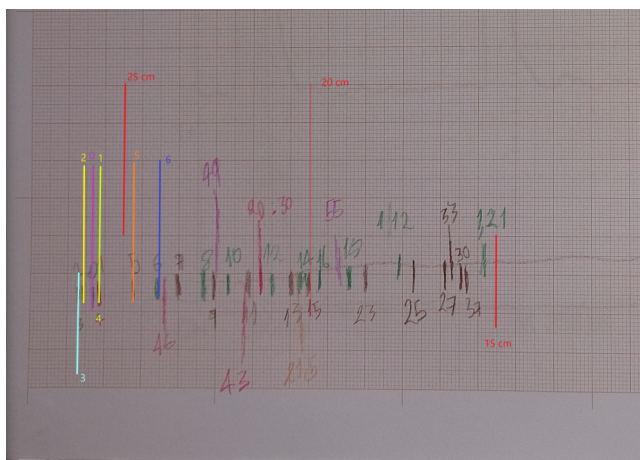
- Zaslon
- Optična klop
- Kitveta z alkoholom in vodo
- Steklena palčka
- Laser
- Milimeterski papir

## 3 Naloge

- Preveri časovno neodvisnost ploščine  $S$
- Določi difuzijsko konstanto  $D$

## 4 Meritve

Meritve napisal na milimeterski papir. Narobe sem razumel navodila za meritev  $a, b$  zato sem si te podatke sposodil od kolegov. Ker imam težave z dotikanjem zvezka, ki je bil na faksu, sem se odločil poskusiti narediti poročilo v .pdf obliki.



Slika 1: Meritve na milimeterskem papirju

$$a = (24 \pm 2) \text{ cm} \quad b = (77 \pm 2) \text{ cm} \quad d = (2.1 \pm 0.1) \text{ cm}$$

## 5 Obdelava podatkov

Meritve sem prepisal v excel in jih izvozil kot .csv, kar sem nadaljno obdelal v Pythonu z standardnim setom paketov `matplotlib` in `NumPy`.

## 6 Izračuni

### 6.1 Ploščina pod krivuljo

Prvo sem ploščino izračunal po formuli (6). Podan je podatek  $(n_{\text{etanol}} - n_{\text{voda}}) = 0.029$ . Dobil sem:

$$S = (20 \pm 1) \text{ cm}^2$$

Ploščine sem pa aproksimiral na milimeterskem papirju po formuli:

$$S \approx \frac{0.75 Y_{\max}}{2} d \quad (7)$$

Tako sem dobil:

- $t = 0 \text{ min}$ :  $S = (20.3 \pm 1.6) \text{ cm}^2$
- $t = 5 \text{ min}$ :  $S = (19.5 \pm 1.5) \text{ cm}^2$
- $t = 10 \text{ min}$ :  $S = (17.5 \pm 1.4) \text{ cm}^2$
- $t = 45 \text{ min}$ :  $S = (18.9 \pm 1.5) \text{ cm}^2$

Tudi po zelo dolgo časa je ploščina pod krivuljo še vedno približno enaka. Nisem ves čas beležil debeline črte, tako da je to sicer res le približek.

### 6.2 Difuzijska konstanta

Z izmerjenimi vrednostmi za  $Y_{\max}$  sem po navodilih izrisal diagram časovne odvisnosti  $1/Y_{\max}^2$ . Vrednost mi je precej nihala s časom. Opazno se pojavi nekakšna špica, po okoli 40 min. Raje sem ločil časovni potek na dva grafa ob tem prelomu. Enačba prilagojene premice je:

$$\frac{1}{Y_{\max}^2} = \frac{4\pi k^2 D}{S^2} t = mx \quad (8)$$

Tako se lahko izrazi  $D$  kot:

$$D = \frac{S^2}{4\pi k^2} m \quad (9)$$

Dobil sem:

$$D_1 = (1.70 \pm 0.24) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, \quad D_2 = (1.74 \pm 0.25) \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Vidimo, da se difuzijski konstanti ujemata znotraj napake.